

平成 22 年度 修士論文

MEG 実験  
COBRA スペクトロメータを用いた  
 $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  稀崩壊探索の検証

東京大学大学院 理学系研究科  
物理学専攻 森研究室  
35\_096095 藤井 祐樹  
指導教官 森俊則教授

平成 23 年 1 月

# 概論

レプトンフレーバーの保存則を破る  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊探索実験 MEG は 2008 年から物理データの取得を開始している。MEG 実験では陽電子スペクトロメータとして特殊な勾配磁場をもたせた COBRA (COntant Bending RAdius) マグネットを用いた COBRA スペクトロメータを採用している。COBRA スペクトロメータは高輝度下においても非常に高い運動量、位置、角度、時間分解能を有しており、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊からの陽電子を効率的に、検出することができるスペクトロメータである。この陽電子スペクトロメータはこれまで信号事象からの陽電子の飛跡再構成を行う目的で用いられてきた。本研究ではこの COBRA スペクトロメータを用いて  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  以外のレプトンフレーバー非保存過程である  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  稀崩壊事象を探索することが可能であるかという検証を行うために、電子の再構成アルゴリズム開発及び  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象のシミュレーションを用いた研究を行った。また、実際のデータを用いて解析を行い、1 事象に対して

$$S_{\mu \rightarrow eee} = (2.7 \pm 1.0) \times 10^{-3}.$$

の感度で

$$B(\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-) < 6.1 \times 10^{-3} (90\% C.L.).$$

の上限值を与えるとともに、今後の研究によって現在与えられている最も強い上限値である  $1.0 \cdot 10^{-12}$  を超える稀崩壊探索が可能であるかという議論を行った。

# 目次

概論		i
第 1 章	Introduction	1
第 2 章	$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊	3
2.1	物理的背景	3
2.1.1	Lepton Flavour Violation	3
2.1.2	$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊のラグランジアン	4
2.1.3	超対称性理論	5
2.1.4	SUSY-GUT $SU(5)$	6
2.1.5	SUSY-Seesaw	6
2.1.6	LFV in MSSM	6
2.1.7	Higgs Triplet model	7
2.1.8	Little Higgs model with T-parity	7
2.2	過去の $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊探索実験	10
2.2.1	SINDRUM 実験	10
2.3	バックグラウンド	10
2.3.1	プロンプトバックグラウンド	10
2.3.2	アクシデンタルバックグラウンド	11
第 3 章	MEG 実験	12
3.1	$\mu^+$ ビーム	12
3.2	ターゲット	13
3.3	MEG 検出器	13
3.3.1	COBRA スペクトロメータ	15
3.3.2	液体キセノンガンマ線検出器	20
3.4	データ収集	21
3.4.1	読み出し回路	22
3.4.2	トリガー	22
3.5	バックグラウンド	24
3.6	MEG 実験の現状	24
3.7	$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 探索への利点	24

第 4 章	シミュレーション	25
4.1	事象生成	25
4.2	検出器シミュレーション	25
4.3	信号事象	26
4.3.1	モデル依存を考慮したシミュレーション	27
4.4	背景事象	27
4.4.1	プロンプトバックグラウンド	29
4.4.2	アクシデンタルバックグラウンド	30
第 5 章	事象再構成	33
5.1	波形解析	33
5.2	飛跡再構成	33
5.2.1	ヒット再構成	34
5.2.2	飛跡同定	35
5.2.3	飛跡フィット	36
5.2.4	タイミングカウンターを用いた時間再構成	37
5.3	電子飛跡再構成	38
5.3.1	飛跡同定の変更	38
5.3.2	飛跡フィットの変更	38
第 6 章	性能評価	40
6.1	2010 年 Michel データ	40
6.2	事象選択	40
6.3	分解能	42
6.3.1	シミュレーションを用いた分解能評価	42
6.3.2	運動量分解能	46
6.3.3	位置分解能	49
6.3.4	角度分解能	50
6.3.5	時間分解能	56
6.4	検出効率	57
6.4.1	Michel 検出効率	57
6.4.2	スペクトロメータの信号事象検出効率	59
6.4.3	DCTC マッチング	59
6.4.4	ドリフトチェンバー検出効率	62
6.4.5	スペクトロメータ全体での検出効率	62
6.5	性能評価のまとめ	64
第 7 章	データ解析	65
7.1	解析方法	65
7.1.1	不変質量及び運動量欠損の再構成	65
7.1.2	信号領域の決定	66
7.2	2010 年 Michel データでの 1 事象感度	70

---

7.3	Background の見積もり . . . . .	72
7.3.1	規格化 . . . . .	73
7.4	解析結果 . . . . .	73
7.5	今後の予想到達感度 . . . . .	74
第 8 章	結論と今後の課題 . . . . .	75
8.1	結論 . . . . .	75
8.2	課題と展望 . . . . .	75
8.2.1	統計量 . . . . .	75
8.2.2	解析手法の改善 . . . . .	76
8.2.3	トリガーの最適化 . . . . .	76
8.2.4	今後の展望 . . . . .	77
Appendix A		78
Appendix B		79
謝辞		84
参考文献		85

# 目次

2.1	SUSY-GUT における GUT スケールでの力の大統一 . . . . .	6
2.2	2 重電荷のスカラーヒッグスを介したツリーレベルでの $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 稀崩壊ダイアグラム . . . . .	8
2.3	各タイプ毎の崩壊分岐比 . . . . .	8
2.4	$\mu \rightarrow e^+e^+e^-$ 信号事象とバックグラウンド事象 . . . . .	11
3.1	PSI の世界最大強度陽電子リングサイクロトロン . . . . .	12
3.2	ミュオンターゲット . . . . .	13
3.3	MEG 検出器 . . . . .	14
3.4	MEG 検出器での座標定義 . . . . .	14
3.5	COBRA マグネット磁場 . . . . .	16
3.6	ミュオンが $3.0 \times 10^7$ Hz で崩壊した時にドリフトチェンバー $1 \text{ cm}^2$ 辺りを通過する陽電子の頻度と COBRA 磁石内での半径の関係 . . . . .	16
3.7	ドリフトチェンバーの構造 . . . . .	17
3.8	2 枚のドリフトチェンバーの 1 モジュール中での配置 . . . . .	17
3.9	モジュールの基本構成 . . . . .	18
3.10	GARFIELD によって再現されたセル中の電場ポテンシャルと荷電粒子の移動する飛跡 . . . . .	18
3.11	バーニヤパターン . . . . .	19
3.12	COBRA マグネット内部に設置されたドリフトチェンバー . . . . .	19
3.13	PMT とプラスチックシンチレータを組み合わせた $\phi$ -TC カウンター . . . . .	19
3.14	$\phi$ -TC 上に設置されたシンチレーションファイバー . . . . .	20
3.15	液体キセノンガンマ線検出器内部の 3 次元概念図 . . . . .	21
3.16	MEG 実験トリガー関係図 . . . . .	23
4.1	MEG 実験解析プログラムの関係図 . . . . .	26
4.2	シミュレーションで再現された COBRA スペクトロメータ中での $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊の様子。ピンクの飛跡が電子、水色の 2 本の飛跡が陽電子のもの。 . . . .	27
4.3	$\alpha_i (i = 1, 2)$ 毎に生成した $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ のキネマティクス . . . . .	28
4.4	$\alpha_i (i = 1, 2)$ 毎に生成した信号事象の $E_{e^+, \text{high}} + E_{e^-}$ 分布 . . . . .	28
4.5	$\mu \rightarrow 3e2\nu$ のキネマティクス。4.5(b) は 4.5(a) をログスケールに直したもの。 . . . .	29
4.6	$10^7$ 事象の Michel 崩壊陽電子シミュレーションを発生させた時の 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子が生成している時の電子のエネルギー分布と発生位置分布。 . . . .	31

5.1	ドリフトチェンバー 1 セルの波形データ (縦軸:mV, 横軸:ns)。上段左右:波形はアノードワイヤーからの読み出し波形。残り:バーニヤパッドからの読み出し波形。 . . . . .	34
5.2	バーニヤサークルと $\alpha$ - $z_{Anode}$ 相関図 . . . . .	35
5.3	ドリフト距離とドリフト時間の相関図 . . . . .	36
5.4	再構成された陽電子の飛跡 . . . . .	37
5.5	ドリフトチェンバーによって再構成された飛跡をタイミングカウンターまで伸ばしたときのヒット位置とタイミングカウンターによって再構成されたヒット位置とのマッチングのチェック。 . . . . .	38
5.6	下流側から見た陽電子の飛跡パターン . . . . .	39
5.7	再構成された電子の飛跡 . . . . .	39
6.1	各エネルギー毎での陽電子の $E_{Reco.} - E_{True}$ の差の分布。赤い実線はガウス関数によるフィット結果 . . . . .	43
6.2	電子、陽電子のエネルギー分解能のエネルギー依存性。実線が式 (6.4) を用いたフィット結果。 . . . . .	43
6.3	選択された Michel 陽電子のエネルギーとヒット数の関係。 . . . . .	44
6.4	陽電子の各エネルギーにおける $\theta_{Reco.} - \theta_{True}$ 分布。赤い実線は 2 個のガウス関数を組み合わせたフィット結果。 . . . . .	45
6.5	陽電子の各エネルギーにおける $\phi_{Reco.} - \phi_{True}$ 分布。赤い実線は 2 個のガウス関数を組み合わせたフィット結果。 . . . . .	46
6.6	角度 $\theta/\phi$ に対してエネルギー分解能と同様の解析を行った結果。 . . . . .	47
6.7	実データに対する Michel フィットの結果。三角の点の実データのスペクトル、赤い実線がフィット関数、青い点線が 52.8 MeV での分解能を表している。 . . . . .	49
6.8	モンテカルロシミュレーションによって生成したターゲット上の崩壊位置分布。 . . . .	50
6.9	実データから再構成したターゲット上の崩壊点分布 . . . . .	50
6.10	実データによって再構成されたターゲット上の穴とガウス関数によるフィット結果。 . .	51
6.11	COBRA スペクトロメータ中の陽電子 2 ターン事象。 . . . . .	51
6.12	実データから得られた $\theta_{1st} - \theta_{2nd}$ 分布と $\phi_{1st} - \phi_{2nd}$ 分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。 . . . . .	52
6.13	2 ターン事象を用いて実データから得られた $E_{1st} - E_{2nd}$ 分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。 . . . . .	53
6.14	2 ターン事象を用いて実データから得られた $z_{1st} - z_{2nd}$ 及び $r_{1st} - r_{2nd}$ の分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。 . . . . .	54
6.15	表 6.6 の運動量分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図:2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能 $\sigma_{core}$ 。右図:テール成分も含めた分解能 $\sigma_{eff.}$ 。 . .	55
6.16	表 6.6 の $\phi$ 分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図:2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能 $\sigma_{core}$ 。右図:テール成分も含めた分解能 $\sigma_{eff.}$ 。 . .	55
6.17	表 6.6 の $\theta$ 分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図:2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能 $\sigma_{core}$ 。右図:テール成分も含めた分解能 $\sigma_{eff.}$ 。 . .	55
6.18	表 6.6 の $z$ 分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図:2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能 $\sigma_{core}$ 。右図:テール成分も含めた分解能 $\sigma_{eff.}$ 。 . .	56

6.19	表 6.6 の $r$ 分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能 $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能 $\sigma_{eff}$ 。	56
6.20	Michel 崩壊スペクトル (実線) のうち、37.5 MeV を超える選択領域が赤い網掛け部分。	58
6.21	信号事象のエネルギー分布 (黒い実線) と、解析領域に占める割合 (色つきの網掛け領域)。	60
6.22	ドリフトチェンバーのセルフトリガーを用いてデータから得られた DCTC マッチングのエネルギー依存性。青い実線は 4 次関数によるフィット結果。赤い実線は Michel エッジに対するフィット関数と同様の関数を用いたフィット結果。	61
6.23	左図: ドリフトチェンバーのセルフトリガーを用いてデータから得られたエネルギースペクトルと、フィット関数 (赤い実線) から求められたアクセプトランス内の Michel スペクトル (青い点線)。右図: 左図のフィット結果から求めたドリフトチェンバーの検出効率エネルギー依存性。	62
6.24	$\alpha_1$ モデルを仮定した時の電子及び陽電子に対する検出効率の分布。	63
6.25	$\alpha_2$ モデルを仮定した時の電子及び陽電子に対する検出効率の分布。	63
7.1	ビーム軸に対して垂直に近い角度で放出された Michel 崩壊からの陽電子 7.1(a) が電子として誤って再構成されている事象。	67
7.2	$80^\circ < \theta < 110^\circ$ でデータとシミュレーションの $\theta$ 分布を比較したヒストグラム。	68
7.3	同じトリガー内で 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ , $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の $\Delta t - E_{Total}$ 分布。	68
7.4	同じトリガー内で 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ , $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている信号事象シミュレーションの $\Delta t - E_{Total}$ 分布。	69
7.5	”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ , $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の $\Delta t - E_{Total}$ 分布。	70
7.6	”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ , $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の電子の崩壊点分布 (a) と $\theta$ 分布 (b)。	71
7.7	”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ , $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている信号事象シミュレーションの $\Delta t - E_{Total}$ 分布。	72
8.1	COBRA スペクトロメータ内部の $x - y$ 平面図。	77

# 表目次

2.1	ミューオン崩壊の分岐比と cLFV 過程探索実験によって与えられている崩壊分岐比の上限値 . . . . .	4
2.2	標準模型の素粒子と MSSM によって拡張される素粒子の一覧 . . . . .	5
2.3	LFV 過程間の崩壊分岐比の比 . . . . .	9
2.4	過去の $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊探索実験による結果 . . . . .	10
3.1	液体キセノンと他のシンチレータの基本特性比較 . . . . .	21
3.2	MEG 実験読み出し回路として使用されている DRS4 の基本特性 . . . . .	22
3.3	2009 年物理データ取得時のトリガー . . . . .	23
4.1	シミュレーションに用いた各イベントタイプ . . . . .	26
4.2	プロンプトバックグラウンド及び $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 信号事象のエネルギー閾値に対する生成確率 . . . . .	30
6.1	52.8 MeV 陽電子に対する MEG 実験 COBRA スペクトロメータの性能 . . . . .	40
6.2	電子飛跡を選択するための各条件 . . . . .	42
6.3	式 (6.3) 中の各変数の意味。 . . . .	44
6.4	Michel トリガーの実データに対して Michel フィットを行った結果 . . . . .	48
6.5	52.8 MeV に対する分解能 . . . . .	48
6.6	2 ターン事象より求めた各エネルギー領域毎での分解能。 . . . .	53
6.7	フィット結果から得られた COBRA スペクトロメータの 37.5 MeV と 52.8 MeV での各分解能。 . . . .	54
6.8	今回使用した Michel トリガーデータ中の合計積算電荷、合計ターゲット静止ミューオン数及び選択されたミューオン数から計算される選択領域内の Michel 陽電子数。 . . . .	58
6.9	$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 毎にシミュレーションから求めたエネルギー分布のうち 37.5 MeV 以上のエネルギーが占める割合 $f_{(sig,e^\pm)}$ . . . . .	59
6.10	ドリフトチェンバーセルフトリガーを用いた 37.5-56 MeV での DCTC マッチングの値。 . . . .	61
6.11	COBRA スペクトロメータの検出効率。 . . . .	64
6.12	COBRA スペクトロメータの $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 事象に対する性能 . . . . .	64
7.1	再構成された電子と陽電子の合計エネルギー分解能。 . . . .	66
7.2	分解能から決定した信号領域の範囲。 . . . .	67

# 第 1 章

## Introduction

素粒子物理学の分野は誕生から 100 年以上が経ち、理論への理解と実験の発展により、これまで多くの成果を残してきた。その中でも素粒子の標準理論はこれまで行われてきた数多くの実験結果とも精度良く一致し、多くの物理現象を説明することに成功してきた。しかし、標準理論は理論的には重力相互作用を組み込むことには成功しておらず、その他にもプランク質量スケールと電弱相互作用の質量スケール間に非常に大きな差が生じる階層性問題についても説明することができていない。また、実験的な観点からはニュートリノに質量が存在することを説明できておらず、理論と実験の両面から標準模型を超えた新しい物理が存在することが示唆されている。このため、近年では多くの物理学者が標準理論を超えた新しい物理を発見するべく、理論の研究および実験や、次期実験のための R&D を進めているところである。標準理論を超えた新しい物理の多くは電弱相互作用の質量オーダー (100 GeV) の一桁上である TeV オーダーに新粒子が存在することを示しており、そのために現在衝突実験によってこの非常に高いエネルギーオーダーを実現する実験として、FNAL(フェルミ国立加速器研究所) の Tevatron と CERN(欧州原子核研究機構) の LHC(Large Hadron Collider) が現在稼働中である。これらの実験は加速器によって超高エネルギーを実現させることで新物理の発見を目指した実験と言えるが、一方では超精密測定を行うことで新物理の発見を目指した実験も数多く行われている。スイスの PSI(Paul Scherrer Institut) にある大強度ミュオンビームを用いて行われている MEG 実験も超精密測定によって、新物理発見を目指して行われている実験である [1]。ミュオンの  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊は標準理論ではレプトンフレーバーを破る崩壊として禁止されており、標準理論を超えた新しい物理でのみこの cLFV(charged Lepton Flavour Violation) 過程は検出が可能となる。すでに実験は 2008 年から開始されており、2008 年の物理データ取得においては 90% C.L. で  $B(\mu \rightarrow e\gamma) < 2.8 \times 10^{-11}$  の上限値を得ている [2][3]。2010 年以降のデータ取得ではいよいよ現在の上限値である  $B(\mu \rightarrow e\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$  [4] を超えた領域での探索が期待されている。一方で MEG 実験以外のミュオンを用いた cLFV 実験は現在データ取得が行われておらず、その上限値も長い間更新が無いままである。そこで本研究では  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊の探索を行っている MEG 実験の COBRA スペクトロメータを用いて、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  とは異なる cLFV 過程である  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊を探索することが可能であるかという詳細な検証を行った。また、MEG 実験においては今後さらなる統計量が期待されるとともに、より高感度で実験を行うためにバックグラウンドへの理解を深めることが重要である。本研究ではこれまで MEG 実験において行われていなかった電子の飛跡再構成を行うことで MEG 実験におけるバックグラウンドの研究も同時に行っている。まずは第 2 章で cLFV 過程に関する説明と  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象に関する理論の紹介、バックグラウンド事象に関する説明を行い、第 3 章では検出器についての詳細と MEG 実験全体についての説明を行う。第 4 章ではモンテカルロシミュレーションを用いた研究についての結果を述べ、第 5 章では事象再構成の方法についてまとめる。第 6 章

では COBRA スペクトロメータの信号事象に対する性能評価を行い、さらに第 7 章で実データを用いた解析の結果について述べる。第 8 章では本研究に関するまとめと今後の展望についてを議論する。

## 第 2 章

# $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ 崩壊

$\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  崩壊は純粋な 3 体崩壊であるため、その崩壊面は 2 粒子の崩壊面が決まった時点で一意に決められる。標準模型ではレプトンフレーバー保存則を破る  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  崩壊は禁止されている。ニュートリノの質量混合を考慮してもその崩壊分岐比は測定不可能な非常に小さな値に抑制されている。しかし超対称性理論をはじめとした多くの新しい物理模型ではその分岐比が現在与えられている上限値のそばに存在している可能性も示唆されている。そのため、 $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  崩壊事象を探索し、詳細な研究を行うことで新しい物理模型の検証を行うことができる。

### 2.1 物理的背景

#### 2.1.1 Lepton Flavour Violation

クォークセクターでのフレーバー混合に関しては小林益川理論が提唱された [5]。その後 KEK(高エネルギー加速器研究機構) で行われた Belle 実験及び SLAC(Stanford Linear Accelerator Center) で行われた BaBar 実験によって実際に混合行列の混合角測定が行われ [6]、クォークセクターでは実際に CKM(Cabbibo Kobayashi Maskawa) 行列に質量固有状態の混合を通してフレーバーの混合が起きていることが明らかになった。またレプトンにおいてもニュートリノでは近年行われた SK(Super Kamiokande) を始めとした多くの実験によって、フレーバー混合が起きていることが明らかにされた [7]。荷電レプトンセクターでのフレーバー混合は先にも述べたようにニュートリノが極めて軽い質量を持つことから、GIM 機構によって強く抑制されており、実験ではまだ発見されていない。しかし超対称性パートナーや標準模型には組み込まれていない新しい中間子が存在した場合、荷電レプトンセクターでのフレーバー混合が測定可能な崩壊分岐比を持つ可能性がある。そのため、標準模型を超えた新しい物理模型を検証する上で荷電レプトンセクターでのフレーバー混合事象を測定することが有力な手法と成り得る。これまでもこの cLFV 過程を探す多くの実験が行われてきた。今までの実験によって与えられているそれぞれの cLFV ミューオン崩壊様式についての崩壊分岐比の上限値及び、通常のミューオン崩壊についての分岐比の値を表 2.1 にまとめる。表 2.1 にあるように、ミューオンは崩壊後 100% 近くがレプトンフレーバー保存を破らずに弱い相互作用によって 2 本のニュートリノを伴った Michel 崩壊 ( $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ ) を起こす。

表 2.1 ミューオン崩壊の分岐比と cLFV 過程探索実験によって与えられている崩壊分岐比の上限値

Decay mode	Branching ratio	Reference
$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$	$\sim 100\%$	
$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \gamma$	$(1.4 \pm 0.4)\%$	[15]
$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e e^+ e^-$	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-5}$	[20]
$\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$	$< 1.2\%$	[16]
$\mu^- \rightarrow e^- \gamma$	$< 1.2 \times 10^{-11}$	[4]
$\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$	$< 1.0 \times 10^{-12}$	[21]
$\mu^- \rightarrow e^- \gamma \gamma$	$< 7.2 \times 10^{-11}$	[18]

### 2.1.2 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊のラグランジアン

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊の崩壊幅は、この崩壊に対して効果的なラグランジアンによって決定される [8]。この稀崩壊は4つのフェルミオンがつながっているダイアグラムで表される。したがって、4つのフェルミオンの間に考えられる全ての相互作用を考慮することでこの崩壊に対するラグランジアンを決定することができる。崩壊に関連するラグランジアン  $\mathcal{L}_{\mu \rightarrow eee}$  は式 (2.1) によって表される。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mu \rightarrow eee} = & -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} [m_\mu A_R \bar{\mu}_R \sigma^{\mu\nu} e_L F_{\mu\nu} + m_\mu A_L \bar{\mu}_L \sigma^{\mu\nu} e_R F_{\mu\nu} + g_1 (\bar{\mu}_R e_L) (\bar{e}_R e_L) \\ & + g_2 (\bar{\mu}_L e_R) (\bar{e}_L e_R) + g_3 (\bar{\mu}_R \gamma^\mu e_R) (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) + g_4 (\bar{\mu}_L \gamma^\mu e_L) (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \\ & + g_5 (\bar{\mu}_R \gamma^\mu e_R) (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) + g_6 (\bar{\mu}_L \gamma^\mu e_L) (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) + H.c.]. \end{aligned} \quad (2.1)$$

ここで式 (2.1) 中の  $G_F$  はフェルミの結合定数、 $m_\mu$  はミューオンの質量である。また  $\sigma_{\mu\nu}$  はガンマ行列を用いて  $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$  と定義し、無次元量  $A_L (A_R)$  は光子のペンギンダイアグラムでの結合定数を表す。同じく無次元量である  $g_i (i = 1 - 6)$  は4-フェルミオンダイアグラムでの結合定数であり、 $\mu \rightarrow eee$  事象のファインマンダイアグラムのみに関係する。 $g_1, g_2$  はスカラータイプの結合定数であり、残りの4つはベクタータイプの結合定数となっている。また、 $A_L, A_R, g_i (i = 1^6)$  は一般的に全てLFVが起こり得るモデルのタイプに依存した複素数である。ミューオンの偏極度を  $P$  とし、式 (2.1) より微分崩壊分岐比を計算すると式 (2.2) が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{dB(\mu \rightarrow eee)}{dx_1 dx_2 d \cos \theta d \phi} = & -\frac{3}{2\pi} [C_1 \alpha_1(x_1, x_2)(1 + P \cos \theta) + C_2 \alpha_1(x_1, x_2)(1 - P \cos \theta) \\ & + C_3 \alpha_2(x_1, x_2) + P \beta_1(x_1, x_2) \cos \theta + P \gamma_1(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_4 \alpha_2(x_1, x_2) - P \beta_1(x_1, x_2) \cos \theta - P \gamma_1(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_5 \alpha_3(x_1, x_2) + P \beta_2(x_1, x_2) \cos \theta + P \gamma_2(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_6 \alpha_3(x_1, x_2) - P \beta_2(x_1, x_2) \cos \theta - P \gamma_2(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_7 \alpha_4(x_1, x_2)(1 - P \cos \theta) + P \gamma_3(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_8 \alpha_4(x_1, x_2)(1 + P \cos \theta) - P \gamma_3(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_9 \alpha_5(x_1, x_2)(1 - P \cos \theta) + P \gamma_4(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_{10} \alpha_5(x_1, x_2)(1 + P \cos \theta) - P \gamma_4(x_1, x_2) \sin \theta \cos \phi \\ & + C_{11} P \gamma_3(x_1, x_2) \sin \theta \sin \phi - C_{12} P \gamma_4(x_1, x_2) \sin \theta \sin \phi]. \end{aligned} \quad (2.2)$$

表 2.2 標準模型の素粒子と MSSM によって拡張される素粒子の一覧

Standard Model particles	spin	SUSY particles	spin
lepton ( $l$ )	$\frac{1}{2}$	slepton ( $\tilde{l}$ )	0
quark ( $q$ )	$\frac{1}{2}$	squark ( $\tilde{q}$ )	0
gluon ( $g$ )	1	gluino	$\frac{1}{2}$
electroweak boson ( $Z, W^\pm, \gamma$ )	1	chargino ( $\tilde{\chi}_i^\pm; i = 1, 2$ )	$\frac{1}{2}$
Higgs boson ( $h, H, A, H^\pm$ )	0	neutralino ( $\tilde{\chi}_i^0; i = 1 - 4$ )	$\frac{1}{2}$

ここで  $x_1, x_2$  は生成された 2 つの陽電子をエネルギーが高い方を  $E_1$ 、低い方を  $E_2$  と置き、それぞれを  $M_\mu/2$  でスケールした値である。式中の  $\alpha_i(x_1, x_2)$ 、 $\beta_i(x_1, x_2)$  及び  $\gamma_i(x_1, x_2)$  に関する詳しい表現に関しては Appendix A で述べる。  $C_i$  は式 (2.1) 中の  $g_i$  及び  $A_R$  と  $A_L$  を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{|g_1|^2}{16} + |g_3|^2, \quad C_2 = \frac{|g_2|^2}{16} + |g_4|^2, \\
C_3 &= |g_5|^2, \quad C_4 = |g_6|^2, \quad C_5 = |eA_R|^2, \quad C_6 = |eA_L|^2, \\
C_7 &= \text{Re}(eA_R g_4^*), \quad C_8 = \text{Re}(eA_L g_3^*), \quad C_9 = \text{Re}(eA_R g_6^*), \quad C_{10} = \text{Re}(eA_L g_5^*), \\
C_{11} &= \text{Im}(eA_R g_4^* + eA_L g_3^*), \quad C_{12} = \text{Im}(eA_R g_6^* + eA_L g_5^*).
\end{aligned} \tag{2.3}$$

また、 $\alpha_i$  は  $\mu \rightarrow eee$  崩壊が起きる時に考えられるそれぞれのファインマンダイアグラムに対応しており、 $g_i$  の値もモデルに依存する。したがって  $\mu \rightarrow eee$  崩壊の崩壊分岐比を考える時は各  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  それぞれの寄与を考える必要がある。以下に、この cLFV 過程が実験で探索可能な領域になり得るいくつかの物理模型を紹介する。

### 2.1.3 超対称性理論

超対称性理論 (SUSY) は標準模型の階層性問題を解決し、大統一理論 (GUT) と組み合わせることで大統一エネルギーの領域でゲージ結合定数を 1 つに統合することができる (SUSY-GUT)[9]。そのため SUSY は標準模型を超えた新しい物理として有力な候補の 1 つと考えられている。SUSY ではすべての標準模型に組み込まれているフェルミオン (ボソン) に質量が等しいボソン (フェルミオン) が存在する。これらの粒子は超対称性粒子と呼ばれ、超対称性粒子は全て対となる素粒子と同様のゲージ変換に従う。超対称性が破れることによってこれらの超対称性粒子は対となる標準模型粒子とは異なる質量を持つことになる。もし SUSY が理論的に正しければこれまでの実験及び理論的な制限から、超対称性粒子は質量 100 GeV から 1 TeV オーダーの領域に存在すると考えられている。そのため、SUSY ではレプトンの SUSY パートナーであるスレプトンを媒介とした cLFV 過程が可能になる。以下では超対称性理論の中でも既存の標準模型に最小のパートナーを加えた MSSM (the Minimal SUSY extension of the SM) について詳しく述べる。表 2.2 は MSSM に含まれている素粒子の名称及びスピンをまとめたものである。SUSY においてヒッグス場はアップタイプのクォークに結合するものとダウンタイプのクォークに結合するものの 2 種類に分かれる。それぞれのヒッグス場が持つ真空の期待値をそれぞれ  $\langle H_2 \rangle$ 、 $\langle H_1 \rangle$  と置くと、この真空期待値の比は  $\tan \beta = \langle H_2 \rangle / \langle H_1 \rangle$  と呼ばれる。レプトンのフレーバー混合行列と同様、スレプトンのフレーバー混合も混合行列で表せる [10]。この時、質量混合行列  $m_{ij}$  の非対角成分が LFV 崩壊過程に寄与する。

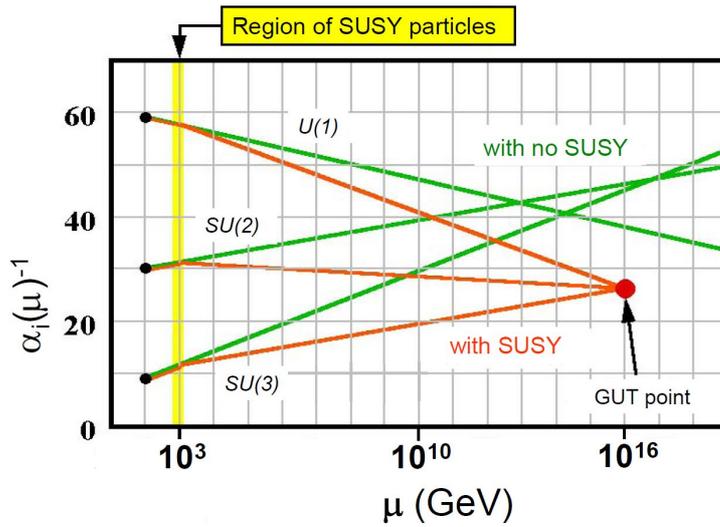


図 2.1 SUSY-GUT における GUT スケールでの力の大統一

### 2.1.4 SUSY-GUT $SU(5)$

ここでは超対称性理論と  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  対称性全てのゲージ変換を統一した最小の群である  $SU(5)$  大統一理論を組み合わせた SUSY-GUT  $SU(5)$  と LFV の関係について議論する。SUSY-GUT の最大の利点は異なる対称群に属していた相互作用の結合定数が図 2.1 のように GUT スケールにおいて統一されることである。また超対称性理論では GUT スケールで新しい対称性である超対称性が導入されるため、レプトンの SUSY パートナーであるスレプトンを通したフレーバーの混合が可能となり、崩壊分岐比が増大する。しかし現在のところ LFV 過程の崩壊は荷電粒子では発見されておらず、SUSY-GUT  $SU(5)$  が正しかった場合スレプトンの混合を抑制する何らかの機構が働いていると考えられている。

### 2.1.5 SUSY-Seesaw

近年の実験から、これまで標準模型では質量を持たないとされていたニュートリノが有限の質量を持っていることが明らかになった。これはニュートリノセクターではレプトンフレーバーの保存が破れていることを意味する。SUSY のいくつかのモデルの中で、このニュートリノ質量をうまく説明できるモデルとして SUSY-Seesaw が挙げられる。SUSY-Seesaw モデルでは左巻きスレプトンの質量混合行列に、ニュートリノの湯川相互作用を通じた非対角成分が現れる [10]。これによって cLFV 過程の崩壊分岐比が大きくなり、cLFC 過程の崩壊分岐比が実験によって探索可能な領域になる可能性がある。この時右巻きのニュートリノの質量は  $\tan \beta$  の値が大きいほど、対となる右巻きニュートリノの質量が大きくなる。この時レプトンセクターでの質量混合が大きくなるため、cLFV 過程の崩壊分岐比が大きくなる。

### 2.1.6 LFV in MSSM

上記 2 つのモデルでは超対称性粒子を介した光子ペンギンダイアグラムによって、cLFV 事象である  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  の崩壊分岐比が大きくなることがわかった。しかし MSSM においてヒッグスを通し

たツリーレベルでの  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊は電子質量が軽いためほとんど起こらず、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊において光子がオフシェルで対生成を起こすファインマンダイアグラムが支配的となる。この場合式 (2.2) 中の値は  $C_5, C_6$  以外はゼロと考えることができる。従ってこの条件で式 (2.2) を積分して  $B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) = 347\pi^2(|A_L|^2 + |A_R|^2)$  と比較すると

$$\frac{B(\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-)}{B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma)} \simeq \frac{\alpha}{3\pi} \left[ \ln \frac{m_\mu^2}{m_e^2} - \frac{11}{4} \right] \simeq 0.0061. \quad (2.4)$$

となる。ここで  $\alpha$  は微細構造定数である。したがって MSSM においては  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  の崩壊分岐比は  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  に比べて 2 桁以上小さくなる。以降では LFV 崩壊を起こす超対称性以外の新しい物理模型の候補を紹介し、MSSM との比較を行う。

### 2.1.7 Higgs Triplet model

SUSY-Seesaw では右巻きのマヨラナニュートリノが大質量を持つことで cLFV 過程が大きくなるが、SUSY では新しい対称性の導入とそれにより新しい粒子の導入が必要であった。Higgs Triplet model(HTM) はこれらの新しい場や粒子を導入することなく、マヨラナ右巻きニュートリノが大きな質量を持ち、結果として左巻きニュートリノが他の粒子に比べて極めて小さい質量を持っていることを説明することができる。そのために HTM では  $SU(2)_3$  重項のヒッグススカラー場  $\Delta$  を導入している。ヒッグススカラー  $\Delta$  は式 (2.5) のように  $2 \times 2$  行列で表される。

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^+/\sqrt{2} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\Delta^+/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

質量  $M$  のヒッグススカラー  $\Delta$  とレプトン 2 重項  $l = (\nu, e)^T$  の相互作用は標準模型のゲージ対称性を満たしている。この時レプトンとヒッグススカラー 3 重項のラグランジアンは式 (2.6) となる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HTM} = & -M^2 (|\Delta^0|^2 + |\Delta^+|^2 + |\Delta^{++}|^2) \\ & - \frac{1}{2}(y_N)_{ij} \left[ \bar{\nu}_i^C \nu_j \Delta^0 - \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_i^C e_j + \bar{e}_i^C \nu_j) \Delta^+ - \bar{e}_i^C e_j \Delta^{++} \right] \\ & + h.c. \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで添え字  $i, j$  は世代を表し、 $(y_N)_{ij}$  は湯川結合定数を表す。このとき 2 重電荷をもったスカラーヒッグス  $\Delta^{++}$  によって図 2.2 のように、ツリーレベルでの  $\mu \rightarrow 3e$  稀崩壊が可能になることで崩壊分岐比が大きくなる。HTM において cLFV 過程の崩壊分岐比はニュートリノ質量パターンに強く依存する。3 世代の右巻きニュートリノ質量を  $m_i (i = 1, 2, 3)$  と置くと質量パターンは主に  $(m_1 \ll m_2 \ll m_3)$  となるヒエラルキータイプと、変性タイプ  $(m_1 \sim m_2 \sim m_3)$ 、反転ヒエラルキータイプ  $(m_3 \ll m_2 \sim m_3)$  の 3 タイプに分かれる。図 2.3 に各タイプ毎での cLFV 過程の崩壊分岐比を示す。

### 2.1.8 Little Higgs model with T-parity

ここではヒッグス粒子が 2 重電荷を含む 3 重項となる模型の 1 つとして、Little Higgs model with T-parity(LHT) を紹介する。標準模型の  $SU(2) \otimes U(1)$  群はさらに大きなゲージ群に含めることができる。LHT ではさらに大きなゲージ群である  $SU(5)$  がエネルギースケール  $\Lambda_S$  で破れることによって、 $SU(2) \otimes U(1)$  群が生じるとする理論である。 $SU(5)$  ゲージ群の真空期待値がスケール  $\Lambda_S$  で  $f \neq 0$  となることでグローバル対称性が破れ、部分群  $SO(5)$  となる。この結果質量ゼロの南部ゴールドストーンボソ

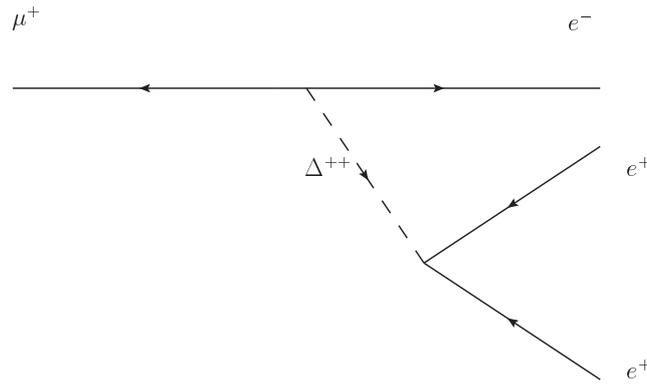


図 2.2 2重電荷のスカラーヒッグスを介したツリーレベルでの  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  稀崩壊ダイアグラム

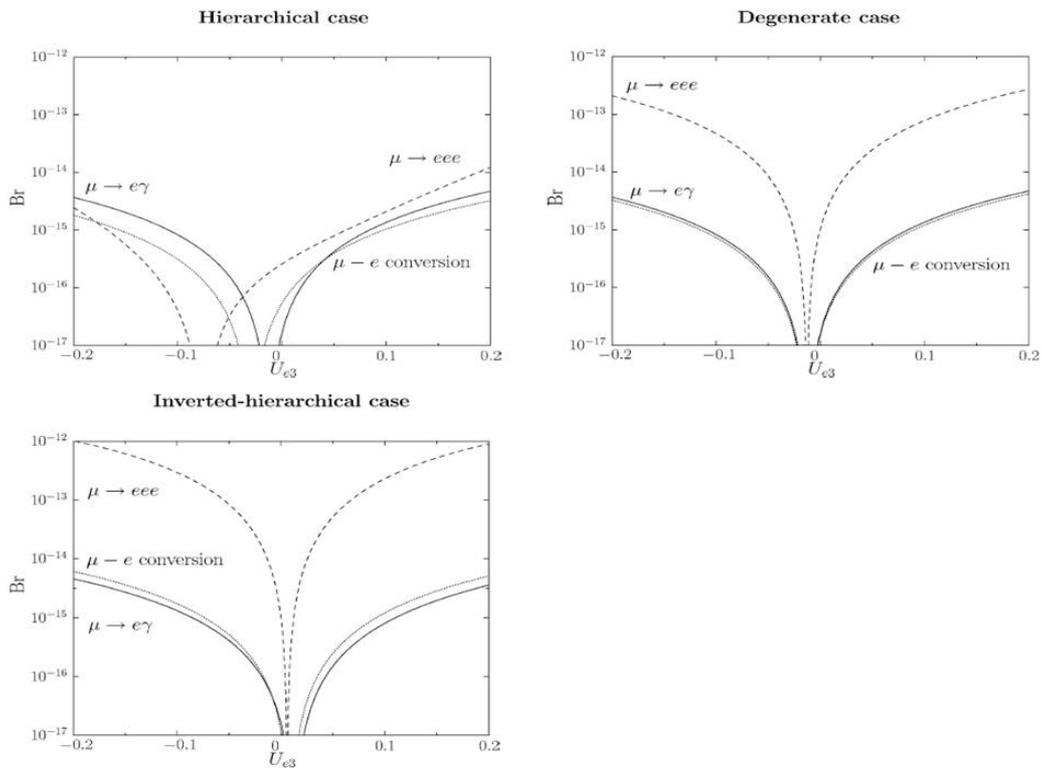


図 2.3 各タイプ毎の崩壊分岐比

ン (NGB) が 14 個生じる。同時に  $SU(5)$  の部分群である  $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$  が破れることで、対角成分である  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  の標準模型ゲージ群が生じる。この時 NGB のうち実 1 重項の  $1_0$  と実 3 重項の  $3_0$  が標準模型の電弱ゲージ群となる。また、残りの質量を持たない  $NGB(2_{\pm 1/2}, 3_{\pm 1})$  はゲージ結合と湯川結合の存在によって質量を持つ擬 NGB となる。これらの対称性の破れによってもたらされた電弱ゲージボソン群は質量固有状態によって 2 つの群に分かれる。質量が軽いゲージボソン群を  $(W_L^\pm, Z_Z, A_L)$  と表し、重いゲージボソン群を  $(W_H^\pm, Z_H, A_H)$  と表す。軽いゲージボソン群がこれまで知られている標準模型の電弱ゲージボソン群となる。さらに LHT では T-parity に対する標準模型ゲージボソン群の変換対称性が偶であるのに対し、重いゲージボソン群の変換対称性を奇とする。この結果、標準模型ゲージボソンに対応する通常のフェルミオンに加えて、ミラーフェルミオンと呼ばれる新しい

表 2.3 LFV 過程間の崩壊分岐比の比

ratio	LHT	MSSM(dipole)	MSSM(Higgs)
$\frac{B(\mu \rightarrow eee)}{B(\mu \rightarrow e\gamma)}$	0.4 ... 2.5	$\sim 6 \times 10^{-3}$	$\sim 6 \times 10^{-3}$
$\frac{B(\tau \rightarrow eee)}{B(\tau \rightarrow e\gamma)}$	0.4 ... 2.3	$\sim 1 \times 10^{-2}$	$\sim 1 \times 10^{-1}$
$\frac{B(\tau \rightarrow \mu\mu\mu)}{B(\tau \rightarrow \mu\gamma)}$	0.4 ... 2.3	$\sim 2 \times 10^{-2}$	0.06 ... 0.1

フェルミオン群が導入される。3 世代レプトンのミラーセクターは (2.7) のように表記する。

$$\left( \begin{array}{c} \nu_H^1 \\ l_H^1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} \nu_H^2 \\ l_H^2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} \nu_H^3 \\ l_H^3 \end{array} \right). \quad (2.7)$$

ミラーレプトンにミラークォークを含んだミラーフェルミオンセクターでも標準理論クォークと同様に、CKM(Cabbibo-Kobayashi-Maskawa) 行列のような混合行列を定義することができる。混合行列を 2 タイプのミラークォークに対して  $V_{Hu}, V_{Hd}$ 、ミラーレプトンに対して  $V_{Hl}, V_{H\nu}$  とおくと、これらの混合行列は式 2.8 を満たす。この場合レプトンのミラーセクターでの混合によって cLFV 過程の崩壊分岐比が大きくなる。

$$V_{Hu}^\dagger V_{Hd} = V_{CKM}, \quad V_{H\nu}^\dagger V_{Hl} = V_{MNS}. \quad (2.8)$$

荷電レプトンセクターでの混合行列  $V_{Hl}$  を世代間混合角  $\theta_{ij}^l$  と複素位相  $\delta_{ij}^l$  を用いて表すと式 (2.9) となる。

$$V_{Hl} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23}^l & s_{23}^l e^{-i\delta_{23}^l} \\ 0 & -s_{23}^l e^{i\delta_{23}^l} & c_{23}^l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13}^l & 0 & s_{13}^l e^{-i\delta_{13}^l} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}^l e^{i\delta_{13}^l} & 0 & c_{13}^l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12}^l & s_{12}^l e^{-i\delta_{12}^l} & 0 \\ -s_{12}^l e^{i\delta_{12}^l} & c_{12}^l & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

これを計算すると、

$$V_{Hl} = \begin{pmatrix} c_{12}^l c_{13}^l & s_{12}^l c_{13}^l e^{-i\delta_{12}^l} & s_{13}^l e^{-i\delta_{13}^l} \\ -s_{12}^l c_{23}^l e^{i\delta_{12}^l} - c_{12}^l s_{23}^l e^{i(\delta_{13}^l - \delta_{23}^l)} & c_{12}^l c_{23}^l - s_{12}^l s_{23}^l e^{i(\delta_{13}^l - \delta_{12}^l - \delta_{23}^l)} & s_{23}^l c_{13}^l e^{-i\delta_{23}^l} \\ s_{12}^l s_{23}^l e^{i(\delta_{12}^l + \delta_{23}^l)} - c_{12}^l c_{23}^l s_{23}^l e^{i\delta_{13}^l} & -c_{12}^l s_{23}^l e^{i\delta_{23}^l} - s_{12}^l c_{23}^l s_{13}^l e^{i(\delta_{13}^l - \delta_{12}^l)} & c_{23}^l c_{13}^l \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

が得られる。 $V_{H\nu}$  は式 (2.8) から得られる。したがって LHT では新しいパラメータ (2.11) が現れる。クォークセクターでも同様にミラークォーク混合行列のパラメータが加わる。

$$f, m_{Hi}^l, \theta_i^l, \delta_i^l \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.11)$$

質量固有状態間の振動パラメータはいくつかの LFV 過程を精密に測定することで明らかにされる。新しい物理の質量スケールとなるべきパラメータ  $f$  は電弱理論を包含するためには 1-2 TeV の領域に存在している必要がある。この値はミラーセクターゲージボソンの質量を測定することで LHC によって明らかにされることが期待されている。いくつかの LFV 過程の崩壊分岐比間の比を LHT と MSSM(ヒッグスによる寄与が大きい場合と小さい場合) で比較したものを表 2.3 にまとめる。MSSM では光子ペンギンダイアグラムからの寄与が支配的であるため、 $B(\mu \rightarrow e\gamma)$  に比べて崩壊分岐比が  $O(10^{-2})$  小さくなる。

表 2.4 過去の  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊探索実験による結果

Place	Year	90% C.L. upper limit	Reference
JINR	1976	$< 1.9 \times 10^{-9}$	[22]
LANL	1984	$< 1.3 \times 10^{-10}$	[17]
SIN	1984	$< 1.6 \times 10^{-10}$	[19]
SIN	1985	$< 2.4 \times 10^{-12}$	[20]
LANL	1988	$< 3.5 \times 10^{-11}$	[18]
SIN	1988	$< 1.0 \times 10^{-12}$	[21]
JINR	1991	$< 3.6 \times 10^{-11}$	[23]

## 2.2 過去の $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 崩壊探索実験

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象の探索はこれまでも行われてきた。過去の実験より得られている現在の上限値を表 2.4 にまとめる。

### 2.2.1 SINDRUM 実験

現在  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊に対する最も感度の高い上限値は SINDRUM 実験によって与えられている [21]。この実験は PSI の前身である SIN (Swiss Institute for Nuclear Research) において、 $5 \times 10^6 \mu^+/s$  のミュオンビームを用いて行われたものである。SINDRUM 実験では最終的に 90%–C.L. で  $B(\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-) < 1.0 \times 10^{-12}$  の上限値が与えられている。

## 2.3 バックグラウンド

信号事象を高い感度で探索する上で、バックグラウンドとなり得る過程を以下で述べる。高輝度下の実験においてはバックグラウンドをいかに少ない状態で測定を行うかという点が大変重要であり、そのためにはバックグラウンドに対する理解が必要不可欠なものである。 $\mu \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象のバックグラウンドは図 2.4(b) のように 3 つの荷電粒子の生成時間が信号事象と等しいプロンプトバックグラウンドと、図 2.4(c) のように起源の異なる事象が時間的に重なるアクシデンタルなバックグラウンドが存在する。

### 2.3.1 プロンプトバックグラウンド

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊と時間的に等しいバックグラウンドとしては  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$  崩壊が考えられる。この崩壊ではレプトンフレーバーは厳密に保存されており、電子および陽電子と同時に 2 つのニュートリノが放出される [20]。そのため崩壊後のエネルギーは 5 つの粒子に分配されることとなる。また 3 体崩壊とは異なり、崩壊面を一意に定めることができない。ニュートリノは質量が非常に軽く弱い相互作用のみしか行わないため、低エネルギーに感度を持つ巨大な検出器以外で捕えられる確率は非常に小さい。そのためニュートリノを伴う崩壊ではエネルギーの欠損が観測される。したがって、2 つの荷電粒子を再構成した時のエネルギー欠損と、運動量欠損を精度良く求めることでプロンプトバックグラウンドは低減することができる。

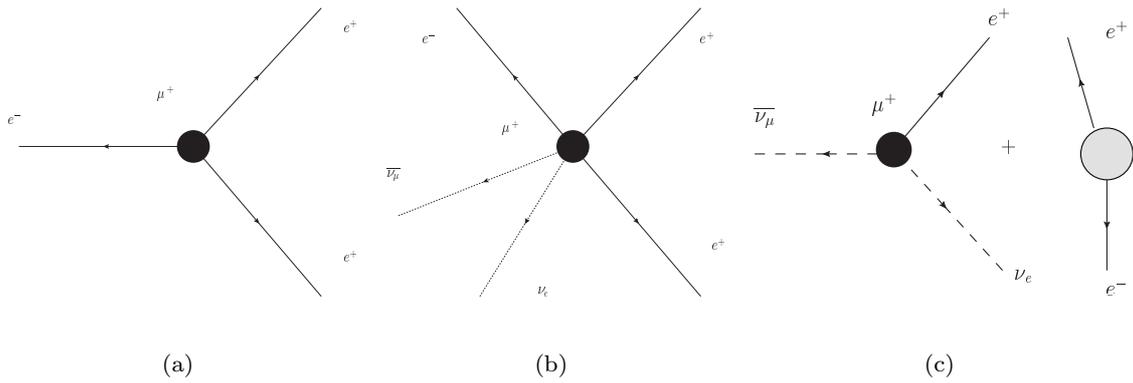


図 2.4  $\mu \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象とバックグラウンド事象

### 2.3.2 アクシデンタルバックグラウンド

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象の偶発的な背景事象となるのは主に陽電子が物質中で起こす Bhabha 散乱 ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ) である。他の Michel 崩壊からの陽電子と、Bhabha 散乱によって生じた電子陽電子対の 3 つの荷電粒子が時間的に重なった場合、信号事象と同様に 3 つの荷電粒子が生じているように見える。また、Bhabha 散乱以外にも電子が生成されるような反応が検出器中で起きた場合、生成電子が Michel 崩壊からの陽電子と重なって信号事象のように見える。アクシデンタルな背景事象の特徴としては、

- 崩壊点が一点では無いこと
- 粒子の生成時間が完全に一緒では無いこと

などが挙げられる。したがって崩壊点での時間及び位置を正確に再構成することがアクシデンタルバックグラウンドを低減するためには非常に重要である。

## 第 3 章

# MEG 実験

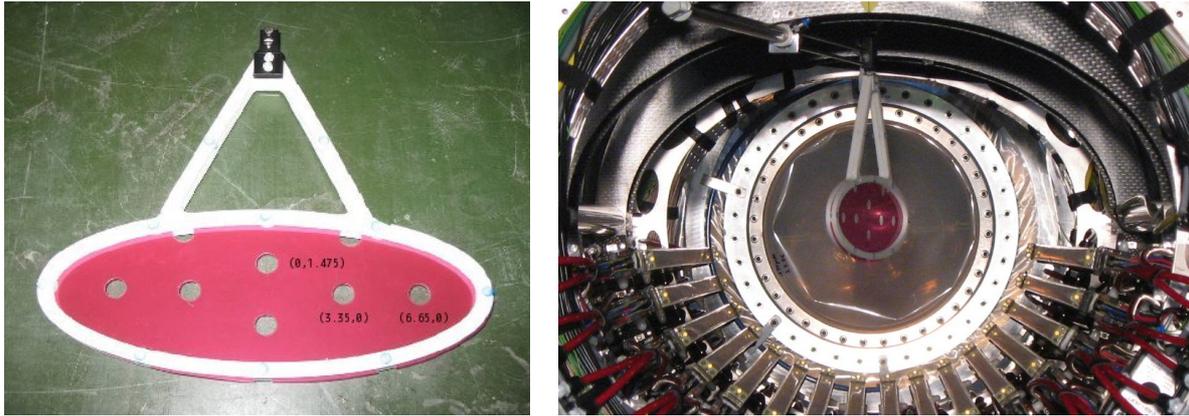
MEG 実験は  $\mu \rightarrow 3e$  崩壊同様 cLFV 過程である  $\mu \rightarrow e\gamma$  崩壊を探索するために 1999 年に出された提案書をもとに Paul Scherrer Institut で開始された実験である。実験は約 10 年間に渡る詳細な研究を基に 2008 年より物理データ取得が始まっており、今後データ取得を続け、現在の上限値である  $1.2 \times 10^{-11}$  を超えた  $10^{-13}$  の感度での  $\mu \rightarrow e\gamma$  探索が期待されている。

### 3.1 $\mu^+$ ビーム

高感度での稀崩壊事象探索を行う際に問題になってくるのはバックグラウンドの増加である。また、ミュオンが原子核捕獲されてミュオニックアトムが生成されることを防ぐためには負電荷ミュオンビームでは無く、正電荷ミュオンビームが必要である。 $\mu \rightarrow e\gamma$  崩壊のアクシデンタルバックグラウンドは瞬間的な崩壊ミュオン数の 2 乗に比例して増加してしまうため、MEG 実験ではパルスビームでは無く、直流のミュオンビームを用いることが望ましい。そのため、実験は PSI にある大強度 590 MeV 陽子リングサイクロトロン (3.1) から引いた世界最高強度の直流ミュオンビームラインである  $\pi E5$  ラインを用いて行われている。陽子リングからミュオンを取り出す際はまず始めに陽子を  $\pi/\mu$  生成用ターゲットに衝突させる。このターゲット中でパイ中間子が生成される。生成されたパイ中間子のうち  $\pi^+$  の崩壊 ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+\nu_\mu$ ) から  $\mu^+$  が生成される。パイ中間子がターゲット中で生成され、ターゲットの表面で崩壊した場合、 $\mu^+$  はパイ中間子の静止状態から純粋な 2 体崩壊によって生成されるため、運動量が 29.8 MeV に揃っている。パイ中間子崩壊からの運動量が揃ったミュオンビームは表面ミュオン



図 3.1 PSI の世界最大強度陽電子リングサイクロトロン



(a) MEG ターゲット

(b) COBRA マグネット中心部に設置されたターゲット

図 3.2 ミューオンターゲット

ビームと呼ばれる。 $\pi E5$  ラインではこのように運動量が揃った表面ミューオンビームを選択的に取り出しているため、効率良く大量のミューオンを取り出すことができる。さらに  $\pi E5$  ラインから取り出されたミューオンは BTS(Beam Transport Solenoid) によって MEG 実験のミューオン静止ターゲット上でビームの広がり最小になるように調整されて、運動量を低減させるためのマイラー製ディグレーダー ( $300 \mu\text{m}$ ) を通して検出器まで輸送される。

### 3.2 ターゲット

$\pi E5$  ビームラインから導かれたミューオンは COBRA マグネット中心に設置されたターゲット上で静止した後に崩壊する。ターゲットには、高いミューオン静止能力と、崩壊後に放出される粒子がターゲット中で失うエネルギーを最小に抑えることが要求される。また、バックグラウンド低減の観点からは Z の小さい物質によって構成されていることが望ましい。これらの要件を満たすため、MEG 実験ではポリエチレン製の  $205 \mu\text{m}$  厚ターゲットをビーム軸に対して  $20.5^\circ$  傾けた状態で、COBRA マグネット中央に設置している。ターゲットには、図 3.2(a) のように飛跡再構成時の位置分解能を見積もるために半径  $1 \text{ cm}$  の穴が 6 個開けられている。2010 年のデータ取得時は陽子の電流  $2.2 \text{ mA}$  に対して単位時間当たりのターゲット上静止ミューオン数  $2.9 \mu^+ \cdot \text{s}^{-1}$  が得られている。

### 3.3 MEG 検出器

精密な実験を行うためには十分な統計量と共に、高い検出器分解能が要求される。バックグラウンドが少ない状況で効果的に信号事象の探索を行うために設計された MEG 検出器について以下で説明する。

#### 座標定義

ここで、MEG 実験で用いられている座標の定義を図 3.4 に示す。以後ビーム軸を  $z$  と置き、水平方向を  $x$ 、垂直方向を  $y$  と定める。また、 $z = 0$  を基準に  $z$  が負の領域を上流側、 $z$  が正の領域を下流側と称する。荷電粒子の放出角度に関しては  $z$  軸との間の角度を  $\theta$ 、 $x$ - $y$  平面上での  $x$  軸からの角度を  $\phi$  とす

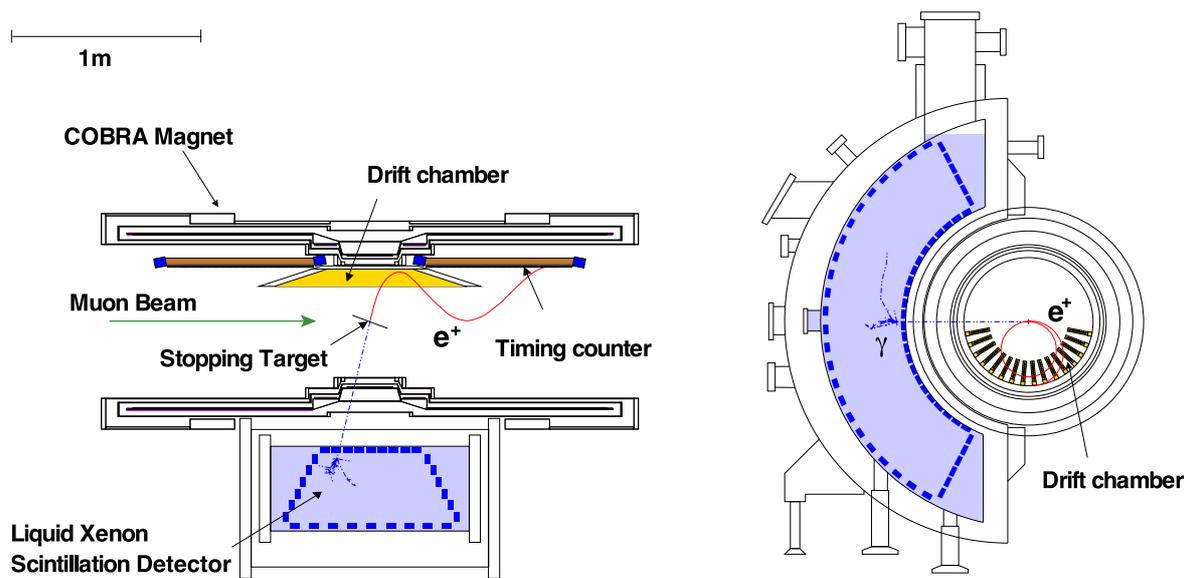


図 3.3 MEG 検出器

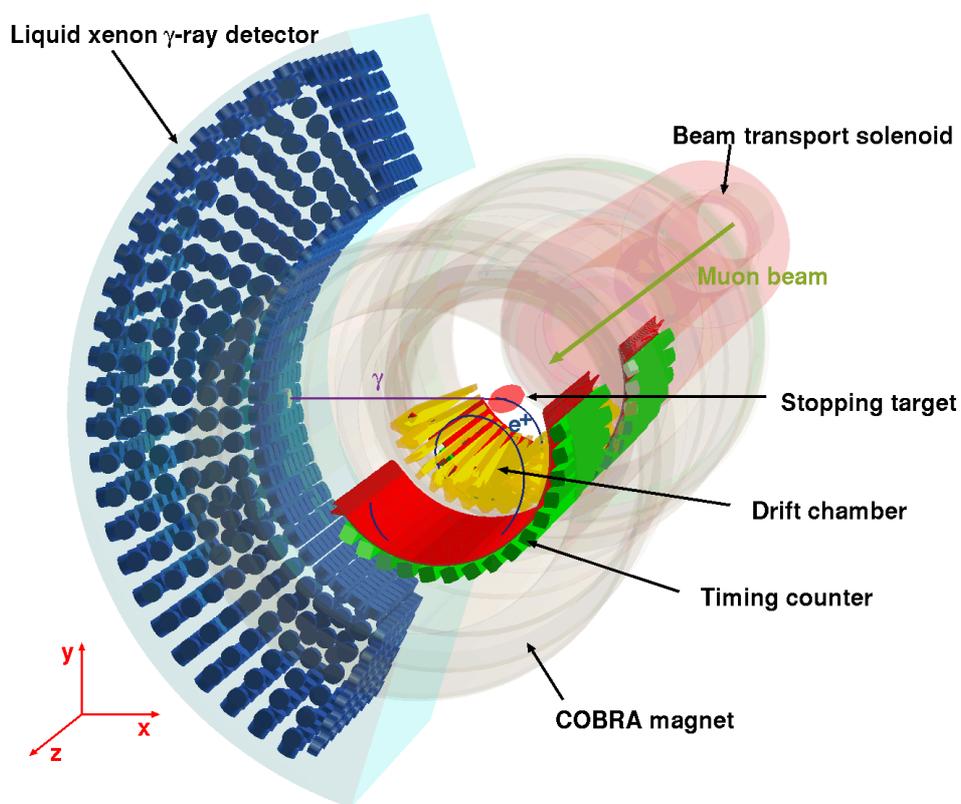


図 3.4 MEG 検出器での座標定義

る。以後これらの定義を用いて説明を行う。

### 3.3.1 COBRA スペクトロメータ

COBRA スペクトロメータは  $\mu \rightarrow e\gamma$  崩壊によって生じた陽電子を検出するために開発されたスペクトロメータである。MEG 実験のためのスペクトロメータとしては以下に上げる性能が求められる。

- ターゲット上崩壊ミューオン数  $3 \times 10^7$  という高輝度で安定した動作を保つこと
- 多重散乱によって運動量分解能が悪化するのを防ぐため、少ない物質で構成されていること
- ガンマ線バックグラウンドの量を低減するため、Z の小さい物質で構成されていること
- ビーム軸方向と断面方向に対して高い位置決定精度を持っていること
- アクシデンタルバックグラウンドを低減するために優れた時間分解能を有していること

スペクトロメータは磁場をかけて陽電子の運動量を測定するための COBRA マグネット、ターゲットで崩壊した陽電子の飛跡を再構成するドリフトチェンバー、そしてその荷電粒子をタグしてトリガーをかけるタイミングカウンターから構成されている。各構成部分は上にあげた要件を満たすために MEG 実験のために工夫されている。以下ではスペクトロメータの各構成部分についての詳しい説明を行う。

#### COBRA マグネット

MEG 実験ではミュー粒子崩壊からの単色な陽電子をバックグラウンドが少ない状態で捕え、ドリフトチェンバーが高輝度下にさらされることを避けるために特殊な勾配磁場をかけた超電導マグネットを用いている。図 3.5 はスペクトロメータに一樣磁場をかけた場合 ((a),(b)) と勾配磁場をかけた場合 ((c),(d)) の陽電子の振る舞いの違いを表している。この勾配磁場によって Michel 崩壊からの運動量の低い陽電子は即座に COBRA マグネット中央の有感領域内から掃き出され、ドリフトチェンバーが高輝度下にさらされることを防いでいる。(図 3.5(a),(c)) さらに一樣磁場中ではターゲットからの放出角に応じて同じ運動量を持った荷電粒子でも異なる曲率半径を持つが、COBRA マグネット内部の勾配磁場中では同じ運動量を持った荷電粒子は放出角に依らずにほぼ同じ曲率半径を持つように設計されている。(図 3.5(b),(d)) 一樣磁場の場合はビーム軸に対して浅い角度で放出された陽電子は横方向運動量が小さいために同じ運動量でも検出効率が落ちてしまうが、COBRA スペクトロメータは勾配磁場のお陰で角度に依らずに信号領域の陽電子の飛跡を検出することができる。図 3.6 に勾配磁場による陽電子の COBRA マグネット内部での頻度と位置の相関を示す。

#### ドリフトチェンバー

本実験に用いられる飛跡検出器は高感度での  $\mu \rightarrow e\gamma$  崩壊探索を目的としているため、ガンマ線検出器側で背景事象となるガンマ線の検出器中での生成を可能な限り低減する必要がある。その要件を満たす飛跡検出器として MEG 実験では、16 個にモジュール化された低物質でなかつ高分解能のドリフトチェンバーの開発を行った [24]。ドリフトチェンバーはアノードワイヤーとカソード間に高電圧をかけることで入射荷電粒子によって電離された電子を電場中でドリフトさせて信号を測定する検出器である。そのため、ワイヤーに対して垂直な平面での位置は電子のドリフト時間を用いて測定することができ、少ない物質と読み出しで高い位置分解能を実現することができる [25]。ドリフトチェンバー中には 50:50 のヘリウム (He) とエタン ( $C_2H_6$ ) が流されており、この混合ガスの圧力や流入速度は圧力制御装置によって常に制御されている。物質をを抑えるために MEG 実験用のドリフトチェンバーは図 3.7 のようにモ

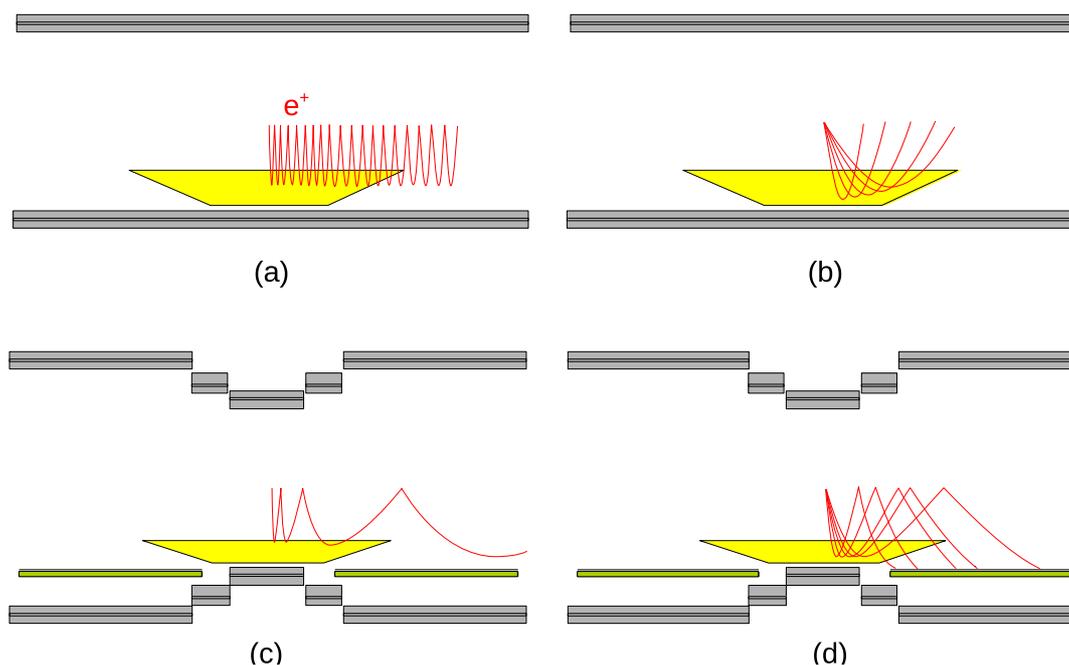


図 3.5 COBRA マグネット磁場

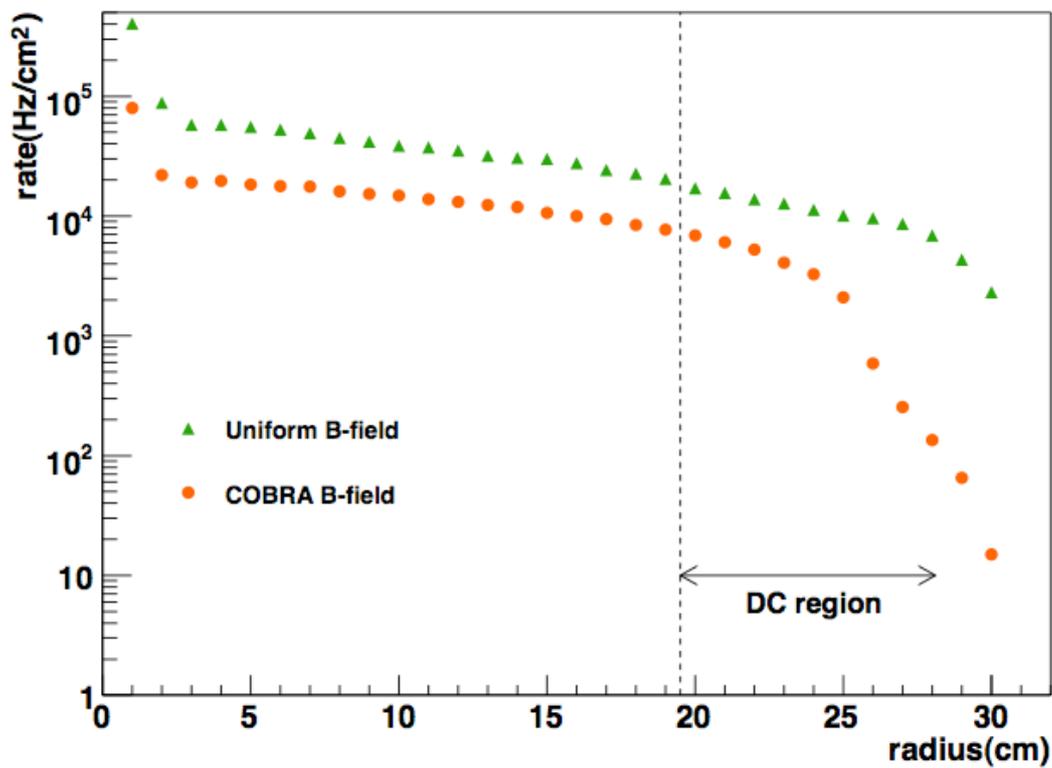


図 3.6 ミューオンが  $3.0 \times 10^7$  Hz で崩壊した時にドリフトチェンバー  $1 \text{ cm}^2$  辺りを通過する陽電子の頻度と COBRA 磁石内での半径の関係

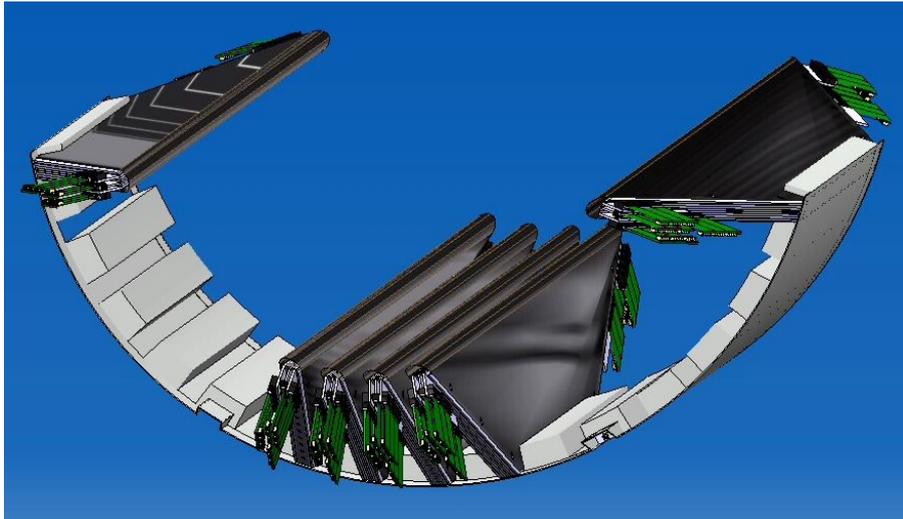


図 3.7 ドリフトチェンバーの構造

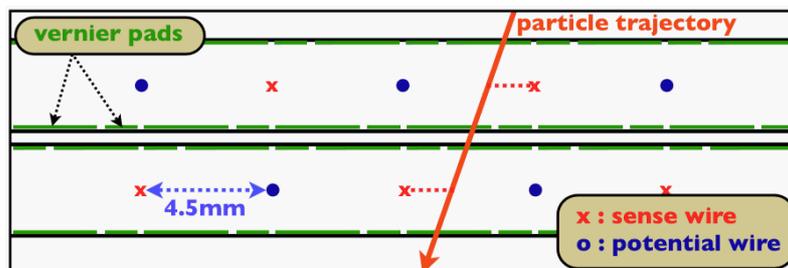


図 3.8 2枚のドリフトチェンバーの1モジュール中での配置

ジュール化されており、1モジュールは9本のワイヤーが張られたドリフトチェンバー2枚によって構成されている。2枚のドリフトチェンバーはアノードワイヤーに対して荷電粒子が左右どちらを通過したかを効率よく判定するため、図3.8のようにセンスワイヤーとポテンシャルワイヤーの配置が逆になっている。セル内部には図3.10(a)のような電場がかけられており、内部の電場勾配によってクーロン力を受けた電離電子はガス中で図3.10(b)のドリフトラインに沿ってセル中心部までドリフトする。ワイヤーとカソードフォイルはカーボンファイバー製アームによって支えられており、読み出しのための信号増幅器もアーム両端に設置されている。(図3.9) 図3.12はCOBRAマグネット中に設置されたドリフトチェンバーの様子である。MEG実験のドリフトチェンバーは高い分解能を得るためにアノードワイヤーからの電荷と組み合わせて、バーニヤパッドという図3.11のように5cm周期でパターン化された特殊なカソードパッドを用いて読み出しを行っている。バーニヤ法ではパッドからの電荷比とワイヤーからの電荷から求めた $z$ の値を比較することで、少ない読み出しでワイヤー単体で電荷分離法によって求める $z$ 方向分解能よりも高い数百 $\mu\text{m}$ の分解能を得ることができる[26]。COBRAマグネット中に設置されたドリフトチェンバーは下流側から見ると図3.12のようになっており、右から0, 1, 2, ... 15という順番で番号付されている。

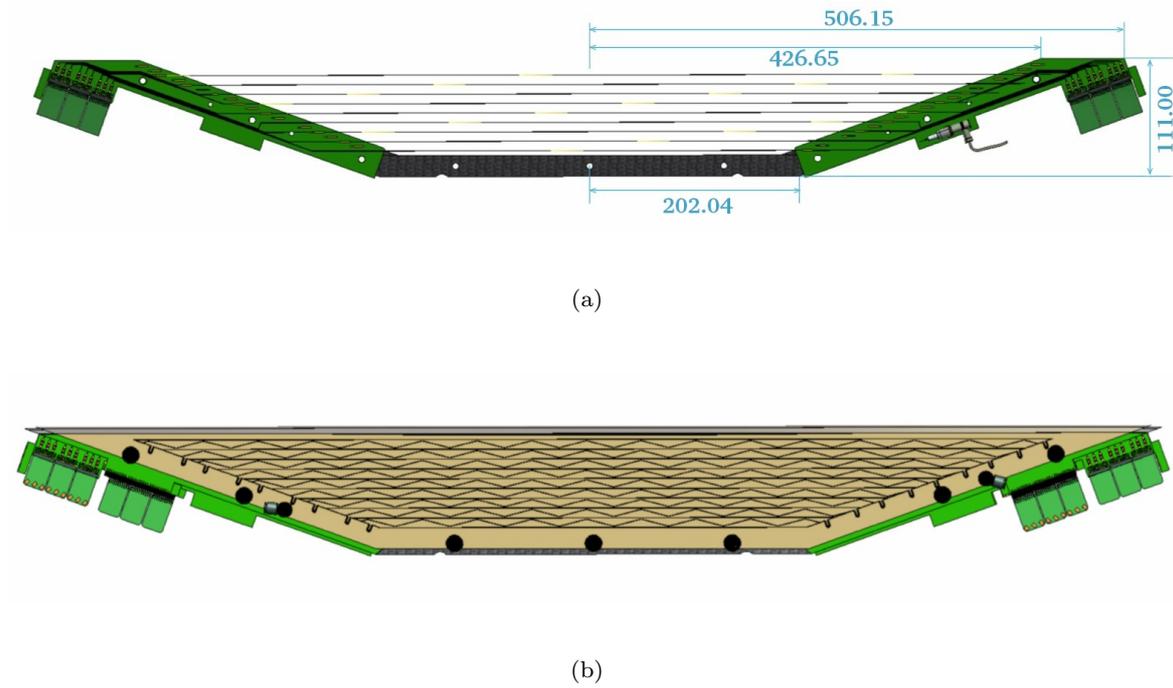


図 3.9 モジュールの基本構成

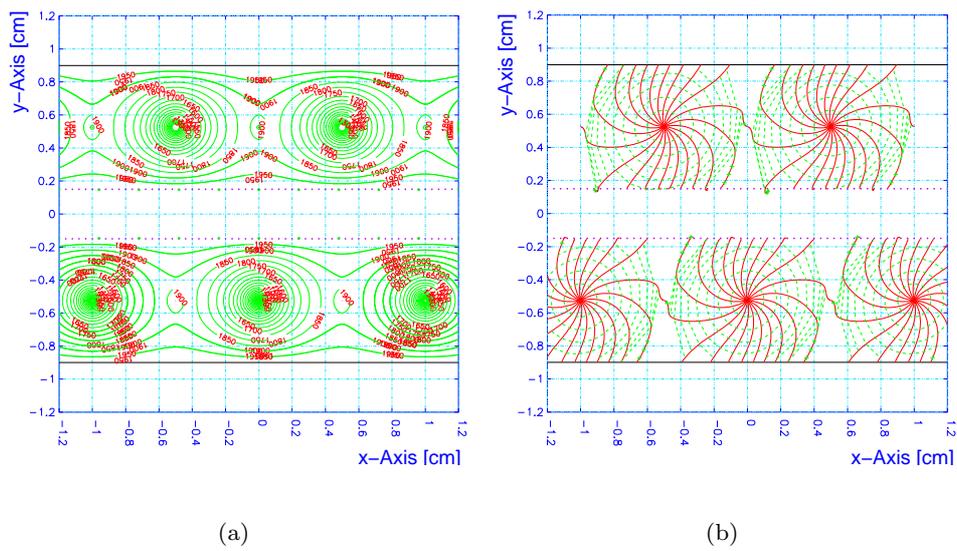


図 3.10 GARFIELD によって再現されたセル中の電場ポテンシャルと荷電粒子の移動する飛跡

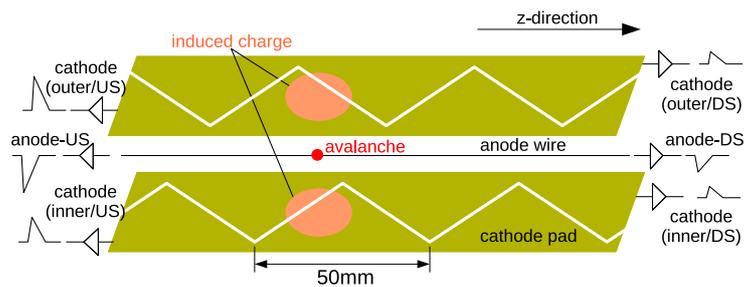


図 3.11 バーニヤパターン

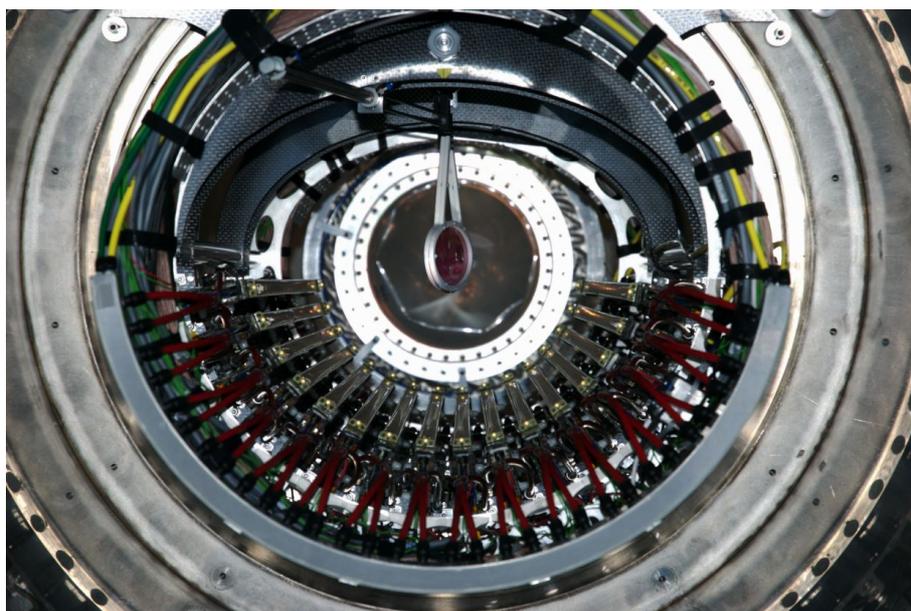
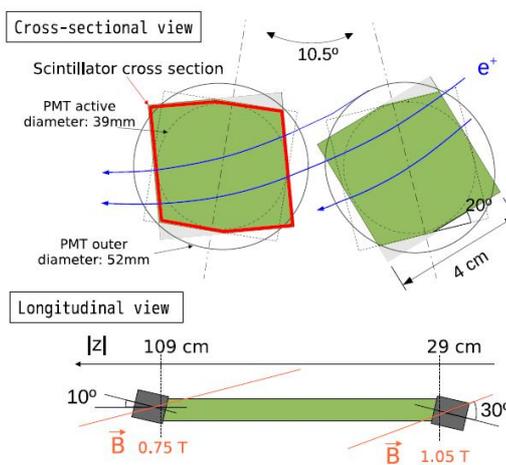


図 3.12 COBRA マグネット内部に設置されたドリフトチェンバー



(a) 10.5° 間隔で並べられた 15 本の TC



(b)  $\phi$ -TC と PMT の  $z$  軸に対する断面図

図 3.13 PMT とプラスチックシンチレータを組み合わせた  $\phi$ -TC カウンター

図 3.14  $\phi$ -TC 上に設置されたシンチレーションファイバー

#### タイミングカウンター

タイミングカウンターは  $\phi$  方向を再構成するためのシンチレータ、光電子増倍管 (PMT) を組み合わせたパーカウンター ( $\phi$ -TC) と、 $z$  方向の位置を精度よく測定するためのシンチレーションファイバーによって構成されている。 $\phi$ -TC のシンチレータには時間分解能に優れたプラスチックシンチレータを用い、PMT は磁場の影響を受けにくいファインメッシュ型 PMT (HAMAMATSU R5924) を使用している。 $\phi$ -TC は上流と下流にそれぞれ 15 本ずつ、図 3.13(a) のように  $10.5^\circ$  間隔で敷かれている。さらに  $\phi$ -TC 上に図 3.14 のようにファイバーが設置されている。シンチレーションファイバーからの読み出しは APD を用いて行う。ただしこれまで APD 読み出しのシンチレーションファイバーはいくつかの問題を抱えていたため物理データのトリガーをかけるためには使われていない。分解能は落ちるが  $z$  方向の位置は  $\phi$ -TC から求めることができるため、現在はこちらを用いて物理データの解析も行われている。

### 3.3.2 液体キセノンガンマ線検出器

本論文においてはガンマ線の検出は行わないが、液体キセノンガンマ線検出器は MEG 実験においてはガンマ線の反応点及びエネルギー測定という大変重要な役割を担っている為、ここで簡単に説明する。これまで多くの実験ではガンマ線の検出は結晶シンチレータを用いて行われてきたが、高い分解能と速い応答時間を得るためには、個体差が大きく応答時間の遅い結晶シンチレータを用いることは適さないと考えられた。そのため、MEG 実験では速い時間応答が得られ、個体差による場所の依存性の小さい大型液体キセノンガンマ線検出器が考案された。液体キセノンのシンチレータ基本特性を表 3.1 にまとめる。キセノンからのシンチレーション光は低温下で真空紫外光領域の光を読みだすために、MEG 実験用に開発された 846 本の PMT で図 3.15 のように液体キセノンの周囲を覆っている。液体キセノンの総量は約 900 リットルとなり、PMT に覆われた有感領域の液体キセノンは約 800 リットル、世界で最初に実用化された大型の液体キセノンガンマ線検出器である。

表 3.1 液体キセノンと他のシンチレータの基本特性比較

	LXe	LAr	NaI(Tl)	CsI(Tl)	BGO	LSO(Ce)	PbWO <sub>4</sub>
密度 (g/cm <sup>3</sup> )	2.98	1.40	3.67	4.51	7.13	7.40	8.3
放射長 (cm)	2.77	14	2.59	1.86	1.12	1.14	0.89
モリエル半径 (cm)	4.2	7.2	4.13	3.57	2.23	2.07	2.00
崩壊時間 (ns)	45	1620	230	1300	300	40	30/10 <sup>*1</sup>
シンチレーション光波長 (nm)	178	127	410	560	480	420	425/420
相対光量	75	90	100	165	21	83	0.083/0.29

<sup>a</sup> 遅い成分/早い成分

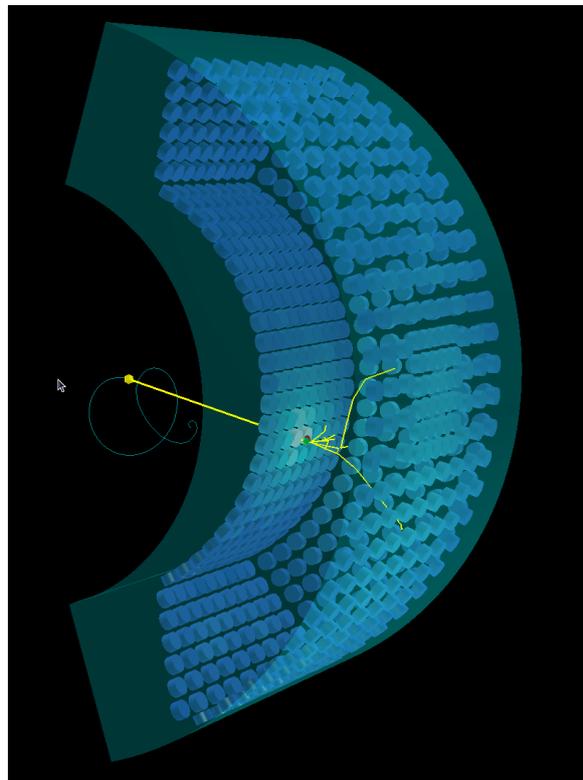


図 3.15 液体キセノンガンマ線検出器内部の3次元概念図

### 3.4 データ収集

高感度での稀崩壊探索を行うためには効率良くデータ収集を行い、高い統計量を得ることが重要である。一方で MEG 実験では信号の情報をより多く得るために波形データの収集を行っている。従って高速度での波形データ収集を行うことが統計量を失わずに効率良くデータ収集を行う鍵となる。以下ではデータ収集のために使用している読み出し回路とトリガーについて説明を行う。

表 3.2 MEG 実験読み出し回路として使用されている DRS4 の基本特性

switched capacitor array	sampling speed	accuracy
1024 cells	6 GSPS with 950 MHz bandwidth	>11 bits

### 3.4.1 読み出し回路

MEG 実験ではデータ収集のための読み出し回路として Domino Ring Sampling chips(DRS) という波形デジタイザーを用いている。DRS は高速で波形データを収集するという MEG 実験の要請を満たすため、PSI で新たに開発された波形デジタイザーである [14]。DRS 内部では高速サンプリングされた波高が 1024 個のセルに分けられてドミノのように回っており、トリガーがかかるとこの 1024 セルの波高情報を 30 ns の遅い読み出し信号に変換して市販の ADC によって波形データとして信号を取り出す仕組みとなっている。2009 年データ取得の際は液体キセノン検出器及びドリフトチェンバーの読み出しは DRS の最新版である DRS4 を用いて読み出しを行った。また、タイミングカウンターに関しては 1 つ前のバージョンである DRS3 を用いてデータを取得している。DRS4 は 100 MSPS から 6 GSPS までサンプリング速度が可変であり、液体キセノン検出器では 1.6 GSPS、ドリフトチェンバーでは 800 MSPS の早さで波形データを収集している。現在 DRS4 の基本的性について表 3.2 にまとめる。

### 3.4.2 トリガー

実験は非常に高輝度なミュオンを用いて実験を行っているため、早い速度でのトリガーが必要である。また、それと同時に信号事象を効率良くトリガーするためには信号事象に関する多くの情報を得ることが重要である。そこで MEG 実験では信号情報を得るための FADC(Flash Analog to Digital Converter) と FPGA(Field Programmable Gate Array) を組み合わせた、高速でなおかつ多くの情報を解析可能なトリガーを用いてデータ収集を行っている。トリガーの流れを図 3.16 に示す。始めに各検出器からのアナログ信号を FADC と FPGA で構成されたタイプ 1 ボードで受け、アナログ信号をデジタル信号にするとともに各検出器毎のトリガーであるタイプ 2 ボードへ信号を送る。次に FPGA タイプ 2 ボードで検出器毎のトリガーをかけ、全検出器からの信号を組み合わせた最終段のタイプ 2 ボードでトリガーをかける。MEG 実験では信号事象を探索するための MEG トリガー以外にも検出器較正用にいくつかのトリガーが用いられている。表 3.3 に 2009 年の物理データ取得中に同時に取得されていたトリガーの詳細をまとめる。不感時間の増大を防ぐために MEG 実験では物理データ以外のトリガーは計数率を抑えてデータ収集を行っている。また、このトリガーの中でタイミングカウンター単体でトリガーしている #22 のトリガーは、タイミングカウンターによって検出可能な高い運動量をもった Michel 崩壊からの陽電子を検出できるトリガーとして、Michel トリガーと呼ばれている。Michel トリガーは液体キセノンガンマ線検出器との同時計測によるバイアスをかけずに Michel 崩壊からの陽電子を検出できるため、 $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$  稀崩壊検出の際には規格化因子を求めるために用いられている。また、ドリフトチェンバー単体でトリガーしている #18 のトリガーは複数のドリフトチェンバーモジュールを通過する荷電粒子をドリフトチェンバー単体でトリガーできるようなアルゴリズムで組み立てられており、タイミングカウンターの影響を受けずにドリフトチェンバー単体での性能を評価するために使用されている。

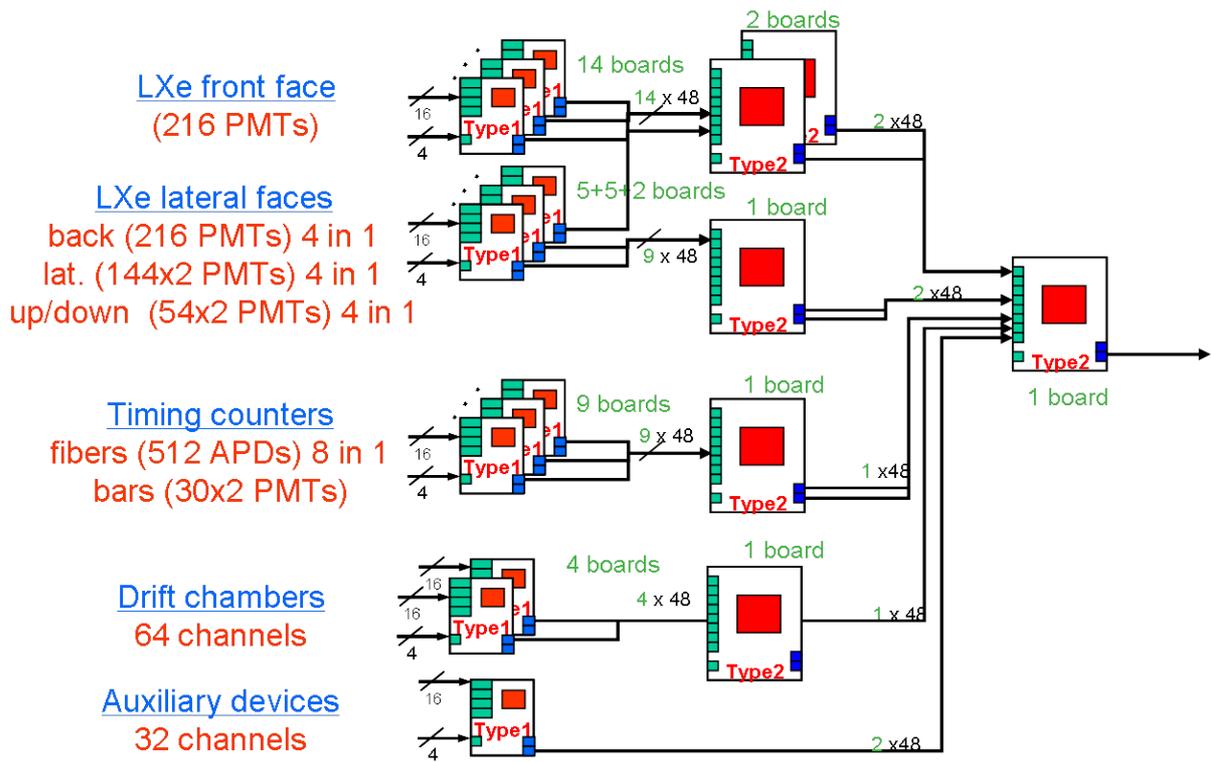


図 3.16 MEG 実験トリガー関係図

表 3.3 2009 年物理データ取得時のトリガー

Trig. Id	Trig. Type	Prescale	Description
0	$\mu \rightarrow e\gamma$	1	$(Q_{LXe} > Q_{high}) \wedge ( T_{e\gamma}  < T_N) \wedge (\Theta_{e\gamma} < \Theta_{thr,N})$
1	$\mu \rightarrow e\gamma$ , low Q	50	Lower Q threshold than in Trigger 0
2	$\mu \rightarrow e\gamma$ , wide angle	500	Wider angular cut than in Trigger 0
3	$\mu \rightarrow e\gamma$ , wide time	200	Wider timing cut than in Trigger 0
4	$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \gamma$	1000	$(Q_{LXe} > Q_{low}) \wedge ( T_{e\gamma}  < T_N)$
9	LXe alone High Q	20000	$(Q_{LXe} > Q_{high})$
10	LXe alone Low Q		
12	$\alpha$ selection	22000	$(Q_{LXe} > Q_0) \wedge \alpha selection$
14	LED	10	100 Hz pulse from LED module
18	DCH track	1e7	DCH self
22	TC alone w/ bar mult.	1e7	
27	LXe Cosmic	2500	
31	Pedestal	20000	Clock for pedestal

### 3.5 バックグラウンド

MEG 実験は高感度の精密測定を目指した実験であるため、バックグラウンドの影響を最小に抑えることが実験成功の重要な鍵となる。バックグラウンドは陽電子と光子が同時に発生するプロンプトバックグラウンドと、トリガーの時間内に複数の事象が重なるアクシデンタルバックグラウンドの2つに分かれる。プロンプトバックグラウンド源としては光子の生成を伴う輻射崩壊 [15] が考えられる。アクシデンタルなバックグラウンドとしては通常の Michel 崩壊から来る陽電子と輻射崩壊 [15] や対消滅による光子とが重なったものである。

### 3.6 MEG 実験の現状

現在 MEG 実験は3年目のデータ収集が終了しており、2008年取得データの最終的な解析結果と2009年に取得したデータの解析状況が報告されている。2008年に取得したデータでは  $B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 2.8 \times 10^{-11}$  (90% C.L.) という崩壊分岐比に対する上限値を得ており [2]、2009年も最終的な解析結果では無いが  $6.1 \times 10^{-12}$  の感度で  $B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 1.5 \times 10^{-11}$  (90% C.L.) という上限値が国際会議にて報告されている。2010年に取得したデータでは現在与えられている最も強い制限である  $B(\mu^+ \rightarrow e^+\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$  を超えることが予想されており、さらに  $a\text{few} \times 10^{-13}$  の上限値を目指して今後もデータ取得が続けられる予定である。目標感度での実験を達成するためには各検出器の性能をさらに向上させ、分解能を上げるとともにバックグラウンドに対する理解をより深めることが非常に重要である。そのため MEG 実験コラボレーショングループでは解析及び検出器の性能向上のために現在も研究が進められている。また、本研究もこれまで MEG 実験では飛跡再構成が行われていなかった電子に対して飛跡再構成を行うことで、COBRA スペクトロメータ内部で起きている物理事象に対する理解をより深めることができる。それによって MEG 実験のメインテーマである  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  稀崩壊事象探索への間接的な貢献も目指したものである。

### 3.7 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ 探索への利点

以上に述べた MEG 検出器 (中でも COBRA スペクトロメータ) を用いて  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  探索を行うことの利点をここで述べる。MEG 実験は非常に高輝度な直流ミュオンビームを使用している。そのため  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  に対する特性と同様、高統計下で問題になるアクシデンタルバックグラウンドを低減させることができる。また、特殊なバーニアパッドを用いた低物質量のドリフトチェンバーによって、運動量、位置、角度に関して高い分解能が得られており、これをタイミングカウンターと組み合わせることで優れた時間分解能も実現している。そのため  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊探索を行う上で重要となる低バックグラウンドな状況をすでに有している。本来  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  探索のために開発されたものであるため、検出効率に関しては落ちるものの、優れた分解能を有しているため、信号事象からの3つの粒子のうち2本の飛跡を再構成できれば運動量欠損を求めることで事象の再構成を行うことができる。さらに  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  と併せて異なる LFV 過程の探索を行うことは、2章で述べたように新しい物理模型の検証を行う上で非常に重要である。以降の章ではシミュレーションを用いた信号事象及びバックグラウンド事象の詳細な研究、COBRA スペクトロメータが有する  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象に対する性能評価を行い、どの程度の感度で探索が可能であるかという議論を行う。

## 第4章

# シミュレーション

これまで MEG 実験は  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  探索のために 2008 年から 3 年間に渡りデータ取得を続けてきたが、これらのデータは  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  事象を捕えることを目的としたトリガーで取得したものであるため、 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊の検出器中での振る舞いを知るためには統計量が十分では無い。従って信号事象の振る舞いを詳細に調べ、COBRA スペクトロメータを用いた  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象探索が可能であるかを評価するためには、シミュレーションを用いた検証が必要不可欠である。COBRA スペクトロメータを用いて  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象が探索可能であるかを検証するために、MEG 実験用に開発されたシミュレーションソフト MEGMC を用いて信号事象及び背景事象のモンテカルロシミュレーションを生成した。MEGMC は CERN によって開発されたシミュレーションソフト GEANT3 を利用した Fortran ベースのソフトウェアであり、事象の生成及び検出器のシミュレーションを行うことができる。さらに生成された事象は MEGBartender というトリガーシミュレーションソフトを用いて波形データを含む raw ファイルと、波形解析前の、生成粒子の検出器中での物理過程情報が入った sim ファイルが生成される。この raw ファイルに入っている波形データを用いることで MEGAnalyzer を通して取得した実データと同様に解析を行うことができる。MEG 実験で用いられているシミュレーション及び解析のプログラムの流れは図 4.1 のようになっている。

### 4.1 事象生成

事象生成では、各崩壊様式についてキネマティクスに従って乱数を生成し、生成された粒子をターゲット上でのビームの分布をガウシアンと仮定して発生させる。MEG 実験では Michel 崩壊や  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊についての事象生成がすでに用意されており、それぞれの崩壊モードに対してイベント ID が振られている。本研究で用いたイベントタイプについて表 4.1 にまとめる。今回はそこに新しく  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象のキネマティクス及びプロンプトバックグラウンドのキネマティクスに従った事象生成の実装を行った。

### 4.2 検出器シミュレーション

検出器内部での粒子の物理過程シミュレーションは GEANT3 によって行われる。ドリフトチェンバー内部での電離電子の振る舞いは GARFIELD によって計算される。

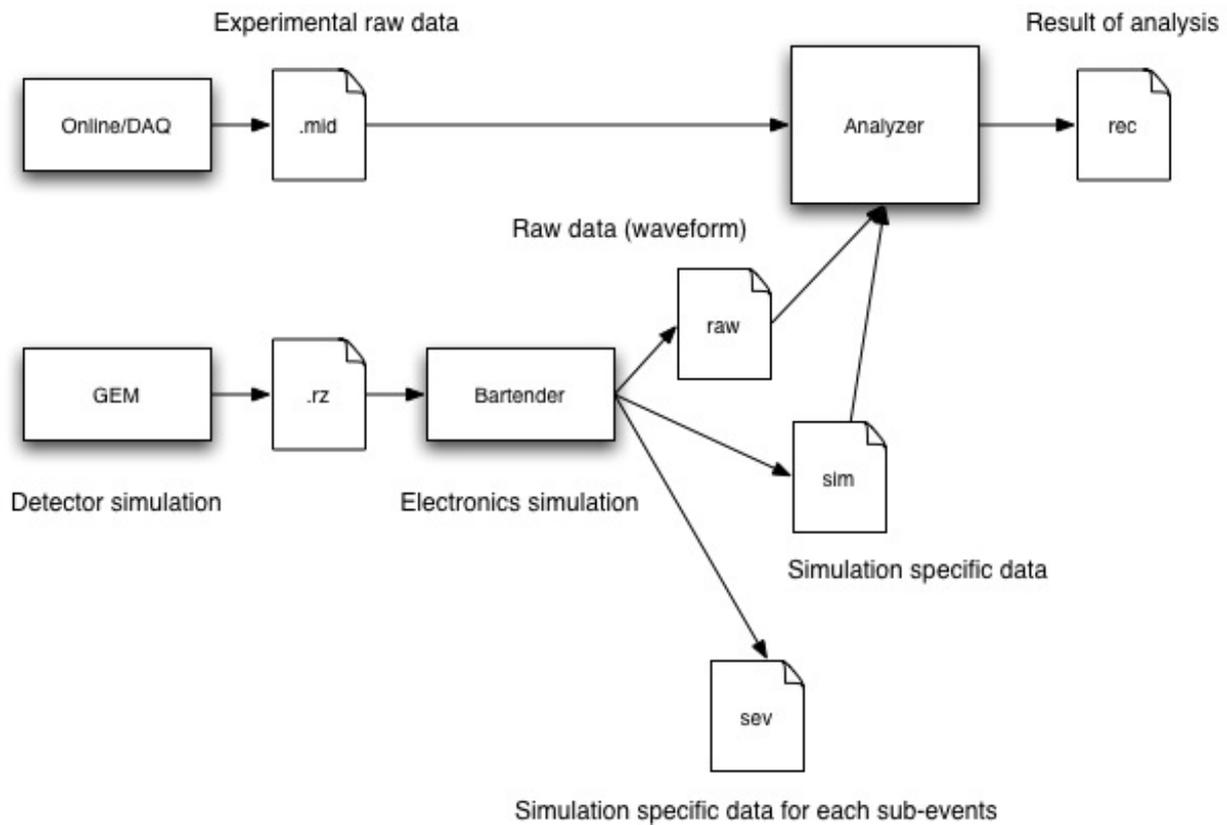


図 4.1 MEG 実験解析プログラムの関係図

表 4.1 シミュレーションに用いた各イベントタイプ

Event ID	Generated particles	Decay mode
2	$e^+ \gamma$	$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \gamma$
5	$e^+ e^+ e^-$	$\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$
6	$e^+ e^+ e^-$	$\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$
12	$e^+$	$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$

### 4.3 信号事象

図 4.2 のようにシミュレーションを用いて  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  崩壊を生成し、検出器中で信号事象がどのように見えるかを調べる。第 2 章で述べたように、信号事象は想定される物理模型によって崩壊過程が異なるため、それぞれの模型ごとに異なるシミュレーションを生成する必要がある。MEG 実験用に開発されたドリフトチェンバーは  $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$  稀崩壊からの 52.8 MeV 陽電子探索を目的として設計されたものであり、高輝度下で効率よくこの信号からの陽電子を検出するために低エネルギーの荷電粒子に対しては検出効率をもたない。そこで特にシミュレーションを用いた研究によって  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  信号事象の荷電粒子が持つエネルギーがどのように分布しているかを調べ、これがどの程度ドリフトチェンバー及び COBRA スペクトロメータ全体で検出可能であるか、ということを探ることが重要である。そのためにキネマティクスに関してモンテカルロで乱数を振って、生成粒子の放出角度分布が  $4\pi$  に対して一様等

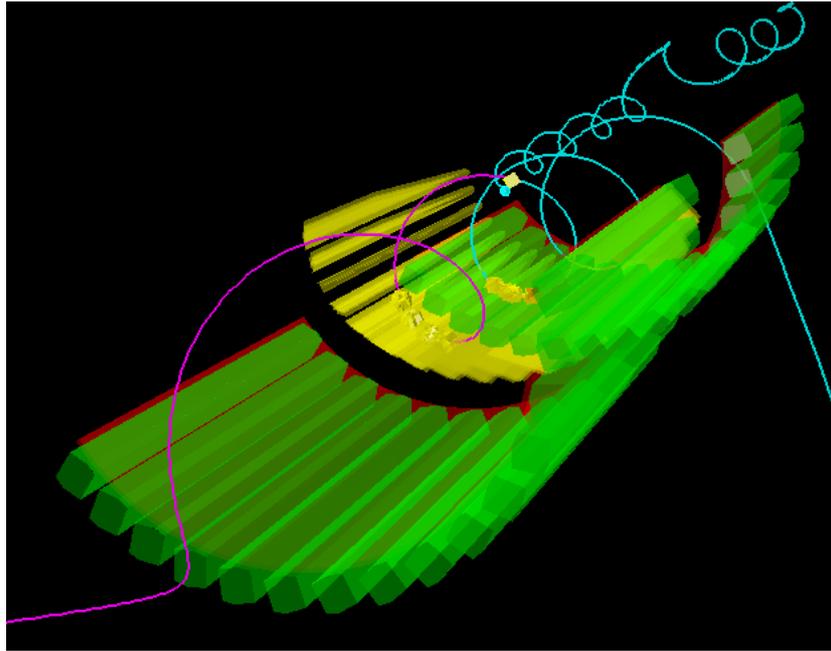


図 4.2 シミュレーションで再現された COBRA スペクトロメータ中での  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊の様子。ピンクの飛跡が電子、水色の 2 本の飛跡が陽電子のもの。

方になるように粒子を生成した。

#### 4.3.1 モデル依存を考慮したシミュレーション

最小超対称性標準模型 (MSSM : Minimal Supersymmetric Standard Model) においては  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  過程で放出される  $\gamma$  線から電子陽電子対が生成されるペンギンダイアグラムによる過程が支配的になる。しかしいくつかの模型によっては未発見の中間子がフェルミオンラインの間を飛ぶことで  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊が生じる、ツリーレベルでの崩壊過程が支配的になる。本研究ではこのツリーレベルによる  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊が可能となるモデル、即ちボソンを介した崩壊が可能になり、それによって崩壊分岐比が大きくなるモデルに注目してモンテカルロシミュレーション事象を生成した。また、今回はよりシンプルな事象生成を行うために、ラグランジアン非対称性  $A_R, A_L$  はゼロとなる場合のみを仮定し、簡単のために、ターゲット中で静止したミュオンの偏極は完全に失われているものとした。従って生成する事象は式 (2.2) 中で係数が  $g_i (i = 1 - 6)$  のみから与えられている  $\alpha_1$  及び  $\alpha_2$  が寄与するな模型である。図 4.3(a), 4.3(b) はそれぞれ  $\alpha_1, \alpha_2$  の寄与による  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象を 200,000 事象生成したときのエネルギー分布である。また、崩壊によって発生する粒子のうちで、運動量の高い陽電子と電子のエネルギーの和の分布を図 4.4 に示す。

## 4.4 背景事象

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊を極めて高感度で探索するためには、背景事象による影響を調べるのが重要である。2つの陽電子と1つの電子が同時に生成される背景事象である  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$  崩壊は信号の背景事象となりうる。そこで背景事象が信号事象へ与える影響を調べるため、信号事象と併せてのシミュレーションによる研究及び、偶発的に複数の事象が時間的に重なることによって生じる偶発的背景事象の

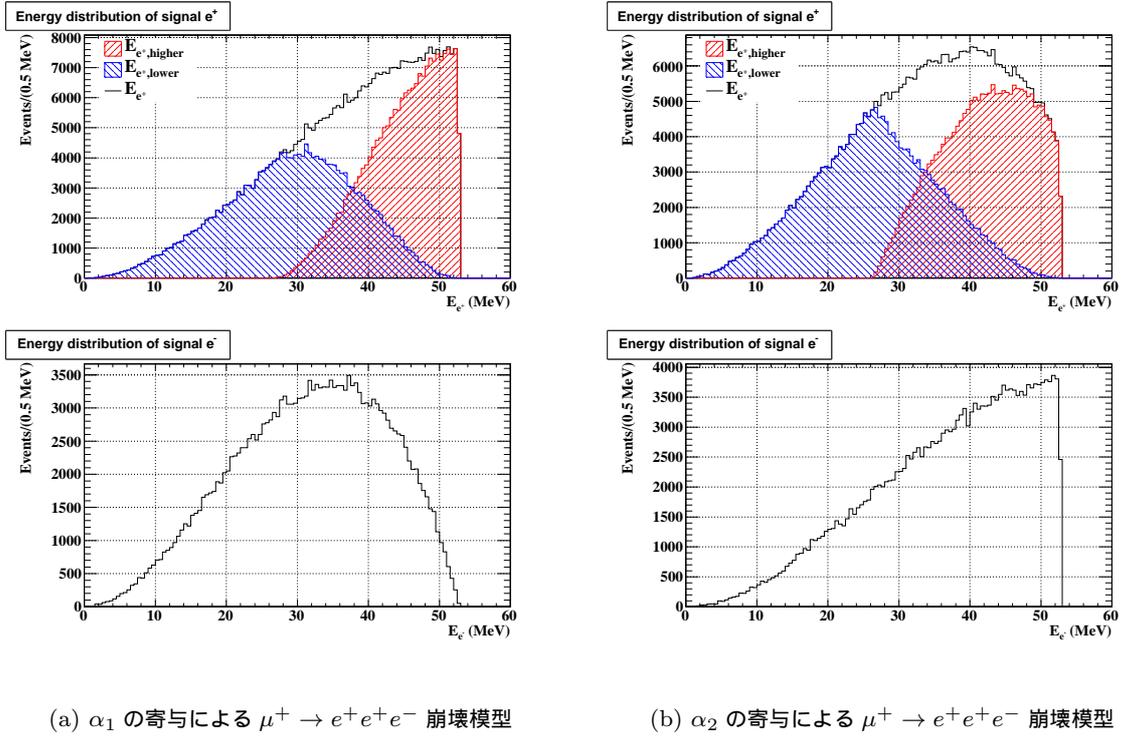


図 4.3  $\alpha_i (i = 1, 2)$  毎に生成した  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  のキネマティクス

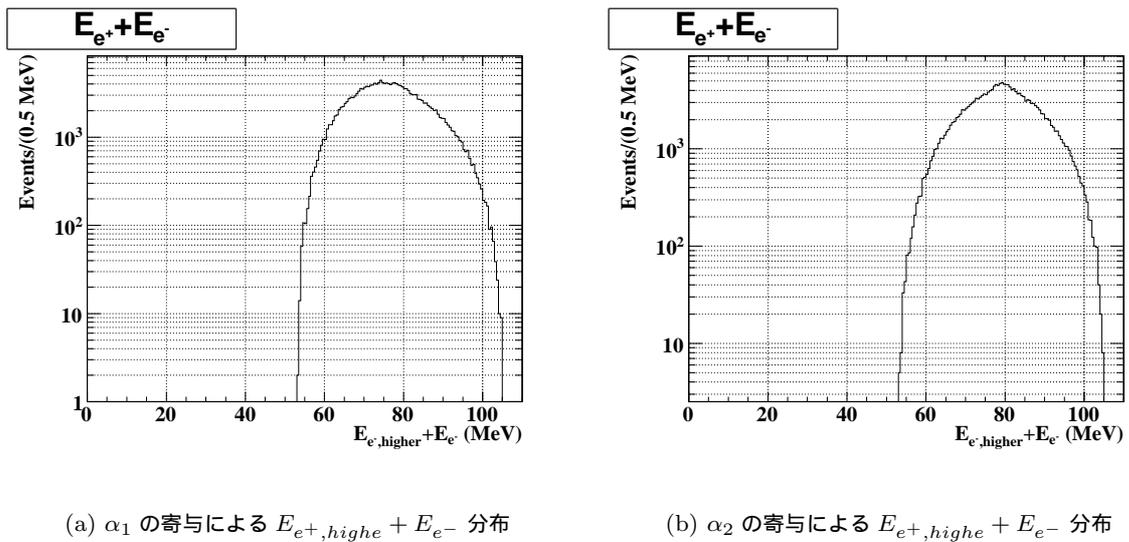
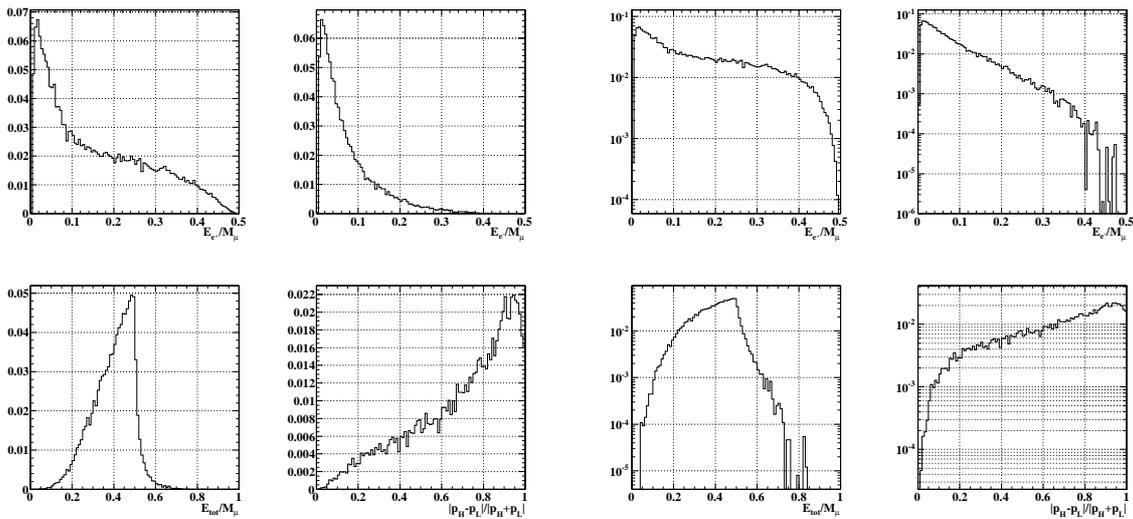


図 4.4  $\alpha_i (i = 1, 2)$  毎に生成した信号事象の  $E_{e^+,high} + E_{e^-}$  分布



(a) プロンプトバックグラウンドの崩壊キネマティクス。左上:陽電子のスケールしたエネルギー分布。右上:電子のスケールしたエネルギー分布。左下:スケールした荷電粒子合計エネルギーの分布。右下:2個の陽電子の運動量差  $|p_H - p_L|/|p_H + p_L|$  の分布。

(b) 図 4.5(a) の  $y$  軸をログスケールに直したもの。

図 4.5  $\mu \rightarrow 3e2\nu$  のキネマティクス。4.5(b) は 4.5(a) をログスケールに直したもの。

シミュレーションによる研究を行った。

#### 4.4.1 プロンプトバックグラウンド

プロンプトバックグラウンドのシミュレーションとして  $\mu \rightarrow 3e2\nu$  崩壊及び  $\mu \rightarrow e\gamma 2\nu$  崩壊を生成する。輻射崩壊のシミュレーションを行うのは、そこから発生する光子が対生成を起こして電子陽電子対が発生する事象もプロンプトバックグラウンドと成り得るためである。 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$  崩壊事象生成に関しては過去の論文より、崩壊のキネマティクスが明らかにされている [27]。論文中では ROOT の関数クラスである TGenPhaseSpace[28] を基にした PhaseSpace.C というマクロを応用して事象生成が行われている。本研究ではこの事象を詳しく解析し、MEG 検出器中での振る舞いを調べるために TGenPhaseSpace 関数クラスの GEM への実装を行った。TGenPhaseSpace は多体崩壊を崩壊の反応断面積が全ての粒子に対して等しいか、あるいはフェルミ統計で事象生成するための関数クラスである。この関数内では崩壊後の各粒子が持つ運動量を運動量空間内で乱数を振って決定している。さらに本研究ではプロンプト事象を生成するためにプロンプト事象のスピ行列項の理論計算結果を用いて、500,000 事象の  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$  崩壊生成を行った。また、荷電粒子のエネルギーが高い領域の影響がどの程度かを詳細に調べるため、 $E_{e^+,higher} + E_{e^-} > 75 \text{ MeV}$  の領域に限ったシミュレーションを 10,000 事象生成した。理論計算の詳細については Appendix B にまとめる。また、ミューオンの放射崩壊に関しては MEG 実験のプロンプトバックグラウンドでもあるため、MEG 実験用のシミュレーション生成ソフトを用いたモンテカルロシミュレーションの生成を行った。生成したプロンプトバックグラウンドのキネマティクスを図 4.5(a) に示す。図 4.5(b) は図 4.5(a) をログスケールに直したものである。図 4.5(a) 中左上の

表 4.2 プロンプバックグラウンド及び  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象のエネルギー閾値に対する生成確率

Energy threshold(MeV)	Fraction in prompt background	Fraction in $\alpha_1$ model signal	Fraction in $\alpha_2$ model signal
$E_{e_{high}^+} > 37.5$	0.19	0.89	0.75
$E_{e_{high}^+} > 40$	0.13	0.80	0.64
$E_{e_{high}^+} > 42.5$	0.083	0.69	0.51
$E_{e^-} > 37.5$	$4.6 \times 10^{-3}$	0.33	0.53
$E_{e^-} > 40$	$2.4 \times 10^{-3}$	0.25	0.46
$E_{e^-} > 42.5$	$1.1 \times 10^{-3}$	0.17	0.38
$E_{e_{high}^+} + E_{e^-} > 75$	$(4.7 \pm 0.3) \times 10^{-5}$	0.55	0.68
$E_{e_{high}^+} + E_{e^-} > 80$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5}$	0.35	0.46
$E_{e_{high}^+} + E_{e^-} > 85$	$(1.4 \pm 0.5) \times 10^{-6}$	0.19	0.26
$E_{e_{high}^+} + E_{e^-} > 90$	$(4 \pm 2) \times 10^{-7}$	0.089	0.12

ヒストグラムは陽電子のエネルギーをミューオン質量でスケールしたものであり、右上は同様にスケールした電子のエネルギー、左下は荷電粒子の合計エネルギーをスケールしたものである。右下のヒストグラムは高いエネルギーを持った陽電子の運動量  $p_H$ 、低いエネルギーを持った陽電子の運動量を  $p_L$  としたときの

$$p_{diff} = \frac{|p_H - p_L|}{|p_H + p_L|} \quad (4.1)$$

の分布である。表 4.2 はエネルギースレッシュヨルドをいくつか変化させた時にスレッシュヨルド以上の事象が全体に占める割合をプロンプバックグラウンドと信号事象に対して求めたものである。これよりプロンプバックグラウンドと信号事象を分離するためには、荷電粒子のエネルギー合計が高い事象を選択することが効果的であるということがわかる。

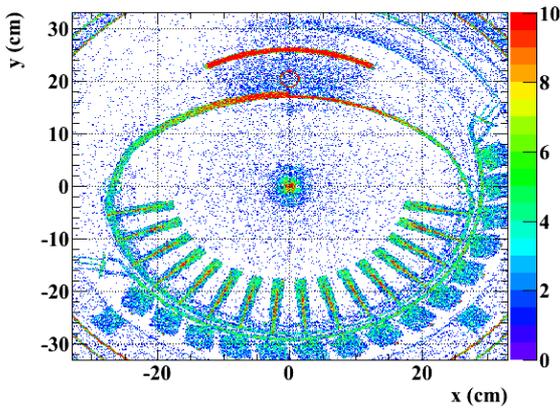
#### 4.4.2 アクシデンタルバックグラウンド

アクシデンタルバックグラウンドは Michel 崩壊からの陽電子と、それ以外の崩壊から電子が生じている事象が偶発的に重なるものである。この時間幅中でバックグラウンド源の電子がアクシデンタルに測定される確率は、

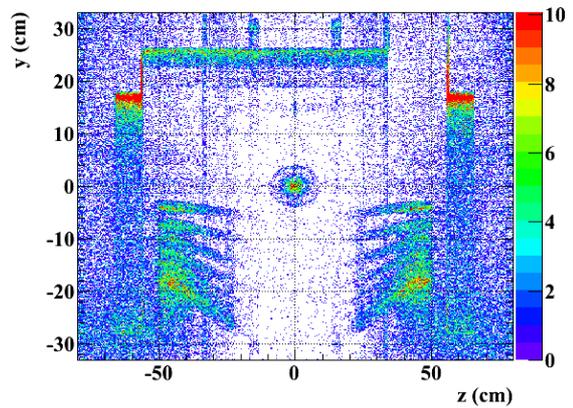
$$p_{Accidental} = N_\mu \cdot t_{window} \times B_{Accidental}. \quad (4.2)$$

と表すことができる。ここで  $N_\mu$  は 1 秒あたりにターゲット上で崩壊するミューオン数、 $t_{window}$  は測定時間幅、 $B_{Accidental}$  は 1 個のミューオンが崩壊した時にバックグラウンド源となる電子が生成する確率である。以下に電子の発生源と成り得る事象の例を挙げる。

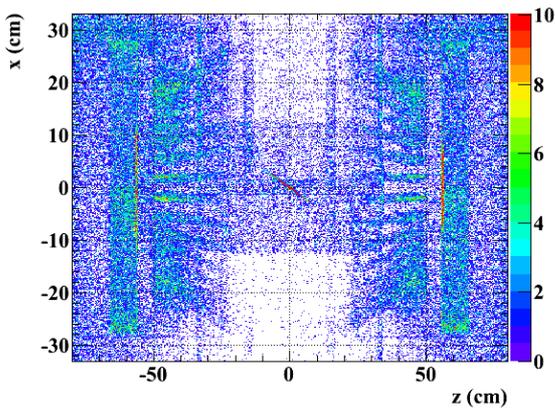
- 陽電子が物質中の電子と Bhabha 散乱を起こして弾き出された電子
- 輻射崩壊によって生じた光子が対生成を起こして生じた電子陽電子対
- Michel 崩壊からの陽電子が物質中の電子と対消滅を起こして光子が生成され、(AIF:Anihilation In Flight) 生成した光子が次に対生成を起こして生じた電子陽電子対



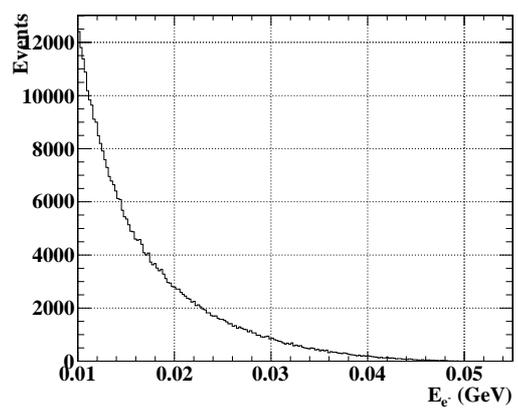
(a) 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子の発生位置を XY 平面に射影した時の分布。



(b) 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子の発生位置を ZY 平面に射影した時の分布。



(c) 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子の発生位置を ZX 平面に射影した時の分布。



(d) 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子のエネルギー分布。

図 4.6  $10^7$  事象の Michel 崩壊陽電子シミュレーションを発生させた時の 10 MeV 以上のエネルギーを持った電子が生成している時の電子のエネルギー分布と発生位置分布。

これらのアクシデンタルバックグラウンドによる影響を見積もるため、 $10^7$  事象の Michel 崩壊のモンテカルロシミュレーションを生成し、バックグラウンドと成り得る電子が検出器中で生成されている事象を調べた。10 MeV 以上のエネルギーを持った電子が COBRA スペクトロメータ中で生成している時の生成位置の分布とエネルギー分布を、図 4.6 に示す。この中でバックグラウンドの候補となる電子としては以下の条件を満たすものを選択した。

- 運動量が  $35 \text{ MeV} < p_{e^-}$  を満たしていること
- 4 枚以上のドリフトチェンバーモジュールを通過していること

これらの条件を課したところ、バックグラウンドとなり得る事象は 1 つも残らなかった。従って Michel 崩壊起源のアクシデンタルバックグラウンド事象が 1 回のミュオン崩壊で生じる確率は少なくとも

$< 1 \times 10^{-7}$  であることが分かった。さらに高い感度でバックグラウンドの数を正確に見積もるためには、より高統計のシミュレーション事象を生成することが必要である。

## 第 5 章

# 事象再構成

検出器から送られてくる電気信号を物理的な現象として理解するためにはそれらの信号を正しく再構成する必要がある。この章ではまず始めに MEG 実験で陽電子の飛跡を再構成するために行っている解析アルゴリズムの説明を行い、次に  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊探索のために新たに追加した電子の飛跡再構成手法について述べる。本研究で用いられるスペクトロメータは荷電粒子の飛跡を再構成することでその粒子の運動量、放出角度、崩壊点、時間を正確に求めるために、以下の手法を用いている。

### 5.1 波形解析

先にも述べたようにドリフトチェンバー及びタイミングカウンターのデータは DRS を用いて波形データとして収集されている。従ってまず始めに波形の解析を行い、さらに波形から得られた情報を解析することで事象の再構成が行われる。ドリフトチェンバーからの波形の例を図 5.1 に示す。上 2 つの図がアノードワイヤーからの出力電圧の波形であり、残りがカソードパッドからの波形となっている。

### 5.2 飛跡再構成

磁場中での荷電粒子の運動は、荷電粒子の運動量  $p$ 、速度ベクトル  $v$ 、磁場  $B$  と置くとベクトル微分方程式 (5.1) で表すことができる。

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (5.1)$$

この式は以下のように 1 階微分の形に書き換えることができる。

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} z \\ x \\ y \\ x' \\ y' \\ \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ x' \\ y' \\ \rho\sqrt{1+x'^2+y'^2}[(\mathbf{r}' \times \mathbf{B})_x - x'(\mathbf{r}' \times \mathbf{B})_z] \\ \rho\sqrt{1+x'^2+y'^2}[(\mathbf{r}' \times \mathbf{B})_y - y'(\mathbf{r}' \times \mathbf{B})_z] \\ \rho' \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

ここでプライム付きの文字は  $z$  について微分されていることを表す。また、 $\rho = q/p$  である。よって飛跡再構成を行うということは、式 (5.2) 中の 6 つのパラメータを決定するということである。また、決定されたパラメータから、崩壊点での運動量、位置、放出角度が求められる。飛跡再構成を行う過程は大きく分けて以下の 3 つの段階に分かれている。それぞれの段階を分解能良く、なおかつ検出効率を失わずに行うことが信号感度を高める上で非常に重要である。

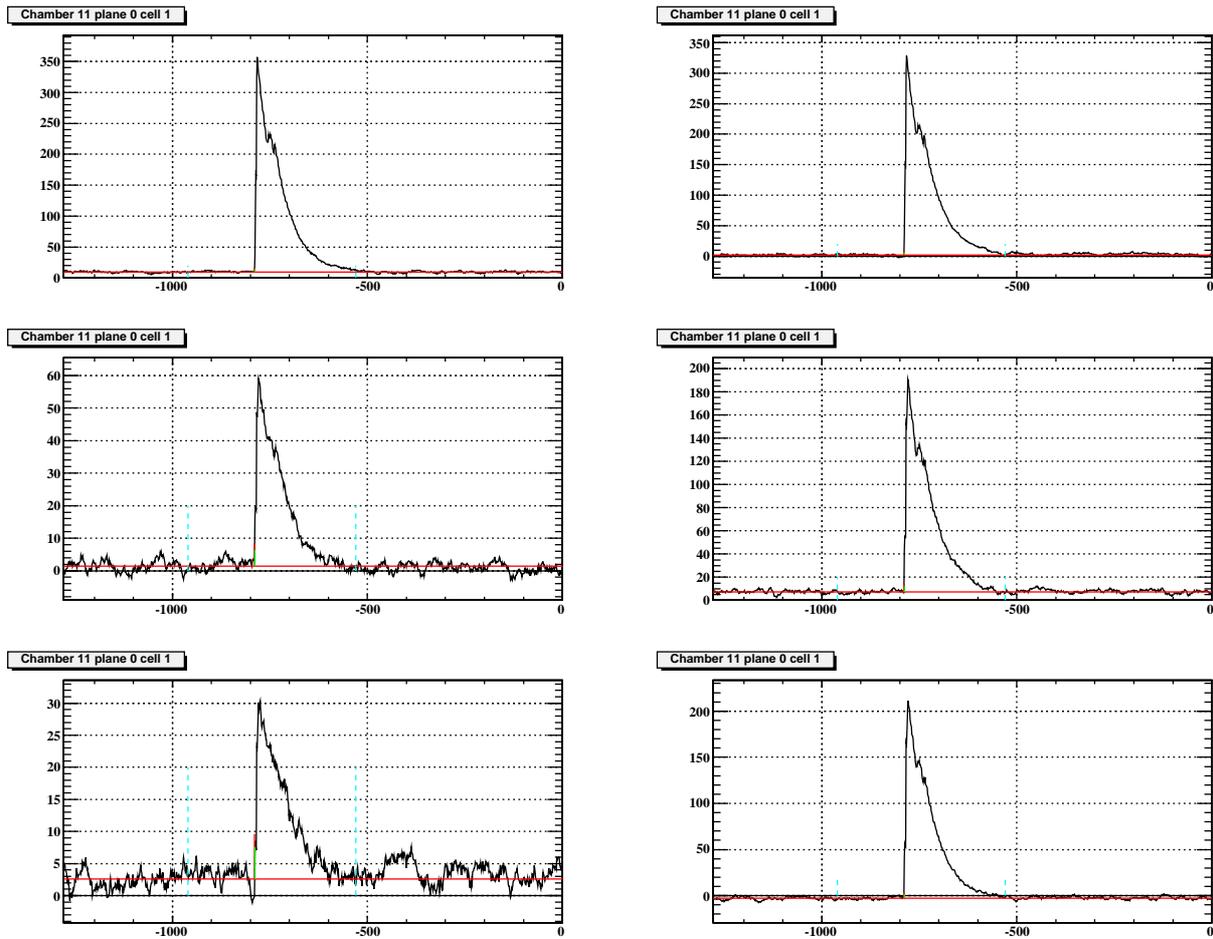


図 5.1 ドリフトチェンバー 1 セルの波形データ (縦軸 : mV , 横軸 : ns)。上段左右 : 波形はアノードワイヤーからの読み出し波形。残り : パーニャパッドからの読み出し波形。

### 5.2.1 ヒット再構成

ヒット再構成においてはドリフトチェンバーの信号からヒットを探し出し、さらにヒットの位置及び時間の再構成を行う。MEG 実験ではすべての信号は波形データとして取得されているため、その波形を用いて再構成を行うことができる。ワイヤーからの信号電荷量は通常、パッドからの電荷量よりも大きいため、まずはワイヤー両端からの電荷が一定以上の閾値を超えているかどうかでヒットの判定を行う。

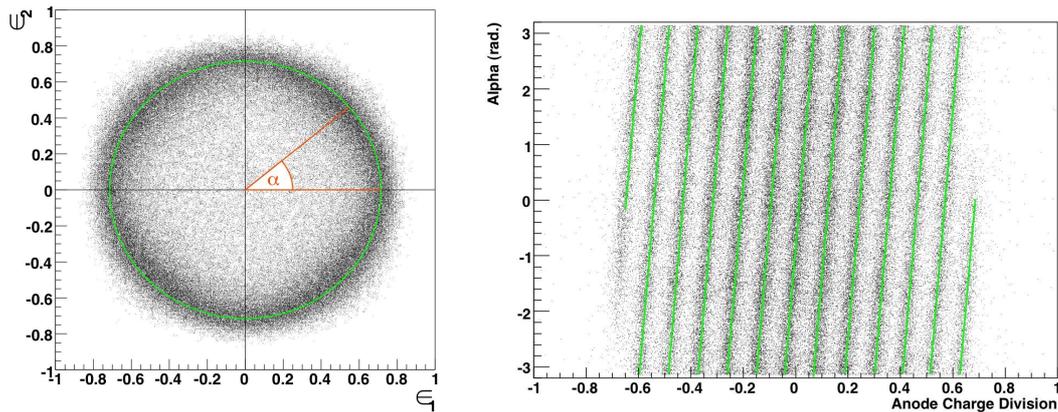
#### z 方向再構成

z 方向の位置再構成に関しては電荷を用いる。まず始めにアノードワイヤーからの読み出し電荷比を、上流側の電荷  $Q_U$  と下流側の電荷  $Q_D$  を用いて式 (5.3) のように定義する。

$$\epsilon_a = \frac{Q_U - Q_D}{Q_U + Q_D}. \quad (5.3)$$

これよりワイヤー長  $L$ 、単位長さ当たりの抵抗値  $\rho$ 、入力インピーダンス  $Z$  とすると、荷電粒子の位置  $z$  は、

$$z_a = \left( \frac{L}{2} + \frac{Z}{\rho} \right) \epsilon_a. \quad (5.4)$$



(a) パーニヤパッドの電荷比から求めたパーニヤサークル

(b) パーニヤサークルから求めた  $\alpha$  とアノードワイヤーの電荷比から求めた  $z_{Anode}$  の相関図

図 5.2 パーニヤサークルと  $\alpha$ - $z_{Anode}$  相関図

となる。しかし式 (5.4) で求めた  $z$  には増幅器や単位長さ辺りの抵抗率など多くの不定性が含まれているため、MEG 実験ではさらに分解能良く  $z$  を求めるためにパーニヤ法を用いている。1つのワイヤーセルに対して4つあるカソードパーニヤパッドからの電荷出力を用いて、ワイヤーと同様に電荷比  $\epsilon_1$  と  $\epsilon_2$  を定義する。 $\epsilon_1$  と  $\epsilon_2$  の散布図からパーニヤサークルを定義することができ、測定された図 5.2(a) から電荷比の値から角度  $\alpha = \tan^{-1}(\epsilon_1/\epsilon_2)$  を用いて、

$$z_v = \frac{l}{2\pi}\alpha + n \times l. \tag{5.5}$$

となる。ここで  $l$  はパーニヤのパターン長 5 cm であり、 $n$  は整数である。したがって  $z_a$  と  $z_v$  を比較して  $n$  を求めることで、ワイヤー単体で出すよりも高い分解能で  $z$  の位置を決定することができる。

### R 方向再構成

ワイヤーからの距離  $R$  の再構成はドリフト時間から求める。ただしドリフト時間は荷電粒子のセルに対する入射角に依存するため、 $R$  位置を再構成するためには一度飛跡同定を行って大まかに入射角を求めてからワイヤーに対する  $R$  を求める。荷電粒子の入射角とドリフト時間の関係を図 5.2.1 に示す。

### ヒット時間再構成

各ヒットの時間再構成はベースラインフィットとパルスのエッジから求められる。図 5.1 の水平方向に引かれた直線がベースラインフィットの結果であり、パルスのエッジ付近に見られる垂直の線がエッジとベースラインフィットから求めたヒットの時間となっている。

## 5.2.2 飛跡同定

効率よく精度を落とさずに飛跡を再構成するため、ヒットの中から荷電粒子の飛跡によるものだけを選び出すのが飛跡同定アルゴリズムである。そのためにまずはチェンバーのヒット中からクラスターを選び出す。クラスターは、同一のチェンバーモジュール内で隣合っている2枚のチェンバーから発見されたヒットの位置が  $\pm 1$  cm 以内に存在するヒットのことを指す。また、2枚のドリフトチェンバーのセルは

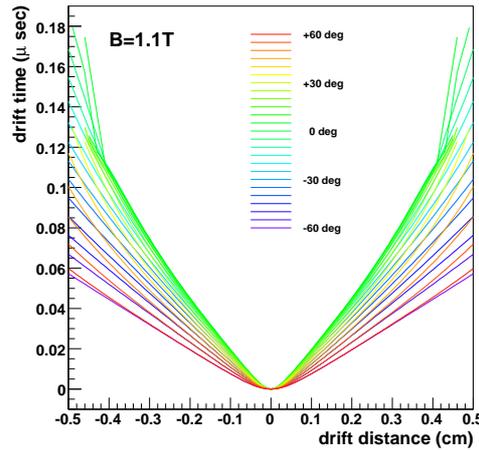


図 5.3 ドリフト距離とドリフト時間の相関図

互い違いになっているため、クラスターを決定する段階で陽電子がワイヤーに対してどのような角度で入射してきたかを大雑把に見積もることができる。次にクラスター中から、複数のチェンバーモジュールを通過している陽電子の飛跡を選択する。そのために、あるチェンバーモジュールでクラスターが発見された時、次のチェンバーモジュールのクラスター位置が

$$\begin{aligned} |z_{i+1} - z_i| &< DzSlope \cdot |z_i| + DzRange, \\ |r_{i+1} - r_i| &< maxDr, \end{aligned} \quad (5.6)$$

$DzSlope = 0.2, DzRange = 2. cm, maxDr = 1. cm.$

の範囲にあるクラスターを選び出す。この中クラスター群からターゲットから放出された陽電子の飛跡となる候補を選び出すために円形フィットを行う。この円形フィットの段階で先ほど大雑把に求めた陽電子入射角度の精度を上げることができる。また、円形フィットを行うことで各ワイヤーに対する測定したヒットの位置も精度が高くなるため、飛跡同定の段階でヒット時間の精度も向上する。

### 5.2.3 飛跡フィット

最終的に飛跡候補と同定されたヒットを用いて崩壊点での放出角度や運動量を求めるためにはフィッティングを行う。フィッティングを精度良く行うためには、粒子が伝播中に受ける多重散乱や電離によるエネルギー損失の影響を含んでおり、伝播誤差の影響を最小に抑えるような手法を用いる必要がある。これらの要求を満たす飛跡フィットの手法として MEG 実験ではカルマンフィルター法を用いている [29]。

#### カルマンフィルター

飛跡のフィッティングを行うということは飛跡中の各測定点での状態のパラメータを決定するということである。カルマンフィルターによって記述される  $k$  番目の状態ベクトル  $x_k$  は式 (5.7) で表される。

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}) + w_{k-1} \quad (5.7)$$

ここで  $f_{k-1}$  は  $k-1$  番目の測定点から  $k$  番目の測定点への飛跡の伝播関数を表しており、 $w_{k-1}$  は飛跡に対する不定で局所的な影響を表している。フィットの主な役割は 3 段階に分かれている。以下でそれぞれの役割を述べる。

- Prediction 過去の測定点の状態ベクトル  $x_{k-1}$  を基に、現在の状態ベクトル  $x_k$  を見積もる。

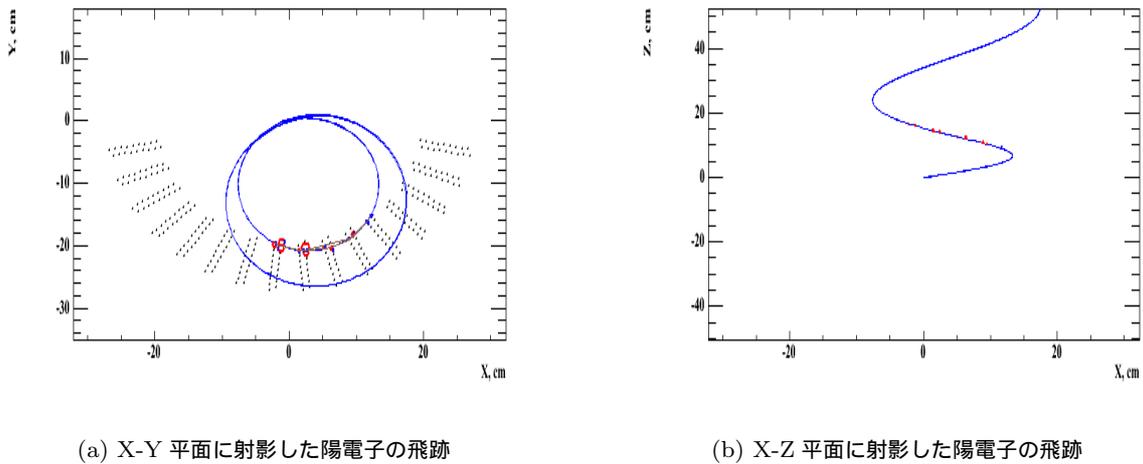


図 5.4 再構成された陽電子の飛跡

- Filtering 現在の状態ベクトル  $x_k$  を基に、次のステップの状態ベクトル  $x_{k+1}$  を見積もる。
- Smoothing 測定された全ての点を基に、過去の状態ベクトル  $x_{k-1}$  を最適化する。

また、カルマンフィルター法では各ステップ毎の  $\chi_k^2$  を計算しており、最終的に全ての飛跡同定されたヒットに対してフィルタリングを行った時の  $\chi_k^2$  を足し合わせることで  $\chi_{track}^2$  が求められる。この時  $\chi_{track}^2$  が一定の閾値より大きいものは飛跡候補から除外される。これらの手法によって最終的にフィットされた陽電子の飛跡を図 5.4 に示す。陽電子はシミュレーションによって生成した  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象からのものである。

#### 5.2.4 タイミングカウンターを用いた時間再構成

ドリフトチェンバーによって再構成された飛跡の中でも  $\sim 50 \text{ MeV}/c$  近い運動量を持った陽電子の多くはタイミングカウンターに到達する。よってタイミングカウンターを用いたより高い時間分解能での時間再構成を行うことができる。この時タイミングカウンターによって測定された陽電子のヒット時間を  $T_{TIC}$  と置く。カルマンフィルター法によって再構成された飛跡が図 5.2.4 のようにタイミングカウンターまで到達していた時、再構成された飛跡の長さをを用いてターゲットからタイミングカウンターまでの飛行時間  $T_{TOF}$  を求めることができる。  $T_{TIC}$  と  $T_{TOF}$  を用いると、ミュオンがターゲット上で崩壊した時間  $T_{Decay}$  は、

$$t_{Decay} = t_{TIC} - t_{TOF} \tag{5.8}$$

と求められる。ここで  $T_{TOF}$  は再構成された飛跡のターゲットからタイミングカウンターまでの長さ  $L_{Track}$  を用いて求められる。陽電子の運動量は数十 MeV オーダーであり、電子質量 ( $0.511 \text{ MeV}$ ) に比べて十分重いため、  $\beta = v/c \sim 1$  となり、

$$t_{TOF} = L_{Track}/c. \tag{5.9}$$

とすることができる。

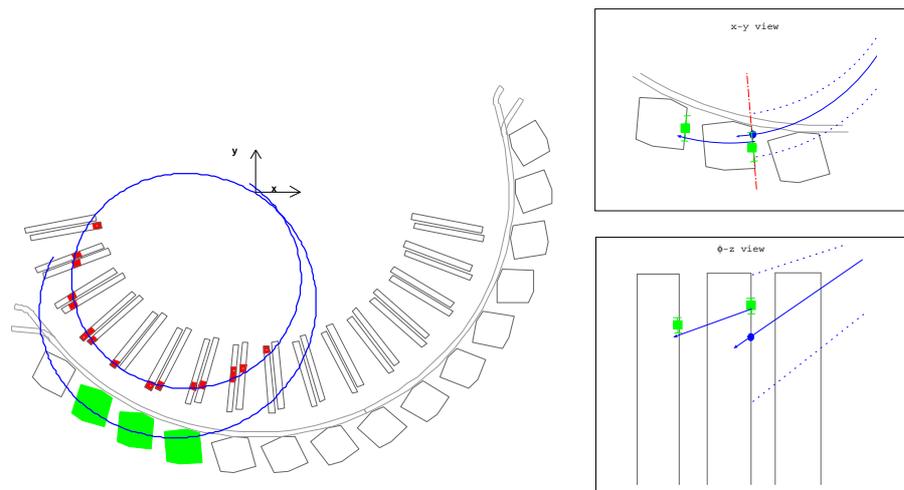


図 5.5 ドリフトチェンバーによって再構成された飛跡をタイミングカウンターまで伸ばしたときのヒット位置とタイミングカウンターによって再構成されたヒット位置とのマッチングのチェック。

### 5.3 電子飛跡再構成

これまで MEG 実験の事象再構成は  $\mu \rightarrow e\gamma$  事象の探索を物理目標としてデータ解析を行っていたため、陽電子スペクトロメータでは陽電子のみの飛跡再構成を行っており、電子の飛跡再構成は行われていなかった。そのため、 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象検出を行うためには飛跡再構成のアルゴリズムを変更する必要がある。以下では電子の飛跡を再構成するために飛跡アルゴリズムに加えた変更点について述べる。

#### 5.3.1 飛跡同定の変更

電子は陽電子と異なり負電荷を持つため、磁場に対する特性も式 5.1 より、反対の性質を持つ。従って同じ方向に電子と陽電子が放出された場合、この 2 粒子は磁場によって逆の方向に曲げられる。電子の飛跡を再構成するためには式 (5.1) における荷電粒子の電荷が正と考えればよい。陽電子の飛跡は上流を上にして俯瞰した時、ヒットがあるチェンバーモジュールの番号が大きくなるほどターゲットからの距離  $|z|$  が大きくなるのがわかる。そこでこれまでは  $j(j = 0 - 15)$  番目のチェンバーモジュールから飛跡同定のヒットを探す際に、式 (5.6) の範囲で選定を行っていた。しかし電子の飛跡によるヒットを探す場合は、先に述べた性質を考慮すると  $DzSlope$  を負にする必要がある。

#### 5.3.2 飛跡フィットの変更

電荷が正の荷電粒子は図 5.3.2 のようにターゲットから放出後、下流側から見て時計回りに飛跡が曲げられる。そのため下流側から見て右側に配置されているチェンバーモジュール中のヒットから順番に飛跡フィットを行なうことで、放出後の粒子をフィットすることができていた。しかし負電荷の粒子は下流側から見ると反時計回りに飛跡が曲がる。そのためフィットも陽電子とは逆の順番に行う必要がある。また、 $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  の信号事象となる陽電子は液体キセノンガンマ線検出器とは反対方向に放出されたもので

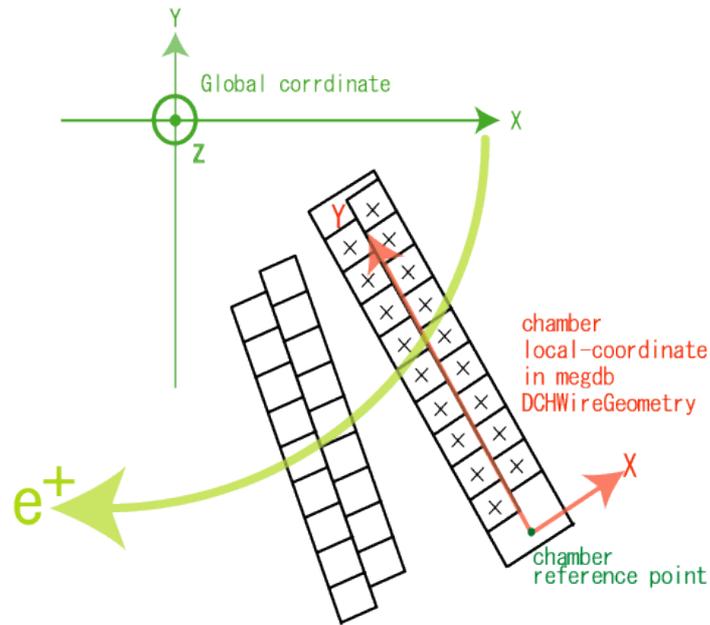


図 5.6 下流側から見た陽電子の飛跡パターン

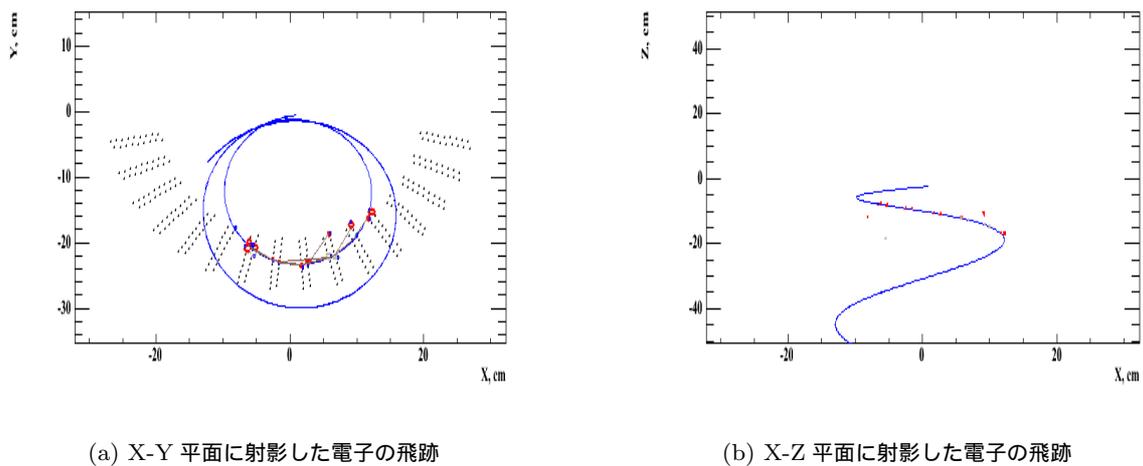


図 5.7 再構成された電子の飛跡

あるため、検出器全体の座標系で荷電粒子の放出角度  $|\phi|$  が  $\pi/2$  より大きい荷電粒子のフィットは行って  
 いなかった。しかし電子の持つ電荷を考えるとドリフトチェンバーの有感領域内で検出される電子の角  
 度は  $|\phi|$  が  $\pi/2$  より大きいものであるため、電子飛跡再構成の際はこの角度による制限を  $|\phi| < \pi/2$  か  
 ら  $|\phi| > \pi/2$  に変更した。これらの変更によって再構成された電子の飛跡を図 5.7 に示す。電子はシミュ  
 レーションによって生成したものである。

## 第6章

# 性能評価

$\mu \rightarrow eee$  崩壊事象を背景事象の影響無く探索するためには検出器及び解析アルゴリズムの性能を正しく評価することが必要不可欠である。そのために実際のデータ及びシミュレーションを用いて検出器の検出効率と分解能に関して評価を行った。参考のために MEG 実験で出されている検出器の各性能を表 6.1 にまとめる。

### 6.1 2010 年 Michel データ

MEG 実験物理データ取得用のトリガーは  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  稀崩壊事象探索のためのトリガーであり、液体キセノンガンマ線検出器とタイミングカウンターとの併発事象をトリガーするように設定されている。しかし  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象はガンマ線が生成されておらず、ガンマ線との併発事象用トリガーを用いて解析を行うとトリガー起因のバイアスがかかる恐れがある。また、物理トリガー中の Michel トリガーは  $10^7$  という大きな値でデータ収集レートが抑制されており、解析に十分な統計量が得られない可能性がある。そこで今回は物理データ取得前に検出器の較正用に取得された Michel トリガーデータを用いて解析を行った。

### 6.2 事象選択

スペクトロメータではトリガー中に複数のパイルアップ事象が含まれていることもあり、また同じヒットに対して複数回のフィットも行われている。そこで性能評価を行う前に、まずデータの中から解析を行う対象を選択する必要がある。ここでは事象選択のアルゴリズム及び用いられるパラメータについての説明を行う。MEG 実験の飛跡再構成アルゴリズムでは再構成した飛跡に関して以下のように飛跡の質を表

表 6.1 52.8 MeV 陽電子に対する MEG 実験 COBRA スペクトロメータの性能

MEG detector performance for $e^+$ (52.8 MeV)	2008	2009
timing (psec)	125<	95<
momentum (%)	1.6	0.74 (core)
angle $\phi/\theta$ (mrad)	10/18	7.4 (core)/11.2
efficiency (%)	14	40
$\mu^+$ decay point Y/Z (mm)	3.2/4.5	2.3/2.8

すパラメータを計算している。

- $E$   
事象として選択する陽電子 (電子) の持つエネルギー。
- $\chi_{track}^2$   
荷電粒子飛跡フィット時の規格化された  $\chi^2$  値。
- EnergyUncertainty  
飛跡フィットによって再構成された荷電粒子エネルギーの不定性。
- $\theta/\phi$  Uncertainty  
飛跡フィットによって再構成された荷電粒子放出角度  $\theta/\phi$  の不定性。
- # of hits in Track  
再構成された飛跡がドリフトチェンバー通過中に測定されたヒットの数。
- # of turns  
荷電粒子がターゲットから放出されてタイミングカウンターに到達するまでで、チェンバーモジュール全体を通過した回数。
- TICIter  
ドリフトチェンバーで再構成した飛跡とタイミングカウンターとのマッチングを表す値。  $>0$  でタイミングカウンターのヒット時間ドリフトチェンバーの飛跡から求めた  $t_0$  のマッチングをチェックしている。
- GhostRank  
飛跡再構成のアルゴリズム中では同じ飛跡候補に対して複数回のフィットが行われている。また、同じトリガー中に複数の飛跡が存在している場合もある。このとき GhostRank という値をそれぞれの飛跡に対して与えており、GhostRank が 0 に近い方がフィット結果の質が良い飛跡となっている。
- Target Plane Cut  
飛跡をターゲット平面に射影した時に、崩壊点がターゲットの領域内に含まれている事象のみを選択する。

$\chi_{track}^2$  はフィッティングの際に再構成された飛跡とヒットの差が大きすぎる飛跡を捨てるために上限値を設定する。同様に Energy/ $\theta/\phi$  Uncertainty はフィット結果から求められたエネルギーと角度の不定性であり、これらが一定値より小さい事象のみ、フィットがうまくいっている飛跡として選択する。また、ヒットが少なすぎてほとんどドリフトチェンバー中を通過していない事象、タイミングカウンターに入射するまでに検出器中で磁場によって回転した数が多すぎる事象は、十分な分解能が得られずに不定性が大きくなりすぎると考えられるため、解析には用いない。さらに飛跡再構成の際にタイミングカウンターの時間情報を用いてフィットの最適化を行っているかどうかを表す値が TICIter である。最適化が行われていれば TICIter の値はゼロより大きくなる。最終的にこれらの条件に適合する飛跡の中から、1 本の陽電子と 1 本の電子のみを選択する必要がある。そのために用いるのが GhostRank である。GhostRank は式 (6.1) で定義されている。

$$GhostRank = \frac{1}{S} + \alpha\chi_{track}^2. \quad (6.1)$$

ここで  $\alpha = 0.25$ 、 $S$  は飛跡がドリフトチェンバーモジュールを通過している距離を表している。GhostRank がゼロに近いほど  $\chi_{track}^2$  が小さく十分に多くのドリフトチェンバー中を通過している事象で

表 6.2 電子飛跡を選択するための各条件

$E$	$>37.5 \text{ MeV}$
$\chi_{track}^2$	$<18$
Energy Uncertainty	$<1.5 \text{ MeV}$
# of hits in track	$\geq 6$
# of turns	$\leq 5$
TICIter	$>0$
GhostRank	use best rank

あるため、条件に残った飛跡候補の中から最も GhostRank が小さな事象を選択する。これらのパラメータを用いて、検出効率の損失を最小限に抑えてなおかつ再構成の精度が不十分な飛跡を解析から取り除く。そのために飛跡に課す最小の選択条件を表 6.2 にまとめる。最小エネルギー 37.5 MeV はドリフトチェンバーによって飛跡再構成され、なおかつタイミングカウンターにも飛跡が到達する下限の値付近で設定している。以下では事象選択によって選択した事象を対象としてスペクトロメータの性能について議論する。

### 6.3 分解能

ここでは信号事象に対する分解能の評価を行う。 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊では  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  崩壊と異なり陽電子の運動量が単色で無いため、異なる分解能の評価方法を用いる必要がある。基本的には信号事象に対する分解能を直接評価することはできない。そこで本研究では始めに実データから Michel 崩壊陽電子、あるいは  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象に対する分解能を求める。次にシミュレーションを用いて信号事象に対する分解能の振る舞いと Michel 崩壊の陽電子に対する分解能との違いを調べる。最後にシミュレーションによって得られた信号事象と Michel 崩壊に対する分解能の違いを実データに外挿することで、信号事象分解能とする。

#### 6.3.1 シミュレーションを用いた分解能評価

MEG 実験では  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  稀崩壊事象を探索しているため、スペクトロメータの各性能はこれまで 52.8 MeV に対する値の評価を行ってきた。しかし本研究では陽電子、電子が連続的なエネルギースペクトルを持つ  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象に対して運動量分解能評価する必要がある。そこでまず始めにシミュレーションによって 37.5-50.0 MeV(0.25 MeV 刻み) 及び  $M_\mu$  のエネルギーを持った陽電子、陽電子を発生させ、エネルギー分解能のエネルギー依存性の評価を行った。図 6.1 に COBRA スペクトロメータの各エネルギーでの  $E_{Reco.} - E_{True}$  の分布を示す。また、同様の解析を電子に対しても行った結果、図 6.2 のように電子と陽電子のエネルギー分解能のエネルギー依存性は誤差の範囲で同様の振る舞いであることがわかった。一般的な一様磁場中で用いる飛跡検出器では運動量分解能は、検出器の分解能は曲率半径  $R$ 、 $k \equiv 1/R$  としたとき、 $k$  の分解能  $\delta k$  は測定による精度と多重クーロン散乱による影響によって

$$(\delta k)^2 = (\delta k_{res})^2 + (\delta k_{ms})^2, \quad (6.2)$$

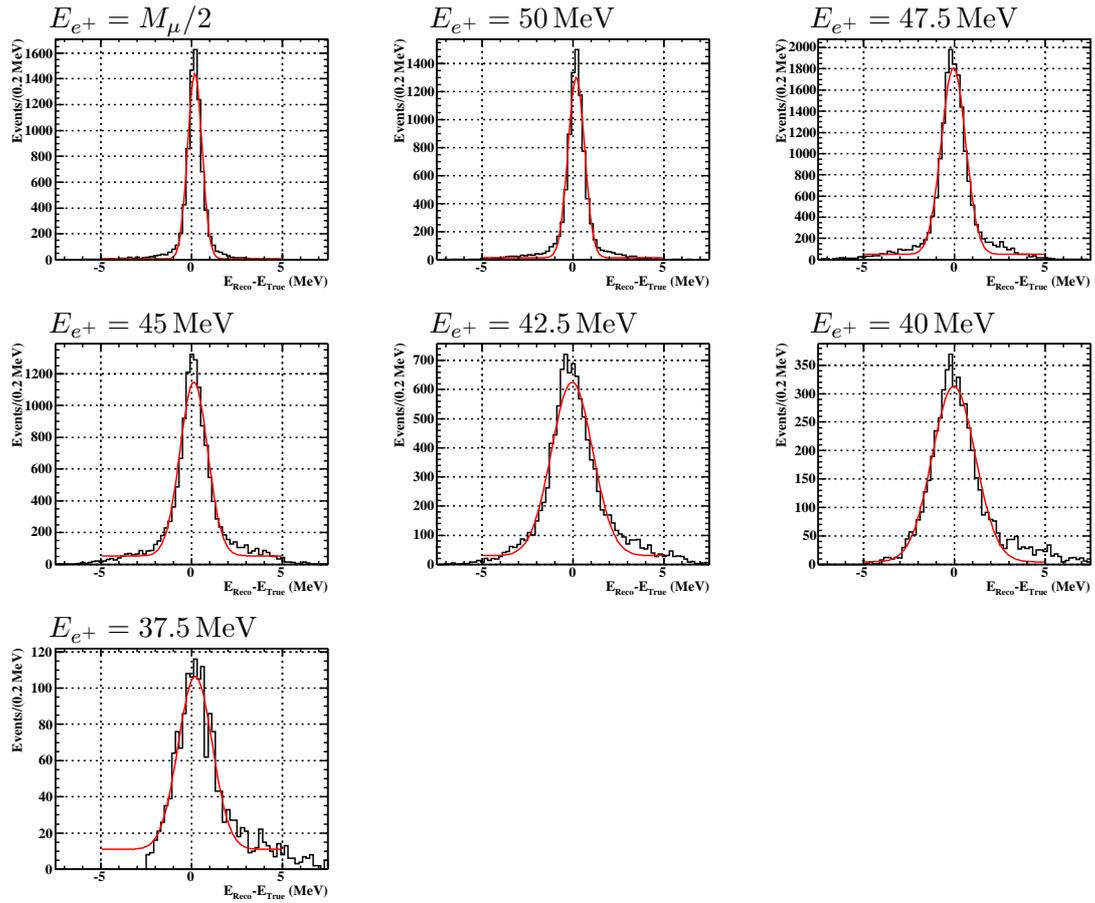


図 6.1 各エネルギー毎での陽電子の  $E_{Reco.} - E_{True}$  の差の分布。赤い実線はガウス関数によるフィット結果

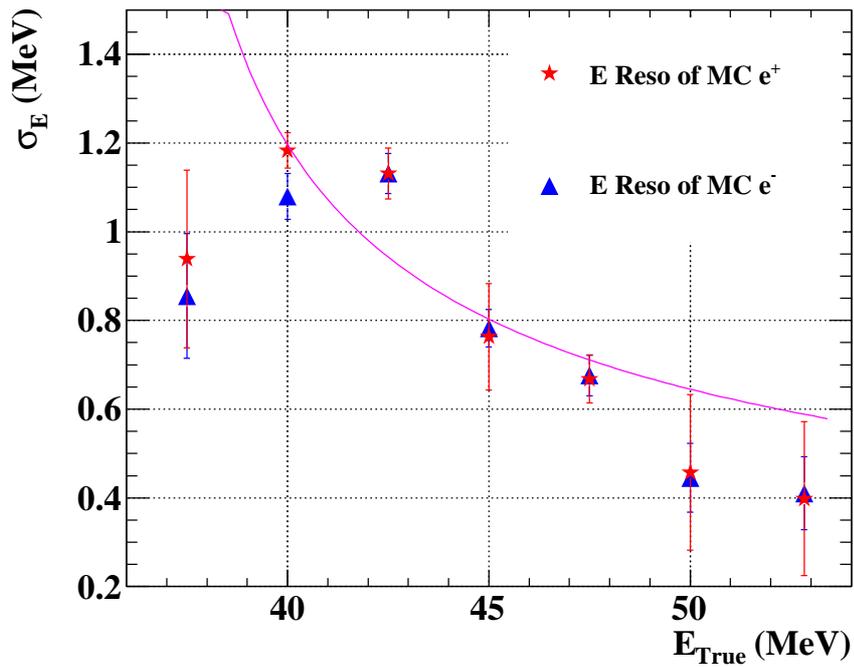


図 6.2 電子、陽電子のエネルギー分解能のエネルギー依存性。実線が式 (6.4) を用いたフィット結果。

表 6.3 式 (6.3) 中の各変数の意味。

$N$	測定点
$\epsilon$	各測定点での位置分解能
$L'$	飛跡の検出器中を飛行した距離を磁場に垂直な面へ射影した長さ
$Z$	電子の電荷を 1 とした時の荷電粒子の電荷
$L$	荷電粒子の全飛行距離
$p$	荷電粒子の運動量
$\beta$	荷電粒子の速度 $v$ としたのきの $v/c$ の値
$\lambda$	荷電粒子の $z$ 軸に対する角度
$X_0$	通過物質の輻射長

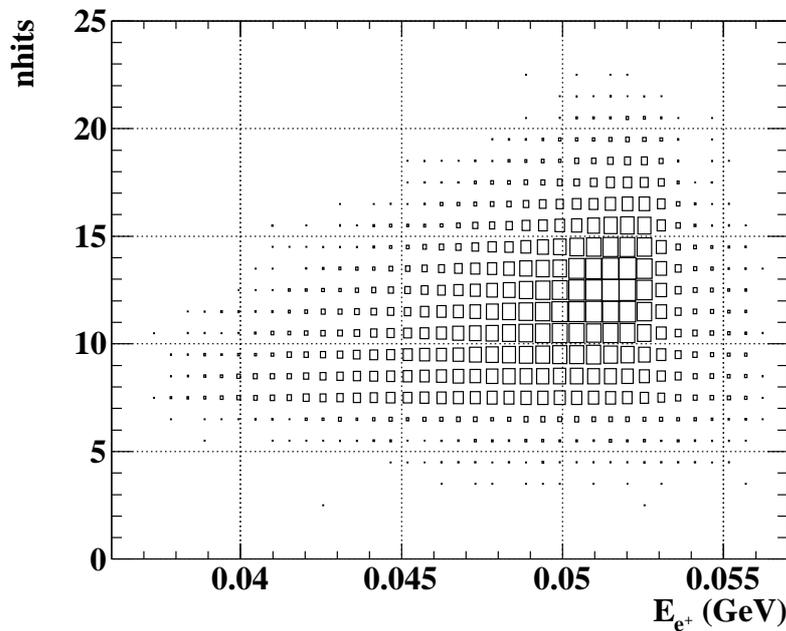


図 6.3 選択された Michel 陽電子のエネルギーとヒット数の関係。

と表される [6]。それぞれ項はさらに以下の式で近似される。

$$\begin{aligned} \delta k_{res} &= \frac{\epsilon}{L'^2} \sqrt{\frac{720}{N+4}}, \\ \delta k_{ms} &\approx \frac{(0.016)(\text{GeV}/c)Z}{Lp\beta \cos^2 \lambda} \sqrt{LX_0}. \end{aligned} \tag{6.3}$$

ここで、式 (6.3) 中の各変数の意味は表 6.3 の通り。COBRA スペクトロメータの磁場は勾配磁場であるため若干条件は異なるものの、磁場中での荷電粒子の曲率半径から運動量を計算するという基本的な概念は同様である。さらに、ヒットの数とエネルギーの関係は図 6.3 を見ると比例関係で近似できる。さらに、 $L \propto E$ ,  $L' \propto E$ ,  $R \propto E$ ,  $N \propto E$  と近似し、定数項を  $p_i$  と表すと、式 (5.1) より、

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p_0}{E + p_1} + p_2 \cdot E^3 + p_3}. \tag{6.4}$$

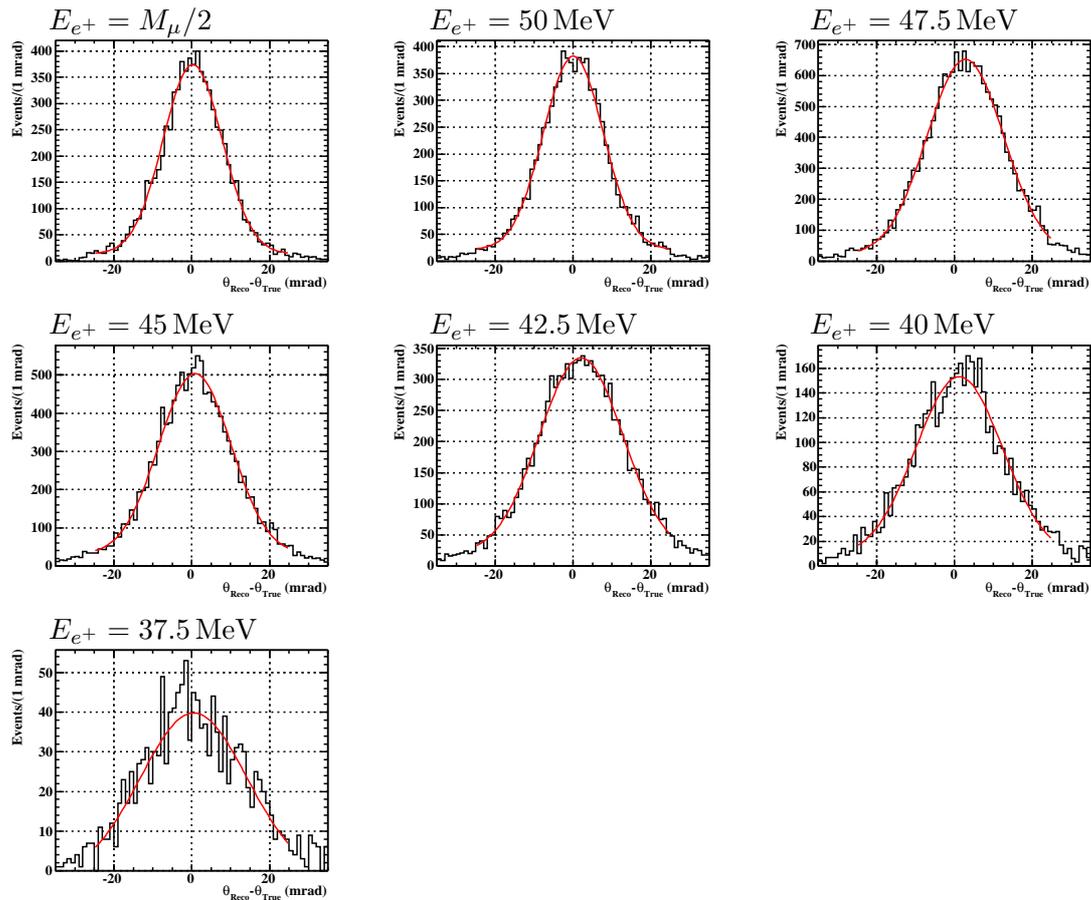


図 6.4 陽電子の各エネルギーにおける  $\theta_{Reco.} - \theta_{True}$  分布。赤い実線は 2 個のガウス関数を組み合わせたフィット結果。

となる。ここで第 3 項  $p_3$  は不確定な分解能の悪化因子として導入したオフセットである。そこで本研究では式 (6.4) をフィット関数として用いることとした。また、位置や角度の分解能は運動量を精度よく求めることによって向上されるため、これらのパラメータに対する分解能と運動量分解能が単純に比例関係とは限らないが、今回は同様のフィット関数を用いてフィットを行い、分解能のエネルギー依存性を求めることとした。全ての分解能に対して連続的なエネルギー依存性を見積もることができた。ここで、37.5 MeV に対しては検出効率が低く、シミュレーションの統計を十分得ることが困難であったため、フィット範囲には含めずにその他の点に対するフィット結果から外挿することとした。角度分解能に関して運動量分解能と同様にエネルギー依存性、粒子依存性が無いかどうかをモンテカルロシミュレーションを用いて調べた。図 6.4 は陽電子におけるエネルギー毎の  $\theta_{Reco.} - \theta_{True}$  の分布、図 6.5 はエネルギー毎の  $\phi_{Reco.} - \phi_{True}$  の分布である。フィット関数としては中心成分とテール成分を考慮した 2 個のガウス関数を用いている。37.5 MeV に対しては電子と陽電子で異なる振る舞いを示しているが、これはシミュレーションに用いている統計量が不足していることによるふらつきと考えられる。今後統計量を増やしてさらに詳細な研究を進める必要があるが、ここでは低エネルギーの荷電粒子に対する検出効率は元々非常に小さく、解析に対する影響は少ないと考えられるので、陽電子の示している値を 37.5 MeV での角度分解能として採用する。図 6.6 は角度分解能  $\sigma_\theta/\sigma_\phi$  エネルギー依存性のフィット結果である。シミュレーションを用いた研究によって、解析の影響を含めた電子と陽電子の分解能は誤差の範囲内でほぼ一致していることがわかった。しかしシミュレーションの不定性や、統計量の不足なども考慮すると、実データを

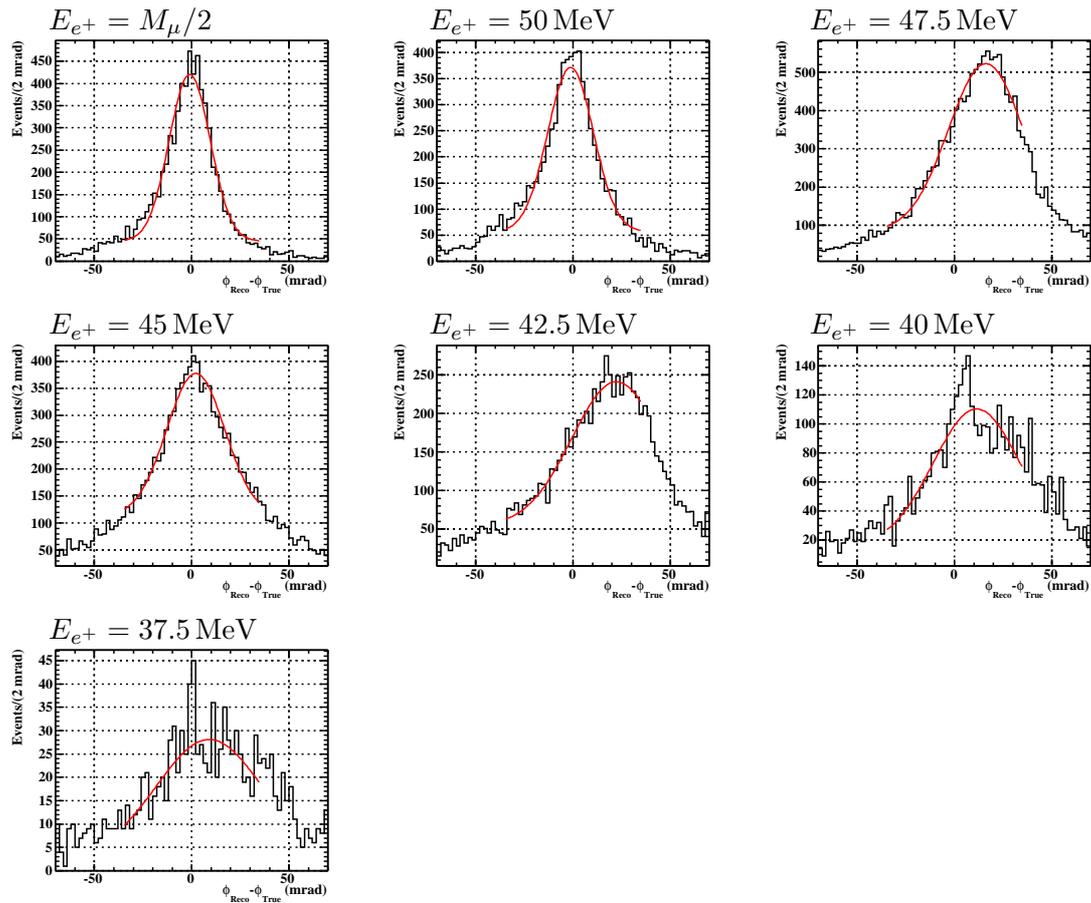
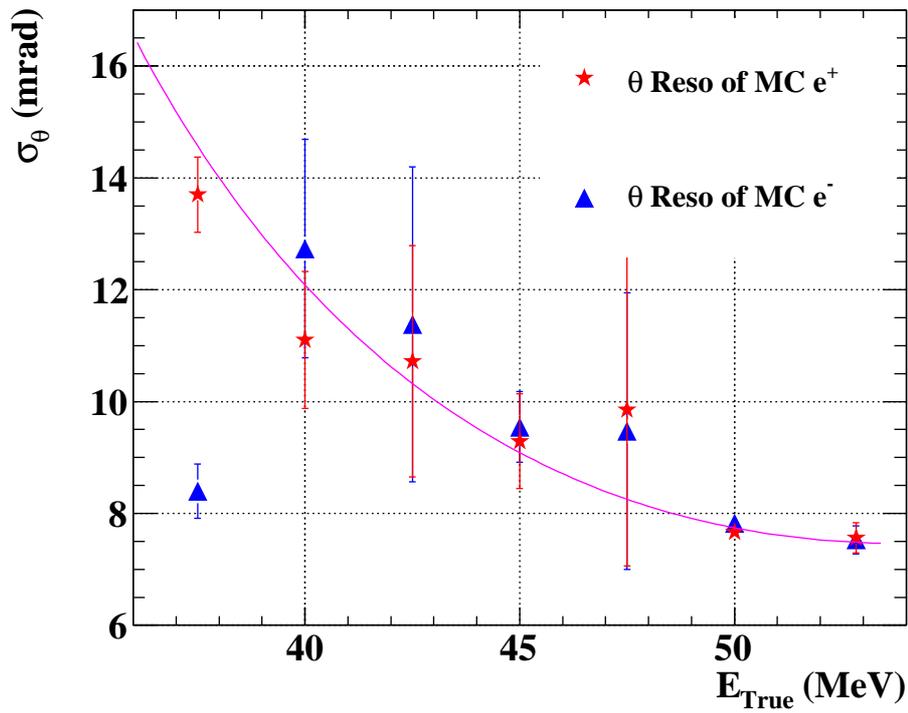


図 6.5 陽電子の各エネルギーにおける  $\phi_{Reco.} - \phi_{True}$  分布。赤い実線は 2 個のガウス関数を組み合わせたフィット結果。

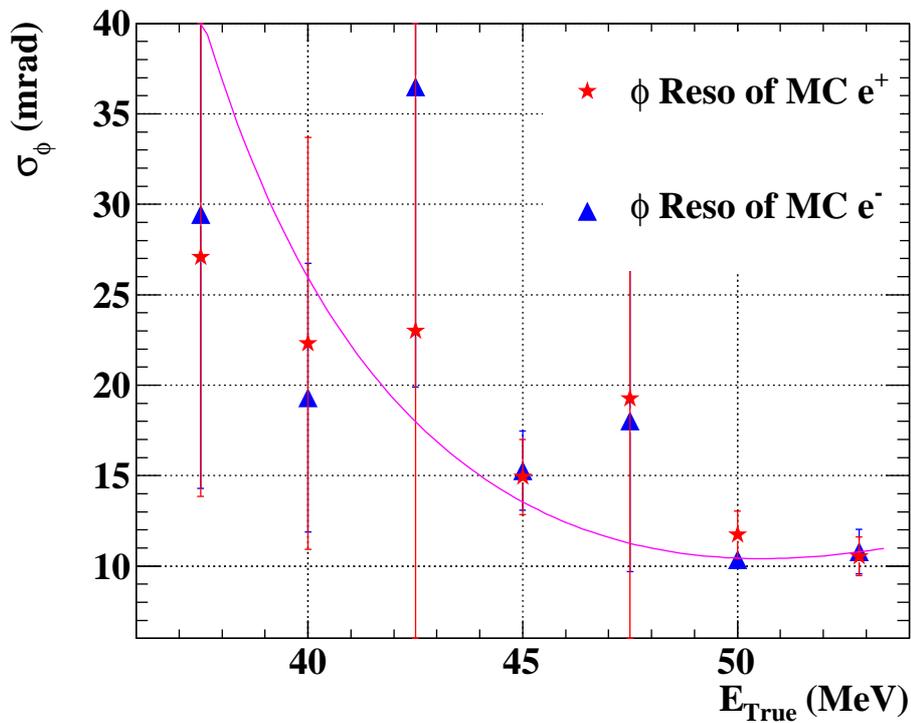
解析するにはデータを用いて現実的な分解能を見積もる必要がある。そこで以降の節ではこれまでに MEG 実験で用いられていた分解能評価の手法を利用して、実際のデータを用いた Michel 陽電子に対する分解能の評価を行い、シミュレーションの結果との整合性を評価した上で実際の分解能として用いる。

### 6.3.2 運動量分解能

$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象は連続的な運動量を持っているため、運動量分解能を評価する際は分解能のエネルギー依存性を考慮する必要がある。しかし MEG 実験では現在連続的な運動量を持つ荷電粒子を用いた分解能の評価は行われていない。そこで今回はある一点での運動量分解能を評価した後、モンテカルロシミュレーションより求めた分解能のエネルギー依存性を外挿することで、エネルギー毎での運動量分解能を評価することとした。一点での運動量分解能評価には Michel 崩壊からの陽電子のエネルギースペクトルを用いる。Michel 崩壊による陽電子のスペクトルは 52.8 MeV でエッジができる。このエッジは検出器及び解析の分解能によって鈍るため、このエッジをフィットして鈍り具合を求めることで 52.8 MeV の陽電子に対する運動量分解能を評価することができる。フィットは中心成分とテール成分を考慮して 2 個のガウス関数を用いる。



(a) シミュレーションを用いた  $\sigma_{\theta}$  のエネルギー依存性。



(b) シミュレーションを用いた  $\sigma_{\phi}$  のエネルギー依存性。

図 6.6 角度  $\theta/\phi$  に対してエネルギー分解能と同様の解析を行った結果。

表 6.4 Michel トリガーの実データに対して  
Michel フィットを行った結果

Parameters	Value
$\mu_{Acc}$ (MeV)	49.28
$\sigma_{Acc}$ (MeV)	3.32
$f_{core}$	0.72
$\mu_{core}$ (MeV)	52.94
$\sigma_{core}$ (MeV)	0.397
$\mu_{tail}$ (MeV)	52.94
$\sigma_{tail}$ (MeV)	1.493
$\chi^2/ndf$	120.8/92

表 6.5 52.8 MeV に対する分解能

Resolution( $\sigma$ )	Value(%)
$\sigma_{core}$	0.75
$\sigma_{eff.}^{*2}$	1.34

$$^b \sigma_{eff.} = \sigma_{core} f_{core} + \sigma_{tail} f_{tail}$$

### Michel エッジ

理想的には COBRA スペクトロメータで検出される Michel 崩壊からの陽電子のエネルギースペクトル  $f(E)$  は、Michel 崩壊の理論式  $F_{Michel}(E)$  と検出器アクセプタンスのエネルギー依存性  $\epsilon_{Acc}(E)$  によって

$$f(E) = F_{Michel}(E) \times \epsilon_{Acc}(E). \quad (6.5)$$

と表される。しかし実際には検出器の分解能によってスペクトルが鈍るため、式 (6.5) に分解能の効果  $R(E)$  を掛けた

$$f(E) = (F_{Michel}(E) \times \epsilon_{Acc}(E)) \otimes R(E). \quad (6.6)$$

を用いることで実際に取得したデータをフィットすることができる。ここで Michel 崩壊の理論式はミュオンが無偏極であることを仮定すると  $x = 2E/M_\mu$  を用いて、

$$F_{Michel}(E) \propto (3 - 2x)x^2. \quad (6.7)$$

と与えられる。また、検出器アクセプタンスのエネルギー依存性  $\epsilon_{Acc}(E)$  はエラー関数  $erf(x)$  を用いて

$$\epsilon_{Acc}(E) = \frac{1 + erf\left(\frac{E - \mu_{Acc}}{\sqrt{2}\sigma_{Acc}}\right)}{2}. \quad (6.8)$$

と表される。ここで式 (6.8) 中の  $\mu_{Acc}$  及び  $\sigma_{Acc}$  はデータによって決定される。再構成された陽電子のエネルギー  $E_{Reco.}$  は多重クーロン散乱の影響やターゲット中でのエネルギー損失、検出器の性能による制限など様々な影響を受けて正しいエネルギー  $E_{True}$  と異なる値になる。分解能関数  $R(E)$  はこの  $E_{Reco.} - E_{True}$  のばらつき具合を表す関数であり、テール成分と中心成分を組み合わせた 2 個のガウス関数を用いて評価を行っている。実際のデータに対して図 6.7 のように Michel フィットを行い、表 6.4 の結果が得られた。よってこれまでのところ COBRA スペクトロメータの 52.8 MeV 陽電子に対する分解能は表 6.5 のように  $\sigma_{core}$  で約 0.75% 得られている。今後これらの値はデータに対するキャリブレーションの精度を上げることで更に向上する可能性もあるが、本研究では 52.8 MeV の陽電子に対する COBRA スペクトロメータの運動量分解能としてはこの値を採用することとする。

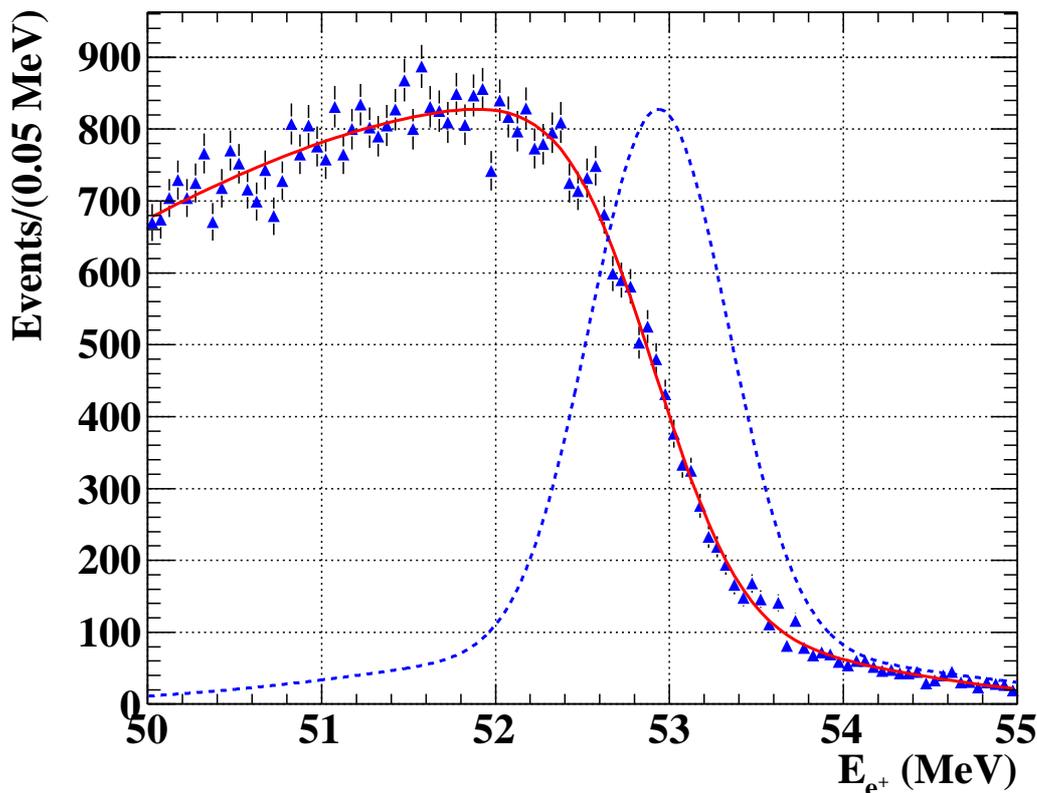
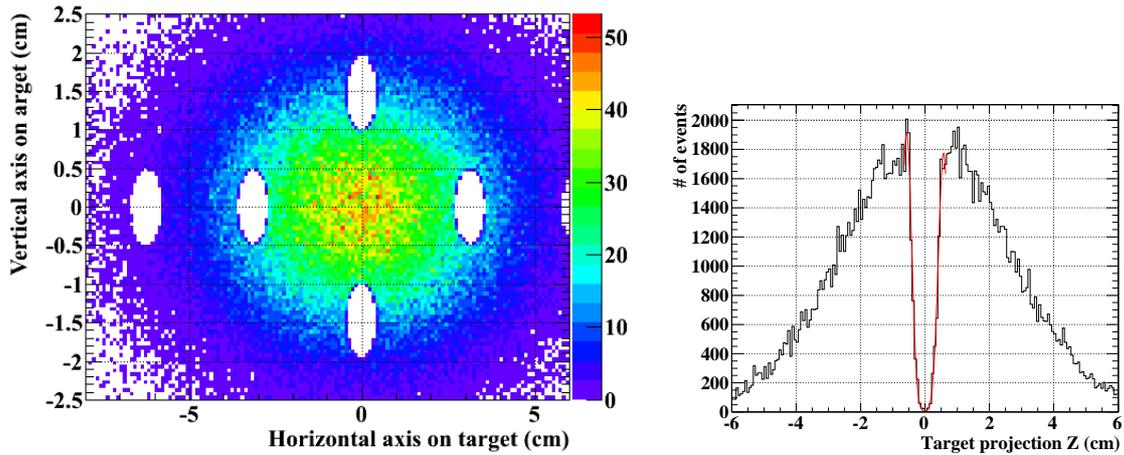


図 6.7 実データに対する Michel フィットの結果。三角の点が実データのスペクトル、赤い実線がフィット関数、青い点線が 52.8 MeV での分解能を表している。

### 6.3.3 位置分解能

第 3 章で述べたように、MEG 実験のミュオン静止ターゲットには直径 1 cm の穴があいている。COBRA スペクトロメータ中で崩壊したミュオンの崩壊位置分解能はこのターゲットにある穴を利用して求めることができる。穴の部分でミュオンが崩壊する確率は極めて小さいので、陽電子がターゲット上で正しく再構成されていれば、再構成された崩壊点は図 6.8(a) のように穴がわかるような分布になる。この分布から  $y$  の値が  $-1\text{ cm} \sim -2\text{ cm}$  の範囲を選択して  $z$  軸への射影をすると図 6.8(b) が得られる。穴の淵をガウス関数でフィットした結果がヒストグラム中に赤い実線で描かれている。実際の実験では再構成された崩壊位置は分解能によって不定性もつため、位置分解能の分だけ穴の部分へのしみ出しが観測される。このしみ出しを利用して荷電粒子のターゲット上での位置分解能を計算することができる。実際のデータから求めた崩壊点分布は図 6.9 のようになっている。データに関しては  $z$  軸方向の分解能を計算するために  $-2.5\text{ cm} < y < -1.5\text{ cm}$  の範囲で  $z$  軸の射影を行い、同様に穴の淵に対してガウス関数によるフィットを行った。結果は図 6.10 に示す。これより、 $z$  軸方向のターゲット上位置分解能は  $(0.525 \pm 0.01)\text{ cm}$  と見積もられた。 $y$  軸方向のターゲット上位置分解能  $\sigma_Y$  に関してもこれまでは  $z$  軸方向と同様に穴の再構成精度によって決定してきた。しかし 2010 年のデータにおいては 2008 年、2009 年と比較してターゲット上のビーム中心が移動しており、穴の周辺での崩壊事象が少ないため、同様の方法で  $\sigma_Y$  を決定することは困難であった。そこで本研究では 2009 年 MEG データに対する位置分解能



(a) モンテカルロシミュレーションを用いたターゲット上の真の崩壊点分布

(b) 図 6.8(a) の  $-2\text{ cm} < y < -1\text{ cm}$  範囲での  $z$  軸射影とフィット結果 (赤い実線)

図 6.8 モンテカルロシミュレーションによって生成したターゲット上の崩壊位置分布。

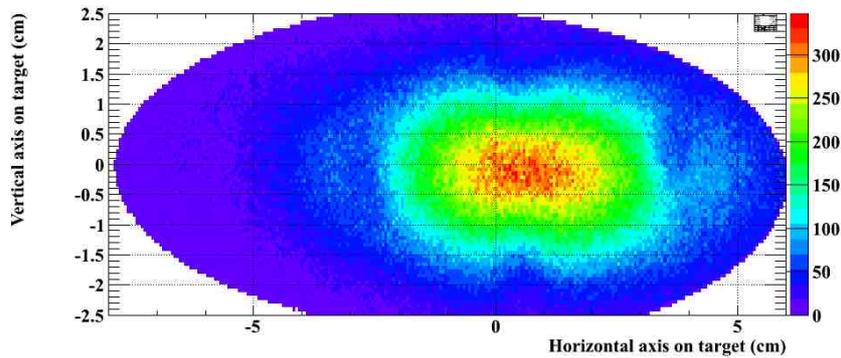


図 6.9 実データから再構成したターゲット上の崩壊点分布

$\sigma_Y^{2009}, \sigma_Z^{2009}$  を用いて、

$$\begin{aligned} \sigma_Y &= \sigma_Z \cdot \frac{\sigma_Y^{2009}}{\sigma_Z^{2009}}, \\ &= 0.43 \pm 0.01 \text{ (cm)}. \end{aligned} \tag{6.9}$$

を  $y$  軸方向に対するターゲット上の崩壊位置分解能とする。

### 6.3.4 角度分解能

さらにデータを用いて角度分解能の評価を行う。COBRA スペクトロメータは崩壊点検出器を持たないため、直接角度分解能を求めることができない。そこで MEG 実験では、角度分解能を評価するために図 6.11 のようにドリフトチェンバー中で陽電子が 2 ターンしている事象を用いて角度分解能の評価を行っている。分解能の評価は 1 ターン目のターンと 2 ターン目のターンでの接点で、1 ターン目のみから

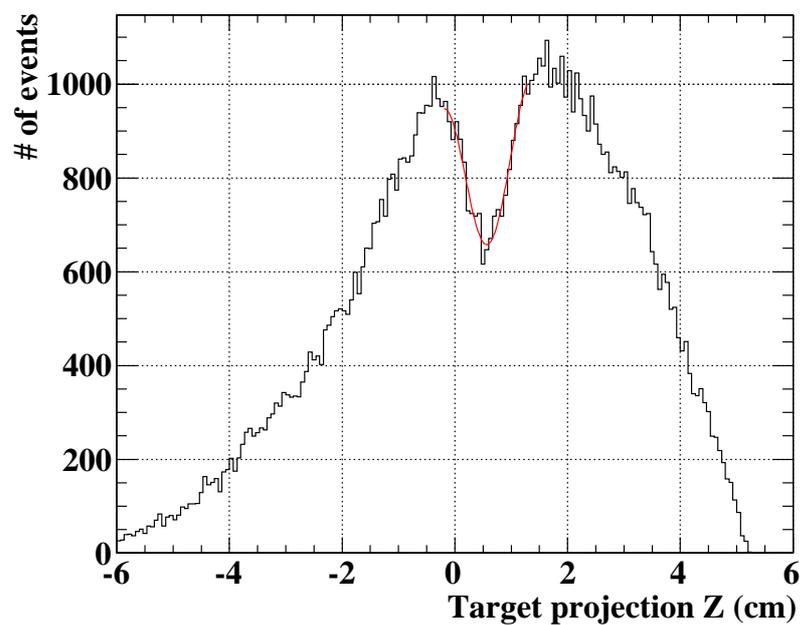


図 6.10 実データによって再構成されたターゲット上の穴とガウス関数によるフィット結果。

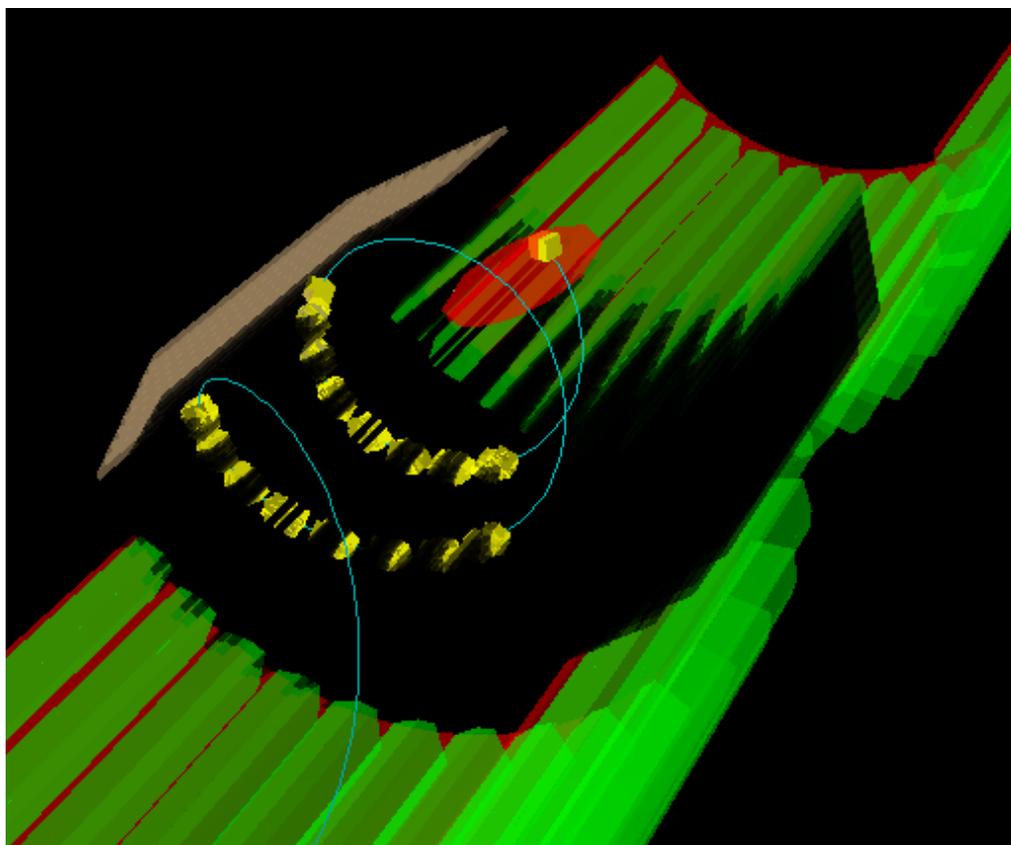
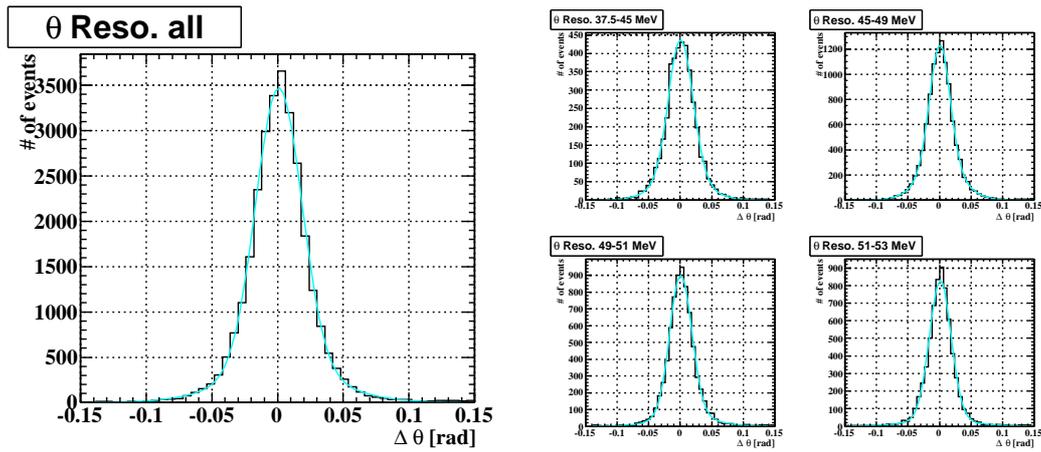
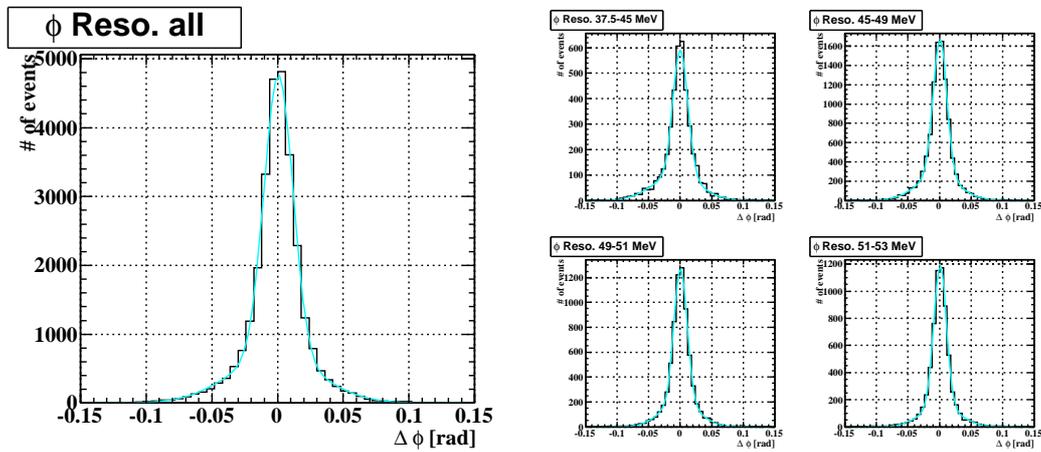


図 6.11 COBRA スペクトロメータ中の陽電子 2 ターン事象。



(a)  $\theta_{1st} - \theta_{2nd}$  分布



(b)  $\phi_{1st} - \phi_{2nd}$  分布

図 6.12 実データから得られた  $\theta_{1st} - \theta_{2nd}$  分布と  $\phi_{1st} - \phi_{2nd}$  分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。

出した角度  $\theta_{1st}/\phi_{2nd}$  と 2 ターン目のみから出した角度  $\theta_{2nd}/\phi_{2nd}$  の差の分布より行う。 $\theta/\phi$  について得られた分布と 2 個のガウス関数によるフィット結果を図 6.12(b) に示す。この差から求めた分解能  $\sigma_{meas}$  は式 (6.10) のように 1 ターン目と 2 ターン目の分解能両方から影響を受けている。

$$\sigma_{meas} = \sqrt{\sigma_{1st}^2 + \sigma_{2nd}^2} \tag{6.10}$$

$\sigma_1$  と  $\sigma_2$  はそれぞれのターンのヒットから独立に求めた角度の分解能であるため、最終的な角度分解能を求めるためには  $\sigma = \sigma_{1st} = \sigma_{2nd}$  とし、

$$\sigma = \sigma_{meas}/\sqrt{2}. \tag{6.11}$$

を角度分解能とする。さらに角度と同様に 2 ターン事象を用いて運動量分解能、位置分解能のエネルギー依存性も評価することができる。基本的な原理は角度を求めた時と同様、1 ターン目のみを用いて求めた運動量及び崩壊点と、2 ターン目のみを用いて求めた運動量、崩壊点の差の分布は図 6.13 のようになっ

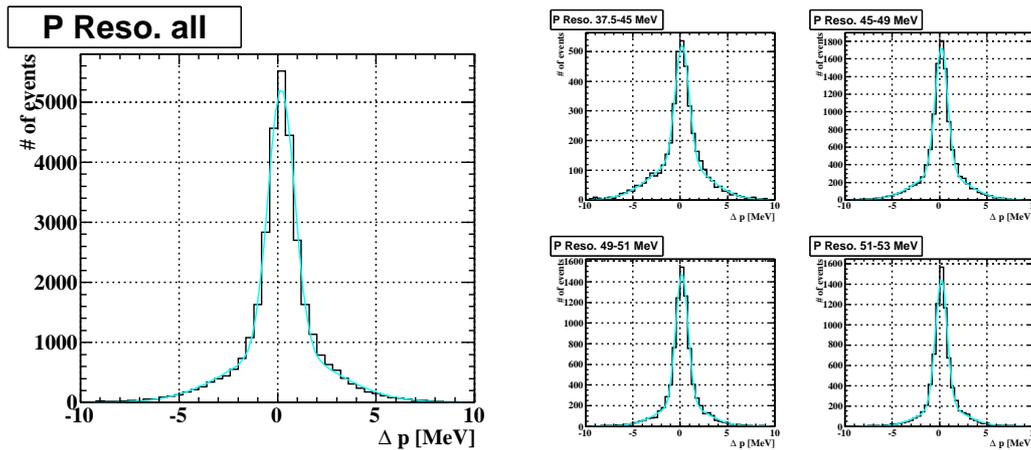


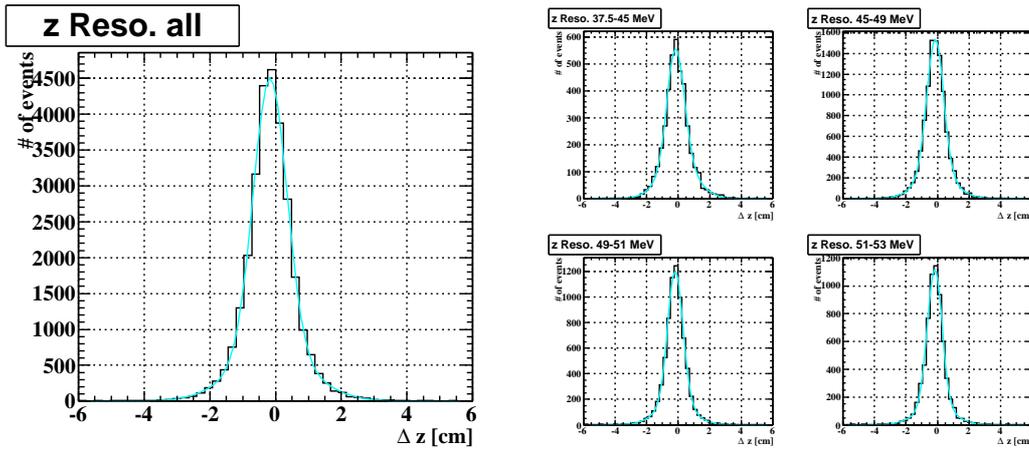
図 6.13 2 ターン事象を用いて実データから得られた  $E_{1st} - E_{2nd}$  分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。

表 6.6 2 ターン事象より求めた各エネルギー領域毎での分解能。

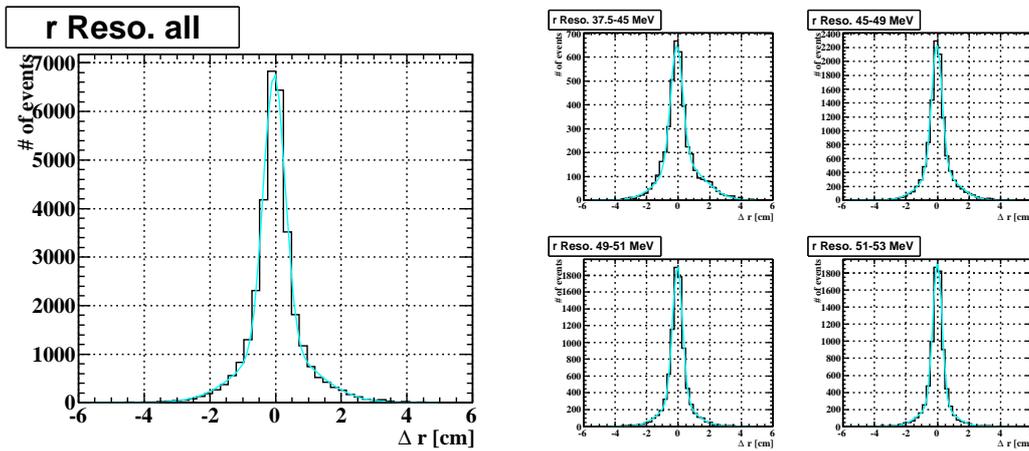
	all	37.5 - 45 MeV	45 - 49 MeV	49 - 51 MeV	51 - 53 MeV
$p \sigma_{eff.}$ (MeV)	$1.57 \pm 0.02$	$2.04 \pm 0.05$	$1.62 \pm 0.03$	$1.37 \pm 0.03$	$1.24 \pm 0.03$
$p \sigma_{core}$ (MeV)	$0.475 \pm 0.006$	$513 \pm 0.022$	$0.479 \pm 0.010$	$0.458 \pm 0.010$	$0.448 \pm 0.010$
$\phi \sigma_{eff.}$ (mrad)	$18.7 \pm 0.3$	$21.5 \pm 0.7$	$19.0 \pm 0.4$	$16.9 \pm 0.5$	$16.3 \pm 0.4$
$\phi \sigma_{core}$ (mrad)	$7.8 \pm 0.1$	$8.3 \pm 0.3$	$7.9 \pm 0.2$	$7.3 \pm 0.2$	$7.3 \pm 0.2$
$\theta \sigma_{eff.}$ (mrad)	$22.5 \pm 0.5$	$24.0 \pm 2.0$	$22.4 \pm 0.7$	$21.6 \pm 1.1$	$21.5 \pm 0.7$
$\theta \sigma_{core}$ (mrad)	$12.4 \pm 0.1$	$13.7 \pm 0.8$	$11.6 \pm 0.3$	$12.4 \pm 0.4$	$12.4 \pm 0.2$
$z \sigma_{eff.}$ (cm)	$0.70 \pm 0.01$	$0.78 \pm 0.05$	$0.72 \pm 0.02$	$0.66 \pm 0.02$	$0.64 \pm 0.02$
$z \sigma_{core}$ (cm)	$0.36 \pm 0.006$	$0.39 \pm 0.02$	$0.38 \pm 0.01$	$0.34 \pm 0.01$	$0.33 \pm 0.01$
$r \sigma_{eff.}$ (cm)	$0.67 \pm 0.01$	$0.90 \pm 0.02$	$0.68 \pm 0.01$	$0.59 \pm 0.01$	$0.53 \pm 0.01$
$r \sigma_{core}$ (cm)	$0.23 \pm 0.003$	$0.28 \pm 0.01$	$0.24 \pm 0.01$	$0.23 \pm 0.01$	$0.21 \pm 0.01$

ており、この分布を 2 個のガウス関数を用いてフィットし、角度分解能と同様に  $\sqrt{2}$  で割ることで分解能を求める。また、位置分解能に関しては図 6.14 のようになっており、こちらも同様に 2 個のガウス関数によってフィッティングを行っている。これより得られた結果を表 6.6 にまとめる。2 ターン事象を用いて求めた分解能のエネルギー依存性は、振る舞いとしては 45 MeV 付近まではシミュレーションと一致していることがわかった。37.5 MeV に関してはシミュレーションとの一致が見られなかったが、モンテカルロの不定性や分解能を実際より低く見積もってしまうことを防ぐために今回は 2 ターン事象を用いて求めた分解能を採用することとする。さらに連続的な分解能を求めるために、式 (6.4) を用いて表 6.6 の分解能をフィットする。

フィットの結果から、COBRA スペクトロメータの各分解能は表 6.7 と得られる。



(a) 2 ターン事象を用いて求めた 37.5-55 MeV での  $z_{1st} - z_{2nd}$  の分布。



(b) 2 ターン事象を用いて求めた 37.5-55 MeV での  $r_{1st} - r_{2nd}(r = \sqrt{x^2 + y^2})$  の分布。

図 6.14 2 ターン事象を用いて実データから得られた  $z_{1st} - z_{2nd}$  及び  $r_{1st} - r_{2nd}$  の分布。水色の実線は 2 個のガウス関数によるフィット結果。

表 6.7 フィット結果から得られた COBRA スペクトロメータの 37.5 MeV と 52.8 MeV での各分解能。

Energy	$p \sigma_{core}$ MeV	$\phi \sigma_{core}$ mrad	$\theta \sigma_{core}$ mrad	$z \sigma_{core}$ cm	$r \sigma_{core}$ cm
37.5 MeV	0.58	9.5	14	0.46	0.33
52.8 MeV	0.44	7.2	12	0.33	0.21
	$p \sigma_{eff.}$ MeV	$\phi \sigma_{eff.}$ mrad	$\theta \sigma_{eff.}$ mrad	$z \sigma_{eff.}$ cm	$r \sigma_{eff.}$ cm
37.5 MeV	3.0	26	29	0.87	2.0
52.8 MeV	1.2	16	21	0.62	0.51

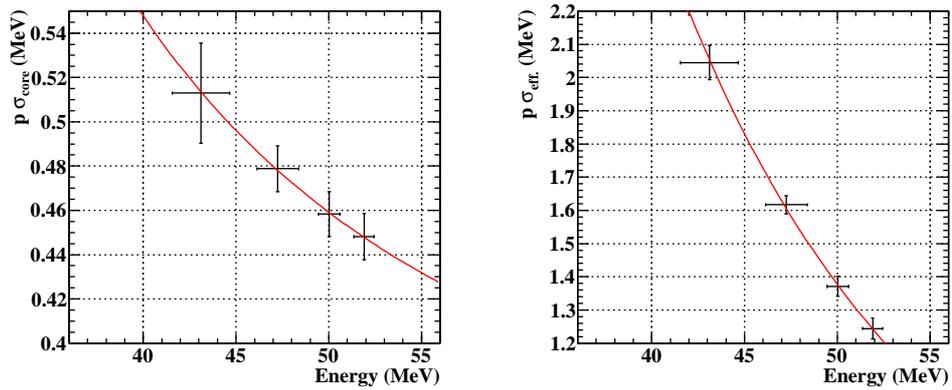


図 6.15 表 6.6 の運動量分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能  $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能  $\sigma_{eff}$ 。

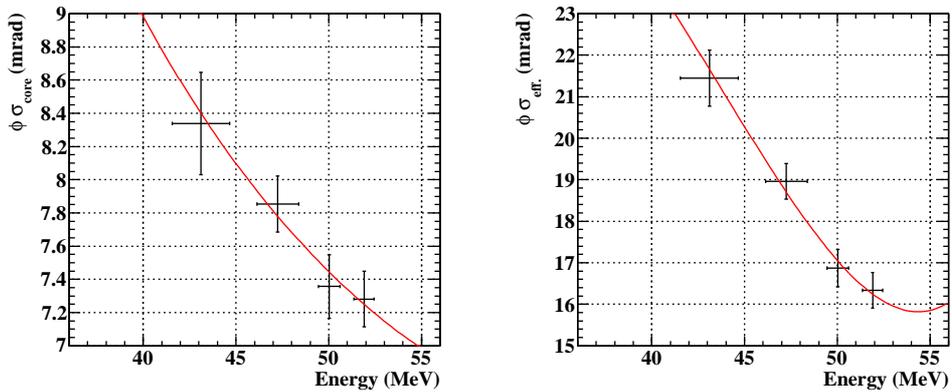


図 6.16 表 6.6 の  $\phi$  分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能  $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能  $\sigma_{eff}$ 。

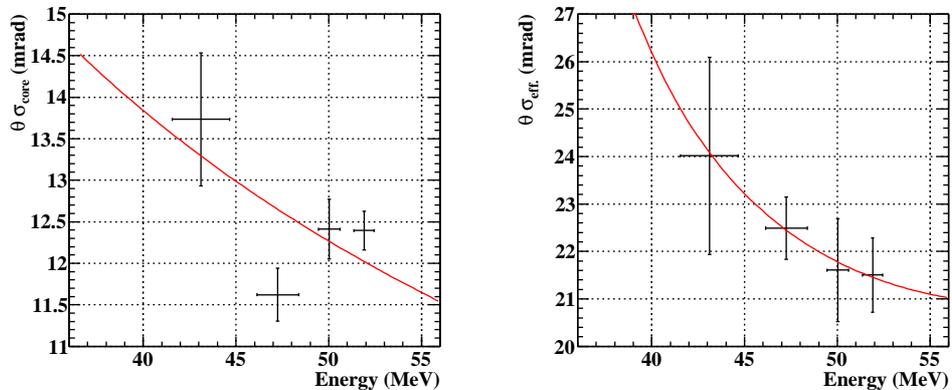


図 6.17 表 6.6 の  $\theta$  分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能  $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能  $\sigma_{eff}$ 。

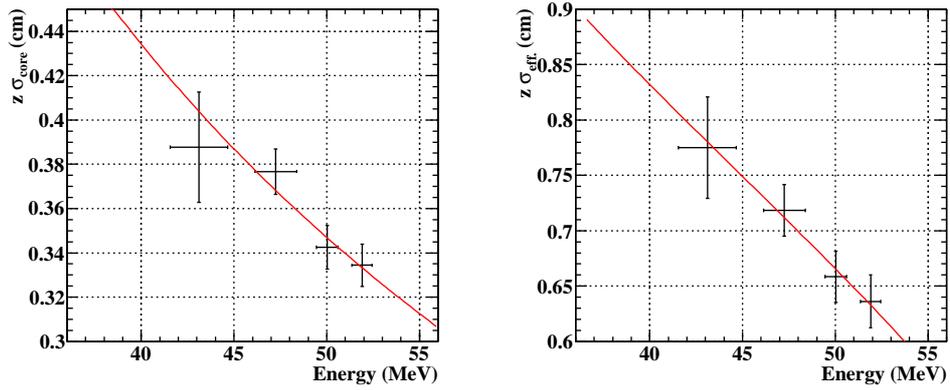


図 6.18 表 6.6 の  $z$  分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能  $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能  $\sigma_{eff}$ 。

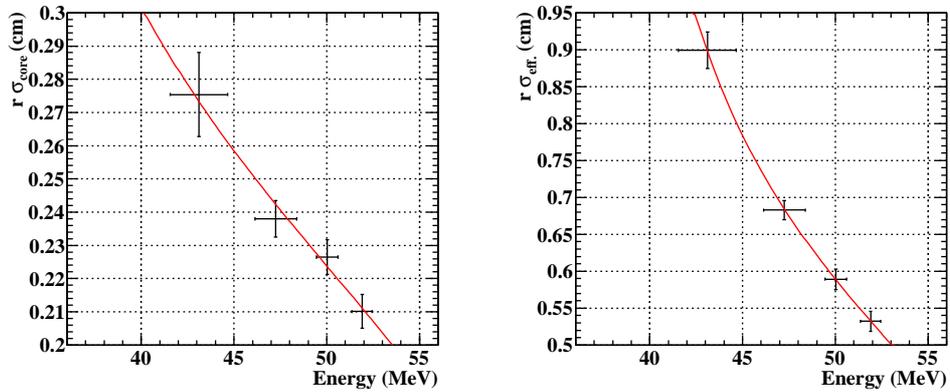


図 6.19 表 6.6 の  $r$  分解能に対して式 (6.4) を用いてフィッティングを行った結果。左図: 2 個のガウス関数のうち、中心部分の分解能  $\sigma_{core}$ 。右図: テール成分も含めた分解能  $\sigma_{eff}$ 。

### 6.3.5 時間分解能

COBRA スペクトロメータの時間分解能  $\sigma_t$  はタイミングカウンター単体での時間分解能  $\sigma_{t,TC}$  とスペクトロメータの崩壊時間決定精度によって決まる。タイミングカウンターの時間分解能は複数の  $\phi$ -TCバーを通過する宇宙線と Michel 崩壊からの陽電子によって求めることができる。また、スペクトロメータ全体の時間分解能は輻射崩壊から間接的に求めることができる。輻射崩壊の時間分解能  $\sigma_{te\gamma}$  はキセノン検出器の時間分解能  $\sigma_{t\gamma}$  とスペクトロメータの時間分解能  $\sigma_{te}$  によって決まる。よって、

$$\sigma_{te} = \sqrt{\sigma_{te\gamma}^2 - \sigma_{t\gamma}^2} \tag{6.12}$$

となる。2010 年のデータに関しては  $\sigma_{te}$  はまだ見積もられていないが、2009 年と同程度の値が期待されている。また、スペクトロメータ単体での時間分解能は飛跡長  $L_{track}$  の精度によって決まるため、他の分解能の値同様に、エネルギー依存性があると考えられる。低エネルギーでの分解能の悪化因子が他の分解能と同程度と仮定すると 2-3 倍の悪化が予想される。したがって本研究では分解能を以下のように見積

もっておく。

$$95 < \sigma_{te} < 300 \text{ (psec)}. \quad (6.13)$$

## 6.4 検出効率

ここではスペクトロメータの信号事象に対する検出効率を求める。 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象のエネルギー分布は第 2 章、第 4 章でも述べたように模型によって変化するため、検出効率は信号事象の模型に依存する。したがってそれぞれの模型に対して検出効率を評価する必要がある。また、MEG 実験では信号事象に対する検出効率を Michel 崩壊に対する検出効率から見積もることで検出器そのものの系統誤差を抑え、精度良く性能を評価することに成功しているが、電子の場合単純に陽電子と同様の検出効率を有しているとは限らないため、電子に対する検出効率を精度よく評価するためには新しい検出効率の評価方法が必要となる。以下でドリフトチェンバー単体での信号に対する検出効率及び、タイミングカウンターを含んだスペクトロメータ全体での検出効率の値と評価方法について述べる。

### 6.4.1 Michel 検出効率

始めに信号事象に対するスペクトロメータの検出効率を求める前に、通常の Michel 崩壊に対する検出効率を求める。Michel 崩壊して COBRA スペクトロメータで検出が期待される陽電子数  $N_{Expected}$  は式 (6.14) で定義される。

$$\begin{aligned} N_{Expected} &= p_{\Omega} \times \epsilon_{(DCH,\Omega)} \times P_{(DCTC,\Omega)} \times P_{(Michel,trigger)} \times f_{(Michel,e^+)}, \\ &= N_{Obs} \times \text{Prescaling factor}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

ミュオンはほぼ 100% が Michel 崩壊を起こすため、Michel 崩壊の検出効率は式 (6.15) で定義することができる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{Michel,e^+} &= \epsilon_{(DCH,\Omega)} \cdot P_{(DCTC,\Omega)}, \\ &= \frac{N_{Obs} \cdot (\text{Prescaling factor})}{N_{TotalStop\mu^+}} \times \frac{1}{p_{\Omega} \cdot P_{(Michel,trigger)} \cdot f_{(Michel,e^+)}}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

以下で式中の変数を意味を述べる。

- $\epsilon_{(DCH,\Omega)}$  : ドリフトチェンバー単体入射陽電子に対する検出効率。
- $P_{(DCTC,\Omega)}$  : ドリフトチェンバーで検出された陽電子がタイミングカウンターで検出される効率。
- $N_{Obs}$  : 検出された Michel 陽電子数。
- Prescaling factor : データ収集レートのスケール因子。
- $N_{TotalStop\mu^+}$  : ターゲット上で静止した合計のミュオン数。
- $p_{\Omega}$  : 全角度分布  $4\pi$  のうちで検出器によって検出可能な領域の割合。
- $P_{(Michel,trigger)}$  : タイミングカウンター単体で取得している Michel トリガーのトリガー効率。
- $f_{(Michel,e^+)}$  : Michel 崩壊からによる陽電子のうちで解析領域の占める割合。

$f_{(Michel,e^+)}$  はシミュレーションから求める。 $P_{(Michel,trigger)}$  は 1 とする。 $p_{\Omega}$  は解析データの角度分布から求める。図 6.20 のように 1M 事象の Michel 崩壊事象を生成した結果、37.5 MeV を超える領域の占

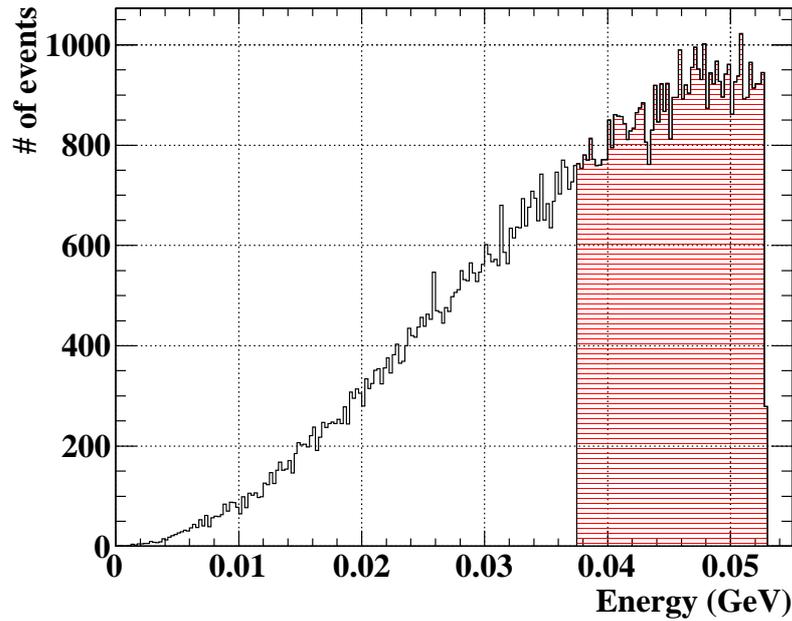


図 6.20 Michel 崩壊スペクトル (実線) のうち、37.5 MeV を超える選択領域が赤い網掛け部分。

表 6.8 今回使用した Michel トリガーデータ中の合計積算電荷、合計ターゲット静止ミューオン数及び選択されたミューオン数から計算される選択領域内の Michel 陽電子数。

$Q_{total}$	$N_{TotalStop\mu^+}$	$N_{Obs}$	$N_{Expected}$	Prescaling factor
42.26 C	$5.76 \times 10^{11}$	47369	$3.43 \times 10^9$	$7.23 \times 10^4$

める割合  $f_{(Michel,e^+)}$  と  $p_{\Omega}$  は以下のように求められた。

$$\begin{aligned} p_{\Omega} &= 0.114 \pm 0.005, \\ f_{(Michel,e^+)} &= 0.538 \pm 0.005. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Michel 崩壊の崩壊様式は精度良く知られているため、十分な統計のシミュレーション事象を生成した場合、シミュレーション起因の誤差は無視できるほど小さいため、 $f_{(Michel,e^+)}$  誤差に対するの主な寄与はエネルギー再構成の精度による系統誤差である。ターゲット上での合計静止ミューオン数  $N_{\mu} \cdot T$  はターゲット上での瞬間静止ミューオン数とビームの強度から計算することができる。第 3 章で先に述べたように、陽電子ビームの電流値が 2.2 mA のとき、瞬間合計静止ミューオン数は  $N_{\mu} \approx 3.0 \cdot 10^7 \mu^+ \cdot s^{-1}$  である。また、MEG 実験ではデータ収集時にラン毎にデータ収集時間中の陽電子ビーム積算電荷も取得している。よって全データの合計積算電荷  $Q_{total}$  を用いて式 6.17 より全データでの静止ミューオン数  $N_{\mu} \cdot T$  が導かれる。

$$N_{TotalStop\mu^+} = N_{\mu} \cdot T = \frac{N_{\mu} \cdot Q_{total}}{2.2 \cdot 10^{-3}}. \quad (6.17)$$

今回使用した Michel トリガーデータでは表 6.8 の値が得られた。これより、37.5 MeV 以上のエネルギーを持った Michel 崩壊からの陽電子に対する COBRA スペクトロメータの検出効率は

$$\epsilon_{Michel,e^+} = 0.0971 \pm 0.006. \quad (6.18)$$

表 6.9  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  毎にシミュレーションから求めたエネルギー分布のうち 37.5 MeV 以上のエネルギーが占める割合  $f_{(sig,e^\pm)}$

	Michel	$\alpha_1$	$\alpha_2$
$f_{e^+}$	$0.538 \pm 0.005$	$0.539 \pm 0.004$	$0.436 \pm 0.005$
$f_{e^-}$	-	$0.329 \pm 0.005$	$0.538 \pm 0.005$

となる。

#### 6.4.2 スペクトロメータの信号事象検出効率

信号事象に対する検出効率を  $\epsilon_{(sig)}$  とおき、 $\epsilon_{(sig)}$  は式 (6.19) と定義する。

$$\epsilon_{(sig)} = \frac{(\# \text{ of detected signal events})}{P\Omega \cdot P(\text{Michel, trigger})(\# \text{ of signal events})} \quad (6.19)$$

$$\epsilon_{(sig)} = \epsilon_{(sig,e^+)} \times \epsilon_{(sig,e^-)}. \quad (6.20)$$

ここで  $\epsilon_{(sig,e^\pm)}$  は信号事象起源の電子、陽電子に対するスペクトロメータの検出効率である。 $\epsilon_{(sig,e^\pm)}$  は先に求めた Michel 崩壊陽電子に対するスペクトロメータの検出効率  $\epsilon_{(Michel,e^+)}$  を用いて式 (6.21) で表すことができる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{(sig,e^+)} &= \epsilon_{(DCH,\Omega)}^{(sig,e^+)} \times P(DCTC, sige^+, \Omega), \\ \epsilon_{(sig,e^-)} &= \epsilon_{(DCH,\Omega)}^{(sig,e^-)} \times P(DCTC, sige^-, \Omega). \end{aligned} \quad (6.21)$$

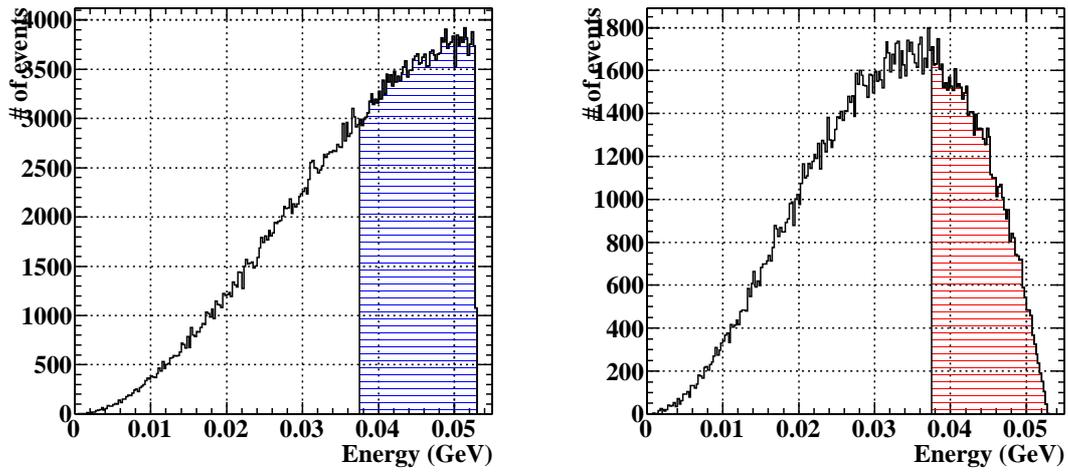
$f_{(sig,e^\pm)}$ 、 $f_{(Michel,e^+)}$  は各粒子のエネルギー分布全体のうち解析領域に含まれる割合を表している。 $f_{(sig,e^\pm)}$  及び  $f_{(Michel,e^+)}$  は Michel 崩壊と同様に、図 6.21 のようにシミュレーションから見積もる。タイミングカウンターとドリフトチェンバー間には読み出しのための信号増幅器やドリフトチェンバーのフレームなど、他の場所と比較すると多くの物質が存在している為、一部の荷電粒子はタイミングカウンターに入射する前に散乱されて方向が変わってしまう。ドリフトチェンバーで再構成された飛跡とタイミングカウンターのトリガーが同一の荷電粒子によるものであることを判定するために、再構成された飛跡をタイミングカウンターまで伸ばしたときの位置と、タイミングカウンター自身で再構成した飛跡の位置を比較して

$$|z_{track} - z_{TC}| < 18 \text{ cm}, |r_{track} - r_{TC}| < 7.5 \text{ cm}.$$

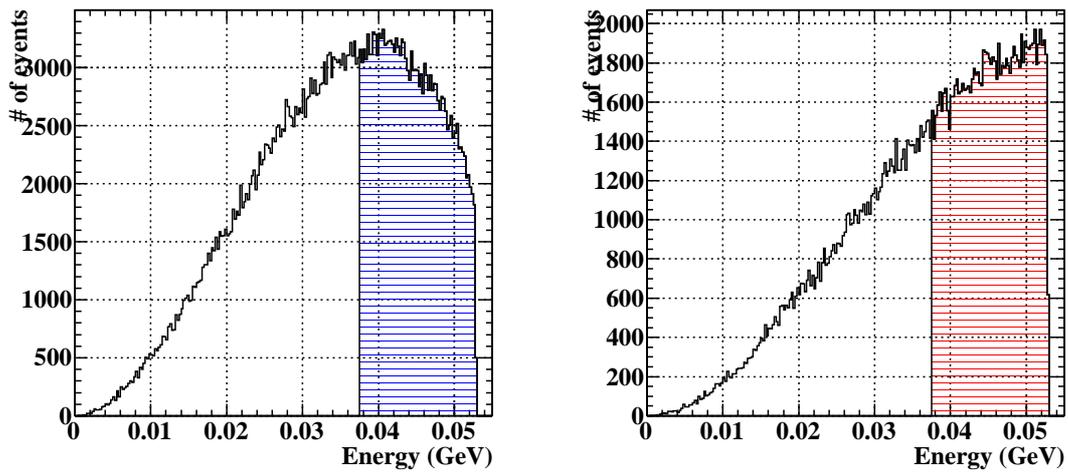
の範囲にあるとき、タイミングカウンターとドリフトチェンバーの飛跡が同一粒子によるものとする。ドリフトチェンバーで再構成された飛跡がこの判定基準を満たす割合を DCTC マッチングと呼ぶ。DCTC マッチング ( $p_{(DCTC,\Omega)}$ ) はエネルギー依存性があるため、信号事象に対しては Michel 崩壊に対する値と異なる値  $p_{(DCTC, sige^\pm, \Omega)}$  を求める必要がある。

#### 6.4.3 DCTC マッチング

Michel 崩壊からの陽電子に対する DCTC マッチングのエネルギー依存性は、Michel トリガーと同時に取得しているドリフトチェンバーのセルフトリガー (3.4.2 の表 3.3) を用いてデータから求めることができる。タイミングカウンターとのマッチングを課さずにドリフトチェンバー単体で選択領域に入ってい



(a)  $\alpha_1$  モデルの解析領域。左：陽電子のエネルギー分布。右：電子のエネルギー分布。



(b)  $\alpha_2$  モデルの解析領域。左：陽電子のエネルギー分布。右：電子のエネルギー分布。

図 6.21 信号事象のエネルギー分布 (黒い実線) と、解析領域に占める割合 (色つきの網掛け領域)。

る陽電子の数を (# of good tracks) とし、その中でタイミングカウンターとのマッチングが良い飛跡の数を (# of matched tracks) とすると、Michel に対する DCTC マッチングの値  $p_{(DCTC, \Omega)}$  は次式で与えられる。

$$p_{(DCTC, \Omega)} = \frac{\# \text{ of matched tracks}}{\# \text{ of good tracks}}. \quad (6.22)$$

よって、セルフトリガーで選択された Michel 崩壊からの陽電子のエネルギースペクトルと、タイミングカウンターとのマッチング条件を課した時のエネルギースペクトルの比をとることで図 6.22 のように DCTC マッチングのエネルギー依存性が求められる。DCTC マッチングの検出効率カーブは 50 MeV 付

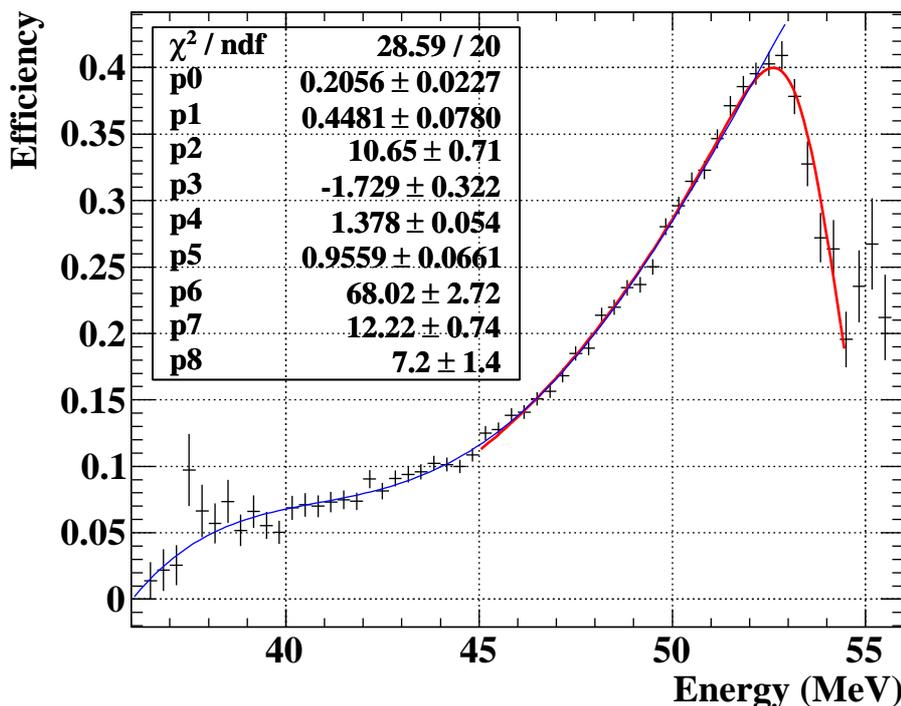


図 6.22 ドリフトチェンバーのセルフトリガーを用いてデータから得られた DCTC マッチングのエネルギー依存性。青い実線は 4 次関数によるフィット結果。赤い実線は Michel エッジに対するフィット関数と同様の関数を用いたフィット結果。

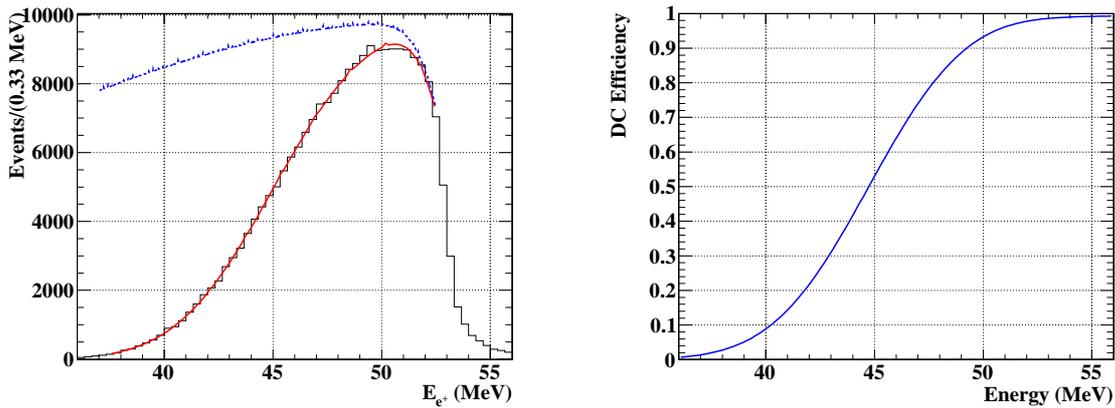
表 6.10 ドリフトチェンバーセルフトリガーを用いた 37.5-56 MeV での DCTC マッチングの値。

# of good tracks	# of matched tracks	$p_{(DCTC,\Omega)}^{Michel}$
234008	54087	0.231

近では Michel エッジ分解能を求めた時のフィット関数と同様の関数でフィットできるが、低いエネルギー領域ではフィットがうまくいかないため、4 次関数と Michel エッジのフィット関数を組み合わせてフィットを行った。ドリフトチェンバー単体の検出効率は式 (6.23) のように、スペクトロメータの検出効率から DCTC マッチングの影響を差し引いた値となる。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{(DCH,\Omega)} &= p_{(DCH,\Omega)} \\
 &= \frac{\epsilon_{(sig)}}{p_{(DCTC,\Omega)}}. \tag{6.23} \\
 &\simeq 0.42 \pm 0.03.
 \end{aligned}$$

結果を表 6.10 にまとめる。信号事象に対する DCTC マッチングの値はフィットの結果とシミュレーションから計算することができる。さらに Michel 崩壊陽電子に対するドリフトチェンバー単体での検出効率のエネルギー依存性を求めることができれば、信号事象に対する COBRA スペクトロメータの検出効率が求められる。



(a) ドリフトチェンバーのセルフトリガーから得られた DCTC マッチングを課さなかった時のエネルギースペクトラム。

(b) 左図のフィット結果から得られたドリフトチェンバーの検出効率エネルギー依存性の関数。

図 6.23 左図: ドリフトチェンバーのセルフトリガーを用いてデータから得られたエネルギースペクトルと、フィット関数 (赤い実線) から求められたアクセプタンス内の Michel スペクトル (青い点線)。右図: 左図のフィット結果から求めたドリフトチェンバーの検出効率エネルギー依存性。

#### 6.4.4 ドリフトチェンバー検出効率

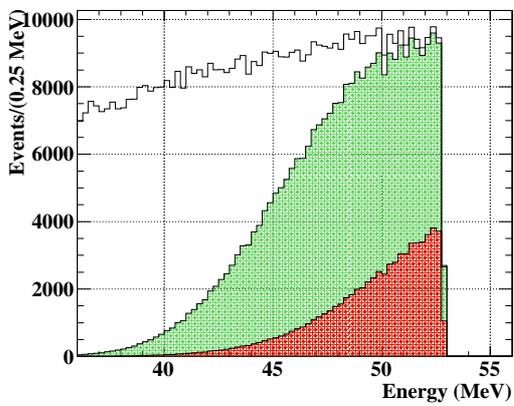
次にドリフトチェンバー単体での検出効率のエネルギー依存性を見積もるために、DCTC マッチングと同様にドリフトチェンバーのセルフトリガーデータを用いる。ここでは先に述べたセルフトリガーで DCTC マッチング条件を課さなかった場合のエネルギースペクトルに対して、先ほど Michel エッジで分解能を求めた時と同様の関数を用いてフィットを行う。フィット結果から、エラー関数によるドリフトチェンバーのアクセプタンスによる効果を引いた関数が、検出器のアクセプタンス  $\Omega$  内の角度に放出された Michel 陽電子のエネルギースペクトルとなるため、この Michel 関数  $\times$  分解能の関数とドリフトチェンバー単体で選択された関数の比を計算することで、ドリフトチェンバー単体での検出効率のエネルギー依存性を計算する。ただし図 6.23(b) には分解能の影響も含まれている。

#### 6.4.5 スペクトロメータ全体での検出効率

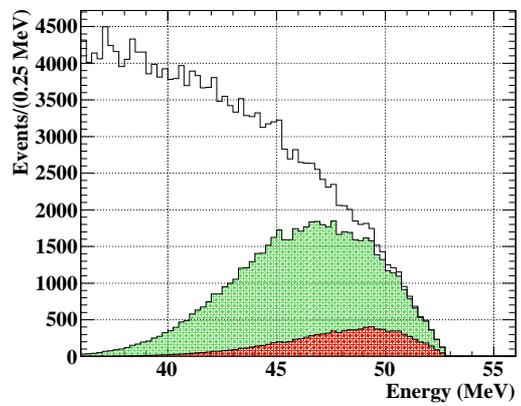
ドリフトチェンバー単体での検出効率のエネルギー依存性を  $f_{DCH}(E)$ 、DCTC マッチングのエネルギー依存性を  $f_{DCTC}(E)$  とすると、信号事象のエネルギー分布  $F_{sig}(E)$  とすると、スペクトロメータで検出される信号事象のエネルギー分布関数  $F_{sig,detect}(E)$  は式 (6.24) で表される。

$$F_{sig,detect}(E) = F_{sig}(E) \times f_{DCH}(E) \times f_{DCTC}(E). \tag{6.24}$$

信号事象のエネルギースペクトルはモンテカルロシミュレーションの結果を用いる。 $\alpha_1$  モデル、 $\alpha_2$  モデルそれぞれに対してモンテカルロシミュレーションから式 (6.24) で表される、検出器で検出される領域を求めた結果を図 6.24、図 6.25 に示す。ドリフトチェンバーに検出される緑の領域の積分値を元のエネ

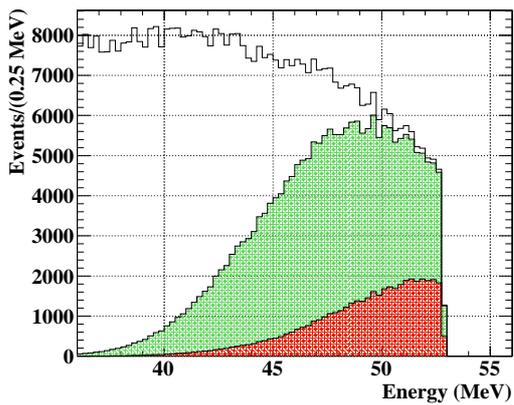


(a)  $\alpha_1$  モデルの陽電子に対するドリフトチェンバー検出効率 (緑の網掛け領域) 及び DCTC マッチングを併せた時の検出効率 (赤の網掛け領域) のエネルギー分布。

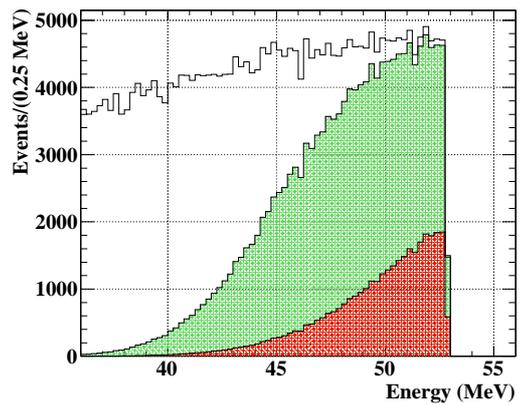


(b)  $\alpha_1$  モデルの電子に対するドリフトチェンバー検出効率 (緑の網掛け領域) 及び DCTC マッチングを併せた時の検出効率 (赤の網掛け領域) のエネルギー分布。

図 6.24  $\alpha_1$  モデルを仮定した時の電子及び陽電子に対する検出効率の分布。



(a)  $\alpha_2$  モデルの陽電子に対するドリフトチェンバー検出効率 (緑の網掛け領域) 及び DCTC マッチングを併せた時の検出効率 (赤の網掛け領域) のエネルギー分布。



(b)  $\alpha_2$  モデルの電子に対するドリフトチェンバー検出効率 (緑の網掛け領域) 及び DCTC マッチングを併せた時の検出効率 (赤の網掛け領域) のエネルギー分布。

図 6.25  $\alpha_2$  モデルを仮定した時の電子及び陽電子に対する検出効率の分布。

表 6.11 COBRA スペクトロメータの検出効率。

Parameters	Value (%)
$\epsilon_{(Michel,e^+)}$	$9.7 \pm 0.6$
$\epsilon_{(sig)}^{\alpha_1}$	$0.45 \pm 0.05$
$\epsilon_{(sig)}^{\alpha_2}$	$0.75 \pm 0.08$

表 6.12 COBRA スペクトロメータの  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象に対する性能

$\epsilon_{sig}^{\alpha_1}/\epsilon_{sig}^{\alpha_2}$	$p \sigma_{eff.}$	$\theta \sigma_{eff.}/\phi \sigma_{eff.}$	$z \sigma_{eff.}/r \sigma_{eff.}$	$t_e \sigma$
0.45/0.75 (%)	1.2-3.0 MeV	21-28/16-26 mrad	0.62-0.87/0.51-2.0 cm	95-300 (psec)

ルギー分布の積分値で割った値がドリフトチェンバーの検出効率  $p_{DCH,\Omega}$  となる。結果は以下の通り。

$$\begin{aligned} \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^+,\alpha_1} &= 0.509, \quad \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^-, \alpha_1} = 0.329, \\ \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^+,\alpha_2} &= 0.439, \quad \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^-, \alpha_2} = 0.508. \end{aligned} \quad (6.25)$$

さらに DCTC マッチングをかけた値は赤い領域の積分値を元のエネルギー分布の積分値で割ることで求められる。結果は次のようになる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^+,\alpha_1} \times p_{DCTC,sig,e^+,\Omega}^{\alpha_1} &= 0.118, \\ \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^-, \alpha_1} \times p_{DCTC,sig,e^-, \Omega}^{\alpha_1} &= 0.056, \\ \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^+,\alpha_2} \times p_{DCTC,sig,e^+,\Omega}^{\alpha_2} &= 0.093, \\ \epsilon_{DCH,\Omega}^{sig,e^-, \alpha_2} \times p_{DCTC,sig,e^-, \Omega}^{\alpha_2} &= 0.118. \end{aligned} \quad (6.26)$$

最後に、これらの値は全てシミュレーションを用いて計算したものであるため、実際のデータとの違いを補正するために、Michel 崩壊に対するシミュレーションの検出効率  $\epsilon_{(Michel)}^{MC}$  を求め、実際のデータから求めた検出効率  $\epsilon_{(Michel)} = 0.097$  (%) との比  $\epsilon_{(Michel)}/\epsilon_{(Michel)}^{MC} \simeq 0.824$  を (6.26) で求めた検出効率に掛ける。これより信号事象に対する COBRA スペクトロメータの検出効率  $\epsilon_{(sig)} = \epsilon_{(sig,e^+)} \times \epsilon_{sig,e^-}$  の値を求める。求めた値を表 6.11 にまとめる。

## 6.5 性能評価のまとめ

以上より解析に必要な性能の評価を行うことができた。結果を表 6.12 にまとめる。次章では現在の性能で実データの解析を行うことで、今後どのように  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  事象を探索し、どの程度の感度が期待されるかについて詳しく議論する。

## 第7章

# データ解析

ここまでの研究によって、COBRA スペクトロメータが持つ  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象に対する性能が明らかになった。第7章では実際のデータを解析することで、現時点での感度と今後期待される予想到達感度を検証する。

### 7.1 解析方法

ここで  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象からの電子と陽電子を同定するための解析方法について詳しく述べる。

#### 7.1.1 不変質量及び運動量欠損の再構成

3体崩壊である信号事象とバックグラウンド事象を区別するために、再構成された2本の荷電粒子から合計運動量を求めて運動量欠損、及び不変質量の計算を行う。 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  信号事象は三体崩壊であるため、生成された粒子の運動量ベクトルを  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$  と置き、エネルギーをそれぞれ  $E_1, E_2, E_3$  としたとき、式 (7.1) を満たす。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 &= 0, \\ E_1 + E_2 + E_3 &= M_\mu. \end{aligned} \quad (7.1)$$

2粒子のエネルギー ( $E_1, E_2$ ) 及び放出角度 ( $\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2$ ) が求めれば、 $E > m_e$  の時はそれぞれの運動量ベクトル  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  は

$$\mathbf{p}_1 \simeq \begin{pmatrix} E_1 \cos \phi_1 \sin \theta_1 \\ E_1 \sin \phi_1 \sin \theta_1 \\ E_1 \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_2 \simeq \begin{pmatrix} E_2 \cos \phi_2 \sin \theta_2 \\ E_2 \sin \phi_2 \sin \theta_2 \\ E_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}. \quad (7.2)$$

として求められる。さらに式 (7.1) より3体崩壊を仮定して運動量欠損を  $\mathbf{p}_{miss}$  と置くと、

$$\mathbf{p}_{miss} \simeq \begin{pmatrix} -E_1 \cos \phi_1 \sin \theta_1 - E_2 \cos \phi_2 \sin \theta_2 \\ -E_1 \sin \phi_1 \sin \theta_1 - E_2 \sin \phi_2 \sin \theta_2 \\ -E_1 \cos \theta_1 - E_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

となる。これより  $E > m_e$  の条件下では  $|\mathbf{p}_1| \simeq E_1, |\mathbf{p}_2| \simeq E_2$  より式 (7.4) が導かれる。

$$E_{total} = |\mathbf{p}_{miss}| + E_1 + E_2 \simeq M_\mu. \quad (7.4)$$

よって2本の荷電粒子が再構成された事象の中から、式 (7.4) のキネマティクスに近い事象を探すことで  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  を探索することができる。 $\mathbf{p}_{miss}$  の精度はCOBRA スペクトロメータの角度分解能と運

表 7.1 再構成された電子と陽電子の合計エネルギー分解能。

$E_{e^+} + E_{e^-}$	$\sigma_{core}$	$\sigma_{eff.}$
75 MeV	$\sim 0.82$ MeV	$\sim 4.2$ MeV
105.6 MeV	$\sim 0.62$ MeV	$\sim 1.7$ MeV

動量分解能によって決定される。さらに  $|p_{miss}|$  を具体的に計算すると式 (7.5) となる。

$$|p_{miss}| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\{(\cos(\phi_1 - \phi_2) \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2)\}}. \quad (7.5)$$

これより角度分解能、運動量分解能を用いて  $|p_{miss}|$  の分解能を求めると表 7.1 の結果が得られる。最終的に決定される合計エネルギーに対する分解能は本来事象毎に異なる値となるが、今回は検出される電子と陽電子のエネルギー合計が 75 MeV の時と 105.6 MeV の時の分解能の平均を採用することとする。これより、合計エネルギーの分解能は

$$\sigma_{E_{total}} \simeq 5 \text{ (MeV)}. \quad (7.6)$$

となる。

### 7.1.2 信号領域の決定

まず始めにいくつかのパラメータを用いて、 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  稀崩壊事象の信号領域を決定する。信号領域決定のために用いるパラメータは、

1. 電子と陽電子の崩壊時間差 ( $t_{e^+} - t_{e^-}$ )
2. 電子と陽電子の崩壊点 ( $z_{e^+} - z_{e^-}$ ,  $y_{e^+} - y_{e^-}$ )
3. 再構成された  $e^+$  と  $e^-$  及びそこから計算される運動量欠損  $|p_{miss}|$  の合計 ( $E_{Total}$ )

の3個である。これらの値の信号領域範囲は、それぞれの値の分解能によって決まる。陽電子に対する時間分解能  $\sigma_{te^+}$ 、電子に対する時間分解能  $\sigma_{te^-}$  より、信号事象に対する時間分解能は式 (7.7) で表される。

$$\begin{aligned} \sigma_{tsignal} &= \sqrt{\sigma_{te^+}^2 + \sigma_{te^-}^2}, \\ &< 430 \text{ (psec)}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

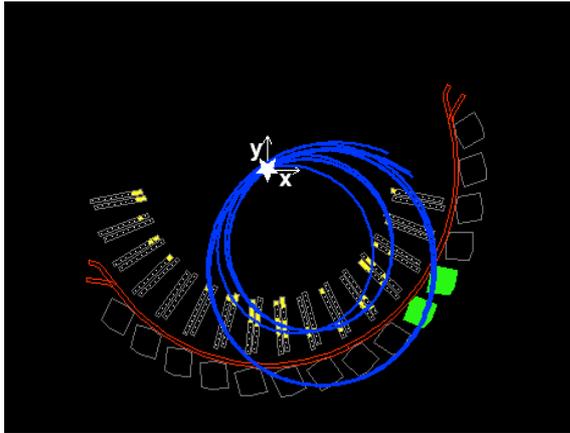
崩壊点では陽電子の位置分解能  $\sigma_{ze^+}$ ,  $\sigma_{ye^+}$ 、電子の位置分解能  $\sigma_{ze^-}$ ,  $\sigma_{ye^-}$  を用いて、

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sqrt{\sigma_{ze^+}^2 + \sigma_{ze^-}^2} = 1.1 \text{ (cm)}, \\ \sigma_y &= \sqrt{\sigma_{ye^+}^2 + \sigma_{ye^-}^2} = 1.8 \text{ (cm)}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

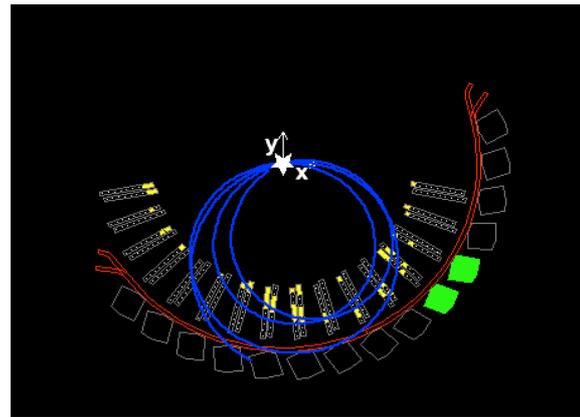
2 粒子の不変質量、崩壊点での運動量欠損の計算は §7.1.1 で述べた通りである。よって運動量分解能、角度分解能から、 $E_{Total}$  の決定精度を求めることができる。これらのパラメータの分解能が  $2\sigma$  となる領域を信号領域とすることで、81% の信号領域とすることができる。以上より、各パラメータの信号領域範囲を表 7.2 にまとめる。これらの分解能によるカットをかけることで物理的なバックグラウンドを効率的に落とすことができる。しかし物理現象起因であるプロンプトバックグラウンドやアクシデンタルバックグラウンドとは別に再構成アルゴリズムによるバックグラウンドが考えられる。陽電子がビーム軸に対して

表 7.2 分解能から決定した信号領域の範囲。

Parameters	Lower Limit	Upper Limit
$t_{e^+} - t_{e^-}$	-0.9 (nsec)	0.9 (nsec)
$z_{e^+}^{target} - z_{e^-}^{target}$	-2.2 (cm)	2.2 (cm)
$y_{e^+}^{target} - y_{e^-}^{target}$	-3.6 (cm)	3.6 (cm)
$E_{Total}$	95.6 (MeV)	115.6 (MeV)



(a) ビーム軸に対して垂直に近い角度で放出された Michel 起源の陽電子。



(b) 7.1(a) と同様の飛跡候補を電子として誤って再構成している事象。

図 7.1 ビーム軸に対して垂直に近い角度で放出された Michel 崩壊からの陽電子 7.1(a) が電子として誤って再構成されている事象。

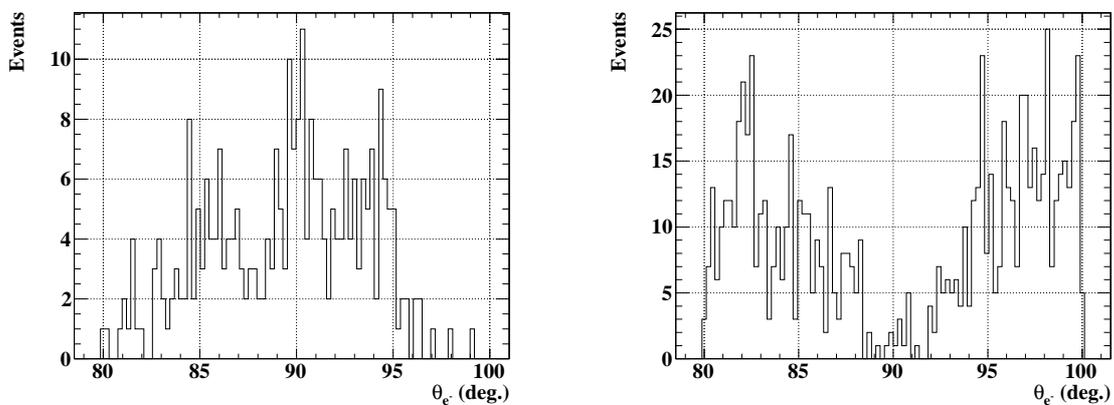
垂直に近い角度で放出された場合、図 7.1 のように電子の飛跡再構成アルゴリズム内でもこのヒットは飛跡候補として認識され、電子の飛跡として再構成されてしまう場合がある。このアルゴリズム起因の背景事象を選択的に除去するため、誤って電子の飛跡が再構成された事象の特徴をまとめる。

- 放出角度  $\theta$  が  $90^\circ$  に近い事象。
- 電子再構成に使われているヒットと陽電子再構成に使われているヒットが共通な部分が多い。
- 2 ターン事象の場合、2 ターン目のヒットが非常に少ないか、あるいは無い場合が多い。

そこでこの誤って再構成されている事象を除去するために、共通のヒットワイヤーが 5 本以上あり、放出角度が  $(90 \pm 10)^\circ$  の事象は選択しないこととする。

実際のデータと信号事象の再構成された  $\theta$  分布を比較すると、図 7.2 のように実際のデータとシミュレーションでは電子の  $\theta$  分布が異なっている。これより実データで再構成されている電子の多くが、実際は陽電子の飛跡を誤って再構成してしまっている事象（ここでは”フェイク”と呼ぶ）がほとんどであることがわかる。

表 7.2 のカットをかける前に、まず 1 つのトリガー内で陽電子と電子の両方が再構成されている事象を選択する。これによって全事象のうち、161 事象が残り、信号領域には 35 事象が入っていた。カットをかける前の実データの  $\Delta t - E_{Total}$  分布を図 7.3 に示す。また、同様に 2 粒子が同一トリガー内で検出され



(a) データから選択された電子の  $\theta$  分布。

(b) シミュレーションで選択された電子の  $\theta$  分布。

図 7.2  $80^\circ < \theta < 110^\circ$  でデータとシミュレーションの  $\theta$  分布を比較したヒストグラム。

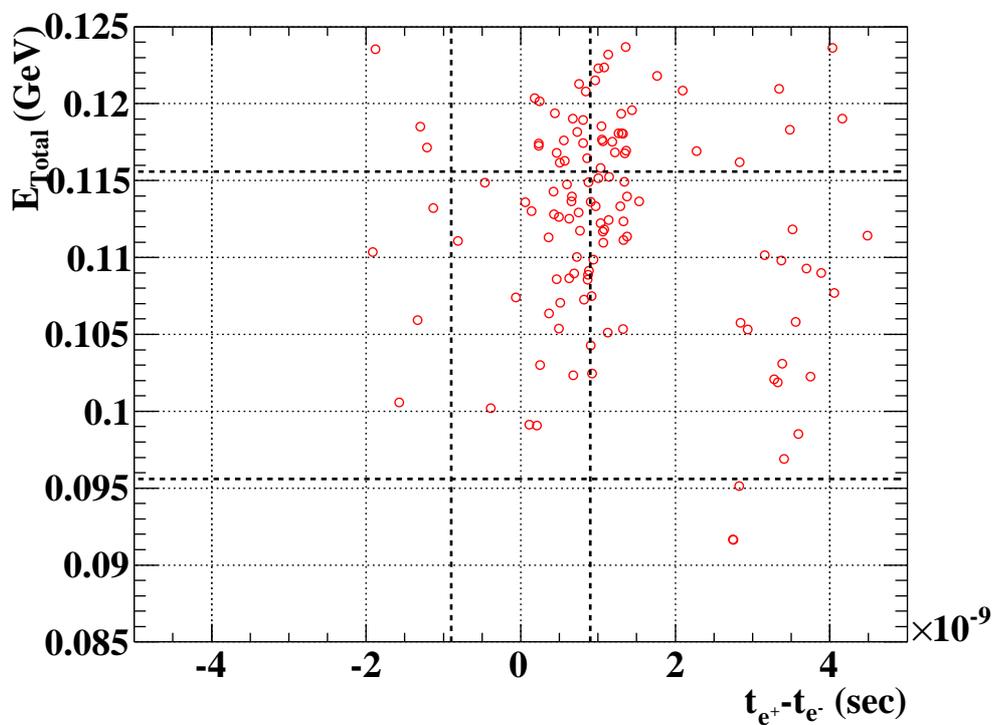
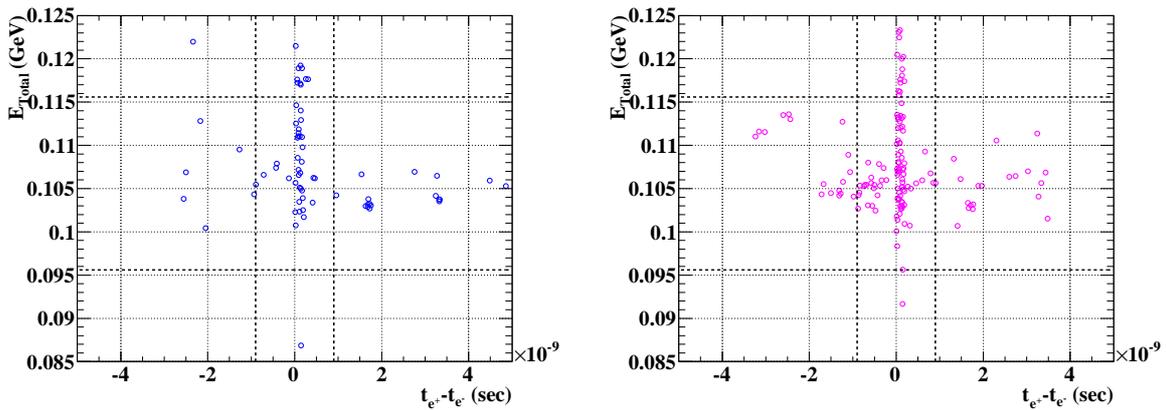


図 7.3 同じトリガー内で 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の  $\Delta t - E_{Total}$  分布。



(a)  $\alpha_1$  モデルを仮定した信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

(b)  $\alpha_2$  モデルを仮定した信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

図 7.4 同じトリガー内で 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

ている  $\mu^+ \rightarrow e^+e^-$  信号事象シミュレーションのプロットを図 7.4 に示す。シミュレーションでも同様にカットをかけなかったときの  $\Delta t - E_{Total}$  分布を図 7.4 に示す。シミュレーションでは  $\alpha_1$  モデル、 $\alpha_2$  モデルでそれぞれ  $10^6$  事象を生成し、解析領域には 73/144 事象、信号領域には 36/85 事象の信号が再構成された。

次に電子の”フェイク”事象を落とすために先の述べたカットをかけ、 $z/y$  に関しても信号領域のカットをかけた後のデータの  $\Delta t - E_{Total}$  分布とシミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布をそれぞれ図 7.5、図 7.7 に示す。

最終的にデータでは解析領域に 9 事象、信号領域には 0 事象の信号が観測された。また、シミュレーションでは  $\alpha_1$  モデルで 16 事象、 $\alpha_2$  モデルで 53 事象が信号領域に残った。

#### 解析による検出効率

最終的に信号領域の事象として再構成される事象は、検出器性能だけでなく解析や事象選択の影響も受ける。そこで実験感度や上限値を計算するときはこの影響を考慮する必要がある。

- $\epsilon_{miss\ turn}$  : ターゲットから  $\theta \sim 90^\circ$  の角度で放出された陽電子は、ドリフトチェンバー中で何ターンかしたあとでドリフトチェンバーの外に出ていく。この複数回ターンした事象の多くは、ターゲットから放出された後、途中で再びターゲット平面を通過する。したがって飛跡再構成を行った時、この途中で通過した点を崩壊点と認識してしまう可能性がある。これまでの MEG 実験における研究によって、解析領域でターンの数を誤って再構成してしまう確率は約 3% と見積もられている。本研究では電子に対しても同様にターンの数を誤って再構成してしまう可能性を考慮すると、ターンを失わずに正しく飛跡を再構成できる効率  $\epsilon_{miss\ turn} = 0.94$  となる。
- $\epsilon_{selection}$  : 解析領域のカットによる検出効率。今回は 4 個のパラメータに関してそれぞれ  $2\sigma$  でカットをかけているので、 $\epsilon_{selection} \simeq 0.8$  と考えられる。
- $\epsilon_{fake\ cut}$  ”フェイク”事象を落とすためにかけたカットによる信号事象検出効率の低下。まだ影響

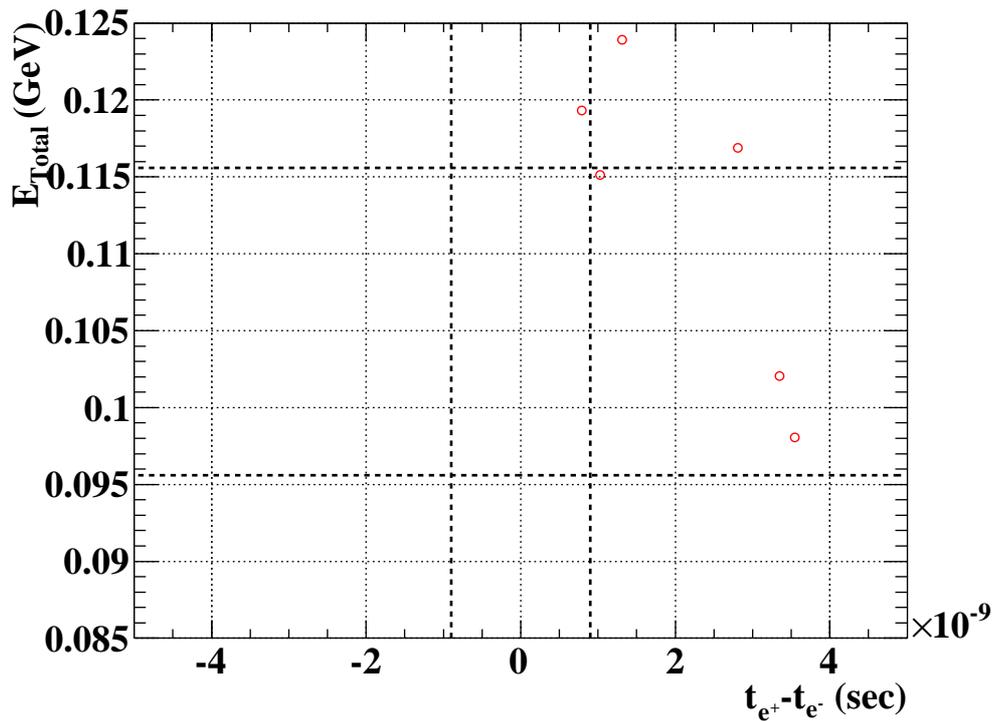


図 7.5 ”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

がどの程度が見積もられておらず、今後の研究で詳細を調べる必要がある。

信号事象の期待値は検出効率と立体角から求めることができる。7 章及び本章での解析から、

$$\frac{N_{\alpha_1 sig}^{Expected}}{\epsilon_{fake cut}} = 75 \pm 15, \quad \frac{N_{\alpha_2 sig}^{Expected}}{\epsilon_{fake cut}} = 180 \pm 30. \quad (7.9)$$

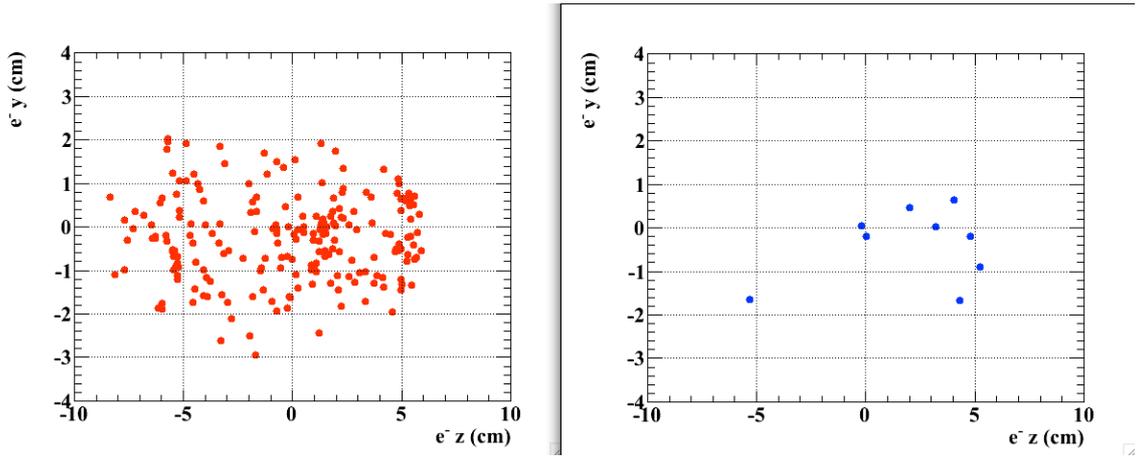
この予想される数は”フェイク”カットをかける前のシミュレーションでの信号領域の数と比較しても大きい。従って上に挙げた解析による検出効率の低下以外にもまだ理解されていない効果があると考えられる。シミュレーションで残った数の違いと予想される数の違いについて理解を進めるためには、今後さらに詳細な研究が必要である。今回はこの検出器性能の理解不足も誤差と考えて最終的な分岐比の上限値を与える。

$$\begin{aligned} \epsilon_{Analysis} &= \epsilon_{miss turn} \cdot \epsilon_{selection} \cdot \epsilon_{fake cut} \cdot \epsilon_{unknow}, \\ &= 0.19 \pm 0.07. \end{aligned} \quad (7.10)$$

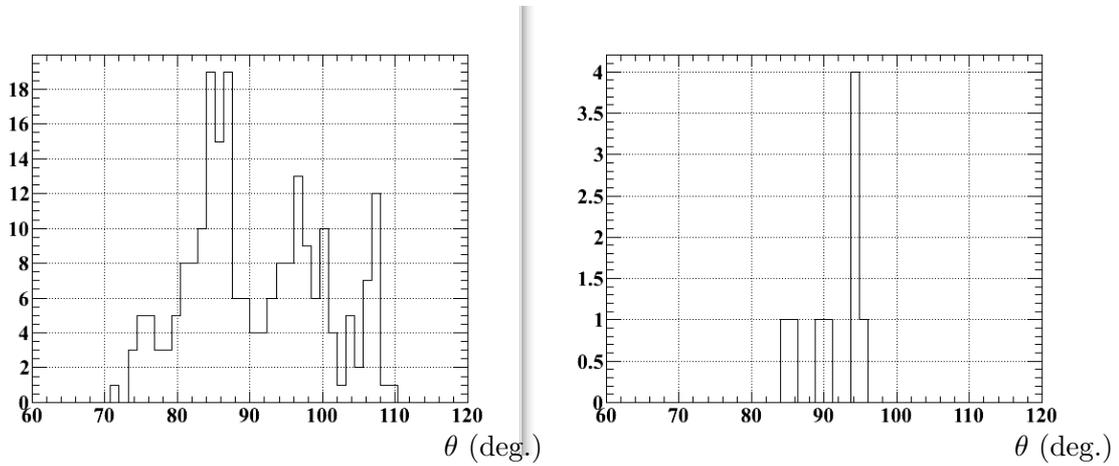
## 7.2 2010 年 Michel データでの 1 事象感度

COBRA スペクトロメータの  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  に対する 1 事象感度  $S_{\mu \rightarrow eee}$  は、単位時間当たりのターゲット静止ミューオン数  $N_\mu$ 、実験の合計測定時間を  $T$  とおくと式 (7.11) で定義することができる。

$$S_{\mu \rightarrow eee} = \frac{\text{Prescaling factor}}{N_{TotalStop\mu^+} \cdot p\Omega \cdot 2f_{sig,e^+} \cdot f_{sig,e^-}} \times \frac{1}{\epsilon_{(sig)} \cdot \epsilon_{Analysis}}. \quad (7.11)$$



(a) フェイクカット後のシミュレーションの電子崩壊点分布 (左) とデータの電子崩壊点分布 (右)。



(b) フェイクカット後のシミュレーションにおける電子の  $\theta$  分布 (左) とデータで再構成された電子の  $\theta$  分布 (右)。

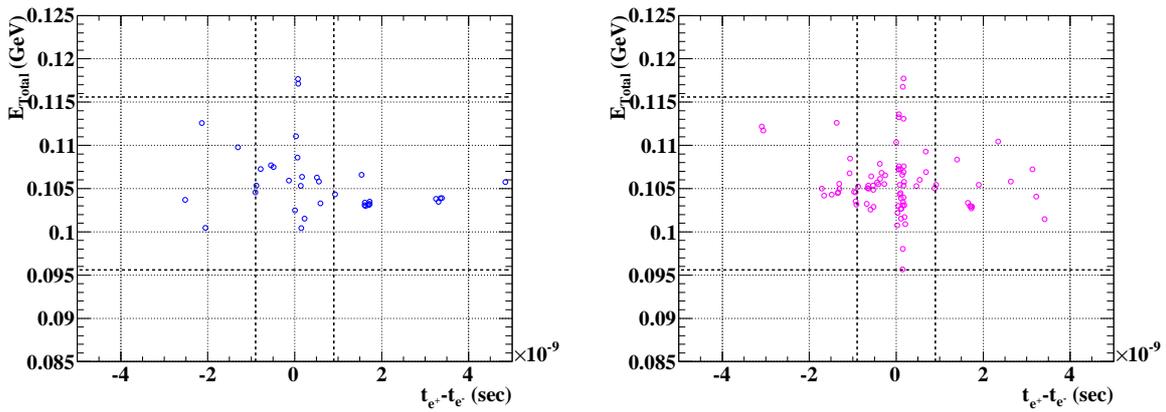
図 7.6 ”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている事象の電子の崩壊点分布 (a) と  $\theta$  分布 (b)。

式 (7.11) 中の  $f_{sig,e^+}$  の因子 2 は  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  の陽電子エネルギースペクトルが、陽電子 2 個に対するものであるために掛っている。ここで  $p_\Omega$  は解析領域の陽電子と電子が共に検出可能な角度の範囲に放出されている確率であり、陽電子のみがこの範囲に入っている確率を  $p_\Omega^{e^+}$ 、さらに電子が検出可能な角度領域に入っている確率を  $p_\Omega^{e^-}$  とすると、

$$p_\Omega = p_\Omega^{e^+} \times p_\Omega^{e^-}. \tag{7.12}$$

と与えられる。6 章より  $p_\Omega^{e^+} = p_\Omega = 0.114$  であり、シミュレーションより  $p_\Omega^{e^-,\alpha_1} / p_\Omega^{e^-,\alpha_2} = 0.602 / 0.611$  となる。また、 $\epsilon_{(sig)}$  及び  $f_{sig,e^\pm}$  についても 6 章で与えられている。よって今回の Michel トリガーデータを用いた 1 事象感度は、

$$\begin{aligned} S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_1} &= (5.8 \pm 2.1) \times 10^{-3}, \\ S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_2} &= (2.7 \pm 1.0) \times 10^{-3}. \end{aligned} \tag{7.13}$$



(a)  $\alpha_1$  モデルを仮定した信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

(b)  $\alpha_2$  モデルを仮定した信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

図 7.7 ”フェイク”カット、崩壊点カットをかけた後の 2 個の荷電粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ) がどちらも飛跡再構成されている信号事象シミュレーションの  $\Delta t - E_{Total}$  分布。

となる。

### 7.3 Background の見積もり

シミュレーション及び検出器の性能より、信号領域付近でのバックグラウンド数を計算することができる。4 より、プロンプト事象のうち電子と陽電子がどちらも 37.5 MeV 以上のエネルギーを持っている割合  $f_{Prompt}$  は  $(4.7 \pm 0.3) \times 10^{-5}$  と非常に小さい。1 つのミュオンが崩壊した時、この事象がスペクトロメータによって検出される確率は、

$$p_{Prompt} = B(\mu \rightarrow 3e2\nu) \cdot f_{Prompt} \cdot \epsilon_{(Prompt)} \cdot \frac{\Omega}{4\pi}. \quad (7.14)$$

で表される。ここでこれまでの解析から、 $\Omega/4\pi < 0.1$  及び  $\epsilon_{Prompt} < 0.0045$  と考えられるので、これらの値を式 (7.14) に代入すると、 $p_{Prompt} < 7.2 \times 10^{-13}$  が得られる。従って今回の測定で予想されるプロンプト由来のバックグラウンド数は

$$N_{prompt} = \frac{N_{TotalStop\mu^+}}{(\text{Prescalingfactor})} \cdot p_{Prompt}, \quad (7.15)$$

$$< 9 \times 10^{-6}.$$

さらに本研究では検出された 2 粒子の崩壊面上での運動量欠損を計算して、3 体崩壊を仮定した時の  $|p_{miss}|$  も併せた合計エネルギーを計算し、100-111 MeV の範囲を信号領域としている。その為、5 体崩壊で崩壊面が 1 意に定まらないプロンプトバックグラウンドで同様の解析を行った場合は合計エネルギーがミュオンの質量と等しくならない。これによってさらに信号領域に入るプロンプトバックグラウンド事象は減少する。

アクシデンタルバックグラウンドの生成確率は 4 章の式 (4.2) に従う。また、シミュレーションより  $B_{Accidental} < 1 \times 10^{-7}$  と見積もられている。従って  $t_{window} = 1.8$  (nsec) より、1 つの Michel 崩壊に

対してアクシデンタルな電子が生成する確率は  $< 5.4 \times 10^{-9}$  である。今回用いたデータから測定された Michel 陽電子は 47,369 事象であったため、予想されるアクシデンタルバックグラウンド事象の数は

$$\begin{aligned} N_{\text{accidental}} &< N_{\text{Obs}} \times 5.4 \times 10^{-9}, \\ &< 3 \times 10^{-4}. \end{aligned} \quad (7.16)$$

となる。

### 7.3.1 規格化

データから  $N_{\text{sig}}$  を求めた時に崩壊分岐比の条件値を求めるための規格化因子  $k_{\text{norm}}$  を決定する。 $k_{\text{norm}}$  は式 (7.17) によって定義される。

$$\begin{aligned} k_{\text{norm}} &= N_{\text{sig}} \cdot \frac{B(\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu)}{B(\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-)} \\ &= N_{\text{Obs}} \times \frac{2f_{(\text{sig}, e^+)} \cdot f_{(\text{sig}, e^-)}}{f_{(\text{Michel}, e^+)}} \times \frac{\epsilon_{(\text{sig})} \cdot P_{\Omega}^{e^-}}{\epsilon_{(\text{Michel}, e^+)}}. \end{aligned} \quad (7.17)$$

よって

$$\begin{aligned} k_{\text{norm}}^{\alpha_1} &= (1.7 \pm 0.6) \times 10^2, \\ k_{\text{norm}}^{\alpha_2} &= (3.8 \pm 0.2) \times 10^2. \end{aligned} \quad (7.18)$$

となる。最終的に崩壊分岐比の上限値を計算するときは、観測された信号事象数から 90% C.L. で期待される信号の事象数  $N_{90\% \text{C.L.}}$  を式 (7.18) で求めた規格化因子を用いて割ればよい。

## 7.4 解析結果

シミュレーションによる信号事象及び背景事象の研究、分解能評価によって、 $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  稀崩壊探索に関する予想到達感度が得られた。ここでは実際に MEG 実験で取得された Michel トリガーのデータを用いて実データの解析を行い、現在得られているデータから上限値を求める。今回、実際のデータを用いた解析では信号領域に入る事象は 0 であった。また、今回の測定に用いた統計量の領域では、期待されるバックグラウンドの事象数もほぼ 0 に等しい。ここで信号事象がポアソン統計に従うと仮定すると、信号事象の数  $N_{\text{sig}}$  が  $k$  個観測される確率  $P(N_{\text{sig}} = k)$  は観測数の平均値  $\lambda$  を用いて次のように表される。

$$P(N_{\text{sig}} = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}. \quad (7.19)$$

よって観測値  $k = 0$  がポアソン分布の 90% 領域に入っている (90% C.L.)  $\lambda$  の最大値は、以下のように計算することができる。

$$\begin{aligned} 1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} &\leq 0.9, \\ e^{-\lambda} &\geq 0.1, \\ \lambda &\leq \ln 10 \simeq 2.3. \end{aligned} \quad (7.20)$$

従って 2010 年の Michel トリガーを用いた  $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$  探索の解析では、

$$\begin{aligned} B(\mu \rightarrow eee)^{\alpha_1} &< 14 \times 10^{-3}, \\ B(\mu \rightarrow eee)^{\alpha_2} &< 6.1 \times 10^{-3}. \end{aligned} \quad (7.21)$$

が上限値として与えられる。

## 7.5 今後の予想到達感度

MEG 実験は 2009 年には 2 ヶ月に渡って物理データの取得を行っており、統計量では合計ターゲット静止ミュオン数  $1.1 \times 10^{14}$  が得られている。よって今後仮に 2 年間の物理データ取得を行った場合、 $1.3 \times 10^{15}$  個の合計ターゲット静止ミュオン数が期待される。今回使用した同様の (Prescaling factor) とトリガーで 2 年間、MEG 実験と併せてデータ取得を行った場合の予想到達感度は、

$$\begin{aligned} S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_1} &\simeq 2.6 \times 10^{-6}, \\ S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_2} &\simeq 1.2 \times 10^{-6}. \end{aligned} \quad (7.22)$$

参考として、(Prescaling factor)=1 として 100%  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  探索を目的としたトリガーでデータ収集を行った場合、期待される 1 事象感度は

$$\begin{aligned} S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_1} &\simeq 3.4 \times 10^{-11}, \\ S_{\mu \rightarrow eee}^{\alpha_2} &\simeq 1.7 \times 10^{-11}. \end{aligned} \quad (7.23)$$

となる。従って理想的なトリガー条件を組んでも、本研究で求めた検出器の性能で現在の最も強い上限値である  $1.0 \times 10^{-12}$  を超える感度での  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  探索を行うためには、 $\alpha_1$  モデルでは 20 倍以上、 $\alpha_2$  モデルでも 10 倍以上のデータ取得が必要になることがわかった。

## 第 8 章

# 結論と今後の課題

### 8.1 結論

本研究では MEG 実験 COBRA スペクトロメータを用いて  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊探索を行った場合どの程度の感度が期待されるかについて、シミュレーションと実際のデータを用いて詳細な評価を行った。その結果、2010 年に取得された Michel データでは、以下の崩壊分岐比の上限値が得られた。

$$\begin{aligned} B(\mu \rightarrow eee)^{\alpha_1} &< 14 \times 10^{-3}, \\ B(\mu \rightarrow eee)^{\alpha_2} &< 6.1 \times 10^{-3}. \end{aligned} \tag{8.1}$$

さらに現在の性能で今後理想的なトリガー条件で 2 年間データ取得を行った場合でも、現在与えられている上限値を超える実験感度には到達しないことがわかった。しかし、まだ理解されていない因子による影響が大きいため、今後の研究次第ではこの値は改善される可能性がある。そこで以降では今後の課題と展望について論ずる。

### 8.2 課題と展望

最後に本研究結果を通じて明らかになった、 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  崩壊事象探索を行う上での課題を以下に述べるとともに、今後の展望についても議論を行う。

#### 8.2.1 統計量

今回の性能評価は MEG 実験の物理データ取得前に検出器較正用に取られた Michel データをもちいて行った。性能評価を改善するためには、評価方法の改善とともに統計量を増やすことも有効である。そこで性能評価の精度を上げるために、MEG 実験で取得している物理データのサイドバンド領域を用いることが考えられる。サイドバンドデータとは、MEG 実験物理データ取得用のトリガーで収集したデータのうち、陽電子の測定時間  $t_{e^+}$  とガンマ線の測定時間  $t_\gamma$  が離れている領域のデータである。ただしサイドバンドのデータはガンマ線との同時計測によってデータ収集を行っているため、何らかのバイアスがかかっている可能性もある。従って、今後サイドバンドデータを用いて高統計量でのデータ解析を行う場合は、通常の Michel トリガーと物理トリガーの違いによるバイアスの理解を深め、慎重に解析を行う必要がある。また、現在は多くの陽電子飛跡がドリフトチェンバーとタイミングカウンターの間にある読み出し回路やケーブル等の物質の影響で散乱を起こし、 $p_{(DCTC,\Omega)} \sim 0.2$  の因子で検出効率の低下を招いている。これは  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  稀崩壊事象探索にも影響を与えている。そのため、現在 2012 年のデータ取得前に

この検出効率低下を改善するためにケーブルを現在使用されているものから、より細く物質量の少ないものに交換するという計画が立てられている。これによって物質による散乱が減少し、 $p_{(DCTC,\Omega)}$  が現在の 1.1 倍改善することが見込まれている。 $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  稀崩壊事象探索においてこの DCTC ミスマッチングは 2 乗で検出効率に影響を与えるため、 $p_{(DCTC,\Omega)}$  が 1.1 倍改善されると、信号事象に対する検出効率は約 1.2 倍改善することになる。

### 8.2.2 解析手法の改善

今後さらに多くの統計を用いて詳細な研究を行うためには、多くの解析を改善する必要がある。以下に考えられるいくつかの改善点を挙げる。

- シミュレーションと計算した予想値の違いに対する理解： 現在検出効率の中でも大きく感度に影響を与えているのはシミュレーションで信号領域に残った事象数と、計算から期待される数との差である。これはまだ本研究で検出器の  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  探索に対する性能を正しく評価できていないことを表しているため、最優先で原因を究明する必要がある。現在有力な原因と考えているのは、電子に対する DCTC マッチングを陽電子と同じ値で計算している点である。図 8.1 を見るとドリフトチェンバーがほぼ  $y$  軸対称に置かれているのに対し、タイミングカウンターは  $y$  軸非対称であることがわかる。そのためスペクトロメータの電子に対する  $p_{(DCTC,\Omega)}^-$  と陽電子に対する  $p_{(DCTC,\Omega)}^+$  が異なる値になる。これは今後の解析でシミュレーションによって見積もる必要がある。
- ミッシングターンの再構成： 7 章で述べたが、現在ターンの数が誤って再構成されている事象が存在する。これを改善することができれば、約 6% の解析による検出効率の改善が見込まれている。
- 分解能評価方法の改善： 現在分解能としては最終的には 37.5 MeV での分解能と 52.8 MeV での分解能の平均を用いて評価を行っているが、実際には分解能は事象毎に異なる連続的な値となるはずである。これを改善することで、より正しく信号領域を決めることができ、信号事象の数の不定性を減少させることができる。
- 再構成精度の改善： 今回用いたデータでは、解析領域に残るバックグラウンド事象はゼロであることが予想された。しかし実際には多くの事象が解析領域に残る結果となり、これらは再構成の際に  $z$  軸に対して垂直に近い角度で放出された陽電子が、誤って電子として再構成されている事象であることがわかった。従って今後は再構成の手法見直しを行い、これらのフェイク事象を事象再構成の段階で低減させる必要がある。フェイクカット後に残った事象もすべてチェックしたが、これらの事象もフェイク事象であることがわかった。

### 8.2.3 トリガーの最適化

これまで MEG 実験では  $\mu \rightarrow e\gamma$  事象探索を目的としてデータ収集を行ってきた。そのため、トリガーは  $\mu \rightarrow e\gamma$  探索に特化したもの (MEG トリガー) となっており、Michel トリガー等は MEG トリガーの不感時間を最小限に抑えるため、データ収集を行うレートをトリガーに対してスケールアップして大幅に減らしていた。今後  $\mu \rightarrow eee$  事象探索を行うためには、トリガーに対するデータ収集の比率を最大限に引き上げる必要がある。しかし現在用いられている Michel トリガーではデータ収集の比率を上げると DAQ レートが大幅に増大してしまい、MEG トリガーに対する不感時間が大きくなってしまえばかりか、

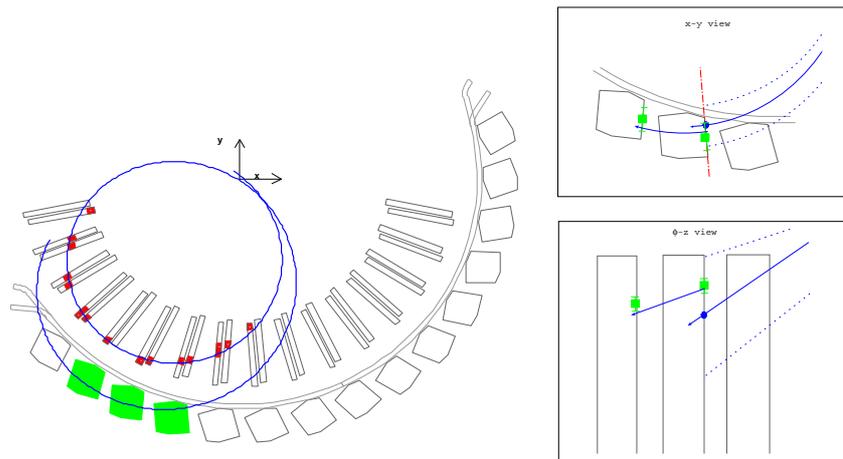


図 8.1 COBRA スペクトロメータ内部の  $x - y$  平面図。

DAQ そのものが不可能になってしまう。そこで新しく  $\mu \rightarrow eee$  専用のトリガーを考える必要がある。そのためには  $\mu \rightarrow eee$  の特徴を生かして、効率的なトリガー方法を考える。まずこの信号事象の特徴を以下に挙げる。

- 少なくとも 2 本の飛跡がトリガー時間内にドリフトチェンバー中を通過すること。
- タイミングカウンターで少なくとも 2 個以上のクラスターが存在すること。
- タイミングカウンターでクラスターが到達した時間差が小さいこと。
- 2 本の飛跡の合計運動量と運動量欠損を合計した時、105.6 MeV を大きく超えないこと。

#### 8.2.4 今後の展望

本研究で評価した性能では、今後 2 年間の物理データ取得を行っても現在の  $B(\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-) < 1.0 \times 10^{-12}$  を超える探索は難しいということが明らかになった。しかし COBRA スペクトロメータを用いた  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  探索の検証は、初めて行われた試みであるため、性能の評価方法や電子の COBRA スペクトロメータ中での振る舞いなど、まだ理解が進んでいない部分も大きい。今後、これらの理解を深め、解析を改善することで現在与えられている探索感度をファクターで改善できる可能性はある。よってこれらの解析をファクターの改善と、統計量の改善を併せることで現在与えられている上限値を超える探索の可能性についての検証は今後も続ける必要がある。

# Appendix A

ここでは §2.1.2 の式 (2.2) 中に出てきた  $\alpha_i(x_1, x_2)$  ( $i = 1-5$ )、 $\beta_i(x_1, x_2)$  ( $i = 1, 2$ )、 $\gamma_i(x_1, x_2)$  ( $i = 1-4$ ) の各項に関する詳しい表現について説明する。これらの値はミューオン質量の半分で規格化された陽電子のエネルギー  $x_1 = 2E_1/M_\mu$ 、 $x_2 = 2E_2/M_\mu$  を用いて以下のように表される。

$$\alpha_1(x_1, x_2) = 8(2 - x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 1),$$

$$\alpha_2(x_1, x_2) = 2\{x_1(1 - x_1) + x_2(1 - x_2)\},$$

$$\alpha_3(x_1, x_2) = 8\left\{\frac{2x_2^2 - 2x_2 + 1}{1 - x_1} + \frac{2x_1^2 - 2x_1 + 1}{1 - x_2}\right\},$$

$$\alpha_4(x_1, x_2) = 32(x_1 + x_2 - 1),$$

$$\alpha_5(x_1, x_2) = 8(2 - x_1 - x_2),$$

$$\beta_1(x_1, x_2) = 2\frac{(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) - 3(x_1 + x_2)^2 + 6(x_1 + x_2) - 4}{(2 - x_1 - x_2)},$$

$$\beta_2(x_1, x_2) = \frac{8}{(1 - x_1)(1 - x_2)(2 - x_1 - x_2)} \times \{2(x_1 + x_2)(x_1^3 + x_2^3) - 4(x_1 + x_2)(2x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2) + (19x_1^2 + 30x_1x_2 + 19x_2^2) - 12(2x_1 + 2x_2 - 1)\},$$

$$\gamma_1(x_1, x_2) = 4\frac{\sqrt{(1 - x_1)(1 - x_2)(x_1 + x_2 - 1)}(x_1 - x_2)}{(2 - x_2 - x_1)},$$

$$\gamma_2(x_1, x_2) = 32\sqrt{\frac{(x_1 + x_2 - 1)}{(1 - x_1)(1 - x_2)}} \frac{(x_1 + x_2 - 1)(x_2 - x_1)}{(2 - x_1 - x_2)},$$

$$\gamma_3(x_1, x_2) = 16\sqrt{\frac{(x_1 + x_2 - 1)}{(1 - x_1)(1 - x_2)}} (x_1 + x_2 - 1)(x_2 - x_1),$$

$$\gamma_4(x_1, x_2) = 8\sqrt{\frac{(x_1 + x_2 - 1)}{(1 - x_1)(1 - x_2)}} (2 - x_1 - x_2)(x_2 - x_1).$$

(2)

## Appendix B

ここではプロンプトバックグラウンド事象である  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-\nu_e\bar{\nu}_\mu$  崩壊のキネマティクスについて詳しく述べる。この崩壊の  $\mathcal{B}_{prompt}$  は式 (3) の関係を満たす。

$$\frac{d\mathcal{B}_{prompt}}{d\Omega} \propto |\mathcal{M}|^2 d\Phi \quad (3)$$

式 (3) 中の  $d\Phi$  は 5 体崩壊の運動量空間であり、2 乗スピン行列  $|\mathcal{M}|^2$  は式 (4) によって与えられる。

$$\begin{aligned} \text{matr2e} &= C1 * C1 * D1 * D1 * \text{tr11} - C1 * C1 * D1 * D2 * \text{tr13} + C1 * C1 * D2 * D2 * \text{tr33}, \\ \text{matr2mu} &= C2 * C2 * D1 * D1 * \text{tr22} - C2 * C3 * D1 * D2 * \text{tr24} + C3 * C3 * D2 * D2 * \text{tr44}, \\ \text{matr2emu} &= C1 * C2 * D1 * D1 * \text{tr12} - C1 * C3 * D1 * D2 * \text{tr14} - C1 * C2 * D1 * D2 * \text{tr23} \\ &\quad + C1 * C3 * D2 * D2 * \text{tr34}, \\ \text{matr2} &= \text{matr2e} + \text{matr2mu} + \text{matr2emu}, \\ |\mathcal{M}|^2 &= \text{matr2}. \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) 中で使用されている各変数の詳しい説明に関しては式 (5)-(15) で説明する。始状態の 4 元運動量ベクトル  $q$ 、終状態の粒子 ( $e^+$ ,  $e^-$ ,  $e^+$ ,  $\nu_e$ ,  $\bar{\nu}_\mu$ ) が持つ 4 元運動量ベクトルをそれぞれ ( $p, p_1, p_2, k_1, k_2$ ) としている。また、 $u$  はミューオンの質量、 $m$  は電子質量、 $u^2 = u^2$ ,  $m^2 = m^2$ ,  $m^4 = m^d$  であり、 $t_i t_j = t_i t_j$  は 2 つの 4 元運動量ベクトルのスカラー積を表している。

$$\begin{aligned} qps &= qp \cdot qp, \quad qp12 = qp1 \cdot qp1, \\ qp22 &= qp2 \cdot qp2, \quad pp12 = pp1 \cdot pp1, \\ pp22 &= pp2 \cdot pp2, \quad p1p22 = p1p2 \cdot p1p2, \\ C1 &= 1.0 / (2.0 * (m^2 + pp1 + pp2 + p1p2)), \\ C2 &= 1.0 / (2.0 * (m^2 - qp1 - qp2 + p1p2)), \\ C3 &= 1.0 / (2.0 * (m^2 - qp - qp1 + pp1)), \\ D1 &= 1.0 / (2.0 * (m^2 + p1p2)), \quad D2 = 1.0 / (2.0 * (m^2 + pp1)), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{tr11} &= - (qk2 * (p2k1 * (pp12 - pp1 * (m^2 + pp2) + m^2 * (m^2 + p1p2) \\ &\quad - pp2 * (2. * m^2 + p1p2)) + p1k1 * (m^4 - m^2 * pp2 + pp22 + m^2 * p1p2 \\ &\quad - pp1 * (2. * m^2 + pp2 + p1p2)) + pk1 * ((2. * m^2 - pp2) * (m^2 + p1p2) \\ &\quad - pp1 * (m^2 + 2. * pp2 + p1p2))), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 tr12 = & m2 * pk1 * p1k2 * qp - m2 * p1k1 * p1k2 * qp + m2 * pk1 * p2k2 * qp \\
 & - m2 * p2k1 * p2k2 * qp - 2. * m2 * pk1 * qk2 * qp - m2 * p1k1 * qk2 * qp \\
 & - m2 * p2k1 * qk2 * qp + pk1 * p1k2 * qp * p1p2 + p2k1 * p1k2 * qp * p1p2 \\
 & + pk1 * p2k2 * qp * p1p2 + p1k1 * p2k2 * qp * p1p2 - 2. * pk1 * qk2 * qp * p1p2 \\
 & - p1k1 * qk2 * qp * p1p2 - p2k1 * qk2 * qp * p1p2 + qk1 * (m2 * qk2 * pp1 \\
 & + m2 * p2k2 * pp2 + m2 * qk2 * pp2 - p2k2 * pp1 * p1p2 + qk2 * pp1 * p1p2 \\
 & + qk2 * pp2 * p1p2 - 2. * m2 * pk2 * (m2 + p1p2) + p1k2 * (m2 * pp1 - pp2 * p1p2)) \\
 & - m2 * pk1 * pk2 * qp1 + m2 * p1k1 * pk2 * qp1 + pk1 * p2k2 * pp1 * qp1 \\
 & + 2. * p2k1 * p2k2 * pp1 * qp1 - p2k1 * qk2 * pp1 * qp1 - pk1 * p2k2 * pp2 * qp1 \\
 & - 2. * p1k1 * p2k2 * pp2 * qp1 + 2. * pk1 * qk2 * pp2 * qp1 + p1k1 * qk2 * pp2 * qp1 \\
 & - pk1 * pk2 * p1p2 * qp1 - p2k1 * pk2 * p1p2 * qp1 - m2 * pk1 * pk2 * qp2 \\
 & + m2 * p2k1 * pk2 * qp2 - pk1 * p1k2 * pp1 * qp2 - 2. * p2k1 * p1k2 * pp1 * qp2 \\
 & + 2. * pk1 * qk2 * pp1 * qp2 + p2k1 * qk2 * pp1 * qp2 + pk1 * p1k2 * pp2 * qp2 \\
 & + 2. * p1k1 * p1k2 * pp2 * qp2 - p1k1 * qk2 * pp2 * qp2 - pk1 * pk2 * p1p2 * qp2 \\
 & - p1k1 * pk2 * p1p2 * qp2 + k1k2 * (2. * m2 * qp * (m2 + p1p2) \\
 & + pp2 * (p1p2 * qp1 - m2 * qp2) + pp1 * (-(m2 * qp1) + p1p2 * qp2)),
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 tr13 = & 2. * qk2 * (p1k1 * pp2 * (-2. * m2 + pp2) + pk1 * (pp1 * (m2 - pp2) + m2 * (m2 + p1p2) \\
 & - pp2 * (2. * m2 + p1p2))) + p2k1 * (pp1 * (m2 - pp2) + m2 * (m2 + p1p2) \\
 & - pp2 * (2. * m2 + p1p2))),
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 tr14 = & (m2 * pk1 * p1k2 * qp + m2 * p1k1 * p1k2 * qp + 4. * m2 * p2k1 * p1k2 * qp \\
 & - m2 * pk1 * p2k2 * qp - m2 * p1k1 * p2k2 * qp - 2. * m2 * pk1 * qk2 * qp \\
 & - 2. * m2 * p1k1 * qk2 * qp - 4. * m2 * p2k1 * qk2 * qp - 2. * p1k1 * p1k2 * pp2 * qp \\
 & + 2. * p1k1 * qk2 * pp2 * qp + 2. * pk1 * p1k2 * qp * p1p2 + 2. * p2k1 * p1k2 * qp * p1p2 \\
 & - 2. * pk1 * qk2 * qp * p1p2 - 2. * p2k1 * qk2 * qp * p1p2 \\
 & - qk1 * (-2. * (m2 + pp1) * (m2 * p2k2 - qk2 * pp2) \\
 & - p1k2 * (pp1 * (m2 + 2. * pp2) + m2 * (m2 + pp2 - p1p2))) \\
 & + m2 * pk2 * (m2 + pp1 + pp2 + p1p2)) - m2 * pk1 * pk2 * qp1 - m2 * p1k1 * pk2 * qp1 \\
 & - 4. * m2 * p2k1 * pk2 * qp1 + m2 * pk1 * p2k2 * qp1 - m2 * p1k1 * p2k2 * qp1 \\
 & + 2. * m2 * p2k1 * p2k2 * qp1 + 2. * m2 * pk1 * qk2 * qp1 + 2. * m2 * p1k1 * qk2 * qp1 \\
 & + 4. * m2 * p2k1 * qk2 * qp1 + 2. * pk1 * p2k2 * pp1 * qp1 + 2. * p2k1 * p2k2 * pp1 * qp1 \\
 & + 2. * p1k1 * pk2 * pp2 * qp1 - 2. * p2k1 * qk2 * pp2 * qp1 - 2. * pk1 * pk2 * p1p2 * qp1 \\
 & - 2. * p2k1 * pk2 * p1p2 * qp1 + m2 * pk1 * pk2 * qp2 + m2 * p1k1 * pk2 * qp2 \\
 & - m2 * pk1 * p1k2 * qp2 + m2 * p1k1 * p1k2 * qp2 - 2. * m2 * p2k1 * p1k2 * qp2 \\
 & + 2. * m2 * pk1 * qk2 * qp2 + 2. * m2 * p2k1 * qk2 * qp2 - 2. * pk1 * p1k2 * pp1 * qp2 \\
 & - 2. * p2k1 * p1k2 * pp1 * qp2 + 2. * pk1 * qk2 * pp1 * qp2 + 2. * p2k1 * qk2 * pp1 * qp2 \\
 & + k1k2 * (m2 * qp * (m2 + pp1 + pp2 + p1p2) - (pp1 * (m2 + 2. * pp2) \\
 & + m2 * (m2 + pp2 - p1p2)) * qp1 - 2. * m2 * (m2 + pp1) * qp2))/2.0,
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
tr22 = & - (pk1 * (- (p1k2 * (m2 * u2 + p1p2 * (u2 + qp1) + qp1 * (2. * m2 - qp2) \\
& + m2 * qp2 + qp22)) + qk2 * (qp1 * (m2 - 2. * qp2) + m2 * (m2 + u2 + qp2) \\
& + p1p2 * (m2 + u2 + qp1 + qp2)) - p2k2 * (qp12 + qp1 * (m2 - qp2) \\
& + p1p2 * (u2 + qp2) + m2 * (u2 + 2. * qp2))))), \tag{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
tr23 = & (-2. * m2 * pk1 * p1k2 * qp + m2 * p1k1 * p1k2 * qp - m2 * p2k1 * p1k2 * qp \\
& + m2 * p1k1 * p2k2 * qp + m2 * p2k1 * p2k2 * qp + 2. * m2 * pk1 * qk2 * qp \\
& + 2. * m2 * p2k1 * qk2 * qp - 2. * pk1 * p1k2 * qp * p1p2 - 2. * p2k1 * p1k2 * qp * p1p2 \\
& + 2. * pk1 * qk2 * qp * p1p2 + 2. * p2k1 * qk2 * qp * p1p2 \\
& - qk1 * (-2. * (m2 * pk2 - qk2 * pp2) * (m2 + p1p2) \\
& + m2 * p2k2 * (m2 + pp1 + pp2 + p1p2) - p1k2 * (m2 * (m2 - pp1 + pp2) \\
& + (m2 + 2. * pp2) * p1p2)) + 2. * m2 * pk1 * pk2 * qp1 - m2 * p1k1 * pk2 * qp1 \\
& + m2 * p2k1 * pk2 * qp1 - 4. * m2 * pk1 * p2k2 * qp1 - m2 * p1k1 * p2k2 * qp1 \\
& - m2 * p2k1 * p2k2 * qp1 + 4. * m2 * pk1 * qk2 * qp1 + 2. * m2 * p1k1 * qk2 * qp1 \\
& + 2. * m2 * p2k1 * qk2 * qp1 - 2. * pk1 * p2k2 * pp1 * qp1 - 2. * p2k1 * p2k2 * pp1 * qp1 \tag{11} \\
& + 2. * p1k1 * p2k2 * pp2 * qp1 - 2. * pk1 * qk2 * pp2 * qp1 + 2. * pk1 * pk2 * p1p2 * qp1 \\
& + 2. * p2k1 * pk2 * p1p2 * qp1 - m2 * p1k1 * pk2 * qp2 - m2 * p2k1 * pk2 * qp2 \\
& + 4. * m2 * pk1 * p1k2 * qp2 + m2 * p1k1 * p1k2 * qp2 + m2 * p2k1 * p1k2 * qp2 \\
& - 4. * m2 * pk1 * qk2 * qp2 - 2. * m2 * p1k1 * qk2 * qp2 - 2. * m2 * p2k1 * qk2 * qp2 \\
& + 2. * pk1 * p1k2 * pp1 * qp2 + 2. * p2k1 * p1k2 * pp1 * qp2 - 2. * pk1 * qk2 * pp1 * qp2 \\
& - 2. * p2k1 * qk2 * pp1 * qp2 - 2. * p1k1 * p1k2 * pp2 * qp2 + 2. * p1k1 * qk2 * pp2 * qp2 \\
& + k1k2 * (-2. * m2 * qp * (m2 + p1p2) - (m2 * (m2 - pp1 + pp2) \\
& + (m2 + 2. * pp2) * p1p2) * qp1 + m2 * (m2 + pp1 + pp2 + p1p2) * qp2))/2.0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 tr24 = & (qp1 * (-(m2 * p2k1 * pk2) - u2 * p2k1 * pk2 + m2 * qk1 * pk2 + m2 * pk1 * p1k2 \\
 & + m2 * p2k1 * p1k2 - m2 * pk1 * p2k2 - u2 * pk1 * p2k2 + m2 * qk1 * p2k2 \\
 & - m2 * pk1 * qk2 - m2 * p2k1 * qk2 + 2. * p2k1 * p1k2 * pp1 - 2. * p2k1 * qk2 * pp1 \\
 & + 2. * qk1 * p1k2 * pp2 - 2. * qk1 * qk2 * pp2 - p1k1 * (m2 * pk2 + m2 * p2k2 \\
 & + 2. * (p1k2 - qk2) * pp2) - 2. * p2k1 * p1k2 * qp + 2. * p2k1 * qk2 * qp \\
 & + 2. * pk1 * p1k2 * p1p2 - 2. * pk1 * qk2 * p1p2 + 2. * p2k1 * pk2 * qp1 \\
 & + 2. * pk1 * p2k2 * qp1 + k1k2 * (m2 * pp1 + pp2 * (m2 + u2 - 2. * qp1) \\
 & + m2 * (m2 - qp + p1p2 - qp2)) - 2. * pk1 * p1k2 * qp2 + 2. * pk1 * qk2 * qp2)/2. \\
 & + u2 * ((m2 * pk1 * p1k2 - 2. * m2 * pk1 * p2k2 + m2 * k1k2 * pp1 + 2. * m2 * k1k2 * pp2 \\
 & - p1k1 * (m2 * pk2 + m2 * p2k2 + 2. * (2. * p1k2 - qk2) * pp2) + m2 * k1k2 * p1p2 \\
 & + 4. * pk1 * p1k2 * p1p2 - 2. * pk1 * qk2 * p1p2 + p2k1 * (-2. * qk2 * pp1 \\
 & + p1k2 * (m2 + 4. * pp1) - 2. * pk2 * (m2 - qp1)) + 2. * pk1 * p2k2 * qp1 \\
 & - 2. * k1k2 * pp2 * qp1)/4.) + m2 * ((2. * m2 * qk1 * pk2 - u2 * qk1 * pk2 \\
 & - 2. * u2 * pk1 * p1k2 + 4. * m2 * qk1 * p1k2 - 2. * u2 * qk1 * p1k2 - 2. * u2 * pk1 * p2k2 \\
 & + 2. * m2 * qk1 * p2k2 - u2 * qk1 * p2k2 - 2. * m2 * pk1 * qk2 + u2 * pk1 * qk2 \\
 & - 2. * m2 * p1k1 * qk2 - 4. * m2 * qk1 * qk2 + 2. * qk1 * p1k2 * pp1 + 2. * qk1 * p2k2 * pp1 \\
 & - 4. * qk1 * qk2 * pp1 + 2. * p1k1 * qk2 * pp2 - 4. * qk1 * qk2 * pp2 - 2. * p1k1 * p1k2 * qp \\
 & + 2. * qk1 * p1k2 * qp - 2. * p1k1 * p2k2 * qp + 2. * qk1 * p2k2 * qp + 2. * p1k1 * qk2 * qp \\
 & + 2. * qk1 * pk2 * p1p2 + 2. * qk1 * p1k2 * p1p2 - 2. * pk1 * qk2 * p1p2 \\
 & - 4. * qk1 * qk2 * p1p2 + p2k1 * (qk2 * (-2. * m2 + u2 - 2. * pp1 + 2. * qp) \\
 & - 2. * pk2 * (u2 - qp1) - 2. * p1k2 * (u2 - qp1)) + 2. * pk1 * p1k2 * qp1 \\
 & + 2. * pk1 * p2k2 * qp1 + 4. * qk1 * qk2 * qp1 - 2. * p1k1 * pk2 * qp2 + 2. * qk1 * pk2 * qp2 \\
 & - 2. * p1k1 * p1k2 * qp2 + 2. * qk1 * p1k2 * qp2 + 2. * pk1 * qk2 * qp2 \\
 & + 2. * p1k1 * qk2 * qp2 + k1k2 * (-2. * m2 * u2 + 2. * pp2 * (u2 - qp1) + 2. * m2 * qp1 \\
 & + qp * (2. * m2 + u2 + 2. * p1p2 - 2. * qp1 - 4. * qp2) + 2. * m2 * qp2 + u2 * qp2 \\
 & + 2. * pp1 * qp2 - 2. * qp1 * qp2))/4.) + u2 * m2 * ((2. * p2k1 * pk2 + qk1 * pk2 \\
 & + 3. * pk1 * p1k2 + 3. * p2k1 * p1k2 + 2. * qk1 * p1k2 + 2. * pk1 * p2k2 + qk1 * p2k2 \\
 & - 3. * pk1 * qk2 - 3. * p2k1 * qk2 - p1k1 * (pk2 + p2k2 + 2. * qk2) \\
 & + k1k2 * (6. * m2 + 3. * pp1 - qp + 3. * p1p2 - qp2))/4.),
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 tr33 = & -(qk2 * (p1k1 * (m4 + m2 * pp1 - m2 * pp2 + pp22 - (2. * m2 + pp1 + pp2) * p1p2) \\
 & + p2k1 * ((m2 + pp1) * (2. * m2 - pp2) - (m2 + pp1 + 2. * pp2) * p1p2) \\
 & + pk1 * (m2 * (m2 + pp1) - (2. * m2 + pp1) * pp2 - (m2 + pp2) * p1p2 + p1p22))),
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 tr34 = & m2 * pk1 * p2k2 * qp - m2 * p2k1 * p2k2 * qp - p1k1 * p2k2 * pp1 * qp \\
 & - p2k1 * p2k2 * pp1 * qp + 2. * p1k1 * p1k2 * pp2 * qp + p2k1 * p1k2 * pp2 * qp \\
 & - p1k1 * qk2 * pp2 * qp - 2. * pk1 * p1k2 * qp * p1p2 - p2k1 * p1k2 * qp * p1p2 \\
 & + pk1 * qk2 * qp * p1p2 + 2. * p2k1 * qk2 * qp * p1p2 \\
 & + qk1 * (-2. * m2 * p2k2 * (m2 + pp1) + m2 * pk2 * pp2 + m2 * qk2 * pp2 \\
 & + qk2 * pp1 * pp2 + m2 * qk2 * p1p2 - pk2 * pp1 * p1p2 + qk2 * pp1 * p1p2 \\
 & + p1k2 * (-(pp1 * pp2) + m2 * p1p2)) + m2 * p1k1 * p2k2 * qp1 \\
 & - m2 * p2k1 * p2k2 * qp1 - pk1 * p2k2 * pp1 * qp1 - p2k1 * p2k2 * pp1 * qp1 \\
 & - 2. * p1k1 * pk2 * pp2 * qp1 - p2k1 * pk2 * pp2 * qp1 + p1k1 * qk2 * pp2 * qp1 \\
 & + 2. * p2k1 * qk2 * pp2 * qp1 + 2. * pk1 * pk2 * p1p2 * qp1 + p2k1 * pk2 * p1p2 * qp1 \\
 & - pk1 * qk2 * p1p2 * qp1 - m2 * pk1 * pk2 * qp2 + m2 * p2k1 * pk2 * qp2 \\
 & - m2 * p1k1 * p1k2 * qp2 + m2 * p2k1 * p1k2 * qp2 - m2 * pk1 * qk2 * qp2 \\
 & - m2 * p1k1 * qk2 * qp2 - 2. * m2 * p2k1 * qk2 * qp2 + p1k1 * pk2 * pp1 * qp2 \\
 & + p2k1 * pk2 * pp1 * qp2 + pk1 * p1k2 * pp1 * qp2 + p2k1 * p1k2 * pp1 * qp2 \\
 & - pk1 * qk2 * pp1 * qp2 - p1k1 * qk2 * pp1 * qp2 - 2. * p2k1 * qk2 * pp1 * qp2 \\
 & + k1k2 * (p1p2 * (pp1 * qp - m2 * qp1) + pp2 * (-(m2 * qp) + pp1 * qp1) \\
 & + 2. * m2 * (m2 + pp1) * qp2),
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 tr44 = & -(p2k1 * (-(pk2 * (pp1 * (u2 + qp) + m2 * (u2 + 2. * qp) \\
 & + (m2 - qp) * qp1 + qp12)) - p1k2 * (m2 * u2 + m2 * qp \\
 & + qps + (2. * m2 - qp) * qp1 + pp1 * (u2 + qp1)) + qk2 * (m2 * (m2 \\
 & + u2 + qp) + (m2 - 2. * qp) * qp1 + pp1 * (m2 + u2 + qp + qp1))))),
 \end{aligned} \tag{15}$$

# 謝辞

この場を借りて本研究を行う上でご協力いただいた方々への感謝の意を述べさせていただきたいと思えます。指導教官である森俊則教授には、国際共同実験 MEG に参加し、実際に現地に赴いて海外で研究を行うという大変貴重な機会をいただいただけでなく、修士課程 2 年間に渡り私の研究方針への多くのご指導・ご助言をいただき、大変にお世話になりましたことを心より感謝いたしております。KEK の西口創助教からは MEG 実験のドリフトチェンバーに深く携わっていたご経験から多くのご指導を頂くと共に、この修士論文を作成するに辺り初期の段階から数多くのご助言をいただきました。東京大学素粒子物理国際研究センターの大谷航准教授、森研究室の岩本敏幸助教には PSI 滞在中、研究活動だけではなく生活面でも助けていただき、多くのご指導をいただきました。同じく素粒子センターの特任研究員である澤田龍氏、内山雄祐氏からは解析手法や基礎的なソフトウェアの使い方まで丁寧に教えていただきました。森研究室の先輩である名取寛顕氏、西村康宏氏、白雪氏からは研究だけでなくスイスでの生活に関するノウハウなどを教えていただき PSI で、快適な研究生生活を送ることができました。KEK の三原智准教授からは MEG 実験だけでなく、KEK で行われている液体キセノン TPC の開発に参加させていただくという大変貴重な機会をいただきました。また、同様に KEK の田内利明准教授を始めとした KEK 液体キセノン TPC 開発グループの先生方からも実験を通じて多くのことを学ばせていただきました。素粒子国際研究センターに所属する他研究室の同期の仲間とは、ゼミなどを通じて共に学び、議論することでお互いに切磋琢磨して研究を進めていくことができました。お世話になった素粒子国際研究センター、MEG 実験コラボレーターの皆様方に心より感謝申し上げます。全ての方の名前を挙げると長くなってしまいますが、多くの方々のご協力のお陰で修士論文を完成させることができました。

最後に、私生活だけでなく、精神的な面で常に私を支え励ましてくれている妻の智美に心より感謝します。

2011 年 1 月 藤井祐樹

## 参考文献

- [1] T.Mori *et.al.* (MEG Collaboration), Search for  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  down to  $10^{-14}$  branching ratio, (1999). (Research Proposal to Paul Scherrer Institut,R-99-05).
- [2] J. Adam *et.al.* (MEG Collaboration), A limit for the  $\mu \rightarrow e\gamma$  decay from the MEG experiment, Nucl. Phys. B **834**, 1-12 (2010).
- [3] Y. Uchiyama, Analysis of the First MEG Physics Data to Search for the Decay  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ , Ph.D. Thesis, the University of Tokyo (2009).
- [4] M. Ahmed *et.al.*, Search for the lepton-family-number nonconserving decay  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ , Phys. Rev. D **65**, 112002 (2002); M. L. Brooks *et.al.*, New Limit for the Lepton-Family-Number Nonconserving Decay  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ , Phys. Rev. Lett. **83**, 1521-1524 (1999).
- [5] M. Kobayashi and T. Maskawa, CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction, Progressive of Theoretical Physics, Vol. **49**, No. 2 (1973).
- [6] Particle Data Group, Review of Particle Physics, <http://pdg.lbl.gov/>.
- [7] Y. Fukuda *et.al.*, Evidence for Oscillation fo Atomospheric Neutrinos, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562-1567 (1998).
- [8] Y. Kuno and Y. Okada, Muon decay and physics beyond the standard model, Rev Mod Phys. **73**, 151-202 (2001).
- [9] S. P. Martin, A Supersymmetry Primer, arXiv:hep-ph/9709356v5 10 Dec (2008).
- [10] R.Kitano, M.Koike, S.Komine, Y.Okada, Higgs mediated muon-electron conversion process in supersymmetric see-saw model, Phys. Lett. B **575** (2003).
- [11] M.Kakizaki, Y.Ogura, F.Shima Phys. Lett. B **566** (2003).
- [12] S. R. Choudhury *et.al.*, Lepton flavor violation in the little Higgs model with  $T$  parity, Phys. Rev. D **75**, 055011 (2007).
- [13] M.Blanke *et.al.* JHEP **05** (2007) 013.
- [14] <http://drs.web.psi.ch/docs/>
- [15] R. R. Crittenden *et.al.*, Radiative Decay Modes of the Muon, Phys. Rev. **121**, 1823-1832 (1961).
- [16] S. Freedman *et.al.*, Limits on neutrino oscillations from  $\bar{\nu}_e$  appearance, Phys. Rev. D **47**, 811-829 (1993).
- [17] R. D. Bolton *et.al.*, Phys. Rev. Lett. **53**, 1415 (1984).
- [18] R. D. Bolton *et.al.*, Search for rare muon decays with the Cyrstal Box detector, Phys. Rev. D **38**, 2088-2101 (1988).
- [19] W.Bertl *et.al.*, Phys. Lett. B **140**, 299 (1995).
- [20] W. Bertl *et.al.* Search for the decay  $\mu^- \rightarrow e^-e^+e^-$ , Nucl. Phys. B **260**, 1.31 (1985).

- [21] U. Bellgardt *et.al.* Search for the decay  $\mu^- \rightarrow e^-e^+e^-$ , Nucl. Phys. B **299**, 1-6 (1988).
- [22] S. M. Korenchenko *et.al.*, Sov. Phys. JETP, **43**, 1 (1976).
- [23] V. A. Baranov *et.al.*, Search for  $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$  Decay, J.Phys. G: Nucl. Part. Phys. **17** (1991) S57-S70.
- [24] H. Nishiguchi, An Innovative Positron Spectrometer to Search for the Lepton Flavour Violating Muon Decay with a Sensitivity of  $10^{-13}$ , Ph.D. Thesis, the University of Tokyo (2008).
- [25] F. Sauli, Principle of Operation of Multiwire Proportional and Drift Chamber, CERN **77-07** (1977).
- [26] D. F. Anderson *et.al.*, A Simple "Vernier" Method for Improving the Accuracy of Coordinate Readout in Large Wire Chambers, Nucl. Instr. Meth., Vol. **224**, pp. 315-317 (1984).
- [27] R. M. Djilkibaev and R. V. Konoplich, Rare muon decay  $\mu^+ \rightarrow e^+e^-e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$ , Phys. Rev. D **79**, 073004 (2009).
- [28] B. Brun and F. Rademakers, ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework, Proceedings AIHENP'96 Workshop, Lausanne, Sep.1996, 1997 Nucl.Inst. & Meth. in Phys.Rs. A **389** 81.
- [29] R. Frühwirth *et.al.*, Data Analysis Techniques for High Energy Physics, second ed, Cambridge University Press, Cambridge (2000).