

2024 年度修士課程論文

トランズモン量子ビットを用いた変調可能マイクロ波帯キャビ
ティによるダークフォトン探索

(Search for dark photons with frequency-tunable microwave
cavity using transmon qubits)

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻
澤田研究室
中園 寛

January 2025

目次

第 1 章	序論	6
1.1	Dark matter problem	6
1.2	アクシオン	6
1.3	ダークフォトン	6
1.4	ダークフォトン探索実験	8
1.5	本研究の目的・新規性	10
1.6	本論文の構成	10
第 2 章	キャビティを用いたダークフォトン探索実験	11
2.1	ダークフォトン-光子転換	11
2.2	キャビティハロスコープ実験の信号強度	14
第 3 章	超伝導量子ビットと共振器の二体相互作用	17
3.1	超伝導量子ビットについて	17
3.2	超伝導量子ビットと Cavity の二体相互作用	21
3.3	Ansys HFSS による有限要素法シミュレーション	26
第 4 章	超伝導量子ビットの作製	31
4.1	はじめに	31
4.2	全体の工程について	31
第 5 章	トランズモン量子ビットを用いた変調可能キャビティによるダークフォトン探索実験	38
5.1	Receiver chain	38
5.2	Y-factor measurement	42
5.3	Lamb shift の確認	43
5.4	Cavity-qubit 二体系の電流応答	44
5.5	データ取得	44
第 6 章	データ解析	46
6.1	不完全なデータの除外	47
6.2	Savitzky-Golay filter	48
6.3	信号の規格化・測定系による歪みの補正	50
6.4	Maxwell-Boltzmann filtering	51

6.5	その他系統誤差の織り込み	52
6.6	各スペクトラムの畳み込み	53
6.7	信号の判定, 95% 信頼区間	53
6.8	ダークフォトンの偏光の考慮	55
第 7 章	結論および展望	56
7.1	結果	56
7.2	短期的な課題	57
7.3	将来的な展望・セットアップの改良	58
付録 A	量子ビットの共振周波数測定および Jaynes-Cummings model によるフィッティング	60
A.1	超伝導量子ビット共振周波数の特定	60
A.2	Jaynes-Cummings model へのフィット	63
付録 B	モード混合による form factor の損失	65

目次

1.1	アクシオン探索領域 [7]	7
1.2	ダークフォトンの全探索領域. 横軸: ダークフォトンの周波数 (質量), 縦軸: kinetic mixing parameter(光子との混合割合) [8]	7
1.3	キャビティハロスコープ模式図	8
1.4	ADMX のキャビティ [14]	8
1.5	Dish アンテナによる集光 (黒線)[15]	9
1.6	Brass 実験のセットアップ [16]	9
1.7	量子ビットの単一光子検出によるダークフォトン探索 [17]	9
2.1	(上)S11(反射波) 測定, (下)S21(透過波) 測定	14
2.2	$\arg(\Gamma)$ の挙動を β の値に応じてプロットしたもの	16
3.1	ジョセフソン効果	17
3.2	ジョセフソン接合の立体イメージ	17
3.3	実際に撮影した tunable transmon qubit のスケール	18
3.4	ジョセフソン接合のループ	20
3.5	実物の共振器および Ansys シミュレーション上での共振器および量子ビット	27
3.6	量子ビット (橙→青) と共振器 (橙→青) のモード交差, および量子ビット周波数のフィット (緑)	28
3.7	$L_J = 10$ nH での電磁場固有モード	29
3.8	$L_J = 21$ nH での電磁場固有モード	29
3.9	form factor C_y の量子ビットのインダクタンス L_j に対する変化	30
4.1	量子ビット作製プロセスの一例	32
4.2	スピナー (シカゴ)	33
4.3	ホットプレート (武田)	33
4.4	EB で用いるウエハホルダー	34
4.5	電子線描画装置 (F7000S)	34
4.6	Dolan-bridge 型のジョセフソン接合の形成	36
4.7	ウエハの切断	36
4.8	リフトオフ	36
5.1	銅キャビティおよび量子ビット	38
5.2	キャビティのローディング	38

5.3	測定系	39
5.4	Yokogawa GS200	39
5.5	RC-4SPDT-A18	39
5.6	希釈冷凍機	40
5.7	Vector Network Analyzer	41
5.8	スペクトラムアナライザ	41
5.9	反射波測定	42
5.10	透過波測定	42
5.11	Y-factor method (hotload measurement)	43
5.12	Lamb shift の測定; 横軸: 周波数, 縦軸: VNA に入射するパワー	44
5.13	共振器の共振周波数変調の確認; 横軸: 電流値, 縦軸: 共振器の周波数	45
6.1	解析プロセスの模式図	46
6.2	取得したスペクトラムの一例	47
6.3	Savitzky-Golay filtering	48
6.4	window_length(size) による SNR'/SNR のスキャン	49
6.5	標準化	50
6.6	キャリブレーションした後のパワー超過	52
6.7	離散化 Maxwell-Boltzmann 分布関数	52
6.8	結合した測定データ	54
6.9	結合した測定データと 3σ のプロット	54
7.1	本研究における探索領域・宇宙論の除外領域との比較	56
7.2	他のハロスコープ実験との比較	57
7.3	緯度および偏光に関する変数 $\langle \cos^2 \theta \rangle$ [8]	58
7.4	実験系のおよその角度	58
7.5	[36] より, 超伝導回路に組み込まれた DC 配線と SQUID	58
A.1	two-tone 分光のセットアップ	60
A.2	Dispersive shift による透過波信号の振幅・位相変化	61
A.3	two-tone 分光, 量子ビット共振周波数の電流応答 (2024/11/28 測定)	62
A.4	Jaynes-Cummings model の fit	64

概要

本研究は、ダークマター検出手法の一つである、キャビティハロスコープ実験と呼ばれる空洞共振器 (キャビティ) を利用した探索方法に、新たな周波数変調 (周波数スキャン) 手法を導入したものである。キャビティハロスコープ実験は共振器の高い Q 値を利用できるためノイズに対して信号を効果的に増幅できるため、他の手法に比べ高感度探索が可能であり、軽量ダークマター探索の主流な探索方法の一つとなっている。

一方で、この方式は共振器の帯域幅の狭さにより、広い周波数帯域 (=質量帯域) をスキャンすることを苦手としていた。そのため、いかに共振器周波数を変調させるかがこの手法で行う上で大きな課題となっている。

従来の研究では共振器内部に金属棒を挿入し、棒の移動に伴って変調させる物理的な変調手法が実用化されている。しかしこの手法では物理的制約が激しいこと、熱摩擦によるノイズが発生するため、冷却に時間がかかることが欠点として存在する。また、類似セットアップではあるものの熱ノイズに弱い量子ビットを用いた単一光子検出によるダークマター探索の文脈では応用することが難しい。

本研究では、新たに変調可能な超伝導量子ビットをキャビティ内部に導入し、外部から弱磁場を印加してキャビティと量子ビットの相互作用を増減させることでキャビティ内の周波数変調を行い、ダークフォトンを探る手法を実証した。超伝導量子ビットを活用するこの方式では、電磁相互作用のみを活用するため、複雑な物理構造を必要とせず、かつ摩擦熱も発生しない。

本研究は、キャビティハロスコープ実験における周波数変調の新技术を新たに実証するとともに、将来的には超伝導量子ビットを用いた暗黒物質探索実験への応用可能性を示唆する研究となっている。

最新の情報および実験のさらなる詳細に関しては nakazono@icepp.s.u-tokyo.ac.jp の方までお問い合わせください。

第 1 章

序論

1.1 Dark matter problem

現在の素粒子物理学では、標準理論 (Standard Model, SM) と呼ばれる確立した理論モデルが存在する。ただし、現行の SM では依然として未解決な問題がいくつもあり、標準模型を超える新たな物理モデル (Beyond Standard Model, BSM) が日々考案・検討されている。BSM を考える上で、最も主要な問題の一つがダークマターの存在問題である。ダークマターが存在すれば、銀河の回転曲線問題 [1] や弾丸銀河団の衝突によって生じたガス分布と質量分布のズレ [2] など様々な問題を解決することができる。ただし、ダークマターの存在は多数の科学者に支持されていても、その具体的描像に関しては一貫して謎に包まれている。

1.2 アクシオン

ダークマターの存在問題を解決する理論モデルおよびその理論で用いられる仮想粒子は SUSY (超対称性粒子) [3] や WIMP (Weakly interactive mass particle) など多岐に渡る。その中で、ダークマターの有力候補の一つとして考えられているのがアクシオンである。アクシオンは元々、強い CP 問題 [4] と呼ばれる素粒子物理学上の未解決問題を解決するために導入された仮想粒子である。強い CP 問題とは強い力における CP 対称性の破れが不自然なほど小さいという問題で、Peccei-Quinn 対称性を新たに導入し、その自発的対称性を破るような南部ゴールドストーンボソンが存在すれば、解決する [4]。この仮想粒子がアクシオンである。

アクシオンは同時にダークマターの候補となり得ることが分かっている。このアクシオンのことを QCD アクシオンと呼ぶ [5]。QCD アクシオンは、質量-相互作用パラメータの位相空間において最も単純かつ代表的な理論モデルは、KSVZ, DFSZ モデルと呼ばれている [6]。質量では、 $1\mu\text{eV}$ - $100\mu\text{eV}$ の質量帯が有力だとされており、探索実験が盛んに行われている。

1.3 ダークフォトン

アクシオン探索実験が盛んとなる上で、同時に注目を浴びているのが、ダークフォトンと呼ばれる未発見粒子である。ダークフォトンとは電磁場とカップルする $U(1)$ 対称性を新しく追加した際に生まれる仮想粒子 (hidden photon) でかつダークマターの条件を満たすものを指す。

アクシオンに比べるとそこまで直接的な理論的なモチベーションは存在しないが、アクシオンとよく似た反応機序を持ち、将来的に類似セットアップでアクシオンを探索できるとして、同じ 1 - $100\mu\text{eV}$ ($\sim$ 数 GHz) 程

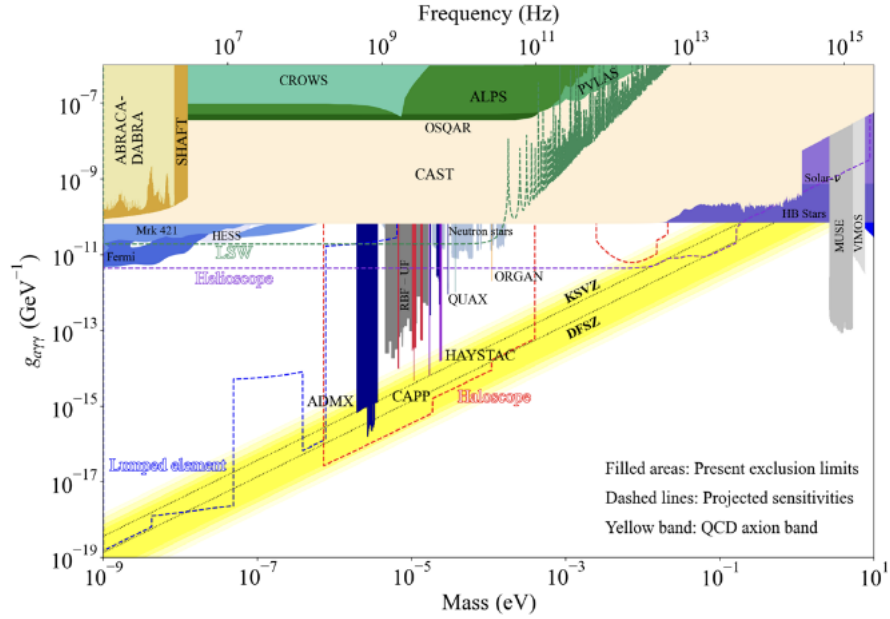


図 1.1: アクシオン探索領域 [7]

度の質量帯域で様々な実証実験が行われている [8]. 特に、光子と混合したダークフォトンが、光子に転換することを利用した実験は、セットアップも容易かつ検出技法も従来の電磁波検出の技術を用いることが可能なため、特に感度更新が盛んな分野である [8]. (探索領域: 図 1.2)

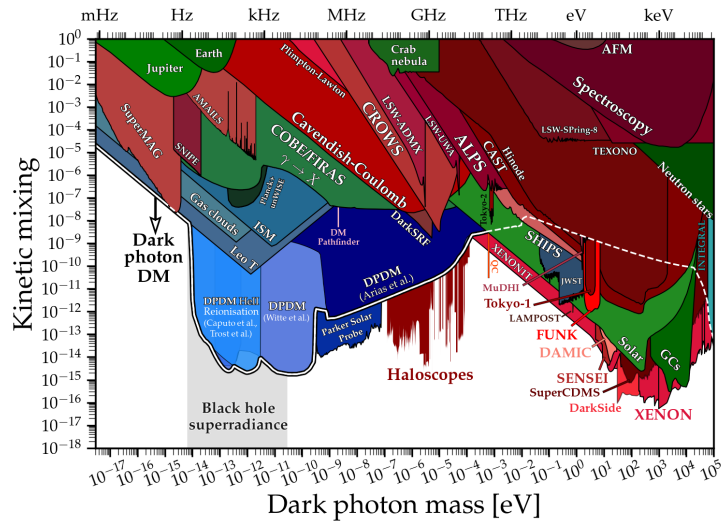


図 1.2: ダークフォトンの全探索領域. 横軸: ダークフォトンの周波数 (質量), 縦軸: kinetic mixing parameter (光子との混合割合) [8]

ダークフォトンが軽量ダークマターであると仮定すると、その質量は、 $1 \text{ eV} \sim 1 \times 10^{-22} \text{ eV}$ 以下の非常に軽い範囲にあると考えられている。このような軽量であることから、ダークフォトンのド・ブロイ波長は非常

に長くなり、次式で表される：

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_{DPC}c},$$

ここで m_{DP} はダークフォトンの質量を表す。

また、ダークフォトン は数密度も高くその結果、ダークフォトン は波動的な性質を持ち、その位相がコヒーレントに揃い特性を示す。これによりダークフォトン は波状ダークマター (Wave-like Dark Matter) とも呼ばれる [9].

1.4 ダークフォトン探索実験

アクシオンならびにダークフォトンによって転換したコヒーレントな光子を検出する手法は数多く存在する [7, 8]. ここでは主要な検出方法について、いくつか代表例を挙げて解説する。

1.4.1 キャビティハロスコープ探索実験

空洞共振器の高い増幅率を利用して、空洞共振器の共振周波数に対応するダークマターを検出する方法である。希釈冷凍機に代表される極低温環境まで冷却した共振空洞で周波数をスキャンし、複数回の増幅によって微弱な信号を増幅しアナライザで測定する (図 1.3). この手法は本研究に最も関連の深い検出方法である。

共振器の体積に依存して感度が向上することと、体積を巨大化させると共振周波数が低下する関係上、特に ~ 1 GHz の低い領域で強い感度を持つ。

キャビティハロスコープ実験は、アクシオン探索実験も実用的なレベルまで到達していて、QCD アクシオンの KSVZ, DFSZ モデルまで探索することができている唯一の探索手法である。

代表的な例としては ADMX[10, 11](図 1.4), CAPP[12, 13], HAYSTAC[6] などが挙げられる。

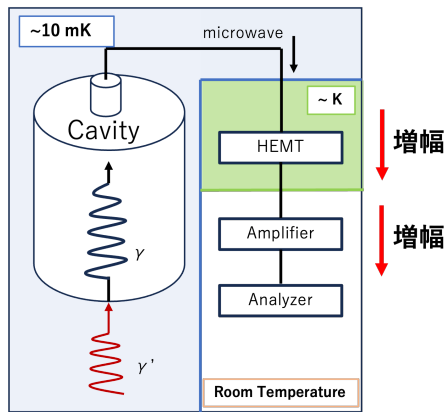


図 1.3: キャビティハロスコープ模式図

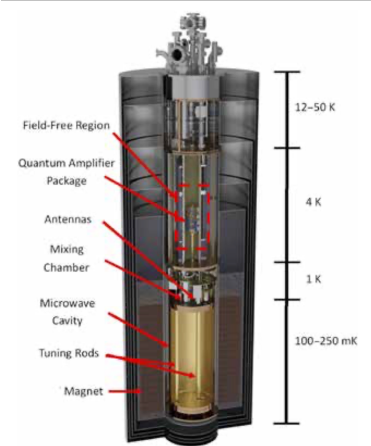


図 1.4: ADMX のキャビティ [14]

1.4.2 Dish アンテナを用いた探索実験

Dish アンテナと呼ばれるパラボラアンテナに似たアンテナを利用して、アンテナ表面と垂直な方向に発生する転換光子を一点に集める手法 [15] である (図 1.5).

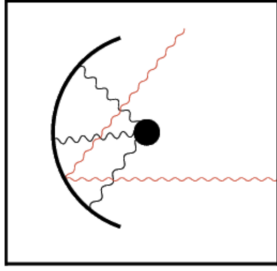


図 1.5: Dish アンテナによる集光 (黒線)[15]



図 1.6: Brass 実験のセットアップ [16]

理論的には幾何光学的な回折近似が成立する範囲まで光子を集めることができ [15], 可視光領域の $\sim$ THz スケールの高周波数帯の領域まで感度を持つ。

代表的な実験としては BRASS[16](図 1.6) が挙げられる。並行な金属板 (図奥側) から生じた転換光子を, Dish アンテナ (図手前) で一点に集め, その集光地点に検出機 (図奥側中央) を設置し信号を捉える。

1.4.3 量子ビットを用いたダークマター探索実験

近年注目を集めている探索手法の一つが量子ビットを用いたダークマター探索実験である。古典的なキャビティでの検出方法は測定を行うたびに光子を吸い出すので, 測定に応じて光子数が減少する。すなわちキャビティの中の状態が測定によって破壊される。光子数が減少すると, 統計誤差に由来する信号ノイズ比 (SNR) が悪化してしまう。そのため古典的な検出方法では高感度化を目指そうとしても, ある一定の感度で原理的な測定限界に陥ってしまう。この原理的な感度限界のことを標準量子限界 (Standard Quantum Limit, SQL) と呼ぶ。量子ビットによる測定では, 光子数はあくまで変化させず, すなわちキャビティ内の量子状態を保ったまま測定することができるので, 古典的な検出方法における SQL の問題を回避することが可能で, 将来的に高感度実験を行う上で必要になってくると目されている。

超伝導量子ビットを用いた検出方法は実例が存在する。シカゴ大学での研究では量子ビットの単一光子検出により, ダークフォトンの検出実験を初めて行った。図 1.7 左側は量子ビットによるセットアップを示している。Storage cavity と呼ばれる共振器側でダークフォトンに転換した光子を蓄え, 中央の量子ビットで状態を読み出す。読み出す際には, 共振機内の光子数で量子ビットの共振周波数が AC-stark shift により変化するので, 量子ビットの共振周波数を読み出すことで光子数を判定できる (図 1.7 右側)。この読み出し手法を分散読み出しと呼ぶ。

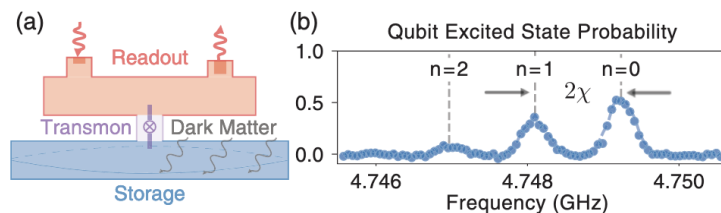


図 1.7: 量子ビットの単一光子検出によるダークフォトン探索 [17]

また、単一光子検出以外にも、超伝導量子ビットの直接励起によって、ダークフォトンの質量探索を行うという理論的提唱がなされ [18], 実証実験も現在行われている。

1.4.4 キャビティハロスコープ実験の変調

キャビティを使った実験は、共振器固有の高い増幅率のおかげで、他の検出方法に比べて、より高い精度を得ることができるというメリットがある。一方で、増幅される bandwidth が非常に狭いため、広域な周波数帯での探索が非常に困難であった。前述のキャビティ周波数=ダークマター質量の関係より、キャビティの共振周波数をいかに広範囲に変調させるか、という点が課題となっていて、いくつかの変調のための実証実験がなされている。たとえば ADMX[10] では金属棒を共振器の中に入れ、中の電磁場のモードを変えることで、変調を行っている。しかし棒による変調では、

- 摩擦熱が生じるために冷却が必要となり、スキャンに時間がかかる。
- 共振器の形状や体積に対し大きく制限がかかる。

といった難点が存在していた。

1.5 本研究の目的・新規性

本研究の目的は、キャビティハロスコープ実験の課題である周波数変調に関して、新しく変調可能な超伝導量子ビットを共振器の中に導入し、超伝導量子ビットと共振器の相互作用を操作することで、共振器の周波数変調を行う。物理的な構造に依存しないので、超伝導量子ビットで周波数を変調し、探索するという提案自体はすでになされていたが、実際にキャビティハロスコープの文脈で 3D 量子ビットを導入し、探索実験を実証した例はいまだ無い。本研究はキャビティハロスコープにおける新たな変調手法の実証実験であり、かつ超伝導量子ビットのダークマター探索への新たな活用例となる。

1.6 本論文の構成

以降の章では以下のような構成で進める。

第 2 章ではダークフォトン-光子転換に関する理論的な導入と、キャビティハロスコープ実験の測定原理について説明を加える。第 3 章では超伝導量子ビットの理論的な導入と共振器と量子ビットの二体相互作用を Jaynes-Cummings model を導入して、議論する。その後、高周波電磁界シミュレーションソフトである Ansys HFSS を用いた二体相互作用シミュレーションの結果を報告する。第 4 章では、本研究で用いた超伝導量子ビットの作製手法について具体的に説明を加える。第 5 章では実際に用いたレシーバーチェーンや、予備実験、本測定の手法について解説を加える。第 6 章では取得したデータを解析する。第 7 章では結果および将来に向けた展望について記述する。

第 2 章

キャビティを用いたダークフォトン探索 実験

2.1 ダークフォトン-光子転換

本章では、序章を踏まえ、ダークフォトンが光子に転換される発生原理について、主に [15] を参照して説明を加える。その後キャビティハロスコープの測定原理や感度モデルについて説明を行う。

序章で述べたように、SM を包含する BSM の理論モデルは数多く考えられているが、既存のモデルに U(1) 対称性を加えたものは最もシンプルかつ、自然な拡張である。現在の SM にダークセクターと呼ばれる U(1) ゲージを加え、電磁場と弱く相互作用するモデルを考えると、ラグランジアン密度 $\mathcal{L}$ は、

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{X}_{\mu\nu}\tilde{X}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\chi F_{\mu\nu}\tilde{X}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\gamma'}\tilde{X}_\mu\tilde{X}^\mu \quad (2.1)$$

$F_{\mu\nu}$, $F^{\mu\nu}$ は電磁場の強さ、 $\tilde{X}_{\mu\nu}$, $\tilde{X}^{\mu\nu}$ は追加した U(1) ゲージの場の強さである。この拡張によって得られるゲージ粒子のことをダークフォトンと呼ぶ。第一項、第二項はそれぞれの運動量項 (kinetic term) であり、第三項目が光子とダークフォトンの kinetic mixing term と呼ばれる運動量混合項、第四項はダークフォトンの質量項である。

相互作用項を対角化するために、ここで、ゲージを $\tilde{X}^\mu = X^\mu - \chi A$ にシフトさせる [15]。 $\chi^2 \ll 1$ であるという近似を用いると、 $\mathcal{L}$ は、

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{X}_{\mu\nu}\tilde{X}^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2}\{X_\mu X^\mu - 2\chi A_\mu X^\mu + \chi^2 A_\mu A^\mu\} \quad (2.2)$$

と書き下せる。平面波近似 $A = A_\mu e^{i(kx - \omega t)}$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) を用いて A_μ についてのオイラーラグランジュ方程式 (EL 方程式) を考えることにする。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\beta} - \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\alpha A_\beta} = 0 \quad (2.3)$$

$\mathcal{L}_{kinetic} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ の部分の EL 方程式は、元の部分が

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} &= -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \\
&= -\frac{1}{4}\{\partial_\mu A_\nu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) - \partial_\nu A_\mu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)\} \\
&= -\frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (\text{前式第二項: } \mu \leftrightarrow \nu \text{ 入替え})
\end{aligned}$$

であることを鑑みると,

$$\begin{aligned}
-\partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\alpha A_\beta} &= -\partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}_{kinetic}}{\partial \partial_\alpha A_\beta} \\
&= \frac{1}{2}[\partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) + \partial_\alpha\{\partial_\mu A_\nu \frac{\partial(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)}\}] \\
&= \frac{1}{2}[\partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) + \partial_\alpha\{\partial_\mu A_\nu \frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)}(g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}\partial_\rho A_\sigma - g^{\nu\lambda}g^{\mu\gamma}\partial_\lambda A_\gamma)\}] \\
&= \frac{1}{2}[\partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) + \partial_\alpha\partial_\mu A_\nu\{g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - g^{\nu\alpha}g^{\mu\beta}\}] \\
&= \frac{1}{2}[\partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha) + \partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha)] \\
&= \partial_\alpha(\partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha)
\end{aligned}$$

ローレンスゲージ条件 (Lorenz gauge condition) $\partial_\alpha A^\alpha = 0$ を課すと,

$$-\partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\alpha A_\beta} = \partial_\alpha \partial^\alpha A^\beta \quad (2.4)$$

と EL 方程式第二項が決定される．第一項については,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\beta} = m_{\gamma'}^2(-\chi X^\beta + \chi^2 A^\beta) \quad (2.5)$$

であるので, 全体の EL 方程式は,

$$\partial_\alpha \partial^\alpha A^\beta + m_{\gamma'}^2(-\chi X^\beta + \chi^2 A^\beta) = 0 \quad (2.6)$$

である．

同様に X^μ についても EL 方程式を考えると,

$$\partial_\alpha \partial^\alpha X^\beta + m_{\gamma'}^2(-\chi A^\beta + \chi^2 X^\beta) = 0 \quad (2.7)$$

二つの式をまとめて, 行列形式に直すと, (-1 倍している)

$$\left[(\omega^2 - k^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - m_{\gamma'}^2 \begin{pmatrix} \chi^2 & -\chi \\ -\chi & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} A \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

ただし, 平面波近似を考慮して二階の偏微分は $\partial_\alpha \partial^\alpha \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ として適用した． $c = 1$ の自然単位系を採用し, ミンコフスキー計量 g は $g = (1, -1, -1, -1)$ である．

以下, 簡単のため $A_0 = 0, X_0 = 0$ と時間方向成分を 0 としたゲージを考える．前式は三次元ベクトル $\mathbf{A}, \mathbf{X}$ を用いてそのまま読み替えると,

$$\left[(\omega^2 - k^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - m_{\gamma'}^2 \begin{pmatrix} \chi^2 & -\chi \\ -\chi & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

となる.

ここで $\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix}$ の固有モード (固有ベクトル) を求める.

$$\det \left[(\omega^2 - k^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - m_{\gamma'}^2 \begin{pmatrix} \chi^2 & -\chi \\ -\chi & 1 \end{pmatrix} \right] = 0 \quad (2.10)$$

の固有方程式を解くと, 得られる固有値は

$$\omega^2 = k^2, \quad \omega^2 = k^2 + m_{\gamma'}^2 \quad (2.11)$$

ここで前者の $\omega^2 = k^2$ は通常は無質量光子の分散関係である. 後者の non-trivial な関係式に着目すると, これはダークフォトンの分散関係を表した式となっている.

コヒーレント長が長く, 空間的にほぼ一様だとすると ($k_{DP} = 0$), 分散関係は

$$\omega^2 = m_{\gamma'}^2 \quad (2.12)$$

となる. 式 (2.9) に式 (2.12) の関係式を代入する. ダークフォトン項を追加したことによる固有モード $\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} \Big|_{DP}$ は,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} \Big|_{DP} = \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

平面波解に直すと,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} \Big|_{DP} = \mathbf{X}_{DP} \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-im_{\gamma'}t) \quad (2.14)$$

よって, DP を追加したことによる余剰な電場 $\mathbf{E}$ および DP 場 $\mathbf{E}_{DP}$ は, $E = -\frac{\partial A}{\partial t}$ より,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{E}_{DP} \end{pmatrix} \Big|_{DP} = -m_{\gamma'} \mathbf{X}_{DP} \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} \exp(-im_{\gamma'}t) \quad (2.15)$$

$\mathbf{X}_{DP}$ の第0成分を $X^0 = 0$ としていたので, $\mathbf{X}_{DP}$ は空間ベクトル $\mathbf{X}$ と同一である. 銀河に存在するコールドダークマター (相対論的速度を持たないダークマター) が全てダークフォトン由来であるとの仮定を挟めば, ダークフォトンのエネルギー密度は $\rho_{CDM} \sim 0.45 \text{ GeV/cm}^3$ [19] である.

単位体積あたりの運動エネルギーを考えて,

$$\rho_{CDM} = \frac{m_{\gamma'}^2}{2} |\mathbf{X}|^2 \quad (2.16)$$

と書ける [15, 20]. よって十分大きな体積で平均化した際の余剰電場 $\mathbf{E}_{res}$ の大きさは,

$$\sqrt{\langle |E_{res}| \rangle^2} = \sqrt{\chi^2 m_{\gamma'}^2 \langle |\mathbf{X}| \rangle^2} \quad (2.17)$$

$$= \chi \sqrt{2\rho_{CDM}} \quad (2.18)$$

と書ける. ただし, この式 2.17 は, (i) ダークフォトンは空間上ある特定の方向に偏光している, もしくは (ii) ダークフォトンはランダムな偏光性を持つ, というどちらの仮定においても成立する [15, 20].

この追加の電場を捉えることが, 光子転換を用いたダークフォトン探索実験の目的である.

2.2 キャビティハロスコープ実験の信号強度

本節では，前節で取り扱ったダークフォトンによって生成された余剰電場 E に対し，共振器がどのような信号強度を得るのかを考察する．

まず初めにいくつか言葉の定義を行う．

2.2.1 Q 値

Q 値 (Quality factor) とは，キャビティなど共振器に入った信号がどれくらいでロスするかを表す指標である．寿命 τ に対して，ロスレートを $\kappa \equiv \frac{1}{\tau}$ と定義すると，Q 値は中心周波数を ω_0 として，

$$Q = \frac{\omega_0}{\kappa} \quad (2.19)$$

と周波数とロスレートの比で表すことができる．Q 値が高いということは，時間あたりに損失する割合が低いということを意味し，キャビティやその他共振器の性能評価の指標として使われることが多い [21]．

また，キャビティの読み出し系において，アンテナなど外部と結合している際の Q 値のことを特に Loaded quality factor Q_L と呼ぶ．また Q_L は，外部と結合していなかった場合の真の値 Q_0 と外部損失のみを考えた Q_{ext} を用いて [22]，

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad (2.20)$$

と表すことができる．

2.2.2 反射波測定と透過波測定

共振器の中では共振周波数 f_0 に対応する振動数付近の波は損失しにくく， f_0 から外れた振動数の波は損失が激しい．ここで，入出力のためのアンテナポートを二つ持つ共振器を考える．片方のポートから電磁波を入射したとき，(ポート 1 とする) 同一の入射ポートで電磁波の入出力比率を測定すると反射係数が読み取れる．一方，入射ポートとは反対のポートで測定を行うと，これは透過係数を見ていることに等しい．これら反射波・透過波を測定することをそれぞれ S_{11} 測定， S_{21} 測定と呼ぶ (図 2.1)．

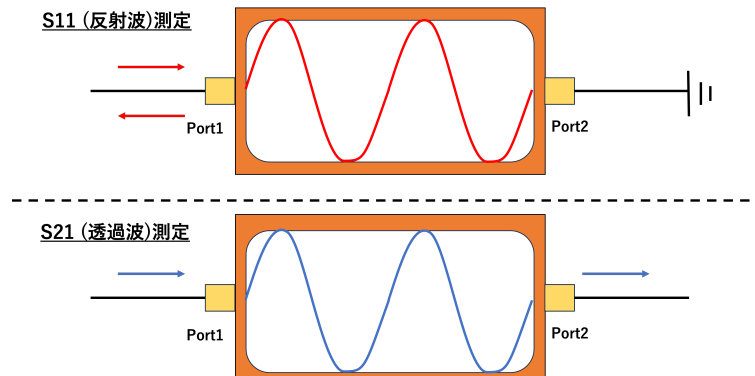


図 2.1: (上) S_{11} (反射波) 測定, (下) S_{21} (透過波) 測定

S_{11} 測定, S_{21} 測定における信号の反射率 R ・透過率 T は [21],

$$R = 1 - \frac{\kappa_1(\kappa_{in} + \kappa_2)}{\Delta_c^2 + (\kappa/2)} \quad (2.21)$$

$$T = \frac{\kappa_1\kappa_2}{\Delta_c^2 + (\kappa/2)^2} \quad (2.22)$$

ただし, $\Delta = \omega - \omega_c$ は共振器の共振周波数 ω_c との周波数差, $\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{in}$ で, κ_1, κ_2 は, ポート 1, ポート 2 の外部結合レート, κ_{in} はキャビティ内部で損失する内部ロスレートである.

2.2.3 カップリング係数 β

キャビティを使った信号読み出しの実験をする際に重要となるのは, キャビティ内の光子を外部のアナライザまで吸い出す割合である. この指標をカップリング係数 (Coupling coefficient) と呼び β で表し, $\beta \equiv Q_{ext}/Q_0$ と定義する. すなわち, $Q_L = \frac{\beta}{1+\beta}Q_0$ の関係式が成立する. また, この比率に関して, $\beta = 1$ の時を critical coupling と呼ぶ. 外部から入力したエネルギーが全て内部で消費されるので, 反射率は最小であり, 一般の入出力理論では最もエネルギー消費効率が良いとされる. また, $\beta > 1$ の時を over coupling, $\beta < 1$ の時を weak coupling と呼ぶ.

反射係数 Γ は β を用いて,

$$\Gamma = \frac{\beta - 1 - (2iQ_0\Delta f/f_0)}{\beta + 1 + (2iQ_0\Delta f/f_0)} \quad (2.23)$$

と表される [10]. ただし, Δf は $\Delta f = f - f_0$ である. この時 β について逆に解くと,

$$\beta = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}(1 + 2iQ_0\Delta f/f_0) \quad (2.24)$$

β は周波数によって依存しないので, $\Delta f = 0, f = f_0$ を取ると,

$$\beta = \frac{1 + \Gamma(f_0)}{1 - \Gamma(f_0)} \quad (2.25)$$

β と 1 の大小によって場合分けされ [11],

$$\beta = \begin{cases} \frac{1+|\Gamma(f_0)|}{1-|\Gamma(f_0)|} & \text{if over coupling} \\ 1 & \text{if critical coupling} \\ \frac{1-|\Gamma(f_0)|}{1+|\Gamma(f_0)|} & \text{if weak coupling} \end{cases} \quad (2.26)$$

となる. β と 1 の大小は Γ の位相を測定すると一意に定めることができる. 例えば $Q_0 = 10000, f_0 = 8.74$ GHz として $\beta = 0.5, 1, 2.0$ の各パターンについて式 2.23 の通りに Γ の位相 $\arg(\Gamma)$ を取ったものが図 2.2 である.

$\beta > 1$ の over coupling 状態 (図 2.2 緑線) では位相は常に単調かつ連続に減少する. 一方 $\beta = 1$ での critical coupling 状態 (図 2.2 橙線) では $f = f_0$ で $\Gamma = 0$ となり大きさ 2π 未満の位相の飛びが起こる. また, $\beta < 1$ での weak coupling 状態 (図 2.2 青線) では $f \sim f_0$ 近辺では増加に転じ, $f = f_0$ で -2π の位相の飛びが起こる.

実用上では, $f \sim f_0$ 近辺での位相変化の正負を計算することで β が over coupling か weak coupling かを判定することができる.

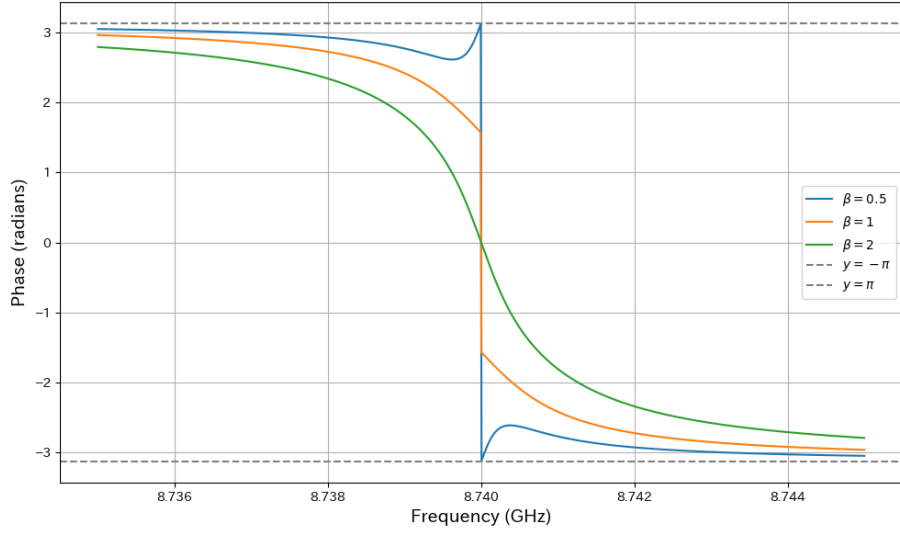


図 2.2: $\arg(\Gamma)$ の挙動を β の値に応じてプロットしたもの。横軸: 周波数 f , 縦軸: 位相 $\arg(\Gamma)$ 。青線・橙線・緑線はそれぞれ $\beta = 0.5(\text{weak}), 1(\text{critical}), 2.0(\text{over})$ に対応する。

キャビティハロスコープにおける信号

キャビティハロスコープ実験信号で読み出せるダークフォトンのパワー P_s は [20, 23],

$$P_s = \eta \chi^2 m_{\gamma'} \rho_{DM} V_{eff} Q_L \frac{\beta}{1 + \beta} L(f, f_0, Q_L) \quad (2.27)$$

ただし, χ は kinetic mixing parameter で, $m_{\gamma'}$ はダークフォトンの質量, η はフィルターによる減衰係数, ρ_{DM} はダークマターのエネルギー密度である。

また, V_{eff} は共振器の有効体積であり (体積) $V \times$ (formfactor) C_y で表され, (第 3 章を参照)

$$C_y = \frac{\left| \int dV \vec{E} \cdot \vec{X} \right|^2}{V \int dV |\vec{E}|^2 |\vec{X}|^2} \quad (2.28)$$

$$= \frac{\left| \int dV \vec{E} \cdot \vec{n}_y \right|^2}{V \int dV |\vec{E}|^2} \quad (2.29)$$

$L(f, f_0, Q_L)$ は Lorentzian で, 共振器の共振周波数を f_0 として

$$L(f, f_0, Q) = \frac{1}{1 + 4\Delta^2} \quad \left(\Delta = Q_L \frac{f - f_0}{f_0} \right) \quad (2.30)$$

となる。

第 3 章

超伝導量子ビットと共振器の二体相互作用

本章では、本実験で取り扱う変調可能なトランズモン量子ビットについて理論的側面から説明を加える。

3.1 超伝導量子ビットについて

超伝導量子ビットとは、ジョセフソン接合 (Josephson Junction, JJ) と呼ばれる薄膜接合に超伝導転移点下で生じるジョセフソン効果を利用して、量子計算で用いられる $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の二準位系を人工的に再現するものである。ジョセフソン接合は絶縁膜が非常に薄いので絶縁膜を挟んだ両側の電子 (ボースアインシュタイン凝縮によってクーパー対となっている) の波動関数の位相が揃おうと干渉し合い、位相差に応じた電流が流れるという性質がある [24]。この時、位相差を $\phi = \phi_1 - \phi_2$ とすると、

$$I(t) = I_c \sin \phi(t) \quad (3.1)$$

$$V(t) = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.2)$$

なる電流 $I(t)$ が流れ、電圧差 $V(t)$ が生じる [24]。ここでの I_c は臨界電流である。物理的な描像で見ると、電子クーパー対がトンネル効果により、絶縁体層を挟んで反対側の超伝導体層に移動する。この現象をジョセフソン効果と呼ぶ (図 3.1)。

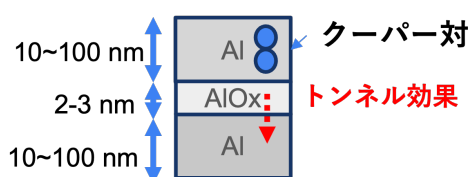


図 3.1: ジョセフソン効果

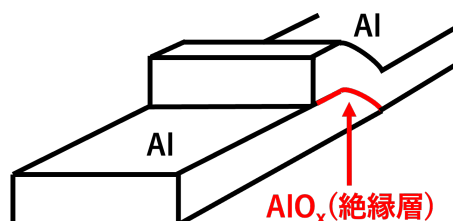


図 3.2: ジョセフソン接合の立体イメージ

ジョセフソン接合は絶縁層を二層超伝導薄膜 (Super conductor) で挟む SIS 接合と呼ばれる構造が主流である。超伝導薄膜は Al や Nb などの金属が使われる。実用上は立体構造を持ち、成膜した下層の金属を酸化させることで、絶縁層を形成させて実装する (図 3.2)。

3.1.1 トランズモン量子ビットにおける LC 回路の量子化

超伝導量子ビットは初め Cooper pair box という名称であり、1990 年代後半に実証実験が行われた [25]. しかし、当時の Cooper Pair Box には電荷のふらつきによるノイズが、量子状態のデコヒーレンスに大きく悪影響を与えてしまうという懸念材料があった. この問題を解決したのがトランズモン [26] と呼ばれる種類の量子ビットである. $1\mu\text{m}$ 以下のサイズのジョセフソン接合を、数百 μm オーダーの巨大な超伝導パッドで挟む (図 3.3) ことで、電荷エネルギー E_C を小さくし、ジョセフソンエネルギーとの比率 E_J/E_C を大きくすることで、電荷のふらつきによるノイズの影響を軽減させることに成功したとされる [26].

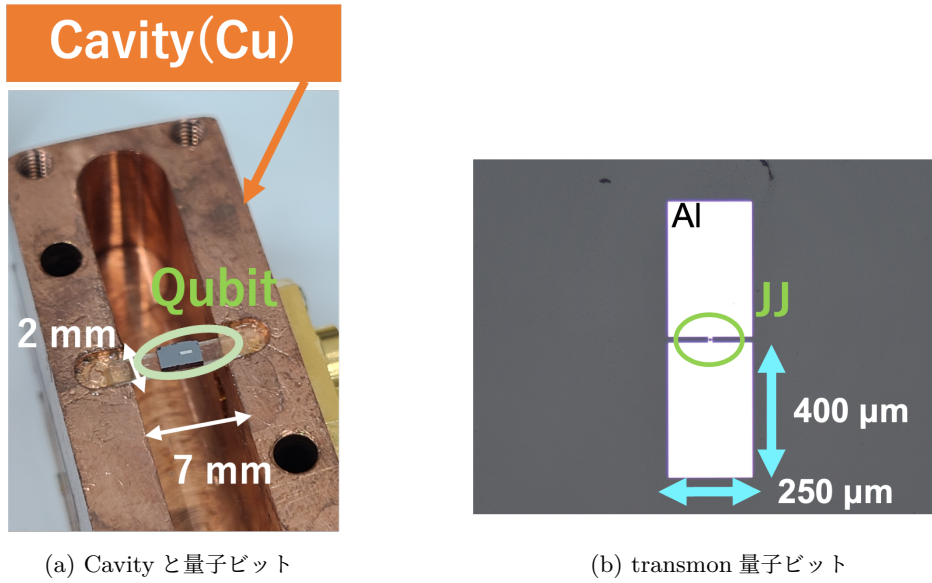


図 3.3: 実際に撮影した tunable transmon qubit のスケール

ここでは LC 回路を量子化することから始め、トランズモン量子ビットのハミルトニアンについて確認する. (以下、主に [21] に従って議論を行う.)

式 3.1 を、磁束量子 $\Phi_0 = h/2e$ とし、磁束を $\Phi_J = \phi/2\pi\Phi_0$ と書き直すと、

$$I(t) = I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (3.3)$$

$$V(t) = \frac{d\Phi_J}{dt} \quad (3.4)$$

$Q = CV = -\frac{dI}{dt}$ より Φ_J に関する微分方程式が導けて、

$$C \frac{d^2 \Phi_J}{dt^2} = -I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right) \quad (3.5)$$

この式 (3.5) をラグランジアンに再解釈することを考える. 式 (3.5) 左辺 $C \frac{d^2 \Phi_J}{dt^2}$ は位相の時間微分 $\frac{d\Phi_J}{dt}$ に依存したキャパシタンスに由来するエネルギー項、右辺は位相 Φ_J に依存したコイル部分によるポテンシャル

項とみなすことができる．この電荷エネルギー（運動エネルギー） T ，磁束エネルギー（ポテンシャルエネルギー） V は，

$$T = \frac{1}{2}C \left(\frac{d\Phi_J}{dt} \right)^2, \quad V = -\frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \cos 2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0} \quad (3.6)$$

ラグランジアン $L_{quantum}$ は，

$$L_{quantum} = T - V = \frac{1}{2}C \left(\frac{d\Phi_J}{dt} \right)^2 + \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} \cos \left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0} \right) \quad (3.7)$$

クーパー対の個数を $n_c = \frac{Q}{2C}$ とし，電荷エネルギーおよびジョセフソン接合部分のエネルギー非振動項を $E_C = \frac{e^2}{2C}$ ， $E_J = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi}$ と置き直すと，式 (3.7) に基づいたハミルトニアン $H_{quantum}$ は，

$$H_{quantum} = 4E_C n_c^2 - E_J \cos \left(2\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0} \right) \quad (3.8)$$

$$= 4E_C n_c^2 - E_J \cos \phi \quad (3.9)$$

ここで元の電荷 Q と位相差 Φ_J に関して，正準交換関係

$$[Q, \Phi_J] = i\hbar \quad (3.10)$$

を要請すると，式 3.8 における n_c と ϕ の交換関係は，

$$[n_c, \phi] = i \quad (3.11)$$

と求められる．ここで，生成消滅演算子 $a, a^\dagger$ を，

$$n_c = \left(\frac{E_J}{8E_C} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{a + a^\dagger}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.12)$$

$$\phi = \left(\frac{8E_C}{E_J} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{a - a^\dagger}{i\sqrt{2}} \right) \quad (3.13)$$

と導入する．トランズモン量子ビットは， $E_J/E_C \gg 1$ であり，電荷によるエネルギー準位のふらつきが少ない代わりに，非調和性を失っているため，低エネルギー準位においては，調和振動子による近似がある程度有効である [21]． $\cos \phi$ を $\cos \phi = 1 - \phi^2/2! + \phi^4/4! - \dots$ と非調和項の残る ϕ^4 まで展開して [21]， $H_{quantum}$ を a および $a^\dagger$ で書き直す．生成消滅演算子の項は交換関係 $[a, a^\dagger] = 1$ を利用して，

$$(a + a^\dagger)^2 = aa + a^\dagger a^\dagger + 1 + 2a^\dagger a \quad (3.14)$$

$$(a - a^\dagger)^2 = aa + a^\dagger a^\dagger - 1 - 2a^\dagger a \quad (3.15)$$

$$(a - a^\dagger)^4 = 6a^\dagger a^\dagger aa + 12a^\dagger a + const. \quad (3.16)$$

であることを加味して計算すると^{*1}，

$$H_{quantum} = (\sqrt{8E_C E_J} - E_C) a^\dagger a - \frac{E_C}{2} a^\dagger a^\dagger aa \quad (3.17)$$

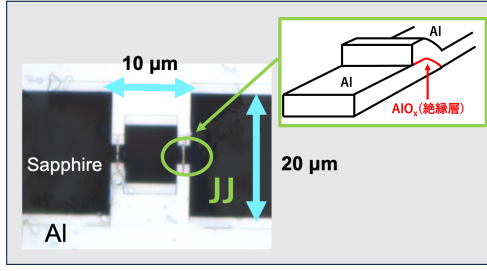
$$= \hbar \omega_q a^\dagger a + \frac{\hbar \alpha_q}{2} a^\dagger a^\dagger aa \quad (3.18)$$

となる．ただし，定数項は無視した．ここで， $\omega_q = \sqrt{8E_C E_J} - E_C/\hbar$ は量子ビットの共振周波数， $\alpha_q = -E_C/\hbar$ は量子ビットの非調和性を表すパラメータである．

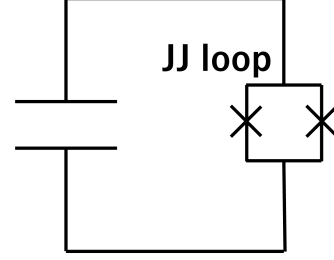
^{*1} ただし，今回は量子ビットの二準位系について考えているので， $a^{\dagger 4}$ など演算子の高次の項に関しては考慮していない．

3.1.2 変調可能トランズモン量子ビット

前節で述べたトランズモン量子ビットはジョセフソン接合が一つのみであったが、ジョセフソン接合を増やし、Pad 構造の間のジョセフソン接合を SQUID(超伝導量子干渉計) に似たループ構造にすることで、ループを貫く磁束によって、量子ビットのエネルギー準位を変化させることができる。



(a) 光学顕微鏡によるジョセフソン接合ループの実物



(b) tunable transmon と等価な回路

図 3.4: ジョセフソン接合のループ

図 3.4a のような並列にジョセフソン接合を持つトランズモン量子ビット (回路としては図 3.4b と等価) のジョセフソン接合部分のハミルトニアンを考える [26]. それぞれのジョセフソンエネルギーを E_{J1}, E_{J2} , 接合における位相差を ϕ_1, ϕ_2 とすると,

$$H_J = -E_{J1} \cos \phi_1 - E_{J2} \cos \phi_2 \quad (3.19)$$

ループを一周した時の磁束が量子化されていることを考えると,

$$\phi_1 - \phi_2 = 2\pi \frac{\Phi'}{\Phi_0} + 2\pi n \quad (3.20)$$

ただし n は一般の整数であり, Φ_0 は磁束量子 $h/2e$, Φ' は接合ループを貫く磁束量である.

この時, ハミルトニアンを総ジョセフソンエネルギー $E_{J\Sigma} = E_{J1} + E_{J2}$, 有効位相差 $\psi = (\phi_1 + \phi_2)/2$ を用いて,

$$H_J = -E_{J\Sigma} \cos\left(\frac{\pi\Phi'}{\Phi_0}\right) \sqrt{1 + d^2 \tan^2\left(\frac{\pi\Phi'}{\Phi_0}\right)} \cos(\psi - \psi_0) \quad (3.21)$$

と変形できる [26]. ここで d は二つのジョセフソンエネルギーの相対的な非対称性を表し,

$$d = \frac{E_{J2} - E_{J1}}{E_{J1} + E_{J2}} \quad (3.22)$$

この時, 二つのジョセフソン接合がほぼ等価だとして, $d \sim 0$ とモデルを単純化すると,

$$H_J \sim -E_{J\Sigma} \cos\left(\frac{\pi\Phi'}{\Phi_0}\right) \cos \phi \quad (3.23)$$

という形で書け, エネルギー準位がループを貫く磁束 Φ' に応じて変化を受けることが分かる.

3.2 超伝導量子ビットと Cavity の二体相互作用

3.2.1 Jaynes-Cunmmings model におけるハミルトニアン

超伝導量子ビットと空洞共振器の二体相互作用は Jaynes-Cummings model と呼ばれる簡単な相互作用系で記述可能である。本節では、理論の観点からこれら相互作用の確認を行う ([21] の流れに従う)。

量子ビットと共振器の相互作用を含めたハミルトニアン H は以下のように書ける。

$$\hat{H} = \hat{H}_q + \hat{H}_c + \hat{H}_{int} \quad (3.24)$$

ここで、 H_q は量子ビットの基底状態 $|g\rangle$ および励起状態 $|e\rangle$ 間におけるエネルギー遷移のハミルトニアン、 $\hat{H}_c$ は共振器の空間内部に存在する光子の個数に応じたエネルギー状態を表すハミルトニアン、 $\hat{H}_{int}$ は量子ビット、共振器の相互作用に伴うハミルトニアンである。

まず量子ビットのハミルトニアン $\hat{H}_q$ は、

$$\hat{H}_q = \frac{\hbar\omega_q}{2}\hat{\sigma}_z \quad (3.25)$$

と書ける。ただし、 ω_q は基底状態と励起状態のエネルギー差 ΔE_q に対し、 $\Delta E_q = \hbar\omega$ を満たす量子ビットの励起周波数であり、 $\hat{\sigma}_z$ はパウリ演算子の z 成分で、

$$\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| \quad (3.26)$$

である。まとめると、この項はハミルトニアン $\hat{H}_q$ に対し、基底状態 $|g\rangle$ で固有値 $-\frac{\hbar}{2}\omega_q$ を、励起状態 $|e\rangle$ で固有値 $\frac{\hbar}{2}\omega_q$ を得る。

共振器のハミルトニアン、 $\hat{H}_c$ は、

$$\hat{H}_c = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (3.27)$$

である。このハミルトニアンは基底状態をエネルギー 0 とした自由空間における調和振動子と同じで、 ω_c は共振器の共振周波数であり、 $\hat{a}^\dagger, \hat{a}$ は共振器内の光子に対応する生成消滅演算子である。 $\hat{a}^\dagger, \hat{a}$ は光子数 n の状態 $|n\rangle$ に対し、

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (3.28)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (3.29)$$

$$\hat{a}^\dagger\hat{a} = \hat{n} \quad (3.30)$$

と作用する。ここで $\hat{n}$ は共振器内の光子数に対応する数演算子で、状態 $|n\rangle$ に対して、

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle \quad (3.31)$$

と作用する。

残りの相互作用ハミルトニアン H_{int} について考える (以下添字の置き方は [21] や [27] に従っている)。超伝導量子ビットと共振器の相互作用は量子ビット遷移双極子モーメント $\hat{d}$ と共振器内の電場 $\hat{\mathbf{E}}$ によって $\hat{d} \cdot \hat{\mathbf{E}}$ と書ける。一方 $\hat{d}$ は、

$$\hat{d} = \mu(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) \quad (3.32)$$

$$= \mu(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-) \quad (3.33)$$

ただしパラメータ μ は,

$$\hat{\mu} = e\langle e|\hat{r}|g\rangle \quad (3.34)$$

の位置演算子 $\hat{r}$ に依存した双極子モーメントの大きさ $\hat{\mu}$ について、構造が微小で位置の依存性が無視できることから、 $\hat{r} = r$ と定数で置き換えたパラメータである。 $\hat{\sigma}_+$ と $\hat{\sigma}_-$ はそれぞれ量子ビットを励起、脱励起させる演算子に相当する。電磁場の量子化を考えると電場 $\hat{\mathbf{E}}$ はゼロ点電場強度 E_0 と生成消滅演算子を用いて、

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = E_0 \left(\hat{a} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + \hat{a}^\dagger e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right) \quad (3.35)$$

である。ここで基準となるエネルギー E_0 はモードのエネルギーが $H = \frac{1}{2}\hbar\omega$ の際の電場振幅であり、

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \quad (3.36)$$

ただし、 ω は電磁場の固有振動数、 ϵ_0 は真空の誘電率、 V はモードが占める有効体積である。式 (3.35) に関して、指数関数の肩の位相を適切に取れば、

$$\hat{\mathbf{E}} = E_0(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (3.37)$$

と表されるので、系の相互作用ハミルトニアン H_{int} は、

$$H_{int} = \mu E_0(\sigma_+ + \sigma_-)(a + a^\dagger) \quad (3.38)$$

$$= \mu E_0(\sigma_+ a^\dagger + \sigma_- a + \sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (3.39)$$

$\sigma_+ a^\dagger$ や $\sigma_- a$ の項は周波数振動が $\sigma_- a^\dagger$ や $\sigma_+ a$ に比べて早く、近似として無視することができて (回転波近似),

$$H_{int} \sim \mu E_0(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (3.40)$$

この相互作用を Jaynes-Cummings 相互作用と呼び、カップリング定数を $g = \mu E_0/\hbar$ と定義する。

最終的に Jaynes-Cummings model におけるハミルトニアンは、

$$H = \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar}{2}\omega_q \sigma_z + \hbar g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (3.41)$$

である。

3.2.2 ハイブリッド系と混合角

以下この Jaynes-Cummings model は量子ビットと共振器の二つの状態が混合している、ハイブリッド系である。この混合状態について詳しく確認する ([27] の流れを踏まえている)。

新しく混合された状態を $|+\rangle, |-\rangle$ とする。量子ビットと共振器のハイブリッド系の総光子数を n とすると、量子ビットと共振器の状態はそれぞれ、量子ビットが基底状態で共振器に光子が n 個存在する $|g\rangle \otimes |n\rangle = |g, n\rangle$ 状態と、量子ビットが励起状態で共振器に光子が $n-1$ 個存在する $|e\rangle \otimes |n-1\rangle = |e, n-1\rangle$ の二状態で書けるという仮定を置く。混合状態 $|+\rangle, |-\rangle$ は、

$$|+\rangle = \alpha|g, n\rangle + \beta|e, n-1\rangle \quad (3.42)$$

$$|-\rangle = \beta|g, n\rangle - \alpha|e, n-1\rangle \quad (3.43)$$

と, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ なる α, β で表せる^{*2}. ここで, 基底状態の $|g, n\rangle$ と $|e, n-1\rangle$ を行列の基底,

$$|g, n\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |e, n-1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

とした時のハミルトニアン H は,

$$\begin{aligned} \langle g, n | \hat{H} | g, n \rangle &= \hbar\omega_c n - \hbar\omega_q/2 \\ \langle e, n-1 | \hat{H} | e, n-1 \rangle &= \hbar\omega_c(n-1) + \hbar\omega_q/2 \\ \langle e, n-1 | \hat{H} | g, n \rangle &= \langle g, n | \hat{H} | e, n-1 \rangle \\ &= \hbar g \sqrt{n} \end{aligned}$$

から, 以下のように行列形式のハミルトニアン H で表せる.

$$H = \begin{pmatrix} \hbar\omega_c n - \hbar\omega_q/2 & \hbar g \sqrt{n} \\ \hbar g \sqrt{n} & \hbar\omega_c(n-1) + \hbar\omega_q/2 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$= \frac{\hbar\omega_c(2n-1)}{2} + \begin{pmatrix} -\frac{\hbar}{2}(\omega_q - \omega_c) & \hbar g \sqrt{n} \\ \hbar g \sqrt{n} & \frac{\hbar}{2}(\omega_q - \omega_c) \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

$$= \frac{\hbar\omega_c(2n-1)}{2} + \sqrt{\left\{ \frac{\hbar(\omega_q - \omega_c)}{2} \right\}^2 + \hbar^2 g^2 n} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_n & \sin 2\theta_n \\ \sin 2\theta_n & \cos 2\theta_n \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

ただし θ_n は, $\tan 2\theta_n = 2g\sqrt{n}/(\omega_q - \omega_c)$ を満たす. このハミルトニアンの固有値 $E_{\pm, n}$ は,

$$E_{\pm, n} = \frac{\hbar\omega_c(2n-1)}{2} \pm \sqrt{\left\{ \frac{\hbar(\omega_q - \omega_c)}{2} \right\}^2 + \hbar^2 g^2 n} \quad (3.48)$$

である. エネルギー固有値のうちの一つ $E_{+, n}$ に対応するエネルギー固有状態を $|+\rangle$ とすると, $H \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} =$

$E_{+, n} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ だから,

$$(H - E_{+, n}) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 0 \quad (3.49)$$

$$\begin{pmatrix} -2\cos^2 \theta_n & \sin 2\theta_n \\ \sin 2\theta_n & -2\sin^2 \theta_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = 0 \quad (3.50)$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \tan \theta_n \quad (3.51)$$

と α と β の関係式が求まる. 規格化条件も含めると α, β は,

$$\alpha = \sin \theta_n, \beta = \cos \theta_n \quad (3.52)$$

となる. この θ_n を共振器と量子ビットの混合角と定義する.

まとめると共振器-量子ビットのハイブリッド系 $|+\rangle, |-\rangle$ は,

$$|+\rangle = \sin \theta_n |g, n\rangle + \cos \theta_n |e, n-1\rangle \quad (3.53)$$

$$|-\rangle = \cos \theta_n |g, n\rangle - \sin \theta_n |e, n-1\rangle \quad (3.54)$$

^{*2} 式 3.43 における係数は $\langle + | - \rangle = 0$ の条件から, $(-\beta, \alpha)$ もしくは $(\beta, -\alpha)$ の二通りが許容される. 今回は後述の $\alpha \rightarrow 0$ とした際の漸近状態 ((★) を参照) を考慮したかったために本文中での符号の組み合わせ $(\beta, -\alpha)$ とした.

と混合角 θ_n で混合する。ただし、 θ_n は

$$\theta_n = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2g\sqrt{n}}{\Delta} \right) \quad (3.55)$$

を満たす。 $\Delta \equiv \omega_q - \omega_c$ は量子ビットと共振器の周波数差を示し、離調 (detuning) と呼ばれる。

3.2.3 Jaynes-Cummings Hamiltonian の対角化

この節では式 3.41 で示したハミルトニアンを周波数変調の形式が見やすくなるよう対角化して、元の量子ビットと共振器の周波数 ω_q, ω_c が相互作用を組み込んだ周波数 ω'_q, ω'_c に shift することを見る。

以下カップリング係数 g が離調 Δ に比べて十分小さい領域を考える ($g \ll \Delta$)。この領域を分散領域 (dispersive regime) と呼ぶ。この時混合角 θ_n は、 $\tan \theta_n \sim \theta_n$ の近似から、

$$\theta_n \sim \frac{g\sqrt{n}}{\Delta} \quad (3.56)$$

の近似解を得る。この時、分散領域におけるハイブリッド系の状態 $|+\rangle, |-\rangle$ は、

$$|+\rangle \sim \frac{g\sqrt{n}}{\Delta} |g, n\rangle + |e, n-1\rangle \quad (3.57)$$

$$|-\rangle \sim |g, n\rangle - \frac{g\sqrt{n}}{\Delta} |e, n-1\rangle \quad (3.58)$$

と近似される。相互作用が 0 に近づくと、 $|+\rangle$ は量子ビットの励起状態 $|e, n-1\rangle$ に、 $|-\rangle$ は共振器の光子が n 個になる状態 $|g, n\rangle$ に漸近するので、それぞれ $|e, n-1\rangle \rightarrow |+\rangle, |g, n\rangle \rightarrow |-\rangle$ とそれぞれ独立して相互作用によって共振周波数が変化したとする^{*3}(★)。

まず共振器側のエネルギー変化は、光子 n 個状態から $n-1$ 個状態への遷移を考える。以下示すが、共振器の遷移エネルギーは量子ビットの状態によって変わる。

まず量子ビットが基底状態の際の共振器エネルギー遷移は、

$$\Delta E_{g,n} = E_{g,n} - E_{g,n-1} \quad (3.59)$$

$$= \hbar\omega_c n \quad (3.60)$$

$$\Delta E_{-,n} = E_{-,n} - E_{-,n-1} \quad (3.61)$$

$$\sim \hbar\omega_c n - \hbar \frac{g^2}{\Delta} \quad (3.62)$$

一方で、量子ビットが基底状態の際の共振器エネルギー遷移は、

$$\Delta E_{e,n} = E_{e,n} - E_{e,n-1} \quad (3.63)$$

$$= \hbar\omega_c n \quad (3.64)$$

$$\Delta E_{+,n} = E_{+,n} - E_{+,n-1} \quad (3.65)$$

$$\sim \hbar\omega_c n + \hbar \frac{g^2}{\Delta} \quad (3.66)$$

^{*3} 相互作用が十分小さいためこのような仮定を置いても良い。

ただし両者共に、 $g/\Delta \ll 1$ の微小近似を用いて展開した。両者をまとめると、相互作用を考慮しない共振器の遷移エネルギー $\Delta E_{n,cavity}$ と相互作用を考慮した遷移エネルギー $\Delta E_{\pm,n}$ は、

$$\Delta E_{n,cavity} = \hbar\omega_c n \quad (3.67)$$

$$\Delta E_{\pm,n} = \hbar\omega_c n + \hbar\xi\sigma_z \quad (3.68)$$

とパウリ演算子 σ_z を用いて表される。ただし、 ξ は dispersive shift と呼ばれ、 $\xi \equiv g^2/\Delta$ と定義する^{*4}。すなわち、共振器の周波数は $\omega_c \rightarrow \omega'_c$ にシフトして、

$$\omega'_c = \omega_c + \xi\sigma_z \quad (3.69)$$

と変調される。

同様に、相互作用を考慮しない量子ビット側の遷移エネルギー遷移 $\Delta E'_n$ および相互作用を考慮したエネルギー遷移 $\Delta E'_{\pm,n}$ は、

$$\Delta E'_n = \hbar\omega_q \quad (3.70)$$

$$\Delta E'_{\pm,n} = E_{+,n} - E_{-,n-1} \quad (3.71)$$

$$= \hbar\omega_q + \hbar\xi(2n-1) \quad (3.72)$$

と書けるので、周波数遷移 $\omega_q \rightarrow \omega'_q$ は、

$$\omega'_q = \omega_q + \xi(2n-1) \quad (3.73)$$

と書ける (ただし、 n は共振器と量子ビットの光子数の総和で $n \geq 1$ である)。

まとめると相互作用を含めたハミルトニアン H は、式 3.41 からさらに書き直すことができ、

$$H = \hbar\left(\omega_c + \frac{g^2}{\Delta}\sigma_z\right)a^\dagger a + \frac{\hbar}{2}\left[\omega_q + \frac{g^2}{\Delta}(2a^\dagger a - 1)\right]\sigma_z \quad (3.74)$$

$$\Rightarrow H = \hbar(\omega_c + \xi\sigma_z)a^\dagger a + \frac{\hbar}{2}[\omega_q + \xi(2a^\dagger a - 1)]\sigma_z \quad (3.75)$$

と dispersive shift 量 $\xi \equiv g^2/(\omega_q - \omega_c)$ で書き下すことができる。

3.2.4 Jaynes-Cummings model における周波数変調

前節で求めた対角化された Jaynes-Cummings ハミルトニアン (式 3.75) から、実際に観測される周波数変調にはどのような種類が代表的なものを例示する。

Lamb shift

量子ビットと共振器の基底エネルギーが非結合な状態 (bare-state と呼ぶ) から結合している状態 (dressed-state と呼ぶ) へと遷移する際量子ビットおよび共振器の周波数差のことを Lamb shift と呼ぶ。

周波数変調量 $\Delta\omega_{c,Lamb}$, $\Delta\omega_{q,Lamb}$ はそれぞれ、

$$\Delta\omega_{c,Lamb} = \xi\sigma_z \quad (3.76)$$

$$\Delta\omega_{q,Lamb} = \xi \quad (\because n = 1) \quad (3.77)$$

である。

^{*4} 一般にはこの dispersive shift 量は χ で表されることが多いが [27]、本論文では χ はダークフォトンと光子の結合定数で既に使われているので代わりに ξ で表す。

AC-stark shift

量子ビットが共振器内の光子数 n に応じて周波数が変化する shift のことを AC-stark shift(交流 Stark 効果) と呼ぶ. AC-stark shift による周波数変調量 $\Delta\omega_{q,stark}$ は

$$\Delta\omega_{q,stark} = 2\xi n \quad (3.78)$$

である.

Dispersive shift

共振器が量子ビットの状態 $|g\rangle, |e\rangle$ に応じて周波数変調することを dispersive shift と呼ぶ. この時共振器の周波数変調量 $\Delta\omega_{c,dispersive}$ は,

$$\Delta\omega_{c,dispersive} = 2\xi \quad (3.79)$$

である.

3.2.5 (補足) 本研究で用いた周波数変調

本実験で用いられる周波数変調は Lamb shift を用いる. 詳細は後の第 5 章で述べるが, ダークフォトンの探索実験の際には量子ビットは励起させないまま量子ビットの励起周波数を外部磁束によって変動させ, 共振器の周波数変調を見る. そのため, 本研究で用いた共振器の周波数変調量 $\Delta\omega_{q,exp}$ は, $\omega_q > \omega_c$ の領域において,

$$\Delta\omega_{q,exp} = -\xi \quad (3.80)$$

$$= -\frac{g^2}{\Delta} \quad (3.81)$$

である.

3.3 Ansys HFSS による有限要素法シミュレーション

本節では, Ansys HFSS による有限要素法を用いて, 超伝導量子ビットを古典系の LC 回路とみなし, 本実験と同一のデザインでシミュレーションを行った結果を報告する. このシミュレーションを通じて, 古典に近似した系の理論的な変調領域, および共振器のダークフォトン検出効率係数である form factor, C を見積もった.

3.3.1 有限要素法 (FEM) とは

有限要素法とは Finite Element Method(FEM) と呼ばれ, 厳密に解を求めることの難しい物理系において近似解を出す数値解析手法の一種である. ある有限な体積の系に対し, 微小な有限体積 (メッシュ) で分割を行い, 各有限体積に対する応答を足し合わせることで, 最終的なシミュレーション結果を得る. 実際には初期値から誤差評価を行い, 誤差が設定した許容誤差以下になる, もしくは指定回数に到達するまで, ループを繰り返す.

メッシュを細かく切れば切るほど近似解が正確になるが, それだけ多くの時間と PC の処理能力が必要となる.

3.3.2 Cavity-qubit 二体系の電磁界シミュレーション

量子ビットのジョセフソン接合部分を古典系の LC 回路に置換して、実際の共振器と LC 回路の構造でどのような相互作用が起こるかのシミュレーションを行った。固有値モードで解析を行い、実際に電流値をスイープする代わりに、古典 LC 回路のインダクタンス L_j を変化させ、 L_j に対する各固有モードの周波数変化を見た。

セットアップとしては実際の共振器のサイズおよび材質を再現した CAD ファイルを AutoCAD で作成、Auto fusion 360 で step ファイルに変換したのち、Ansys HFSS(2023 R2) で読み込んだ。実物の共振器および量子ビットとシミュレーション上でのモデルの対応関係を示したものが図 3.5 である。まず実物に関して(図 3.5a)、銅で作られた共振器における測定用の空洞にはまずブリッジ状のサファイアが端から反対側へと架橋されていて、その上に $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ 程度の正方形の量子ビットチップがグリースで接着している。また共振器の外側には NbTi を素材とする超伝導コイル線が巻かれている。

一方で Ansys によるシミュレーションでモデル化した共振器および量子ビットを倍率を変えて徐々に拡大したものが図 3.5b-図 3.5d である。

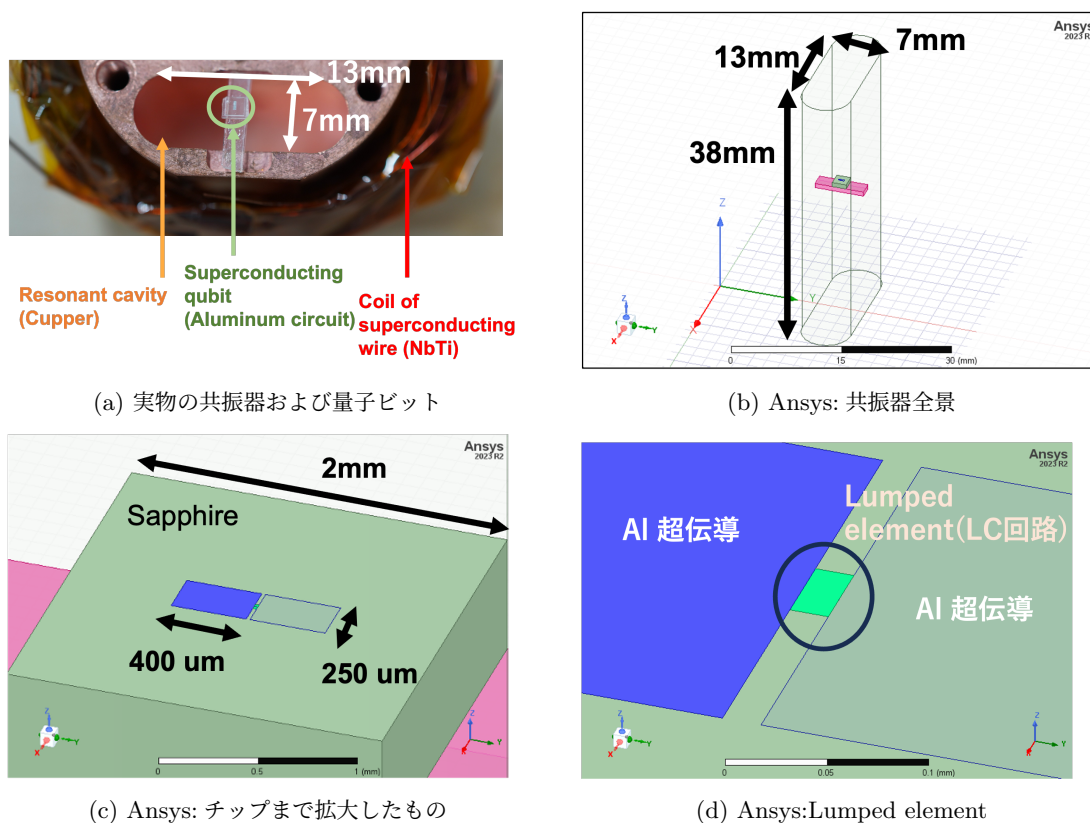


図 3.5: 実物の共振器および Ansys シミュレーション上での共振器および量子ビット

ソフトウェア上では共振器は、”Lumped element” と呼ばれるインダクタンス L と静電容量 C を持った LC 回路(図 3.5d)に置換する。実物の共振器と量子ビットの系に対し、コイル(図 3.5a 参照)によって外部から量子ビット回路表面に貫く磁束が増減すると、ジョセフソンエネルギー E_J が変化する。この E_J の変化を、

ソフトウェア上では L_J を動かすことでシミュレーションする。

横軸が量子ビットのインダクタンス L_J 、縦軸が共振器の共振周波数として、最低次のモードと第二次のモードをシミュレーション上で計算し、fit 曲線 $f_q = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ でフィッティングを行ったものが、図 3.6 である。フィッティングの結果から、量子ビット (図左上 → 図右下) と共振器 (図の定数部分) の共振周波数が交差していることが分かる。

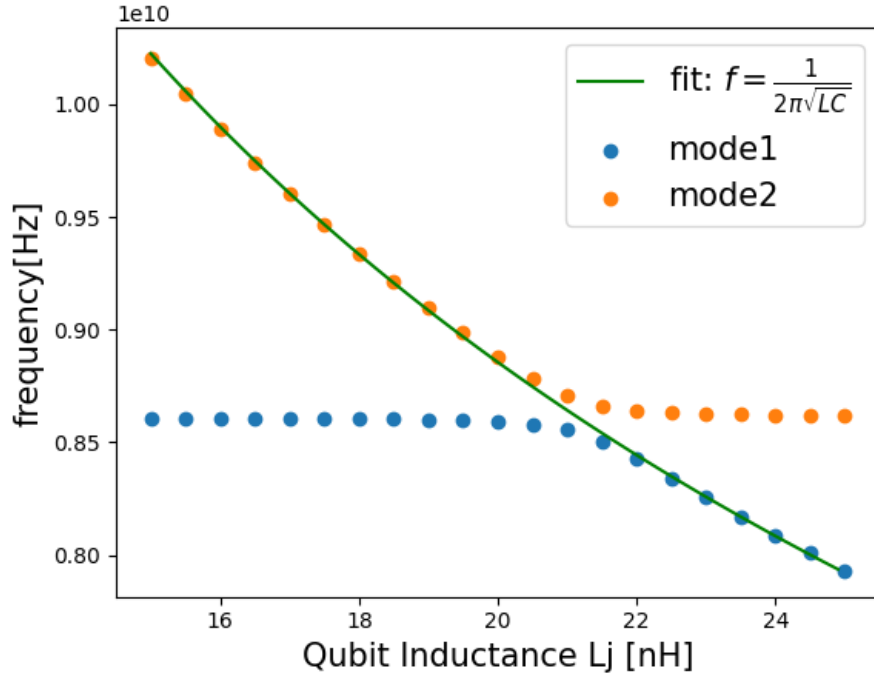


図 3.6: 量子ビット (橙→青) と共振器 (橙→青) のモード交差, および量子ビット周波数のフィット (緑)

このとき、fit した電荷容量のパラメータ C は $C = (16.15 \pm 0.01) \text{ fF}$ であった。

二つの固有モードが交差する時、周波数変調が最大となっている。実際に相互作用最大の時と最小の時の電磁場の様子を三次元上でシミュレーションを行った。最低次の固有モードに対して、 L_J を変えていき、アンテナに対し垂直な方向 (y 軸) の断面で電場分布をスキャンした。 $L_J = 10 \text{ nH}$ (図 3.7) では量子ビット周辺に特に強い電場は立っておらず、共振器のモードに非常に近い。一方でモード交差点に近い $L_J = 21 \text{ nH}$ (図 3.8) では、qubit 周辺に局所的に強い電場が発生しており、共振器の電場エネルギーが一部吸われている。

3.3.3 form factor の計算

第 2 章で述べたように、キャビティハロスコープでどれだけ電磁波が拾えるかはキャビティ内部の電磁場の様子に依存する。この電磁場の依存性を表した指標が form factor と呼ばれる指標で、 C と表す。キャビティハロスコープ実験ではアンテナの軸方向のみに感度を持つ。今回のデザインでは y 軸方向のみとなる。この

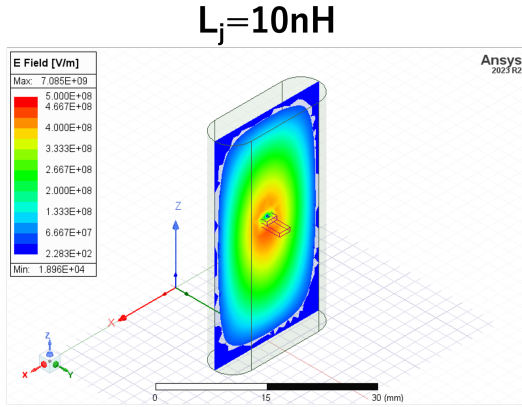


図 3.7: $L_J = 10\text{ nH}$ での電磁場固有モード

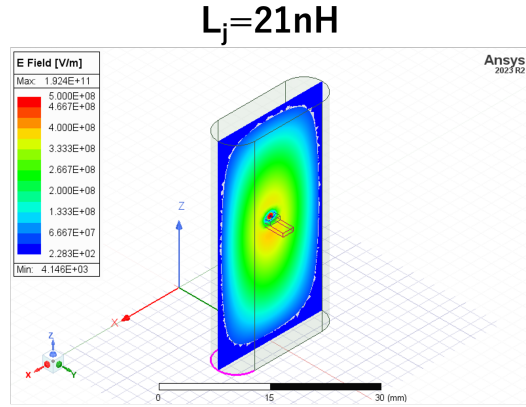


図 3.8: $L_J = 21\text{ nH}$ での電磁場固有モード

時, y 方向の form factor C_y は, キャビティ内全体積について積分を行って,

$$C_y = \frac{\left| \int dV \vec{E} \cdot \vec{X} \right|^2}{V \int dV |\vec{E}|^2 |\vec{X}|^2} \quad (3.82)$$

$$= \frac{\left| \int dV \vec{E} \cdot \vec{n}_y \right|^2}{V \int dV |\vec{E}|^2} \quad (3.83)$$

ただし, $\vec{E}$ は指定する電場のモード, $\vec{X}$ はダークフォトン場, $\vec{n}_y$ は y 軸方向の単位ベクトルである. 分母は電場およびダークフォトン場のそれぞれのエネルギーを示していて, 分子が電場とダークフォトン場の方向がどれだけ一致しているかを全体積のエネルギーで規格化したものである. form factor C_y は実際にダークフォトン場が y 軸方向に生じた際に, どの程度のエネルギー効率を持つかを示している. ダークフォトン場の強度は未知数であるが, form factor の計算上は単位ベクトルにスケーリングすることができる ($|\vec{n}_y| = 1$).

前節と同様に, LC 回路のインダクタンス L_J をスイープし, form factor がどのように変化するかを確認する. ANSYS HFSS の field calculator という機能で, form factor は簡単に計算できる.

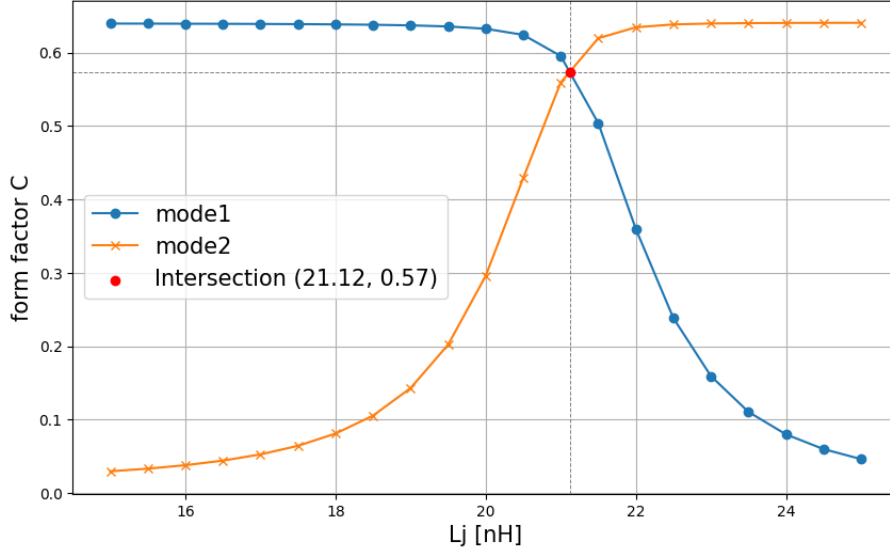


図 3.9: form factor C_y の量子ビットのインダクタンス L_j に対する変化

また、共振器の周波数変調に対して、どの程度 form factor が悪化しているのかを考えるために、各結果を線形補完し、form factor が最も悪化する値を導出した。電磁場におけるセットアップと同一の状態で量子ビットのインダクタンス L_j を変化させながら、最低次数と第二次の電場の固有モードについて form factor を計算した。

form factor は電磁界シミュレーションと同じように途中で二つのモードの対応関係が交差する。form factor は体積分を行う関係上、局所的にのみ電場が立つモードは低くなる。そのため量子ビットのモードより共振器のモードの方が form factor は高いと推測される。よって、2つのモードをプロットし、より form factor が高い方が共振器のモード由来であると結論づけた。図 3.9 から、最も form factor が良い時は、共振器と量子ビットの周波数が十分離れている時で、 $C \sim 0.64$ 。最も form factor が悪化するのは最大変調の時で、その値は $(21.57 \text{ nH}, 0.57)$ であると読み取れる。

また今節でのシミュレーションでは最終的な解析においては考慮すべき点をいくつか省いており、後の章で解説を加える。

- この form factor C_y はアンテナの方向と電場の方向のみを考慮しており、ダークフォトン場がアンテナに対して実際にどの方向に向いているかは考慮していない。そのため、ダークフォトンの偏光に応じて form factor(=感度)が悪化する。この点に関しては本解析の第 6.8 節にて加味を行う。
- この HFSS のシミュレーションでは qubit-like な状態 $|+\rangle$ であっても cavity-like な状態 $|-\rangle$ であっても信号として読み出せ、エネルギーが吸い出せるとした。量子ビットの脱励起時間 τ は高々 us オーダーであり、測定 (秒オーダー) に対して十分短いので、量子ビットが励起しても測定の時間内共振器との結合を通じてアンテナから吸い出せると考えられるためである。しかし qubit-like なモード $|e, n-1\rangle$ を読み出せないとする立場もあり、この場合混合角 θ_n に応じて form factor が悪化する。この点に関しては AppendixB で取り扱う。

第 4 章

超伝導量子ビットの作製

4.1 はじめに

本章では、実験のセットアップで用いた実験装置についての説明および実験を行う上での原理について解説を加える。この章では本実験で用いた超伝導量子ビットがどのような製作過程を経て作られるのか主にクリーンルーム内の装置を例示しながら解説を加える。

4.2 全体の工程について

量子ビット製作は東京大学の武田先端知クリーンルーム、沖縄科学技術大学院大学 (OIST)、スイス連邦工科大学ローザンヌ校 (EPFL)、シカゴ大学の各地でレシピを少しずつ変えながら製作した。

基本的なプロセスは以下の通りである。レジストと呼ばれる感光剤が混ざった溶剤を基盤の上に塗布し、その上から光レーザーまたは電子線を照射する。(それぞれ、フォトリソグラフィ、もしくは E-Beam リソグラフィと呼ぶ。) レジストの性質によって、照射した部分の反応性がしていない部分と変化するので、特定の水溶液に浸すことで、照射した部分のみを選択的に溶かす (or 残す) ことができる。このようにして作られたマスク部分に対し、基盤上方向から金属を蒸着することで、選択的に基盤上に金属を成膜することができる。最後にリフトオフという工程で、全てのレジストを溶解させることで、基盤に成膜された金属のみを残すことができる。このようにして回路を形成する。超伝導量子ビット製作の各工程を図として表したものが、図 4.1 である。

通常 4inch wafer(直径 10 cm) のシリコンまたはサファイア基盤に対し、複数 (~500 個) の量子ビットを一斉に描画・加工し、リフトオフと呼ばれる工程の直前に各チップへの切断を行う。(リフトオフの前に切断を行うのは、リフトオフ後に切断すると切断した破片が基盤上に刺さりデコヒーレンスの原因となるためである。)

我々の研究チームではジョセフソン接合は主にアルミニウムで作製しているが、Josephson Junction の素材以外にも超伝導量子ビットの製作にはいくつかパターンがある。まず基盤がシリコンかサファイアかという分類がある。サファイアの方が寿命が出やすいことが研究でわかっているが、Si の方が既存の半導体技術を活用することが容易で、取れる選択肢が多い。次に、JJ 部分以外の巨大な Pad(island) 部分を何で形成するかに関して、Josephson Junction と同じく island 部分も Al で作製する方がプロセスとしては容易になるが、主流となっているのは IsLands 部分を Nb, Ta など他の金属で別々に形成する方法である。また、JJ 回路部分に

関しても Dolan-bridge という架橋するタイプと Manhattan という非架橋な製法の二種類が存在する。

代表として、今回の DP 探索実験で用いた Pad と JJ とともにアルミニウムの回路を形成する場合のレシピを以下に記述する (ダイアグラムを 4.1 に示す)。

4.2.1 基盤の洗浄

自然酸化による酸化膜の除去および表面の洗浄のため、一番初めの処置としてウエハを洗浄する。代表的なものは HF(フッ化水素) で短時間浸す。

レシピ

1. HF 1min
2. DI water 1min
3. DI water 1min
4. 乾燥のため、210 °C に加熱する。

4.2.2 レジストコーティング

レジストと呼ばれる液剤を基盤上に塗布する。均一に塗布できるようにスピンコーター (図 4.2) と呼ばれる円盤上の機械上でスポイトを用いて中心を塗布し、コーターを回転させることで遠心力によって均等に外側に広げさせる。回転数および時間はレジストの種類および形成したい層の厚さに応じて異なる。

また各レジストを塗布したあとは、ホットプレート (図 4.3) で数分間加熱する。これはレジストの定着を促進するためである。

レジストにはネガティブレジスト・ポジティブレジストといった分類があり、後のリソグラフィ工程で光・

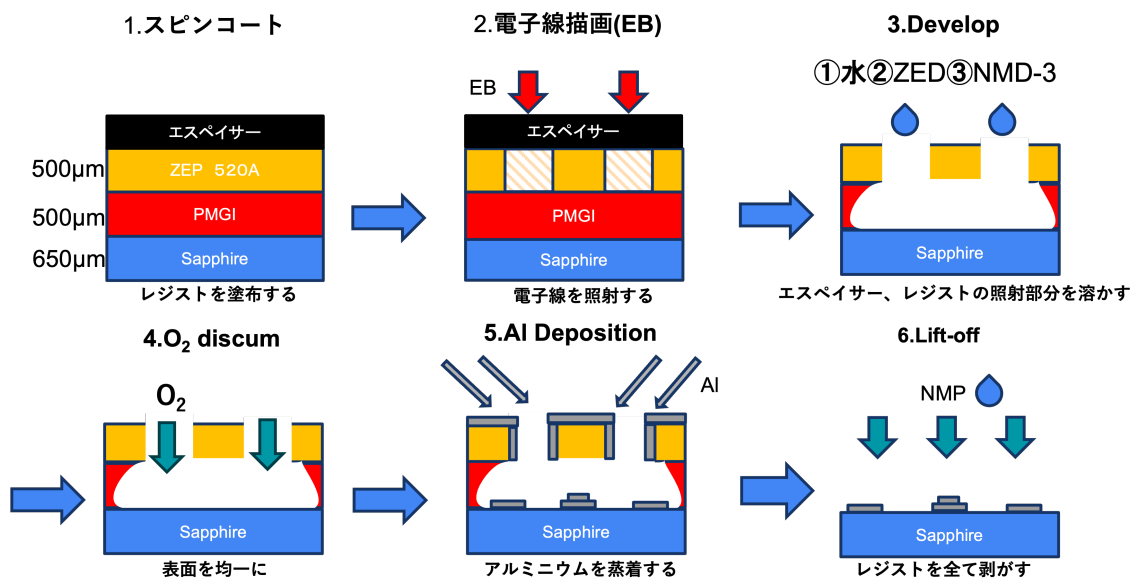


図 4.1: 量子ビット作製プロセスの一例

電子線によって照射した部分が溶解するものをポジティブ、逆に照射した部分が溶液に浸しても残るレジストをネガティブレジストと呼ぶ。

また、サファイアの場合は、エスペイサーと呼ばれる導電性の高い溶液を二層レジストの上にコーティングする。これはサファイアが絶縁体のため、そのまま電子線を照射すると、電子の逃げ道がなく、描画中に帯電して分解能が下がる”チャージアップ”という現象を防ぐためである。東京大学の武田先端知クリーンルームでは主にこの液体状のエスペイサーを用いるが、EPFL およびシカゴ大学ではこのエスペイサーの代わりにアルミニウム薄膜をレジスト上に蒸着することもある (通常 10 nm ~ 20 nm 程度)。

レシピ

1. (下層レジスト) PMGI SF6 thickness:500 nm/spincoat: 最大回転数 1000rpm, 加速度 3rpm/s, 秒数 45s, bake at 210 °C 5min
2. (上層レジスト) ZEP 520A-7 thickness:300 nm/spincoat: 最大回転数 2000rpm, 加速度 3rpm/s, 秒数 60s bake at 180 °C 5min
3. (エスペイサー) Spacer 300Z thickness:~10 nm/spincoat: 最大回転数 2500rpm, 加速度 3rpm/s, 秒数 45s, bake at 110 °C 15min



図 4.2: スピンコーター (シカゴ)

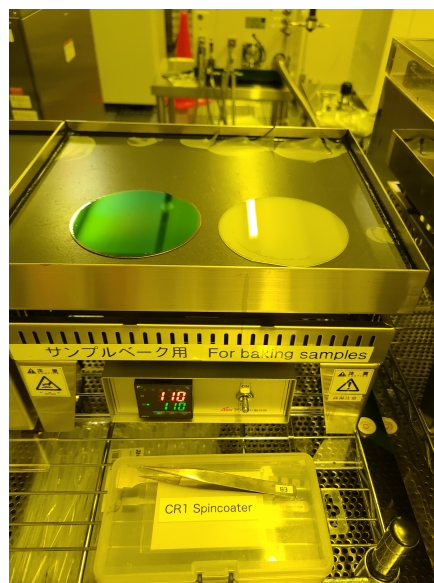


図 4.3: ホットプレート (武田)

4.2.3 電子線描画 (E-beam lithography)

電子線描画装置と呼ばれる装置 (例:The Raith EBP5200 E-Beam lithography system(シカゴ大学) 図 4.5) で回路に対応する部分に電子線を照射し、レジストを感光させる。各電子線のビームの強度は単位面積あたりの電荷量で表される。この値を Dose 量と呼び、電子線描画の分野では単位は一般に $[\mu\text{C}/\text{cm}^2]$ で表されることが多い。

レシピ

- シリコンウエハの場合: $115 \mu\text{C}/\text{cm}^2$
- サファイアウエハの場合: $110 \mu\text{C}/\text{cm}^2$

量子ビット全体をアルミニウムで作製する手法の場合、GDS 形式で量子ビット全体の図面を作成する。この GDS ファイルをターミナル上で適切なデータフォーマットに変換したのち、電子線描画装置に読み込ませる。

電子線は波長が非常に短くナノメートルスケールの微細構造も容易に描画できる一方で、ウエハを固定するホルダー (図 4.4) に付着した微細な不純物による傾斜や、描画中の空气中に舞う不純物によって描画に多大な悪影響を与えてしまうため、ホルダーに取り付ける際に、傾斜がないか確認することや電子線を照射する際に、真空引きを行うことが電子線描画を行う上で重要なプロセスである。

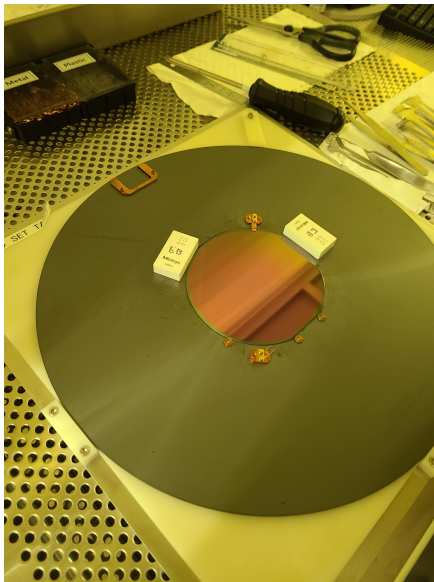


図 4.4: EB で用いるウエハホルダー



図 4.5: 電子線描画装置 (F7000S)

感光した直後は区別をつけることが難しいが、傾けて光を当てること、パターンを認識することができる。

4.2.4 Develop

回路の作成のために、エスペイサーと上層レジスト、下層レジストの不要な部分を選択的に溶解させる。この工程を develop(現像) と呼び、溶かすための溶液のことを developer(現像液) と呼ぶ。

まずエスペイサーを水で溶解させる。エスペイサーは水に完全に溶解するので、完全にウエハから剥離する。次に ZED-N50 で ZEP を溶解させる。電子線描画によって感光した部分のみ選択的に溶解する。

ここで注意しなくてはならないのは、ZED-N50 に ZEP を浸す現像時間である。現像時間が不足し、ZEP が溶け残っていると、次の PMGI に対する現像が上手くいかない。一方で、現像時間が想定よりも長くなると下層の PMGI も現像液に溶け出し、回路が上手く形成されない恐れがある。

ウエハを溶液に浸した後は適宜優しくピーカーを振り、反応を促進させる。

次に下層レジスト PMGI を NMD-3 で溶解させる。

ポイントとなるのは、上層レジストのない部分が現像された後も、一定時間溶液に浸すことで、等方的に下層レジストのみ溶解させることである。このテクニックは”undercut”と呼ばれ、次の Al 蒸着後リフトオフする際に回路部分が連続して剥離することを防ぐという目的がある。

反応が終わった後は照射したパターンがはっきりと目視できるまで形成されるので、光学顕微鏡でパターンに不備がないか確認する。

レシピ

1. エスベイサー: DI water 30 sec
2. ZEP 520A-7: ZED-N50 1 min -> IPA 1 min -> IPA 1 min
3. PMGI SF6: NMD-3 20 s -> DI water 1 min -> DI water 1 min

4.2.5 O₂ discum

アルミニウムを蒸着する前に、O₂ を基盤上に当てることで、感光されたものの溶け残っているレジストを除去する。感光していないレジストを不必要に削らないように短時間のみ照射する。

レシピ

- O₂ discum 100 W 5-10 s

4.2.6 アルミ蒸着

レジストの壁がある状態で、アルミニウムを角度をつけて蒸着し、ジョセフソン接合を含んだ超伝導回路を形成する。

Dolan-Bridge style では、次のような工程で蒸着を行う (図 4.6).

1. 減圧を行う。(最終的に 5e-8 Torr 程度まで下がる)
2. Ti によって残留空気を吸着し、真空度を上げる (Ti gettering) . 2min
3. 下層のアルミニウムを斜め 45 度 (30 度) から蒸着させる。このとき上部のレジストの壁により、選択的に蒸着が可能。0.5 nm/s, 40 nm
4. 酸素で酸化させ、アルミ薄膜の周囲に、アルミ酸化膜の絶縁体を形成する。0.3 Torr, 3min
5. 反対側からも同一の 45 度 (60 度) で斜めから蒸着させる。0.5 nm/s, 70 nm
6. もう一度酸化させ、酸化膜で保護する。1 Torr, 1min

このような形をとることにより、上部にレジストのあった部分の真下にジョセフソン接合を形成することができる。

4.2.7 Dicing

蒸着が終わった後に各 chip ごとにウエハを切断する (図 4.7)。切断には回転式の刃で切断するブレードダイサー、もしくはウエハ内部を焦点としてレーザーで光学的に切断するステルスダイサーの二種類がある。ステルスダイサーはブレードダイサーと比較してもより精密に切断することが可能であるが、サファイアを切断

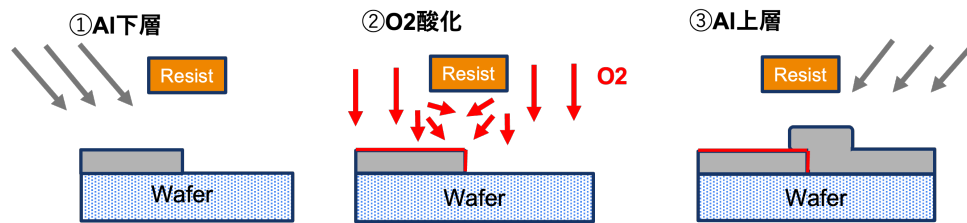


図 4.6: Dolan-bridge 型のジョセフソン接合の形成

することはできないという欠点がある。

4.2.8 リフトオフ

最後に、不要レジストを NMP によって溶解させる (図 4.8)。NMP は全てのレジストを溶解させるので、同時に、レジストの上に付着していた不要なアルミニウムも全て剥離させることができる。

レシピ

レシピに関してこちらの博士論文 [28] を一部参考にさせていただいた。

1. NMP 80 °C. 5hour
2. IPA でスプレーをしながら別の新鮮な NMP ビーカーに移す, その後 5min 浸す.
3. 超音波洗浄を行う. 10s
4. IPA でスプレーをしながら新鮮な IPA ビーカーに移す, その後 5min 浸す.
5. 窒素ガンで入念に乾かす.

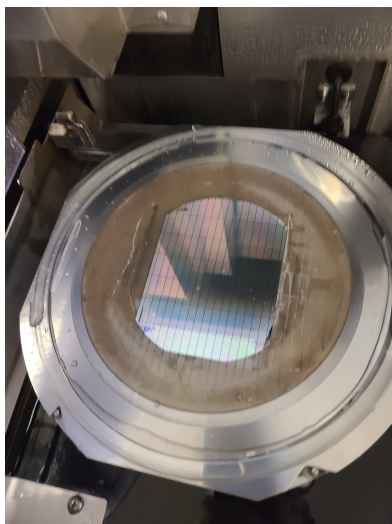


図 4.7: ウエハの切断

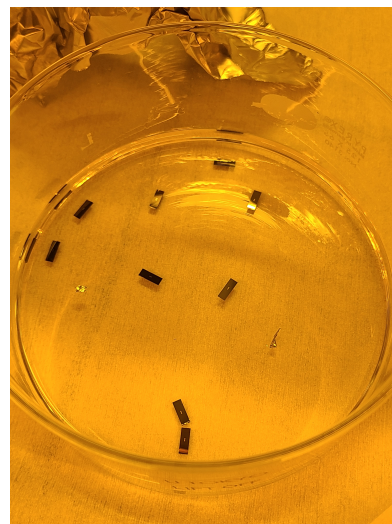


図 4.8: リフトオフ

4.2.9 抵抗測定

以上の手順を完了して，完成した量子ビットについて室温環境で抵抗値を測定し，回路が断線している，もしくは完全に導通してしまっているものがないか確認する．

また，常温抵抗と冷却時の共振周波数にはある程度相関がある．常温抵抗 R_n に対し，ジョセフソンエネルギー E_J は，

$$E_J = \frac{120}{R_n} 10^{12} \frac{\text{Hz}}{\Omega} \quad (4.1)$$

という関係式が成り立つ [29]．また，周波数 f は $E_J \propto H^2 \propto f^2$ より，

$$f = \frac{a}{\sqrt{R_n}} \quad (4.2)$$

という関係式が成立する (a は fitting parameter)．

第 5 章

トランズモン量子ビットを用いた変調可能 キャビティによるダークフォトン探索実験

本章では、実際の希釈冷凍機を用いた測定系について解説を加える。また、本実験を行うにあたって、必要となる予備実験について、またデータ取得の詳細について説明を行う。

5.1 Receiver chain

本研究における測定系は以下のようなセットアップで行った。キャビティの中に超伝導量子ビットを配置し、外側に超伝導コイルを巻き付ける (巻き数 $N = 40$) (図 5.1)。今回入れた量子ビットは load 前に常温抵抗を測った所 1.2 kOhm であった。組み立てたキャビティを希釈冷凍機の 10 mK ステージに取り付ける。上の取り付けた棒を伝って、キャビティは冷却される。磁気シールドで蓋をすること (図 5.2) により、コイル以外の余分な外部磁束を防ぐ。

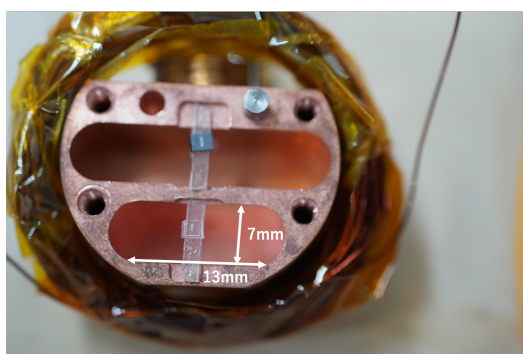


図 5.1: 銅キャビティおよび量子ビット

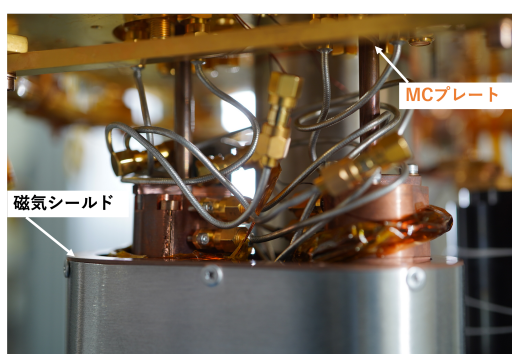


図 5.2: キャビティのローディング

コイルに流れる電流は直流電流/電圧源の YOKOGAWA GS200 (図 5.4) によって制御され、各種測定は Vector Network Analyzer およびスペクトラムアナライザによって行われる。今回の測定の Receiver Chain を描いたものが図 5.3 である。

透過波測定の場合は図上側の経路をたどり、入力ポートに入った後、下側の出力ポートから出力され、HEMT および常温アンプで増幅された後、VNA で信号を受け取る。一方で反射波測定の際は、図中央の経路を辿り、directional coupler を経由したのち出力ポートに入り、反射をしたのち、出力ポートから出力され、

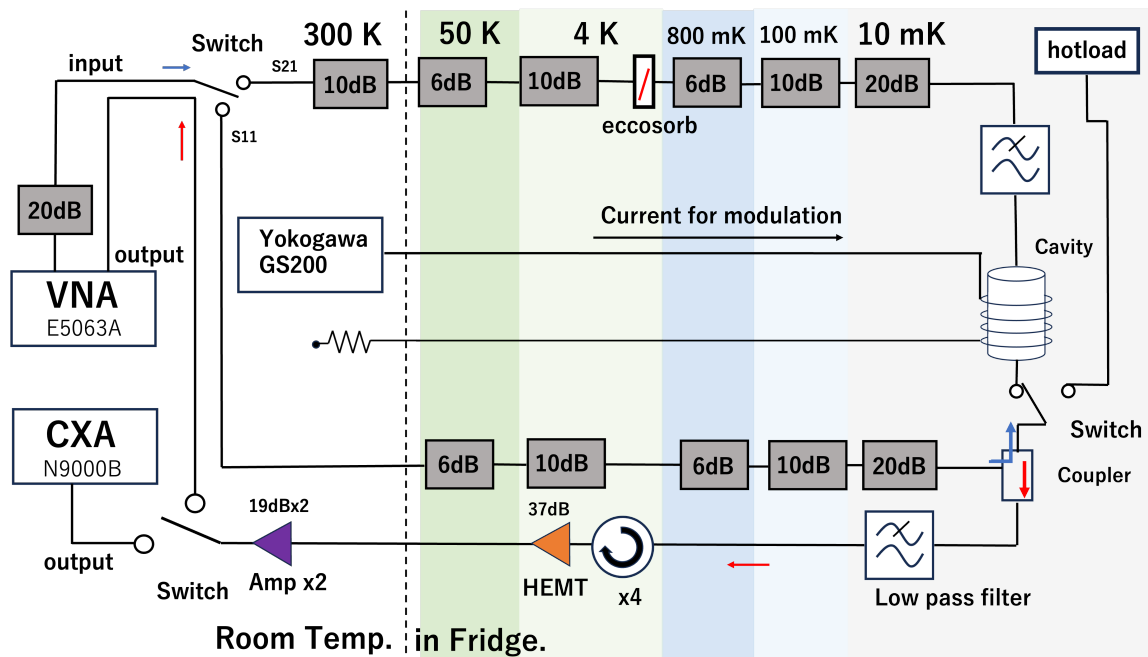


図 5.3: 測定系

信号が VNA で受け取られる．ダークフォトンのデータを取得する際には，スペクトラムアナライザに切り替え，出力からの信号を読み出す．常温部には VNA の反射波/透過波測定 of 切り替え，ダークフォトンのデータを取得するために VNA からスペクトラムアナライザへ出力先の切り替えを行う必要があり，そのために RF switch RC-4SPDT-A18(図 5.5) を用いた．このスイッチは python で動かすことができ，コードの中で遠隔で操作することができる．



図 5.4: Yokogawa GS200

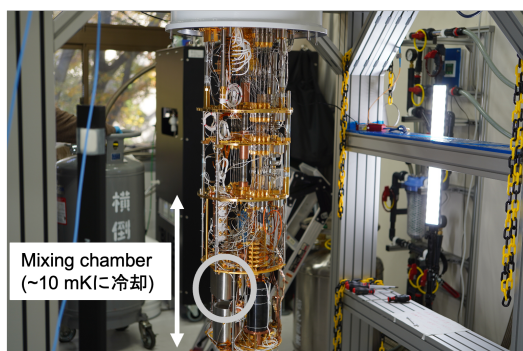


図 5.5: RC-4SPDT-A18

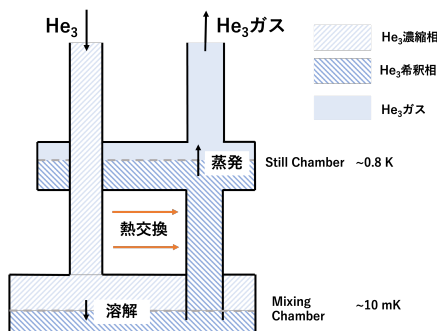
以下，重要な測定機器に関して解説を加える．

希釈冷凍機

本実験では東京大学低温科学研究センターの極低温量子プラットフォームにおける希釈冷凍機 (BlueFors LD400) を用いた. (図 5.6a) 図中下部が Mixing chamber と呼ばれる 10 mK オーダーまで冷却されるチャンパーであり, 図中灰色の丸が今回ロードした共振器が入った磁気シールドである.



(a) 希釈冷凍機の外観



(b) 希釈冷凍機の冷却ダイアグラム, [30] を元に作成

図 5.6: 希釈冷凍機

希釈冷凍機とは, ^4He (ヘリウム 4) に, その同位体の ^3He (ヘリウム 3) が希釈される際に発生する希釈熱を利用して, 温度を 10 mK 付近まで低下させる冷却装置である. 冷却のダイアグラムを図 5.6b に示す.

冷凍機上方から入ってくる液体の ^3He は, 段階的に各ステージで冷却された後, Mixing Chamber と呼ばれる最下層のチャンパーに到達する. ^3He と ^4He は, ほぼ ^3He の ^3He 濃縮相 (以下, 濃縮相) と ^4He の中に一部 ($\sim 6.6\%$) ^3He が溶解した希釈相 (以下希釈相, 図 5.6b の Mixing chamber 下層) に相分離する. 下部の希釈相は, 上部の still chamber と呼ばれる chamber に繋がっている. still chamber では温度が 0.8 K 程度に保たれている. この温度帯では ^4He はほぼ蒸発せず, ^3He のみが選択的に蒸発 (分留) される. ^3He のみが蒸発した後は平衡条件を満たすために ^3He が濃縮相から希釈相に追加で溶解する. 極低温下では ^4He は超流動状態になっているので, 希釈相では ^3He は束縛を受けず, ^3He 液体の濃縮相に比べエントロピーが高い. そのため, 溶解すると吸熱反応となる. 冷やされた ^3He は Mixing chamber に向かう ^3He と熱交換を行い, 結果的に全体の温度が下がる. その後ガスとなった ^3He は再利用される. このようにして ^3He の循環を行うことで, Chamber 全体の温度を冷却することが可能となる (図 5.6b) [30].

ベクトルネットワークアナライザ, スペクトラムアナライザ

S11 測定および S21 測定については Vector Network Analyzer(E5063A, Keysight) を用いた. ダークフォトン測定の際にはスペクトラムアナライザ (N9000B, Keysight) を用いた.

測定の際の VNA およびスペクトラムアナライザの各設定を表 (5.1), 表 (5.2) に示す.



図 5.7: Vector Network Analyzer



図 5.8: スペクトラムアナライザ

表 5.1: Vector Network Analyzer の設定

パラメータ	値	説明
average	5	平均回数
IF bandwidth(S11)	1000	周波数分解帯域
IF bandwidth(S21)	4000	周波数分解帯域

表 5.2: スペクトラムアナライザの設定

パラメータ	値	説明
average	100	平均回数
resolution bandwidth	200 Hz	周波数分解帯域
video bandwidth	200 Hz	平滑化

average は各データを取得する際に行った平均の回数, If bandwidth(resolution bandwidth) は測定時の周波数分解能 (この幅に含まれる信号は同一の周波数とみなされる), videobandwidth(VBW) はスペクトラムアナライザのローパスフィルタリングに関するパラメータである. VBW が狭いほど測定時にノイズが低減される.

実際に信号を測定する際には, IQdata と呼ばれる電磁波の振幅と位相の情報を含んだ複素平面 (IQ 平面) 上の座標としてデータが取得される. 得られた複素数平面上の座標を $I(t) + Q(t)i$ とすると, 振幅 A と位相 ϕ は,

$$A(t) = \sqrt{|I(t)|^2 + Q(t)^2} \quad (5.1)$$

$$\phi(t) = \arctan \frac{I(t)}{Q(t)} \quad (5.2)$$

この複素数のデータを信号パワー $P[\text{dB}]$ に焼き直す際には

$$P[\text{dB}] = 20 \log_{10} \sqrt{|I(t)|^2 + Q(t)^2} \quad (5.3)$$

として変換を施す.

VNA では DM 探索をする前に, 共振器の各種パラメータを見積もるために, S11, S21 測定を行い fitting を行う.

実際には, 共振器から VNA に至るまでに, ケーブル等による減衰や増幅機による増幅の影響を受けているので, 式 (2.21) から変形を受けて, 実際に測定によって受け取る信号パワー P_{ref}, P_{trans} は,

$$P_{ref} = C - \frac{\delta y}{1 + 4\Delta^2} \quad (5.4)$$

$$P_{trans} = C + \frac{\delta y}{1 + 4\Delta^2} \quad (5.5)$$

ただし、 Δ は $\Delta = Q \frac{f-f_0}{f_0}$ であり、 C はオフセットのパワー、 δy はローレンツ関数の peak/dip の大きさである [11].

図 5.9 および図 5.10 は、2024/10/02 に取得した反射波・透過波測定の実験結果である。この時、電流値は $I = 0.331\ 15\ \text{mA}$ であった。

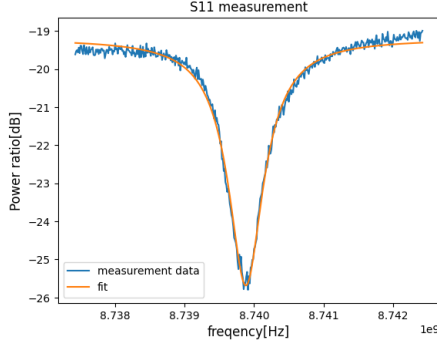


図 5.9: 反射波測定

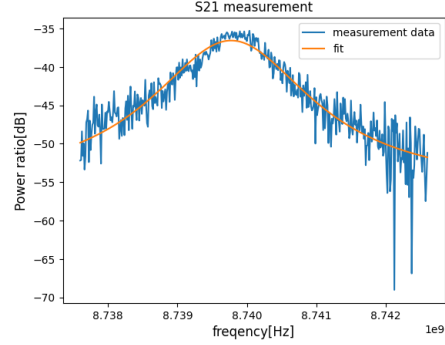


図 5.10: 透過波測定

この fitting によって、S11 測定からはカップリング係数 β を、S21 測定からは Loaded Quality factor Q_L と共振周波数 f_0 を、算出する。

カップリング係数 β は S11 測定から以下のように求められる。ローレンチアン共振周波数における反射係数を Γ_c とすると、 $f = f_0$ を代入して、

$$|\Gamma_c| = \sqrt{1 - \frac{\delta y}{C}} \quad (5.6)$$

第二章の議論から、ここから β の値を求めることができる。S11 測定の際に IQdata を取り位相を各点でモニタリングして、 β が weak/strong coupling のどちらかを決定する。

5.2 Y-factor measurement

ダークフォトンやアクシオンの探索実験など非常に微小な信号を取り扱う極低温実験では、誤差の要因は共振器そのものの黒体輻射と増幅器など共振器以外の測定系におけるジョンソンノイズである。そのため、測定系のノイズ温度 (熱雑音) を測定することが探索および感度決定で重要性を持つ。

今回の測定では Y-factor method と呼ばれる手法でノイズ温度を評価した。測定系における合計の温度 T_{sys} は、

$$T_{sys} = T_{cavity} + T_{amp} \quad (5.7)$$

である。 T_{cavity} は共振器そのものの熱ノイズ、 T_{amp} は共振器から出た信号が測定されるまでに通る増幅機やケーブルに関する熱ノイズである。ここで、 T_{cavity} は、希釈冷凍機の冷却により、 $\sim 10\ \text{mK}$ まで十分に冷えているので、 $T_{sys} \sim T_{amp}$ である。この温度を測定するために、終端抵抗 $50\ \Omega$ (QMC-CRYOTERM-0412) と熱浴用銅板を用いたセットアップ (図 5.11a) を利用した。終端抵抗および銅板は樹脂製の棒によって、他のプレートや部品とは熱的に分断されるようになっていて、加熱用導線の先には $10\ \text{k}\Omega$ の抵抗がついており電流が流されると発熱し終端抵抗を加熱する仕組みになっている。低温用スイッチで測定用共振器とは分かれ

ており、スイッチを hotload 側に切り替えることで (図 5.3), 共振器の output 側以降と同一の熱雑音 T_{amp} を測定することができる。

ここで、銅板を少しずつ電流値を変えて温度を加熱させたとする。この時ノイズとして拾われるパワー P_{noise} は比例係数を a として、

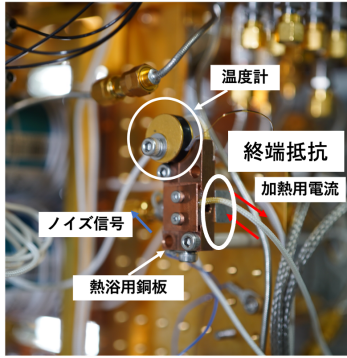
$$P_{noise} = a(T_{hotload} + T_{sys}) \quad (5.8)$$

銅板は電流値の増加に応じてノイズパワーを増加させる。一方で配線による黒体輻射は銅板の加熱によってノイズパワーは増減しない。

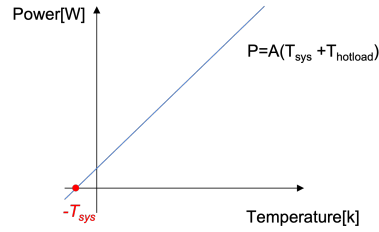
すなわち、式 5.8 を一次関数としてみなすと、 $T_{hotload}$ が変数に、 T_{amp} が固定値を持つ。この T_{amp} を求めるには、図 5.11b の一次直線 $y = a(x + b)$ における x 切片を読めばよい。このようにして実際のセットアップで測定したのが図 5.11c である。実際のキャビティと同じ条件で、 $f = 8.74$ GHz の共振周波数に近い地点のシステムノイズを計測した所、

$$T = (7.9 \pm 0.6) \text{ K} \quad (5.9)$$

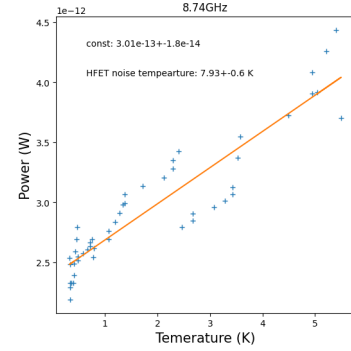
と求められた。



(a) Y-factor 測定用のセットアップ



(b) Y-factor method の一次近似



(c) 実測した Y-factor method

図 5.11: Y-factor method (hotload measurement)

5.3 Lamb shift の確認

量子ビットとキャビティの結合を見るために測定できるものの一つが Lamb shift である。Lamb shift とは共振器が量子ビットと結合した場合 (dressed 状態) と結合していない状態 (bare 状態) 間の共振器の周波数遷移のことを指す。実際に共振機内に入れるパワーを変えながら透過波振幅 (S21) の挙動を確認したものが、図 5.12 である。パワーが弱い状態では量子ビットと共振器は結合し、相互作用を行うが一定のパワーを超えると量子ビットと結合しなくなる。これは、エネルギーが十分大きくなると量子ビットにおけるジョセフソンエネルギーのコサイン型ポテンシャルを抜け出して、束縛を受けない状態になるからだと考えられている [31]。

またこの Lamb shift の大きさ ξ と Appendix A.1 の議論における量子ビット周波数から、カップリング係数 g が見積もることができて、

$$g \sim 5.48 \times 10^7 \text{ Hz} \quad (5.10)$$

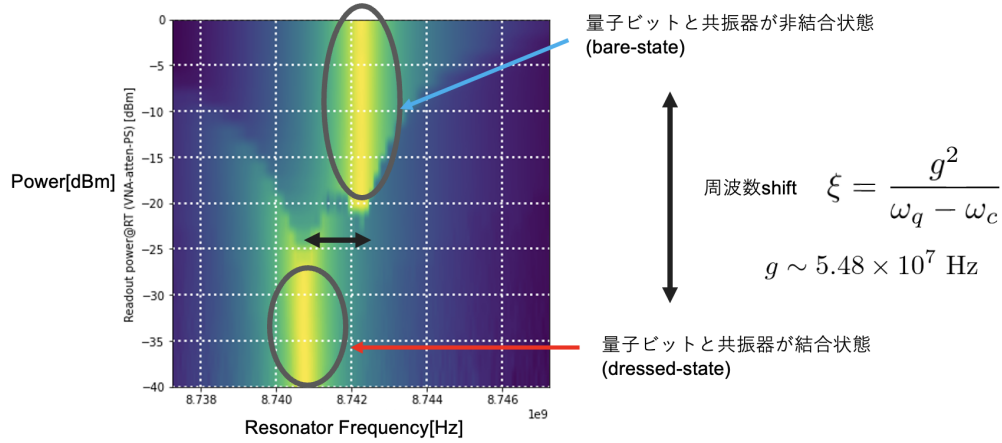


図 5.12: Lamb shift の測定; 横軸: 周波数, 縦軸: VNA に入射するパワー

と見積もられる。

5.4 Cavity-qubit 二体系の電流応答

予備実験として、実際にダークフォトンのデータを取る前に、qubit 周囲に流す電流と、共振器の共振周波数の対応関係を予め見積もる。これにより、変調幅の大きい地点を重点的に探索することが可能になる。

横軸を電流値、縦軸をキャビティの共振周波数として透過波の振幅 S21 を二次元ヒートマップにしたのが、図 5.13 である。

S21 のピークが掠れている部分はそもそも共振器の共振周波数が読み取れず、測定ができないことを考えると、このセットアップで変調できるのは最大でも 10 MHz 程度であると結果から読み取れる。電流値と周波数の対応関係を見るために $y=1/x$ で近似を行い、変調幅の大きい領域の電流値を記録した。

5.5 データ取得

以上の予備実験を行ったあと、実際にダークフォトンの探索データを取得した。今回の解析で用いたデータは 2024/10/02,10/03,10/04 の計 3 日間で合計 1278 回データを取得した。一回辺りのデータ取得時間は 2 分弱であった。

5.5.1 data 取得の方法

予備実験を踏まえて電流値を設定する

予備実験によって、コイルに流す電流値と共振器の共振周波数の関係性が既知となっているので、なるべく変調が大きい地点で多く測定できるように、電流を調整する。

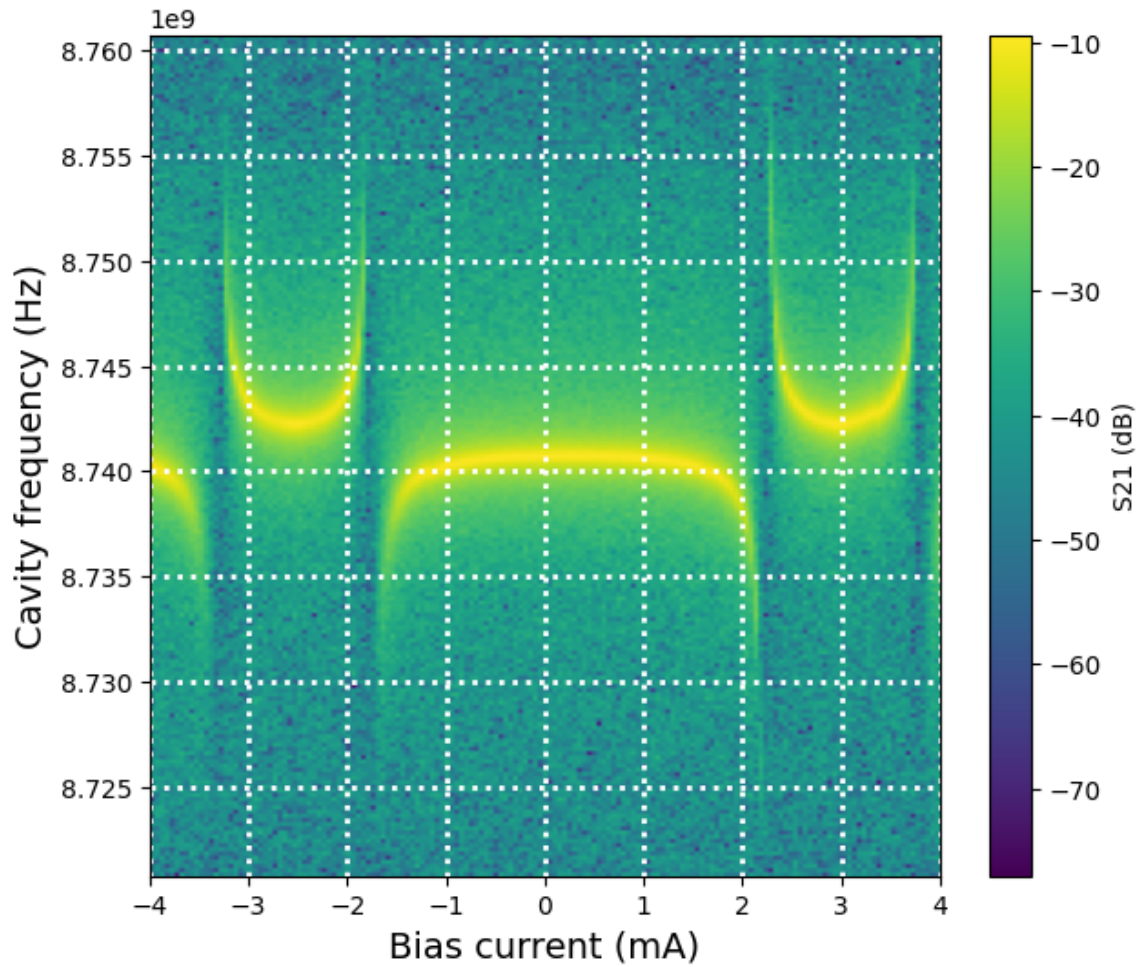


図 5.13: 共振器の共振周波数変調の確認; 横軸: 電流値, 縦軸: 共振器の周波数

S21 測定

電流の調整が終わった後, S21 測定を行う. S21 測定では f_0, Q を見積もる.

S11 測定

input 側のスイッチを切り替えて, S11 測定を行う. S11 測定では主にカップリング係数 β の見積もりを行う.

ダークフォトンのスペクトラム取得

無事各測定が終わったあと, output 側のスイッチを切り替えてスペクトラムアナライザによって, スキャンを行う. 指定した回数までデータ点を集め平均 ($N = 100$) するまでデータを取得する.

第 6 章

データ解析

本章では、前章で取得したダークフォトンの探索データを適切な処理を通して、解析を行い、ダークフォトンの発見/未発見の決定や kinetic mixing parameter に応じた棄却領域の検討を行う。

本研究の解析は、伝統的なキャビティハロスコープ実験の解析手法に則っている [10, 11, 32]。全体像としては以下の流れに沿っている (図 6.1)。

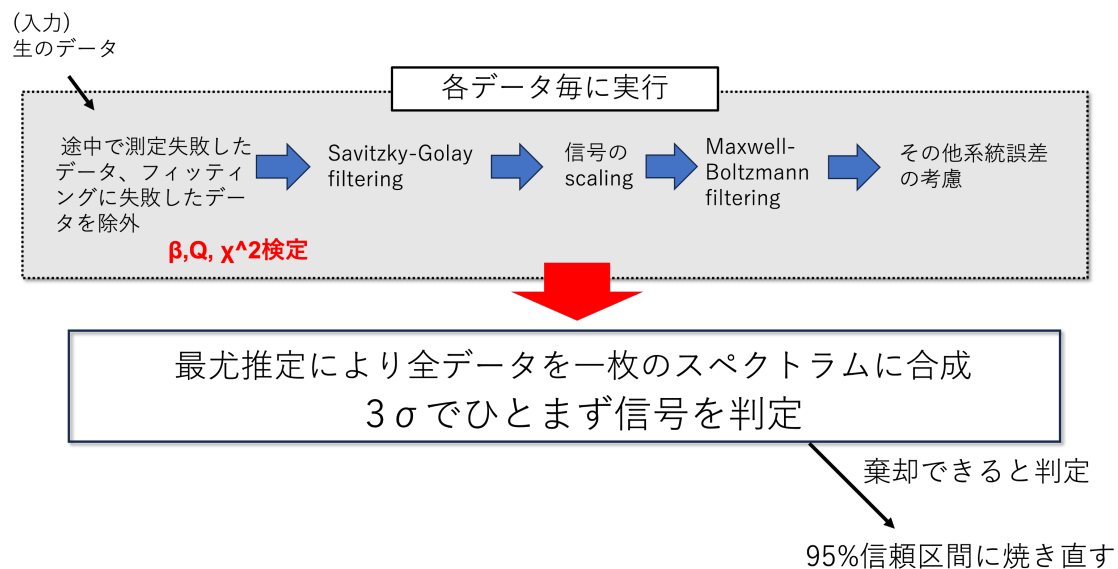


図 6.1: 解析プロセスの模式図

1. 掃引前に行った S11, S21 測定においてローレンチアンの fitting に失敗したデータを除外する。
2. Savitzky-Golay filter によりバックグラウンド由来の緩やかなベースラインを除去する。
3. 標準化および熱雑音に合わせたスケールリングを行う。
4. Maxwell-Boltzmann 分布をもとにした周波数分布と Cross-correlation を取ることにより、DP の信号をフィルタリングする。
5. 誤差に応じた重みつき平均を考慮することにより、各スペクトラムを足し合わせる。
6. 切断正規分布 (truncated normal distribution) を考えることにより、95 % 信頼区間を導出し、最終的

な感度プロットに焼き直す。

6.1 不完全なデータの除外

まず、一回の掃引で取得したスペクトラムで横軸周波数、縦軸パワーのスペクトラムを得る (例: 図 6.2)。ただし、ダークフォトン探索直前で行った VNA の S21 測定, S11 測定でうまくローレンチアンに fit できなかったデータは正しくデータを測定できなかったとして一律で除外する。

除外する条件としては以下の項目を考慮する。

- 配列の長さが揃っていない等、不整合なデータを除外する。
- S11 測定において、Coupling coefficient β の値が極端に高いもの、0 を下回っているものを除外する。
($\beta < 0$, $\beta > 10$ を除外)
- S21 測定において Q 値が極端に外れているものを除外する。($Q < 1000$, $Q > 100000$ を除外)
- S11 測定, S21 測定それぞれについて、 $\chi^2/(\text{自由度})$ を計算し、この値が 2 を超えているものを除外する。

ここでの自由度とは (データ点数)-(フィッティング曲線のパラメータ数) を指しており、 χ^2 との比率が 1 に近いほど、独立性を保った正しいフィッティングだとされる。逆にこの比率が 1 から大きく外れると、フィッティングによる近似の残差が十分小さくなっていないか、恣意的なパラメータの設定により、近似曲線の各パラメータの独立性が失われている可能性がある。

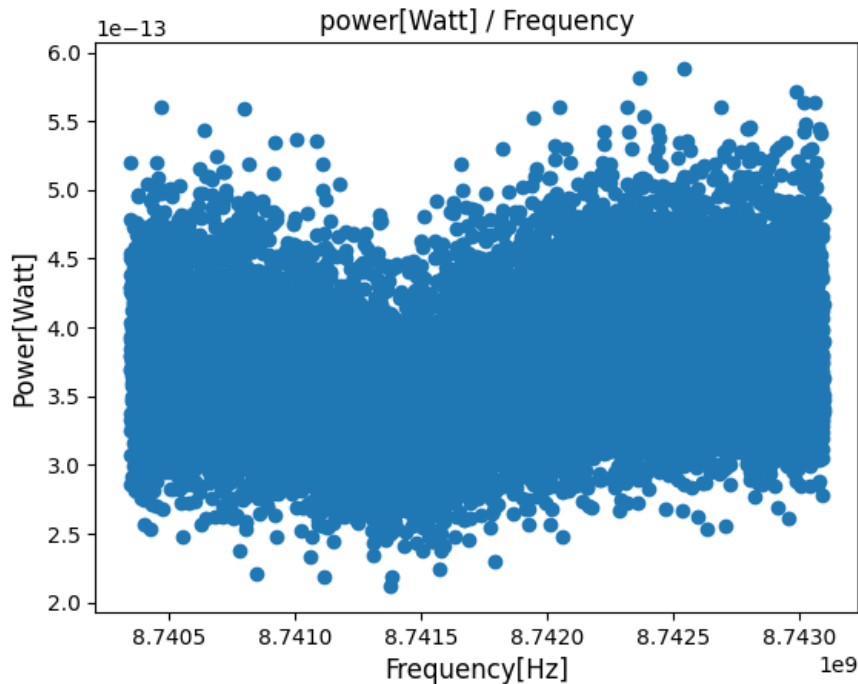


図 6.2: 取得したスペクトラムの一例

以上の除外条件に当てはまらなかったスペクトラムに対し、以下の変換を行う。

6.2 Savitzky-Golay filter

まず、2 次の Savitzky-Golay filter(Savgol filter) を各スペクトラムに対し、作用させる。Savgol filter とは、Savitzky-Golay 平滑化によって得られたベースラインをデータ点から取り除くことで、急激な変化など異常検知を行うフィルタリング手法である [33]。

この手法は移動平均の一種であり、一定範囲内の (window size に依存) 各データ点に対し、決められた次数の曲線でフィットする、すなわち n 次の場合なら、

$$f_n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \cdots + C_nx^n \quad (6.1)$$

のようにフィット曲線を作成する。

次に、このフィット曲線の、区間中間の点 (window の幅が $(2n+1)$ 点であるなら n 番目の点) をその window での代表点とみなす。

最後に、window を一点ずつ並行移動させ、window ごとの代表点をつなげる。これによって得られた曲線が元データの近似曲線となっているので、元データをこの平滑曲線で除する ($P_{SG} = \frac{P_{original}}{SG \text{平滑曲線}}$) ことで不必要なベースラインを除去することができる。

元のデータプロットおよび SG 平滑曲線、さらに平滑曲線で除した後の歪みの消えたプロットが図 6.3 である。

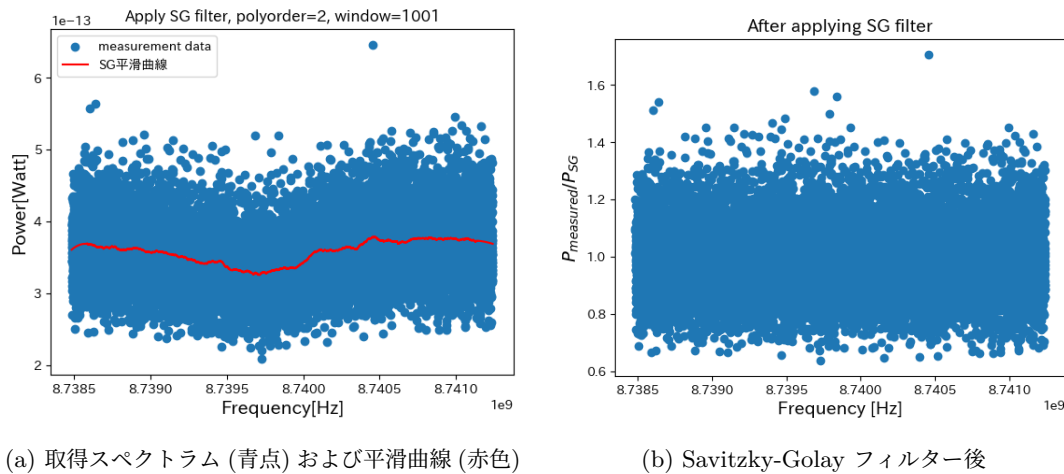


図 6.3: Savitzky-Golay filtering

プログラム上では Python のモジュールである `scipy.signal.savgol_filter` を利用した。

Savitzky-Golay filtering の妥当性・ハイパーパラメータの決定

本節で見た通り、Savgol filter には何次元の曲線で fit するか (polyorder: n) と window の幅 (window_length: w) の二つがある。SG filter はベースラインの影響を除去するためのものだが、歪みに応じて実際に見たい信号まで落としてしまうことや増幅される可能性がある。その減衰・増幅の分だけ測定系のパ

ラメータは影響を受ける．この影響を attenuation factor η とし，この η およびその誤差を考える．手法としては以下の通りである：

1. 実際の得られたスペクトラムにおよそ 5σ に相当する Maxwell-Boltzmann 分布に従った擬似信号を加える．
2. Savgol filter によりベースラインを除去する．
3. フィルターを作用させる前後に関してそれぞれ擬似信号付近での SNR(信号/ノイズ比) を求め，それぞれ SNR, SNR' とする．
4. SNR'/SNR をハイパーパラメータを変えながら実行し，妥当な値を検討する．

今回は近似曲線の次数を $n=2$ で固定し，実際のデータ (2024/10/2 測定) に対し， η とその誤差をそれぞれ計算した．図 (6.4) は横軸を window の幅，縦軸をフィルター前後での SNR の比率 (SNR'/SNR) としてプロットし，収束を確かめたものである．

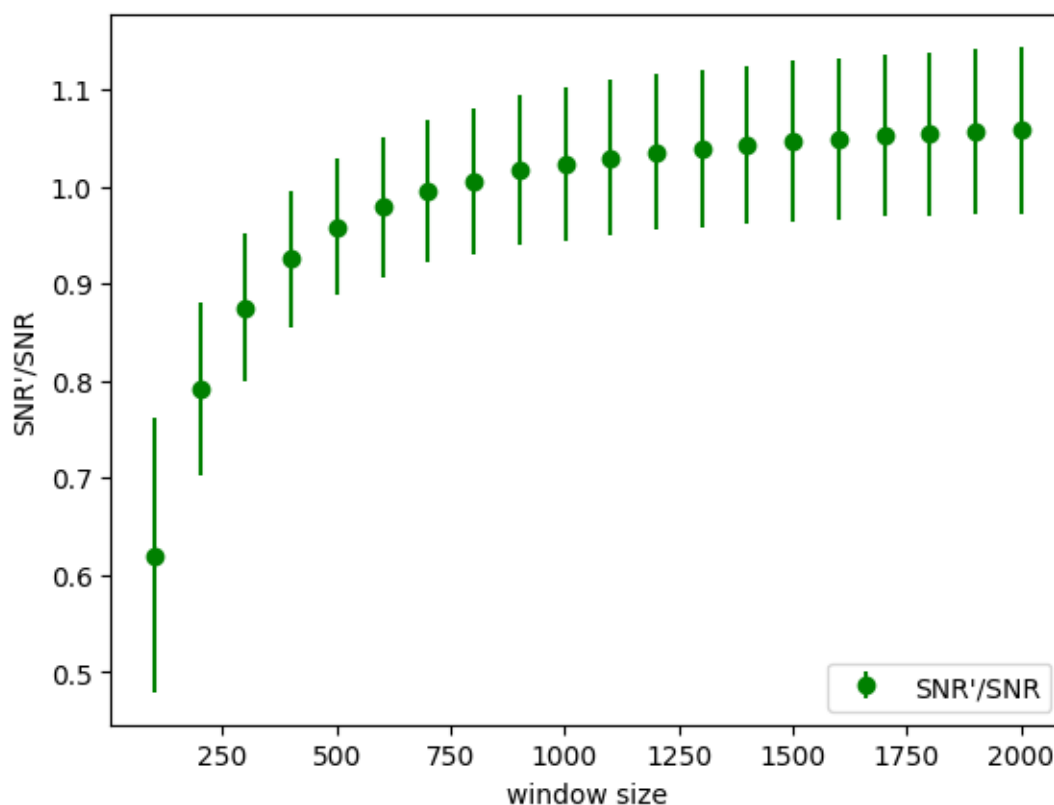


図 6.4: window_length(size) による SNR'/SNR のスキャン

図 (6.4) から，window のサイズが小さすぎる時はベースライン除去の効果が強すぎるために，検出したい信号の情報を大きく落としすぎてしまっていることが改めて分かる．また，フィルターサイズを十分大きくすれば情報の損失が少なくなるため 1 付近に収束する^{*1}．window のサイズを十分大きく取れば問題ないが，一

^{*1} ノイズのスペクトラムによっては信号の付近でパワーが低い方向に歪んでいる場合もあり，その場合は除去後の SNR' は SNR を少し超える (SNR'/SNR > 1)．

方で window のサイズを大きく取りすぎると、SG-filter の関係上、フィルタリング後のデータ点数が減少してしまうというデメリットもあるため、今回は実用上 window_length=1001 として、 $\eta = 1.023 \pm 0.079$ と算出した。

6.3 信号の規格化・測定系による歪みの補正

統計誤差を元にデータのスペクトラムを規格化する。まず 標準偏差 $\sigma = 1$, 平均 $\mu = 0$ となるように標準化した後、熱雑音が 1σ となるようにスケーリングする。まず標準化について、スペクトラムを標準化し (図 6.5a), 標準化したスペクトラムが正規分布に従っているか確認した (図 6.5b)。

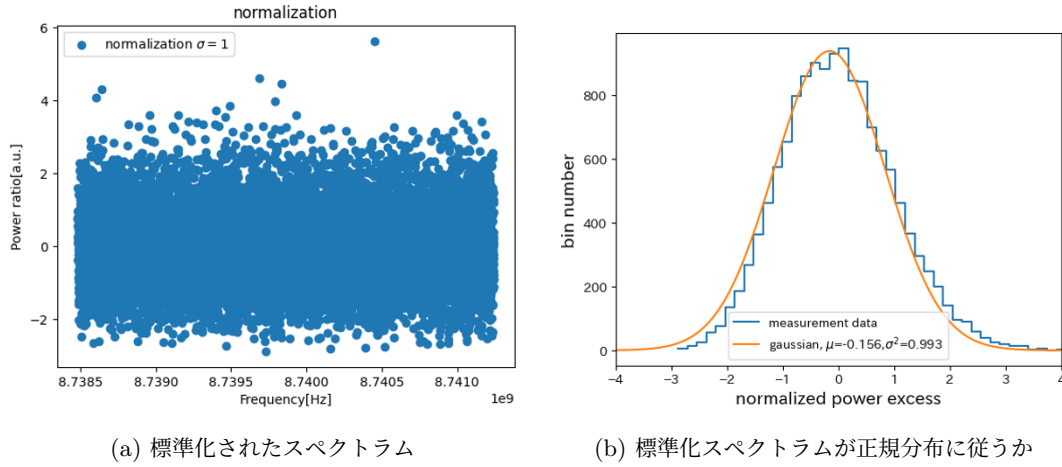


図 6.5: 標準化

次に、熱雑音はナイキストの定理 [4, 34] と、average 数が N であることから $P_{noise} = k_B b T_{sys} / \sqrt{N}$ である。これが (熱雑音のみ考えた時の) 本来の誤差なので、標準化した σ をこの P_{noise} に合わせれば、SNR が正しい値になる。正しいノイズ値さえ追跡できていれば統計的处理が後々行いやすい。そのため、以降は信号 P と誤差 σ に対して、それぞれ同じ処理を施すこととする。

$$P_{normalize} = \frac{P_{SG} - \mu}{\sigma} \quad (6.2)$$

$$P_{SNR} = P_{normalize} * \frac{k_B b T_{sys}}{\sqrt{N}} \quad (6.3)$$

次に、ある特定のパワーで信号をキャリブレーションする。最終的に信号として受け取る出力は、共振器の特定のパラメータによって歪められている。最終的に得たいのは、測定系に依存しない mixing parameter であるので、単純に除することにより、歪められた影響を取り除く。スケールする基準値は任意性があるが、 $P(\chi = 1)$ でスケーリングすると見通しが良くなる [11]。

$$P(\chi = 1) = \eta m_{\gamma'} \rho_{DM} V_{eff} Q_L \frac{\beta}{1 + \beta} L(f, f_0, Q) \quad (6.4)$$

$$P_{calibrate} = P_{SNR} / P(\chi = 1) \quad (6.5)$$

このキャリブレーションを行った後のプロットが図 6.6 である。青の点が実際のデータ点で、橙色の帯が、熱雑音に相当する統計的な不確かさとなっている。

表 6.1: 測定時の各パラメータ

変数	説明	値	備考
$m_{\gamma'}$	周波数	$\sim 8.74 \text{ GHz}$	測定毎に決定
ρ	エネルギー密度	0.45 GeV/cm^3	[19] より
β	カップリング係数	~ 0.3	測定毎に決定
T_{sys}	システムノイズ	7.9 K	Y-factor
V_{eff}	有効体積	3.14 cm^3	$V \times formfactor$
Q_L	(Loaded)Quality factor	~ 5000	測定毎に決定
η	attenuation factor	1.02	SG filtering
N	number of data	100	測定一回あたりのデータ数 (平均数)
b	bandwidth	200 Hz	スペクトラムアナライザの bandwidth

また、このキャリブレーションで用いたパラメータを改めて表にまとめた (表 6.1).

6.4 Maxwell-Boltzmann filtering

次にダークフォトン Maxwell-Boltzmann 分布に従った運動をしているという見積もりから、フィルタリングを行う。裾野を持った分布関数を鋭い単一周波数の信号に復元することで、信号の検知をより行いやすくする。

仮定する分布関数は、 $u^2 = \frac{v^2}{c^2}$, $\Delta f = f - f_a$ として、周波数 f の関数として、

$$g_{\text{MB}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\Delta f} \left(\frac{3}{f_a u^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{3 \Delta f}{f_a u^2} \right) \quad (6.6)$$

と書ける [11, 32]. ここで、 u は高速に対する DM の相対速度で $v = 270 \text{ km/s}$ [35], $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$, f_a はダークフォトンの真の質量に対応する周波数である。

各スペクトラムに対し、filter を少しずつずらしながら window を 100bin として、畳み込み (相互相関) を行った。

相互相関は、二つの信号 (f, g) に対し、どれくらい信号が類似しているかを計算するものであり、相互相関が 0 であれば無相関、1 であれば f と g はその地点で一致していると言える。関数が離散的だとした際の (f, g) の相互相関 $(f \star g)$ は、

$$(f \star g)(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{f(m)} g(n+m) \quad (6.7)$$

である (ただし $\overline{A}$ は A の複素共役). これは一般の畳み込みである $(f \star g)$

$$(f \star g)(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) g(m-n) \quad (6.8)$$

の (f, g) のうち片方の配列の順序を真逆に入れ替えたものと一致する。

実際には、まず畳み込みを行うため bin の間隔を揃える必要があった。そのため、Maxwell-Boltzmann 分布を bandwidth $b = 200$ で離散化した (図 6.7)。離散化した後、ダークフォトンの取得スペクトラムに対し

表 6.2: スペクトラムごとの統計誤差

変数	説明	相対誤差
β	カップリング係数	～ 2%
T_{sys}	システムノイズ	7.6%
V_{eff}	有効体積	0.6%
Q_L	(Loaded)Quality factor	～ 4%
η	attenuation factor	7.7%

て、総 bin 数 100 の Maxwell-Boltzmann 分布関数を少しずつずらしながら、相互相関を畳み込みにより計算した。

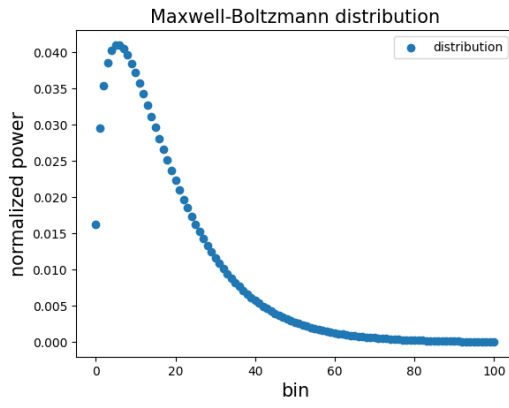
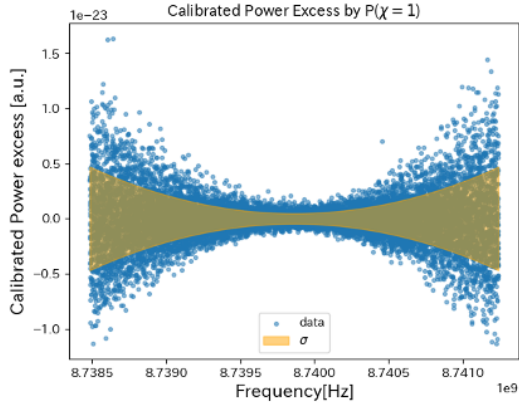


図 6.6: キャリブレーションした後のパワー超過

図 6.7: 離散化 Maxwell-Boltzmann 分布関数

6.5 その他系統誤差の織り込み

統計誤差に追加して、その他の系統誤差をスペクトラムに追加する。系統誤差の一覧は、表 6.2 に示す。 T_{sys} は Y-factor measurement で決定した値を、 η については Savitzky-Golay filtering の際に行った擬似信号による SNR 比から算出した値を用いている。 V_{eff} については Ansys によるシミュレーションで求めた form factor C において、 C が最大になる値とシミュレーションにおいて 10 MHz 変調が行われた際の form factor の値の差分の損失を誤差と仮定した。また、 β と Q に関しては反射・透過測定ごとに行ったローレンチアンの誤差から算出しているため、測定ごとに誤差の値に幅を持っている。誤差は元々微小であり、それに伴う相関が無視できるほど微小であるとして、独立であることを仮定し、直交に足し合わせる。すなわち、相対誤差を、 $\sigma_\beta, \sigma_T, \sigma_V, \sigma_Q, \sigma_\eta$ とすると、

$$\sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{SE}^2 + P^2(\sigma_\beta^2 + \sigma_T^2 + \sigma_V^2 + \sigma_Q^2 + \sigma_\eta^2)} \quad (6.9)$$

6.6 各スペクトラムの畳み込み

今まで操作を各スペクトラムに対して実行してきたが、最終的にこれらのスペクトラムを一つのスペクトラムに足し合わせる。

まず、各周波数にはズレがあるので、統合するために $b = 200 \text{ Hz}$ の bin に再分類し直す。そのために線形補完を用いた。また、線形補完に伴う端における補正の影響をなくすために、端点のデータを取り除く処理を行った。

次に各スペクトラムを誤差に応じて最尤推定法で重みつき平均を考えて足し合わせる。まず i 番目の run に対して j 番目の bin に関する重みづけ w_{ij} を考える。

$$w_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2} \quad (6.10)$$

最尤推定法で重みつけた信号 $P_{best,j}$ 、不確かさ $\sigma_{best,j}$ は、

$$P_{best,j} = \frac{\sum_{i=0}^{run} P_{ij} * w_{ij}}{\sum_{i=0}^{run} w_{ij}} \quad (6.11)$$

$$\sigma_{best,j} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=0}^{run} w_{ij}}} \quad (6.12)$$

以上の操作により、最終的な合成信号 $P_{best,j}$ 、合成不確かさ $\sigma_{best,j}$ を得る (図 6.8)。

6.7 信号の判定, 95% 信頼区間

まず以上で得られた合成信号 $P_{best,j}$ について、合成不確かさ $\sigma_{best,j}$ を基準として 3σ を超えているものがないか全周波数領域においてチェックを行った。 3σ を超えているものがあれば、その区間に対して、再度重点的に検証を行う必要がある。本研究の取得データに対し各点での誤差を σ とした時に、 3σ をプロットしたものが、図 6.9 である。図 6.8 を見ると、低いパワーまで測定できている感度の良い部分は 3σ を超えているものは存在しない。また、感度の悪い端の部分に関しても、図 6.9 を見れば、 3σ に収まっている。

また、python のプログラム上によっても、パワー超過が 3σ を超えていないことを検証した。よって今回の測定では、 3σ を超えている周波数は存在しないと結論づけた。

明らかなダークフォトンの兆候が見えなかった場合、今回の測定によって棄却された領域を見積もる必要がある。すなわち、本測定での感度を見積もる。基準となるパラメータ χ を考えると、

$$\chi = \sqrt{\frac{P(\chi = \chi)}{P(\chi = 1)}} \quad (6.13)$$

$$= \sqrt{P_{calibrated}} \quad (6.14)$$

であり、前節までに求めた合成信号から簡単に求めることができる。

最後にこの棄却される χ を統計的な 95% 信頼区間に焼き直す。この、95% 信頼区間に関して、中心を power とした正規分布を求める必要があるが、ダークフォトンのエネルギーは必ず 0 以上であるから、バックグラウンドより低いエネルギー領域にダークフォトンの兆候が見つかることはあり得ない。そのため、バックグラウ

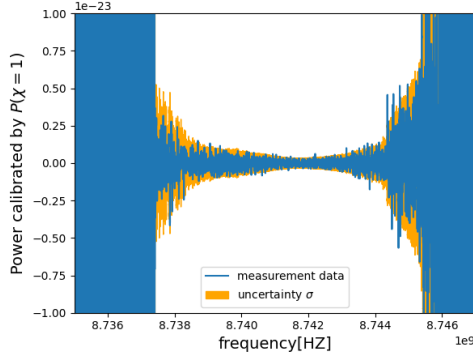


図 6.8: 結合した測定データ

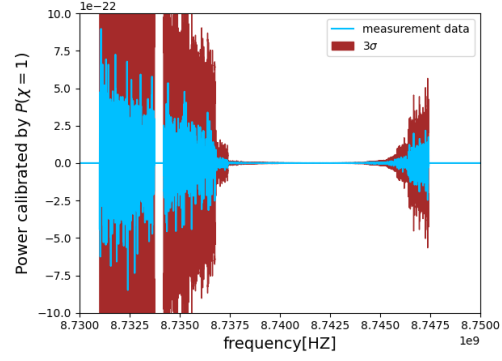


図 6.9: 結合した測定データと 3σ のプロット

ンドに対するパワー超過が 0 以上の部分についてのみ分布関数を考える必要がある．このように一部領域を切り捨てた部分的な正規分布のことを切断正規分布 (truncated normal distribution) と呼ぶ．

観測された信号 P_s を中心，観測された不確かさ σ を標準偏差とする正規分布を $f(x)$ ，切断正規分布を $g(x)$ とする．以下 $-\infty$ から x までの累積分布関数を $\text{cdf}(x)$ と表すことにする．

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad (6.15)$$

$$\int_0^{\infty} f(x)dx = 1 - \text{cdf}(0) \quad (6.16)$$

ここで $a = 1 - \text{cdf}(0)$ は 0 以上となる確率である． $g(x)$ を考えると，切断正規分布において 0 以下は切り捨てられているので，その分， $f(x)(x>0)$ と比較してスケーリングの効果により大きくなっている．この時，スケーリングの係数は $1/a$ で，

$$g(x) = f(x)/a \quad (6.17)$$

求めたい信号 P_{DP} は，分布関数 $g(x)$ において，全体の 95% を上回る値だから，

$$\int_0^{P_s} g(x)dx = 0.95 \quad (6.18)$$

を満たす P_s である．すなわち $f(x)$ に戻すと，

$$\int_0^{P_s} \frac{f(x)}{a} dx = 0.95 \quad (6.19)$$

$$\int_0^{P_s} f(x)dx = 0.95a \quad (6.20)$$

$\int_0^{P_s} f(x)dx$ について考えると，

$$\int_0^{P_s} f(x)dx = \int_{-\infty}^{P_s} f(x)dx - \int_{-\infty}^0 f(x)dx \quad (6.21)$$

$$= \text{cdf}(P_s) - \text{cdf}(0) \quad (6.22)$$

まとめると,

$$cdf(Ps) - cdf(0) = 0.95a \quad (6.23)$$

$$cdf(Ps) = 0.95(1 - cdf(0)) + cdf(0) \quad (6.24)$$

$$= 0.95 + 0.05cdf(0) \quad (6.25)$$

右辺は定数なので, 最終的には cdf の逆関数が分かれば, Ps について解くことができる. cdf の逆関数はパーセント関数と呼ばれ, 計算することが可能である.

6.8 ダークフォトンの偏光の考慮

これまでの仮定では, ダークフォトン場は検出する共振器の共振モード (=アンテナ方向) と並行な方向に存在するという仮定を挟んでいたため, この解析で得られた感度 χ は角度依存性を考える中で最も高感度であった. しかし, 実際にはダークフォトン場は必ずしも共振器の共振モードと並行な方向にあるわけではなく, アンテナとのなす角度 θ に応じて感度が悪化する.

ダークフォトン場の角度依存性を考えたパラメータ χ' は, 角度依存性を考慮していなかった χ_{best} と比較し,

$$\chi' = \frac{\chi_{best}}{\sqrt{\langle \cos^2 \theta \rangle}} \quad (6.26)$$

程度悪化する. ここでの $\cos \theta$ はほぼ検出器と直交するような最悪のケースを考えると多く, 全地球上から等方向の角度に飛来するとして, 95% 信頼区間で求めた下限値を他との実験結果との比較の際には用いる [8].

ダークフォトンの偏光は以下の 2 通りの仮定が考えられる [8, 23].

1. ダークフォトン, 完全にランダムな偏光を持つ. $\chi' = \chi_{unpolarized}, \langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$
2. ダークフォトンはある特定の方向に偏光を持つ. $\chi' = \chi_{polarized}, \langle \cos^2 \theta \rangle = 0.025$ [8]

第 7 章

結論および展望

7.1 結果

前章までのデータ取得および解析を踏まえて、最終的に得られた横軸周波数およびダークフォトンの質量、縦軸に kinetic mixing parameter χ を取った 95% 信頼区間のプロットは以下のようなになる。

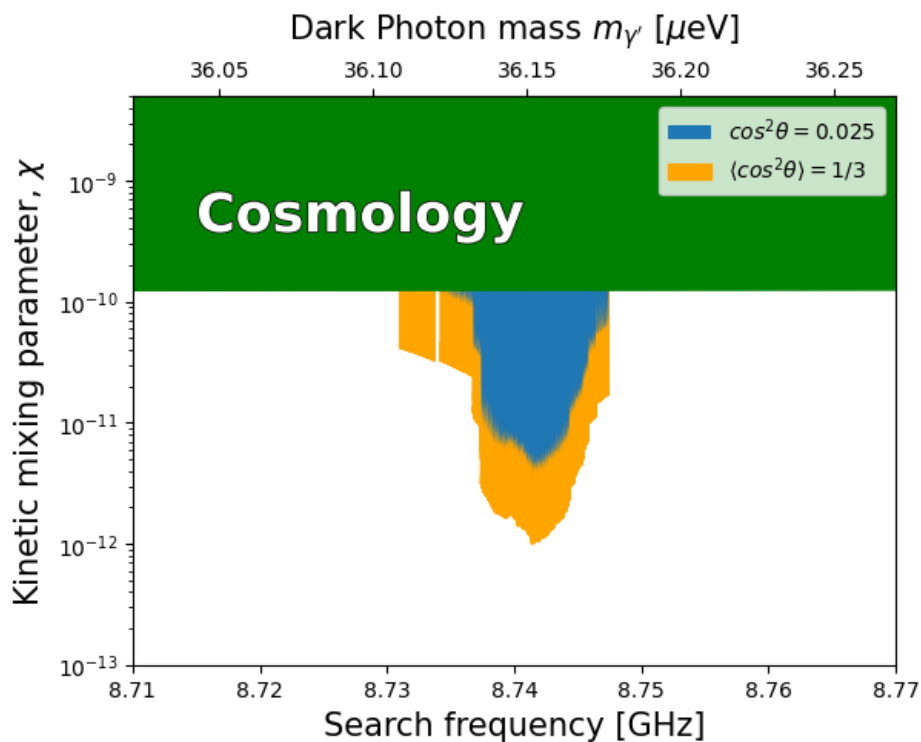


図 7.1: 本研究における探索領域・宇宙論の除外領域との比較

図において、青およびオレンジで囲まれた部分がそれぞれ (i) ダークフォトン偏光はある特定の方向を持つ ($\langle \cos^2 \theta \rangle = 0.025$), (ii) ダークフォトンはランダムに偏光性を持つ ($\langle \cos^2 \theta \rangle = 1/3$) という仮定をそれぞれ課したものである。上部緑で囲まれている部分が宇宙論から棄却された質量領域である。最も良く感度が出ている時の χ は周波数が ~ 8.7414 GHz の時に、 $\chi \sim 4.06 \times 10^{-12}$ であった。

また、その他のハロスコープ実験と比較したグラフが、図 7.2 である。図の赤線”This work”と書かれた部分が今回の探索領域である。

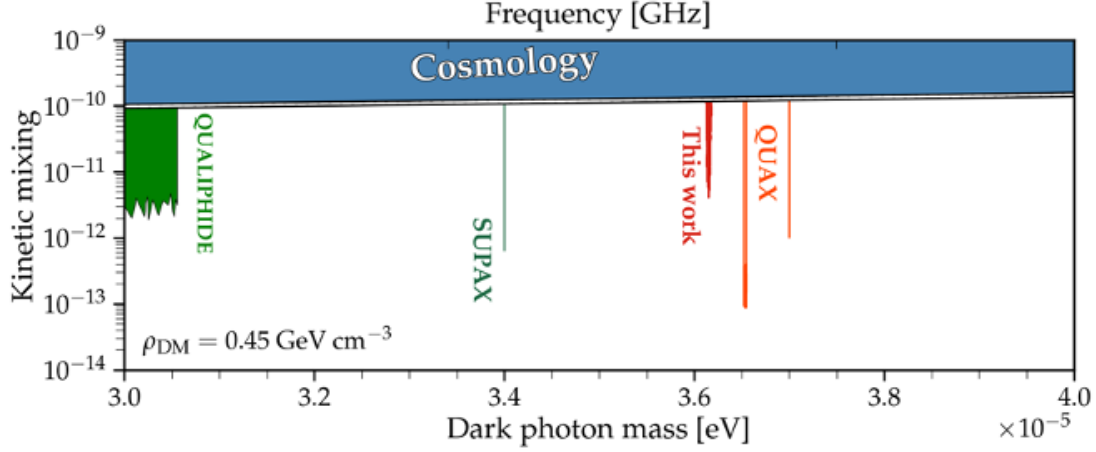


図 7.2: 他のハロスコープ実験との比較

7.2 短期的な課題

coupling に関して

今回探索を行った際は、カップリング係数の β が $\beta \sim 0.3$ と、かなり weak coupling な状態でダークフォトンの質量探索を行っていた。要因としては、伝送経路の最適化が不十分であったことも考えられるが、qubit を内部に入れ、qubit の共振周波数を共振器に近づけたことにより、qubit の方にエネルギーが吸われ、内部損失として見えているということも考えられる。この測定手法では、qubit のエネルギー固有状態に応じて、 β が変化するので、それらに合わせ、逐一カップリングを調整することが最適な coupling での測定につながると考えられる。

長期測定およびダークフォトンの偏光

現在、ダークフォトンの偏光を考慮に入れる場合は、測定器が有効に測定できる軸方向が三次元空間上ある固定された軸方向のみであるという仮定の下、 $\langle \cos^2 \theta \rangle$ を考えていた。

今回は考慮しなかったが、 $T \sim \text{day}$ となるような長期測定の場合には地球の自転運動によって、測定器全体が回転するので^{*1}、有効な軸方向が時間変化し、”ダークフォトンが等方向から飛来するという仮定の下、95% の確率で上回る” $\langle \cos^2 \theta \rangle$ の値も時間平均により改善される。

この時間変化を考える際に重要となるのは、地球の自転方向測定器を取り付ける方向である。自転方向”West-pointing”と自転と直行する平面方向”North-pointing”，天頂方向”Zenith-pointing”に応じて、それぞれ優位となる緯度の値が決まっている [8](図 7.3)。図は長期測定 $T \sim \text{day}$ を行った際にそれぞれ三種類の (i) 北方向 (ii) 西方向 (iii) 天頂方向の三種の配置方法で緯度に応じて $\langle \cos^2 \theta \rangle$ がどのように変化するのか

^{*1} $T \sim \text{year}$ の超長期測定では公転運動も考慮に入れる必要がある

を示している．東京大学（東京都文京区本郷7丁目）は北緯 35.71 度であり，天頂方向の測定でほぼ理想的な $\langle \cos^2 \theta \rangle \sim 1/3$ の測定を行うことができると分かる．今回の測定では，東京大学低温科学研究センターの希釈冷凍機のセットアップの都合上，およそ北東方向に測定系の軸が向いていた（図 7.4）．長期間に渡る測定を行う際には，アンテナ方向が天頂方向に向くようにセッティングを改良すれば，より効率のよい測定が可能となるだろう．

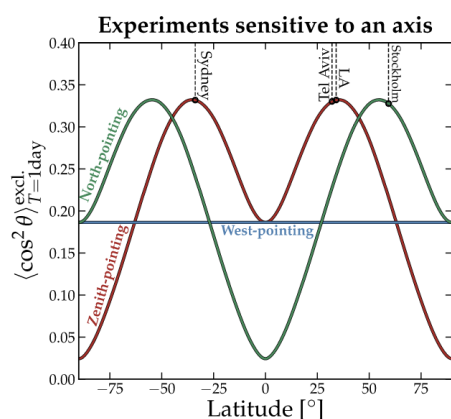


図 7.3: 緯度および偏光に関する変数 $\langle \cos^2 \theta \rangle$ [8]



図 7.4: 実験系のおよその角度

7.3 将来的な展望・セットアップの改良

高感度化について

高感度化するためにはまず第一に考えられるのが，キャビティの高性能化，すなわち Q 値の向上である．具体的には，共振器を超伝導 RF キャビティに切り替えることが考えられる．超伝導 RF キャビティを用いたダークフォトン（アクシオン）探索実験は実際に研究されていて，最大で Q 値は $Q \sim 10^6$ 程度まで達する．超伝導 RF 共振器では外部からコイルによって内部に磁束を通すことはマイスナー効果により困難であるが，[36] のように DC 電流の線をそのまま回路に組み込むことで（図 7.5），変調と両立することが可能である．

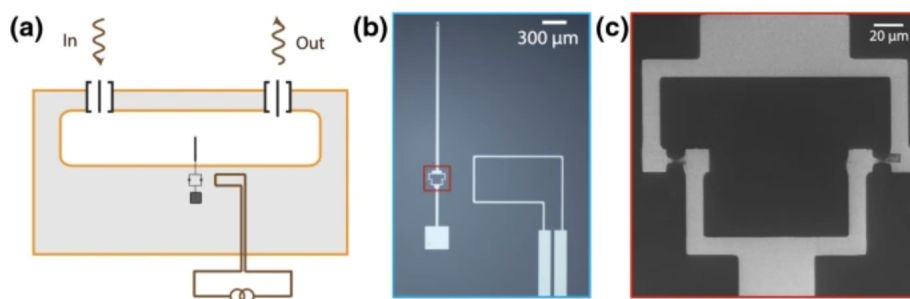


図 7.5: [36] より，超伝導回路に組み込まれた DC 配線と SQUID

広帯域化について

また、今回の変調手法では、変調領域は～10 MHz 程度と、他の変調手法と比較してもあまり広域に変調できたとは言い難い。より広域に周波数を変調させるためには、いくつかの手法が考えられるが、まず考えられるのは量子ビットのデザインを変えて、Jaynes-Cummings におけるカップリング係数 g を大きくすることにある。量子ビットによる強結合を用いた周波数変調の観測は研究が進められていて、読み出し系とキャパシタンスを共有するガルバニック結合という手法を用いて、100 MHz オーダーまで変調が行われた研究もある [37]。

アクシオン探索

超伝導量子ビットによるダークマター探索実験は多く検討されているが、技術的な困難から、実現したものは数少ない。一因としては、アクシオン探索実験の際に強磁場を印加する必要があるためである。キャビティハロスコープにおけるアクシオンの信号強度は以下のように表せる [10]。

$$P_{axion} = 2.2 \times 10^{-23} \text{ W} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) \left(\frac{V}{1361} \right) \left(\frac{B}{7.6 \text{ T}} \right)^2 \left(\frac{C_{010}}{0.4} \right) \left(\frac{g_\gamma}{0.36} \right)^2 \left(\frac{\rho}{0.45 \text{ GeVcm}^{-3}} \right) \\ \times \left(\frac{Q_{axion}}{10^6} \right) \left(\frac{f}{740 \text{ MHz}} \right) \left(\frac{Q_L}{30000} \right) \left(\frac{1}{1 + (2\delta f_a / \Delta f)^2} \right) \quad (7.1)$$

すなわち、信号強度が磁場の二乗に比例する、言い換えれば、感度は磁場と比例関係にあるので DFSZ モデルなど高感度を必要とする探索実験では、10 T 規模の磁場を共振器内部に加えなければいけない。一方で、超伝導量子ビットは、そもそも超伝導状態を保つことが、性能を発揮する上で必要不可欠であるから、強磁場によって、正常に動作しなくなる可能性が高い。特に本研究の周波数変調のセットアップでは、共振器と量子ビットの相互作用を最大化するために、なるべく電磁場のモードが集中する場所に量子ビットを配置する必要があり、強磁場へのケアを行わなくてはならない。超伝導量子ビットの強磁場大勢に関する先行研究では、量子回路に対して、水平な方向に磁場を加えるのであれば、およそ 1 T 付近までは、量子ビットとして機能することが分かっている [38]。本研究をアクシオンの高感度探索にも活用することを目指すならば、1 T 以上の強磁場にも耐性を持ちうる量子ビットの開発を行う必要があるだろう。

付録 A

量子ビットの共振周波数測定および Jaynes-Cummings model によるフィッティ ング

本実験で用いた変調可能な量子ビットの共振周波数を測定し、Jaynes-cummings model による共振器周波数の再現を行い、実際の測定結果との整合性を確認した。

A.1 超伝導量子ビット共振周波数の特定

本測定とは独立に、two-tone spectroscopy(two-tone 分光)と呼ばれる手法で、超伝導量子ビットの共振周波数(励起周波数)を確認した。セットアップは図 A.1 である。

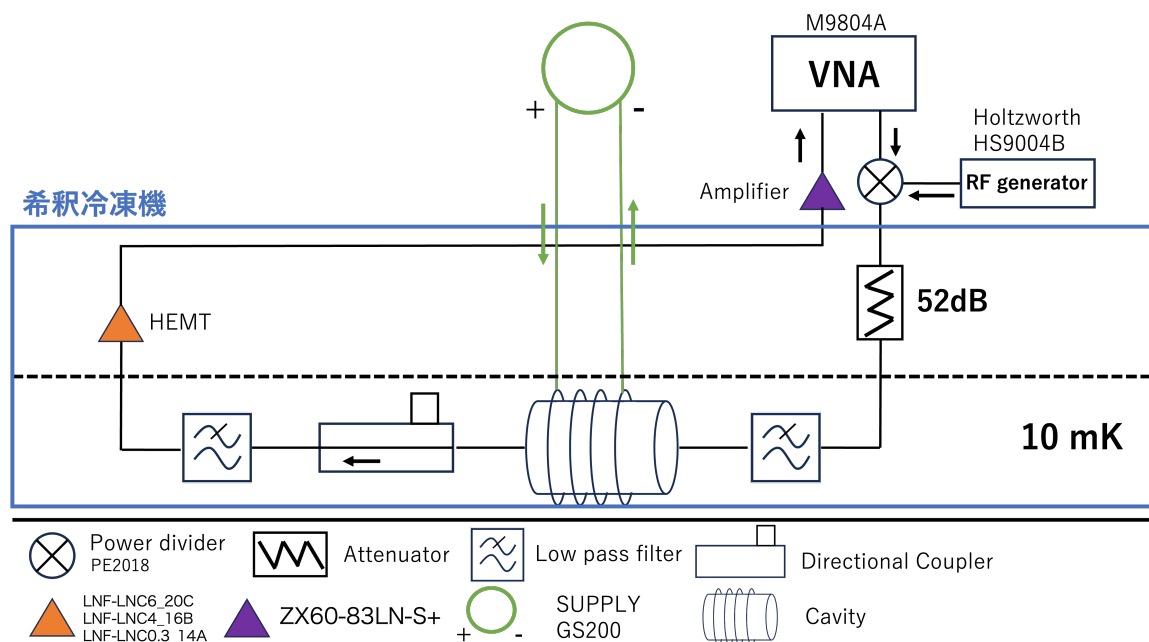


図 A.1: two-tone 分光のセットアップ

本測定と異なる点は、RF 定常波電源が共振器のインプットに Power divider によって繋がれており、VNA の透過波測定中に、定常波を入射することができる点である。

分散領域 ($g \ll \omega_q - \omega_c$) では、第3章で見た通り、共振器は量子ビットの状態に応じて dispersive shift と呼ばれる周波数変調 2ξ を受ける。よって量子ビットの共振周波数に対応したマイクロ波を定常波として打ち込み続けた際の透過波測定によって得られる信号は振幅・位相共に変調が生じる。

その変調の様子を数値計算によってプロットしたものが図 A.2 である。それぞれ青線は量子ビットが基底状態 $|g\rangle$ にいる際の共振器の透過波信号、赤線は量子ビットが励起状態 $|e\rangle$ にいる際の共振器の透過波信号である。この時、量子ビット周波数に対応したマイクロ波を少しずつ周波数 ω_{probe} を変えながら掃引すると、 $\omega_{probe} = \omega_q$ となった時に dispersive shift が起きる。よって、VNA のモニタリング周波数を $\omega_{monitor} \sim \omega_c$ 付近の極めて狭い bandwidth で取り、 ω_{probe} をスイープしていき、透過波の振幅および位相が最も大きく変化した ω_{probe} を ω_q とする。この $|g\rangle$ と $|e\rangle$ での共振周波数差分を見る際には、振幅測定では $\omega_{monitor} = \omega_c$ で差分が最も見やすく、位相測定では $\omega_{monitor} = \omega_c + \xi$ で差分が最も見やすい、と両者で最適なモニタリング周波数が異なる点には注意が必要である (図 A.2)。

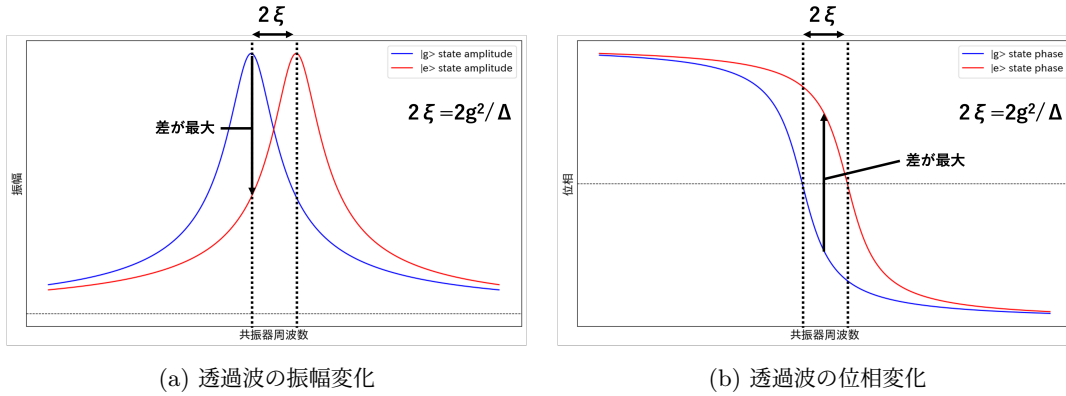


図 A.2: Dispersive shift による透過波信号の振幅・位相変化

実際にダークフォトン探索で用いた共振器および超伝導量子ビットに対し、直流電源で流す電流値を変えながら two-tone 分光を行った (2024/11/28 測定)。two-tone 分光における振幅および位相差の結果を図 A.3 に示す。横軸が電流値、縦軸が Probe 周波数 ω_{probe} で、確かに電流値に依存した局所的な変化が見て取れる。ここで図 A.3 について注目したいのは位相測定においては顕著な dip(位相の落ち) が二つ見えることである。これは量子ビットの基底状態 $|g\rangle$ から第一励起状態 $|e\rangle$ までの第一励起周波数 ω_{01} と、 $|g\rangle$ から第二励起状態 $|f\rangle$ の励起周波数の半分 $\omega_{02}/2$ が見えていたと予想される。この時、 ω_{01} , $\omega_{02}/2$ は、トランズモンを仮定すると、

$$\hbar\omega_{01} = \sqrt{8E_J E_c} - E_c \quad (\text{A.1})$$

$$\hbar\omega_{02}/2 = \sqrt{8E_J E_c} - \frac{3}{2}E_c \quad (\text{A.2})$$

である。よってこの量子ビットにおける静電エネルギー E_c の実測値は、

$$E_c = 2\hbar(\omega_{01} - \omega_{02}/2) \quad (\text{A.3})$$

$$= 2\hbar(f_{01} - f_{02}/2) \quad (\text{A.4})$$

と求めることができる。 f_{01} , $f_{02}/2$ は図 A.3b の極値を読み取って $f_{01} \sim 6.708$ GHz, $f_{02}/2 \sim 6.586$ GHz と読

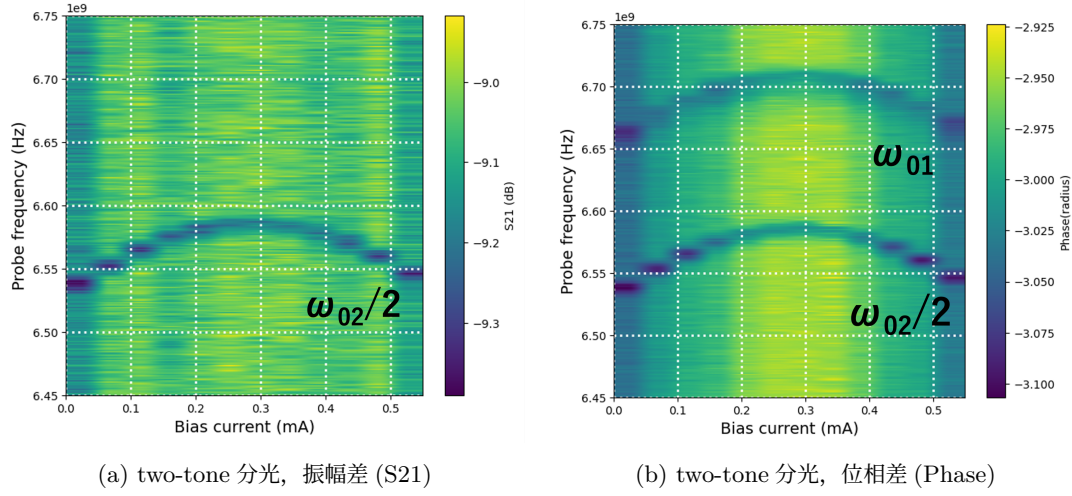


図 A.3: two-tone 分光, 量子ビット共振周波数の電流応答 (2024/11/28 測定)

み取ると,

$$\frac{E_c}{h} \sim 2.44 \times 10^2 \text{ MHz} \quad (\text{A.5})$$

である. また, キャパシタンス C の実測値 (見積もり) は, $C = e^2/2E_c$ から,

$$C = 7.94 \times 10^1 \text{ fF} \quad (\text{A.6})$$

となる. シミュレーションとの齟齬はダストや傷といった余計な two-level system が生じていることが少なからず効いていると考えられる.

また電流値 I によって変化するジョセフソンエネルギー $E_j(I)$ は, ジョセフソンエネルギーの最大値 $E_{j,max}$ を用いて,

$$E_{j,max} = \frac{(\hbar\omega_{02,max} + 3E_c)^2}{32E_c} \quad (\text{A.7})$$

$$E_j(I) = E_{j,max} \cos\left\{\frac{2\pi(I - I_0)}{T}\right\} \quad (\text{A.8})$$

と書けるので, 最大の共振周波数 $\omega_{02,max}$ と静電エネルギー E_c , および電流オフセット I_0 , 周期 T の形で書ける.

以上の情報から, 電流によって変化する量子ビットの共振周波数 $\omega_{02}(I)$ について scipy の curve_fit 関数で fitting を行い, 各係数を求めた. 入力した初期値および fit 結果を表 A.1 にまとめた.

表 A.1: $\omega_{02}(I)$ についてのフィッティングパラメータ

変数	初期値 p_0	フィット後のパラメータ
$f_{02,max}/2$	6.586 GHz	6.586 GHz
C	79.4 fF	81.6 fF
T	11 mA	10.9 mA
I_0	0.25 mA	0.261 mA

また、このフィッティングによって得られた E_c, E_j は、

$$\frac{E_c}{h} \sim 237 \text{ MHz} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{E_j}{h} \sim 25.4 \text{ GHz} \quad (\text{A.10})$$

となり、 $E_j/E_c \sim 100$ 程度の大きさを持つので、トランズモンとしての仮定が正しいことが分かる。

A.2 Jaynes-Cummings model へのフィット

前節で求めた各パラメータから第 5 章で測定した共振器周波数変調のグラフ (図 5.13) を再現することを考える。共振器周波数とモードが交差する量子ビット共振周波数は $\omega_0/2$ であると見積もることができて、

$$\hbar\omega_{02} = 2\sqrt{8E_jE_c} - 3E_c \quad (\text{A.11})$$

と共振器周波数 ω_c との Jaynes-Cummings model を考える。

この時、Lamb shift の測定からカップリング係数 g は $g \sim 5.48 \times 10^1 \text{ MHz}$ と見積もっていたので、表 A.1 のパラメータと合わせて、Jaynes-Cummings model を考え、fit を行った。元の共振周波数変調のグラフに fit した点のプロットを白点として上からプロットしたものが図 A.4 である。ある程度実際の測定データに即した fitting になっていることが確認できる。

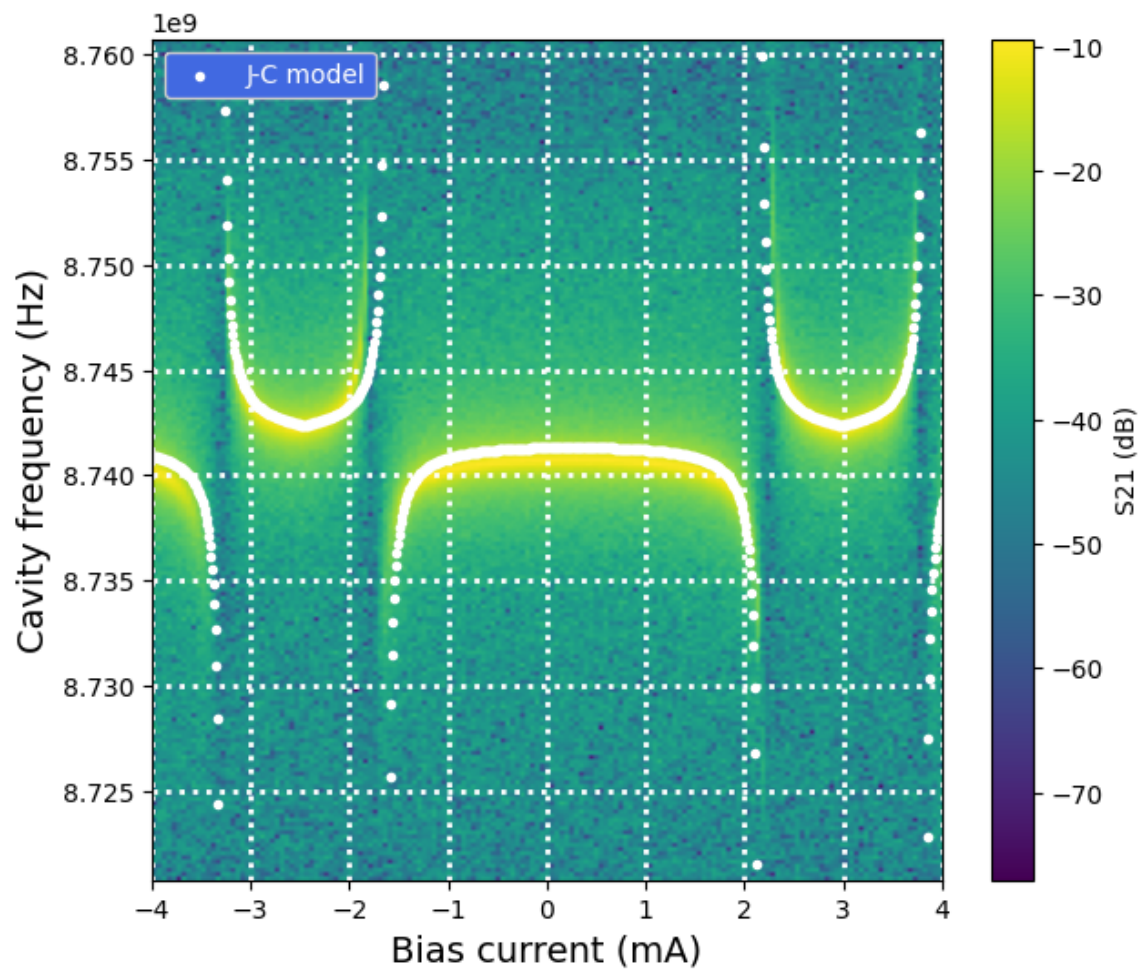


図 A.4: Jaynes-Cummings model の fit

付録 B

モード混合による form factor の損失

第 3 章で取り扱った form factor の計算に関して、本文中ではダークフォトンの電場は Cavity-like な mode $|g, n\rangle$ であっても, qubit-like なモード $|e, n-1\rangle$ であっても量子ビットの脱励起時間より十分長い時間測定すれば, どちらも読み出せるとした. 本章では, この近似が成り立たず, $|e, n-1\rangle$ のモードが読み出せないとした時に, form factor が損失する割合を検討する.

第 3 章の議論から, $|g, n\rangle$ として存在する電磁場の全体の比率は混合角 θ_n を用いて, $\cos^2 \theta_n$ となる. すなわち form factor も $\cos^2 \theta_n$ で減少する.

混合角 θ_n は第 3 章の議論から,

$$\theta_n = \frac{1}{2} \arctan \frac{2g\sqrt{n}}{\Delta} \quad (\text{B.1})$$

である.

Lamb shift の大きさは $\xi = g^2/\Delta \sim 10$ MHz, カップリング係数 g は $g \sim 5.48 \times 10^1$ MHz であったので, g/Δ は $g/\Delta = \xi/g$ から求めることができる.

光子数が十分少ない $n \sim 1$ の条件下では,

$$\cos^2 \theta_n = \cos^2 \left(\frac{1}{2} \arctan \frac{2\xi}{g} \right) \quad (\text{B.2})$$

これを誤差を含めて計算すると, 10 MHz 程度の Lamb shift では

$$\cos^2 \theta_n = 0.92 \pm 0.04 \quad (\text{B.3})$$

となり, 8% 程度 form factor が悪化することが分かる.

謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教官および主査として終始多大なご指導を承りました東京大学素粒子物理国際研究センターの澤田龍准教授に心より感謝申し上げます。温かくかつ的確な助言が大変大きな支えとなりました。

副査である東京大学大学院理学系研究科物理学専攻の日下暁人准教授および東京大学総合文化研究科先進科学研究機構の野口篤史准教授には審査会で非常に的確かつ明快なご指導をいただきましたこと、心より感謝申し上げます。

また、同研究センターの寺師弘二教授には量子ソフト・ハード含めたプロジェクトのリーダーとして大変お世話になりました。心より感謝申し上げます。

また、同研究センターの稲田聡明助教および Shulga Kirill 特任研究員には私の量子分野での至らぬ点・不明な点に対し、的確なアドバイスをいただけましたこと心より感謝申し上げます。

京都大学高エネルギー物理学教室の陳詩遠准教授、東京大学素粒子物理国際研究センターの新田龍海特任助教には、全く知識のない状態から直接本当に様々な点でご指導いただきました。心より感謝申し上げます。

同研究センターの渡邊香凜氏には様々な助言をもらいながら、協力してモチベーションの高い環境で研究に当たることができたと思います。心より感謝申し上げます。

また、素粒子物理国際研究センターの同期を含めた様々な方々にも様々なアドバイス、励ましの言葉をいただきました。心より感謝申し上げます。

東京大学・シカゴ大学・OIST(沖縄科学技術大学院大学)・EPFL(スイス連邦工科大学ローザンヌ校)のスタッフの方々には施設利用で多大なご恩をいただきました。誠にありがとうございました。

最後にこれまでの学業及び県境を支えてくださった家族・友人に心より感謝申し上げます。

皆様誠にありがとうございました。

Acknowledgement

また本研究は東京大学・シカゴ大学・OIST・EPFL の施設利用を元に行われました。誠に感謝申し上げます。

“This work made use of the Pritzker Nanofabrication Facility, part of the Pritzker School of Molecular Engineering at the University of Chicago, which receives support from Soft and Hybrid Nanotechnology Experimental (SHyNE) Resource (NSF ECCS-2025633), a node of the National Science Foundation’s National Nanotechnology Coordinated Infrastructure [RRID: SCR_022955].”

“Flow cytometry analysis / cell sorting was performed at the EPFL Flow Cytometry Core Facility.”

Bibliography

- ¹F. J. Sánchez-Salcedo, “Flat Rotation Curves, Inverse Cascade, and Magnetic Fields”, *The Astrophysical Journal* **467**, L21–L24 (1996).
- ²A. Robertson, R. Massey, and V. Eke, “What does the Bullet Cluster tell us about self-interacting dark matter?”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **465**, 569–587 (2017).
- ³R. Catena and L. Covi, “SUSY dark matter(s)”, *The European Physical Journal C* **74**, 2703 (2014).
- ⁴R. D. Peccei and H. R. Quinn, “CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles”, *Physical Review Letters* **38**, 1440–1443 (1977).
- ⁵E. J. Daw, *A Search for Halo Axions*, (2022) <http://arxiv.org/abs/1807.09369> (visited on 06/06/2024), pre-published.
- ⁶B. M. Brubaker, *First results from the HAYSTAC axion search*, (2018) <http://arxiv.org/abs/1801.00835> (visited on 01/04/2025), pre-published.
- ⁷Y. K. Semertzidis and S. Youn, “Axion dark matter: How to see it?”, *Science Advances* **8**, eabm9928 (2022).
- ⁸A. Caputo et al., “Dark photon limits: A handbook”, *Physical Review D* **104**, 095029 (2021).
- ⁹L. Hui, “Wave Dark Matter”, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **59**, 247–289 (2021).
- ¹⁰ADMX Collaboration et al., “Axion Dark Matter eXperiment: Run 1B Analysis Details”, *Physical Review D* **103**, 032002 (2021).
- ¹¹R. Cervantes et al., “ADMX-Orpheus first search for 70 μ eV dark photon dark matter: Detailed design, operations, and analysis”, *Physical Review D* **106**, 102002 (2022).
- ¹²O. Kwon et al., “First Results from an Axion Haloscope at CAPP around 10.7 μ eV”, *Physical Review Letters* **126**, 191802 (2021).
- ¹³S. Ahn et al., “Extensive Search for Axion Dark Matter over 1 GHz with CAPP’ S Main Axion Experiment”, *Physical Review X* **14**, 031023 (2024).
- ¹⁴R. Khatiwada et al., “Axion Dark Matter Experiment: Detailed design and operations”, *Review of Scientific Instruments* **92**, 124502 (2021).
- ¹⁵D. Horns et al., “Searching for WISPy cold dark matter with a dish antenna”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2013**, 016 (2013).
- ¹⁶F. Bajjali et al., “First results from BRASS-p broadband searches for hidden photon dark matter”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2023**, 077 (2023).
- ¹⁷A. V. Dixit et al., “Searching for Dark Matter with a Superconducting Qubit”, *Physical Review Letters* **126**, 141302 (2021).

- ¹⁸S. Chen et al., “Detecting Hidden Photon Dark Matter Using the Direct Excitation of Transmon Qubits”, *Physical Review Letters* **131**, 211001 (2023).
- ¹⁹S. Asztalos et al., “Large-scale microwave cavity search for dark-matter axions”, *Physical Review D* **64**, 092003 (2001).
- ²⁰P. Arias et al., “WISPy cold dark matter”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2012**, 013 (2012).
- ²¹長門 有登・やまざき れきしゅう・野口 篤史, 『量子技術入門』(東京大学出版会, 2023).
- ²²P. Sikivie, “Invisible axion search methods”, *Reviews of Modern Physics* **93**, 015004 (2021).
- ²³S. Ghosh et al., “Searching for dark photons with existing haloscope data”, *Physical Review D* **104**, 092016 (2021).
- ²⁴B. D. Josephson, “Possible new effects in superconductive tunnelling”, *Physics Letters* **1**, 251–253 (1962).
- ²⁵Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, and J. S. Tsai, “Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box”, *Nature* **398**, 786–788 (1999).
- ²⁶J. Koch et al., “Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box”, *Physical Review A* **76**, 042319 (2007).
- ²⁷越野 和樹, 『共振器量子電磁力学』(サイエンス社, 2020).
- ²⁸S. Sussman, “Quantum Computing with an Open Source Qubit Controller”,
- ²⁹A. P. M. Place, “Increasing lifetimes of superconducting qubits”, Ph.D thesis, Princeton University (2022).
- ³⁰Bluefors, *How does a dilution refrigerator work?*, 2023.
- ³¹S. Majumder et al., “A fast tunable 3D-transmon architecture for superconducting qubit-based hybrid devices”, *Journal of Low Temperature Physics* **207**, 210–219 (2022).
- ³²B. M. Brubaker et al., “HAYSTAC axion search analysis procedure”, *Physical Review D* **96**, 123008 (2017).
- ³³Abraham. Savitzky and M. J. E. Golay, “Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures.”, *Analytical Chemistry* **36**, 1627–1639 (1964).
- ³⁴J. B. Johnson, “Thermal Agitation of Electricity in Conductors”, *Physical Review* **32**, 97–109 (1928).
- ³⁵M. S. Turner, “Periodic signatures for the detection of cosmic axions”, *Physical Review D* **42**, 3572–3575 (1990).
- ³⁶S. Majumder et al., “A Fast Tunable 3D-Transmon Architecture for Superconducting Qubit-Based Hybrid Devices”, *Journal of Low Temperature Physics* **207**, 210–219 (2022).
- ³⁷Z. Ao et al., “Extremely large Lamb shift in a deep-strongly coupled circuit QED system with a multimode resonator”, *Scientific Reports* **13**, 11340 (2023).
- ³⁸J. Krause et al., “Magnetic Field Resilience of Three-Dimensional Transmons with Thin-Film Al/AlOx/Al Josephson Junctions Approaching 1 T”, *Physical Review Applied* **17**, 034032 (2022).