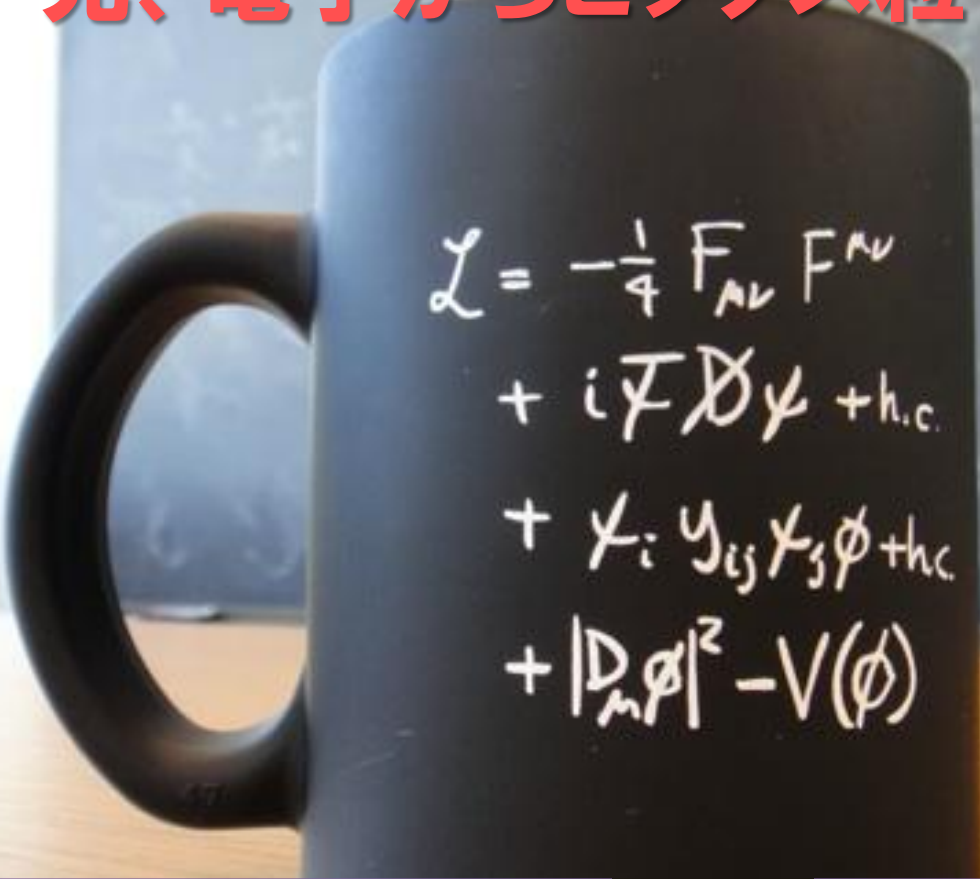


素粒子物理と方程式

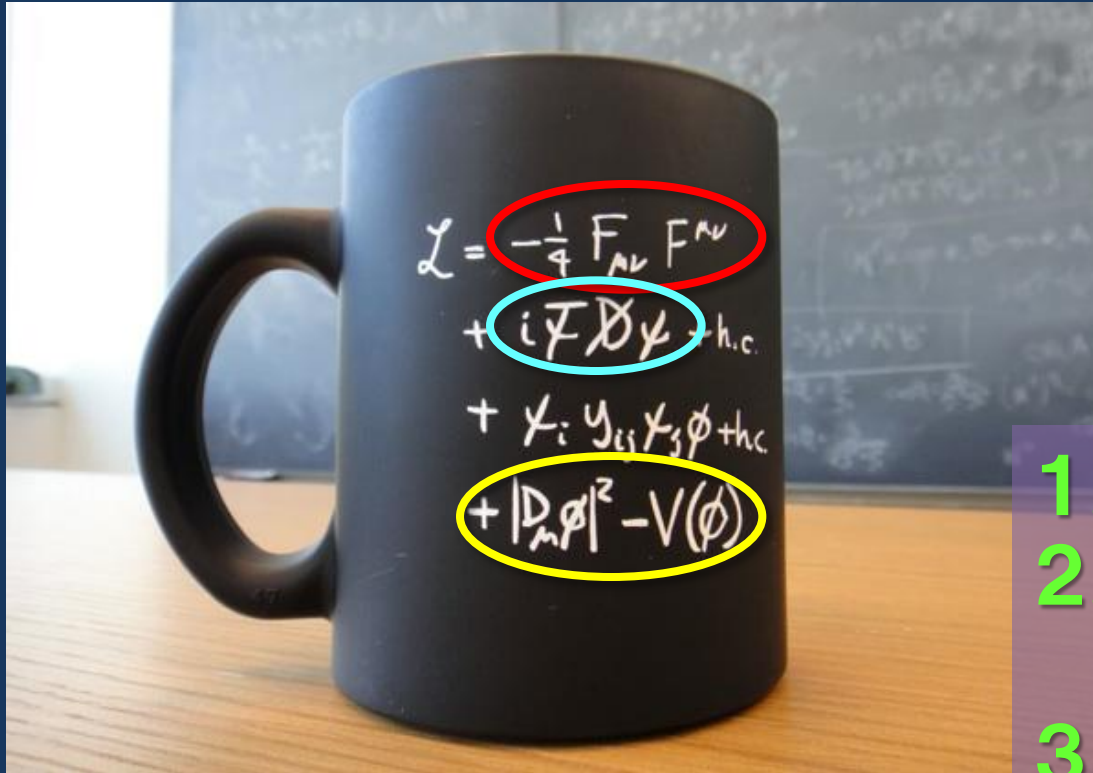
－ 光、電子からヒッグス粒子まで －


$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi}\not{D}\psi + h.c. \\ & + \chi_i y_{ij} \chi_j \phi + h.c. \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

高校生と社会人のための現代数学・
物理学入門講座 新春特別講義
(13.Jan.2013)

東京大学
素粒子物理国際研究センター
小林富雄

話の内容



1. 素粒子物理の概要
2. オイラー・ラグランジュ
方程式
3. 光と方程式
4. 電子と方程式
5. ヒッグス粒子
6. 宇宙の方程式

Higgs セミナー（7月4日、CERN）

プレスリリース「ヒッグスボソンとみられる粒子をCERNの実験で観測」



シャンパンを開けているのは
東大素粒子センターの
田中純一さん

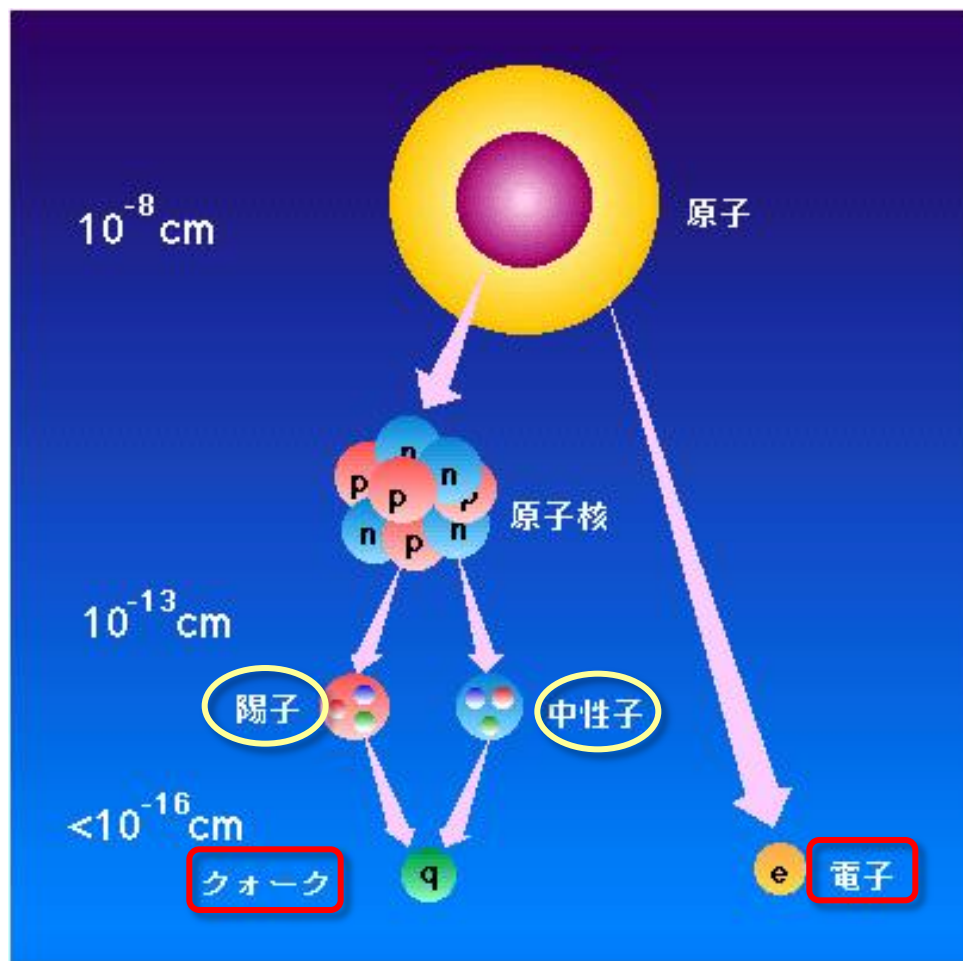


F. アンブレール

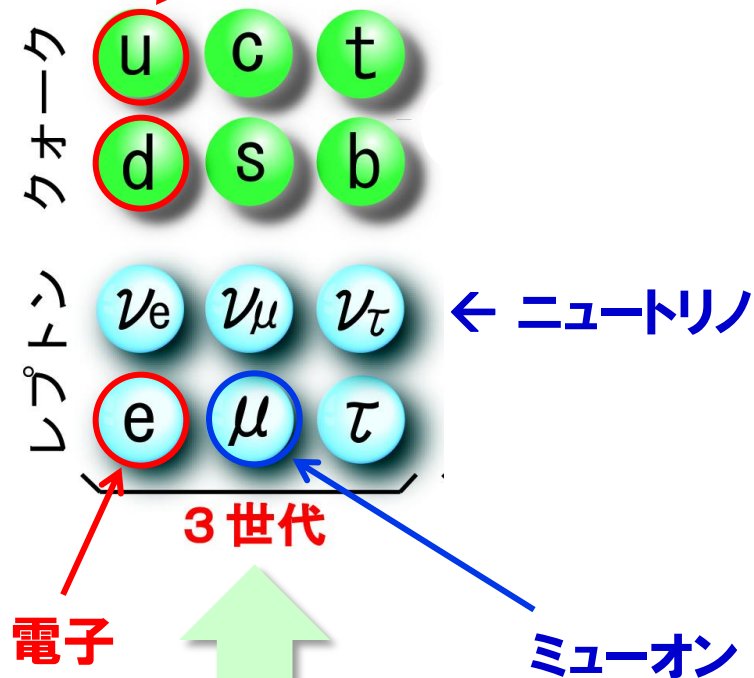
P. ヒッグス



そしてここまでわかった 素粒子物理

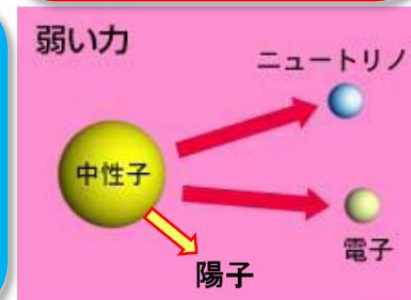
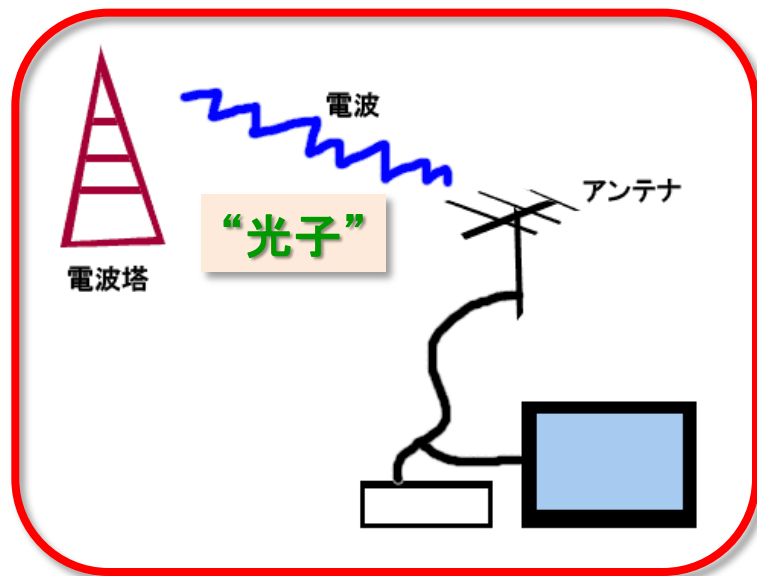
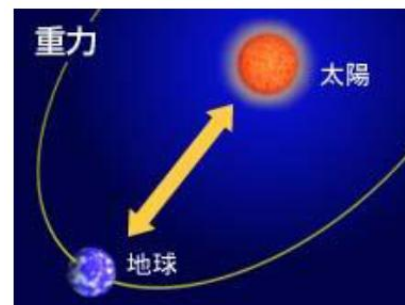


陽子や中性子は
u-クォークとd-クォークで
できている



物質を構成する
素粒子

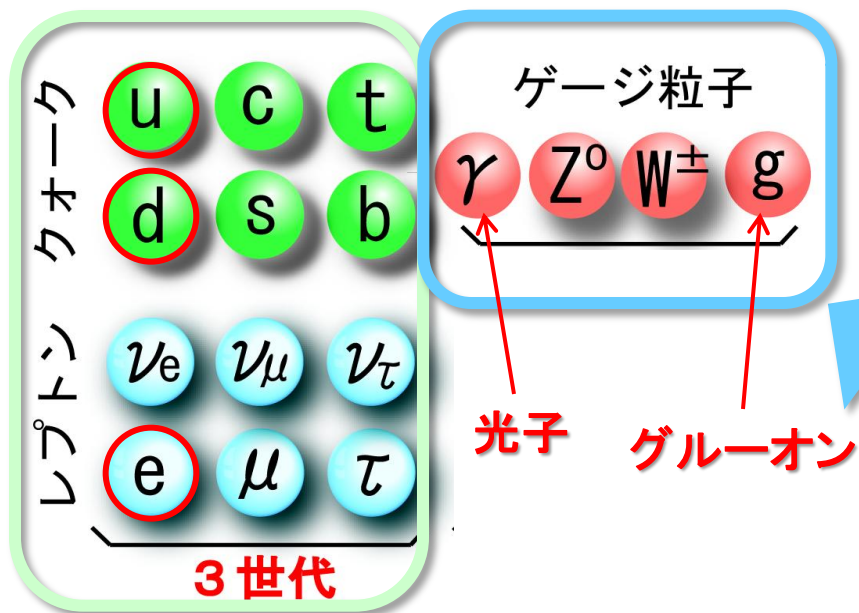
素粒子の間に働く力は？



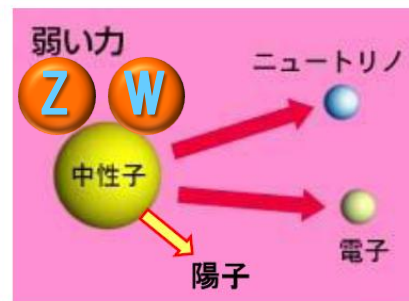
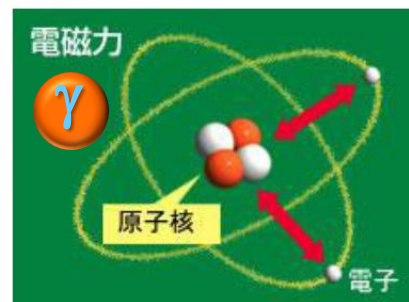
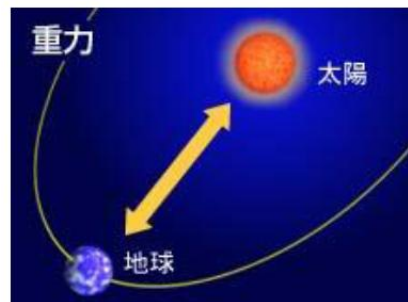
量子力学では
“波” = “粒子”



クォークやレプトンの間に働く力は？



物質を構成する
素粒子

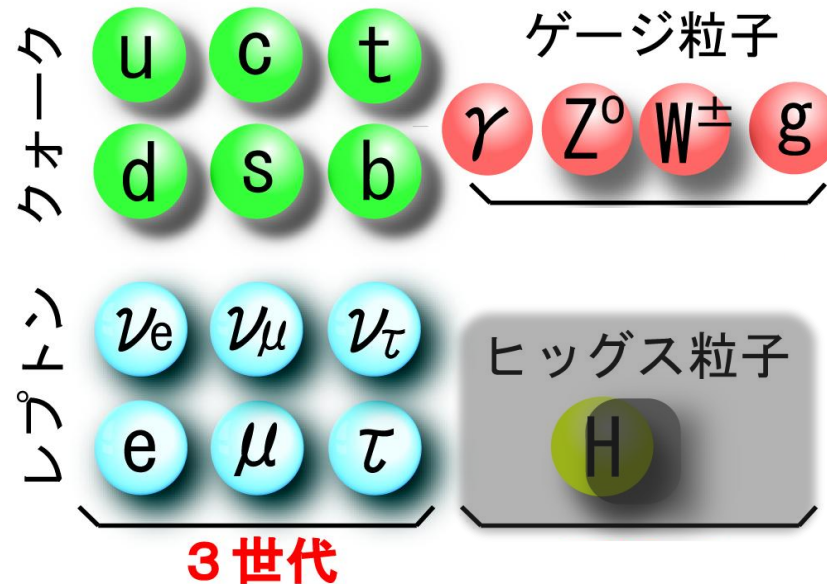
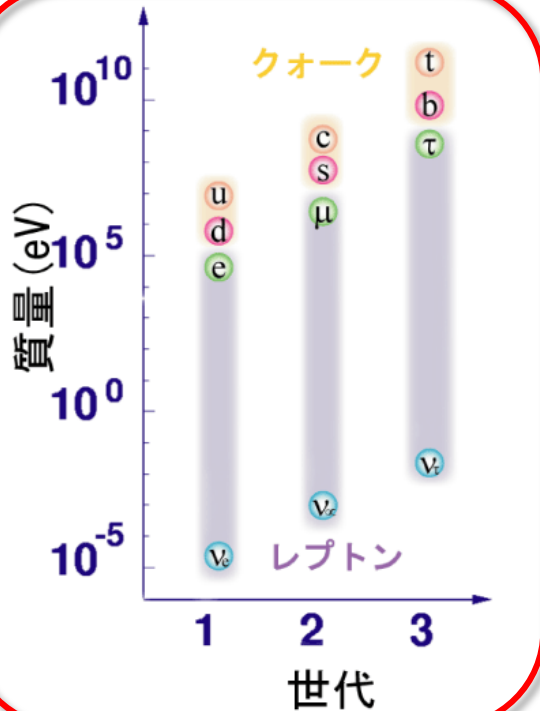


力を媒介する
素粒子

これらの力(相互作用)を
記述するのが標準理論
(ゲージ理論)

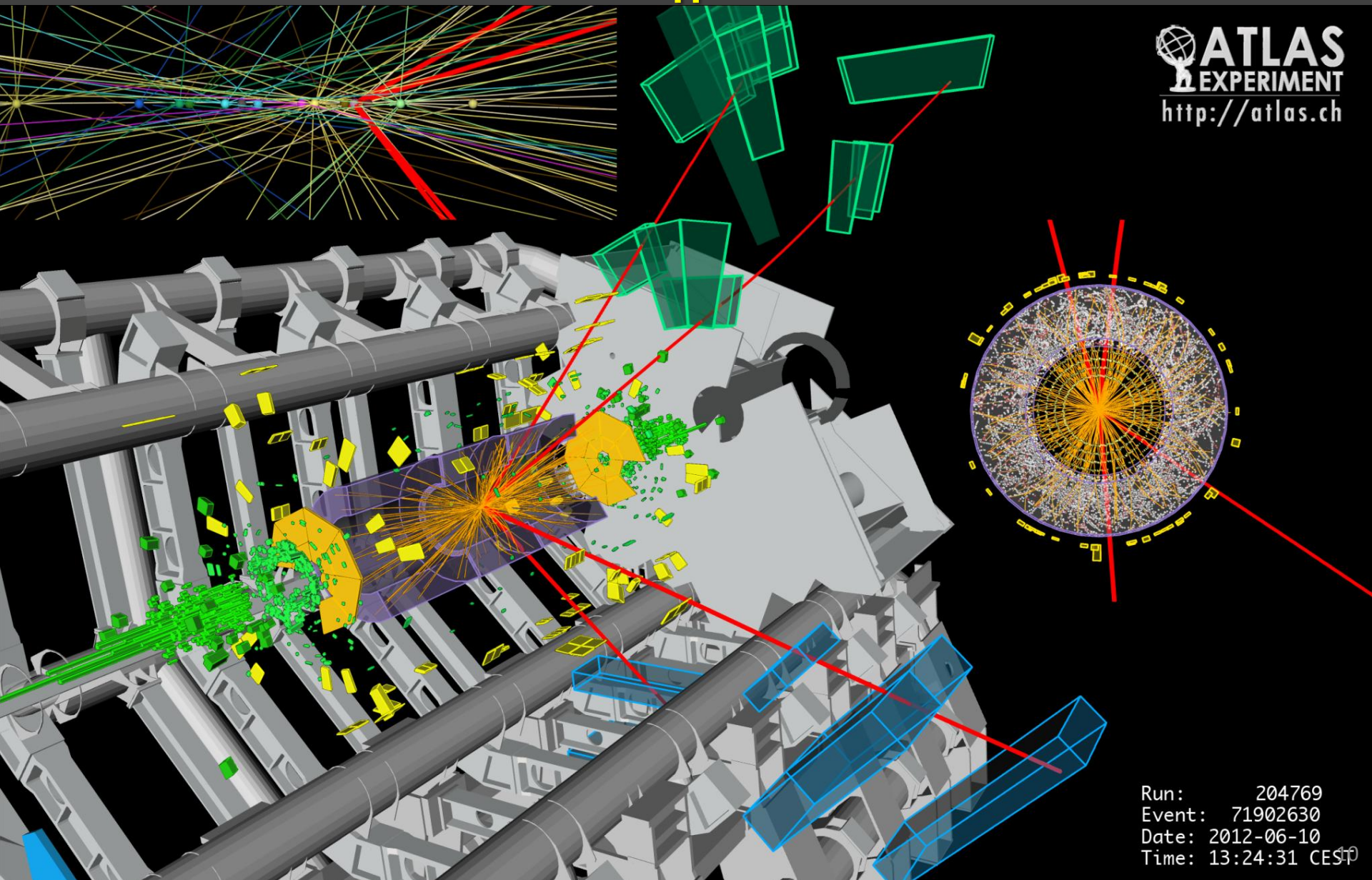
素粒子は重さ(質量)をもっている

質量の起源は？

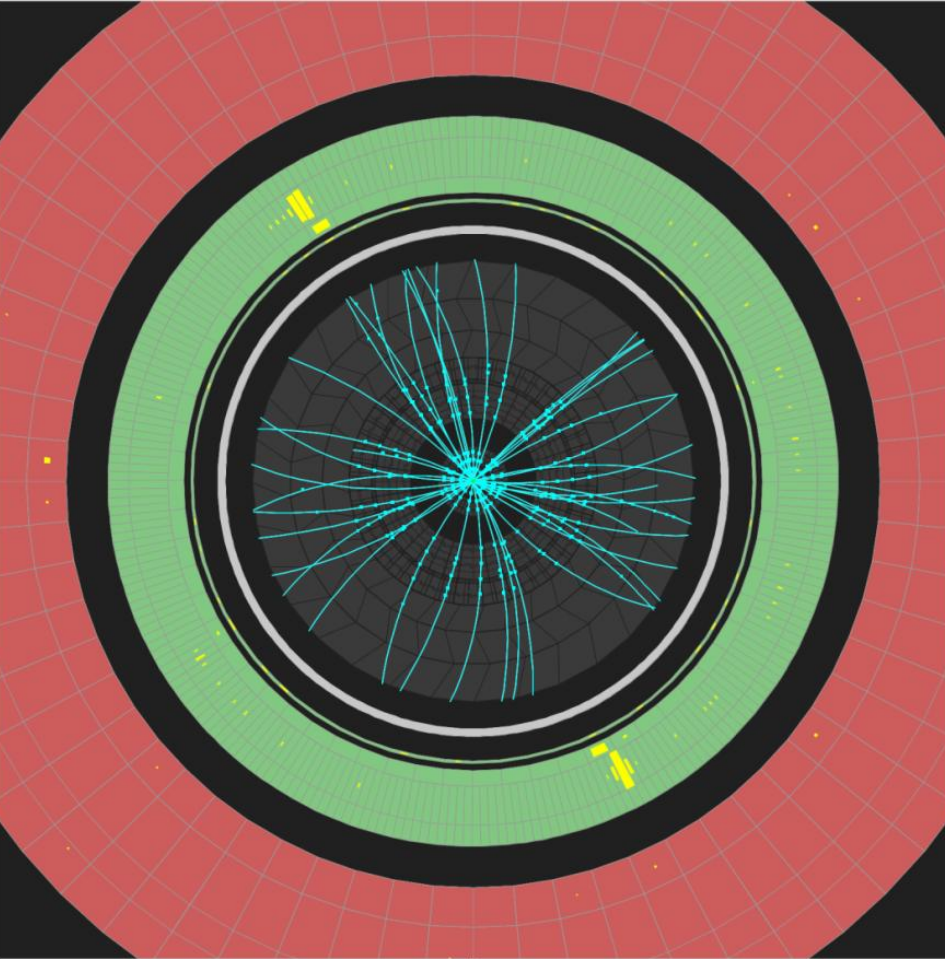


- 現在の素粒子の理論(標準理論)では **ヒッグス粒子** を仮定して質量を説明する
- そして今回やっと **ヒッグス粒子** らしき粒子が発見された

ATLAS実験で発見された $H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4\mu$ の候補事象 ($m_H = 125.1 \text{ GeV}$)



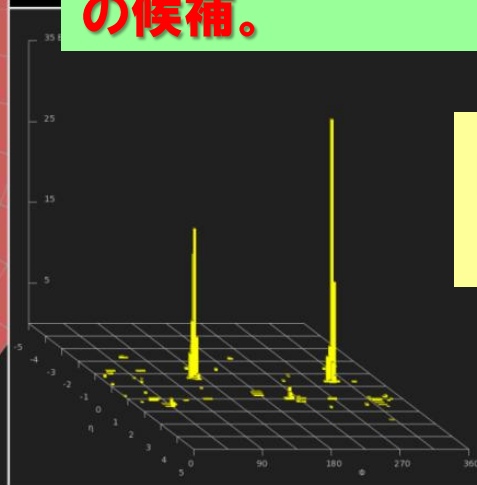
Run: 204769
Event: 71902630
Date: 2012-06-10
Time: 13:24:31 CEST



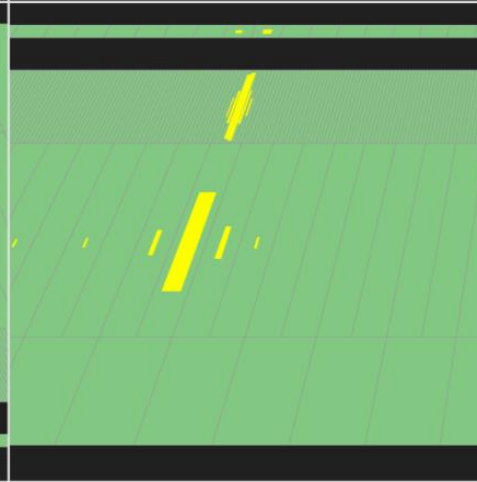
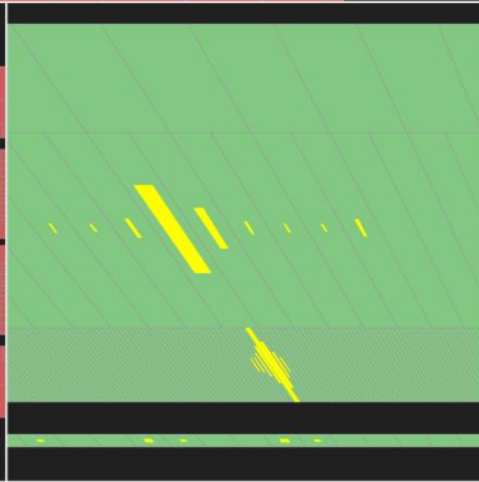
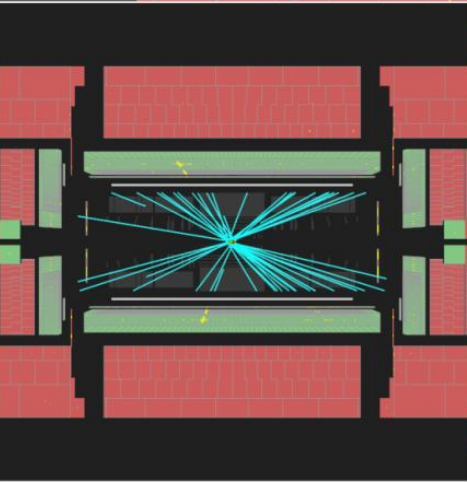
Run Number: 191426, Event Number: 86694500

Date: 2011-10-22 15:30:29 UTC

ヒッグス粒子が2光子に崩壊する事象の候補。

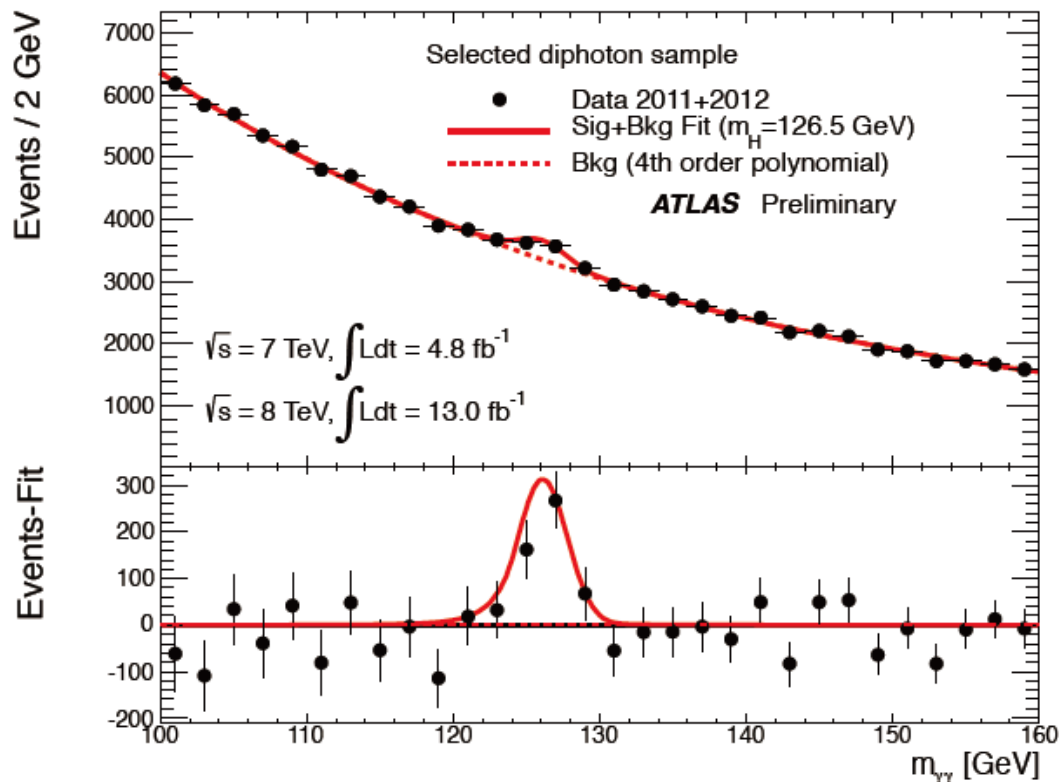


$$\begin{aligned} pp &\rightarrow H + \dots \\ &\rightarrow \gamma\gamma + \dots \end{aligned}$$

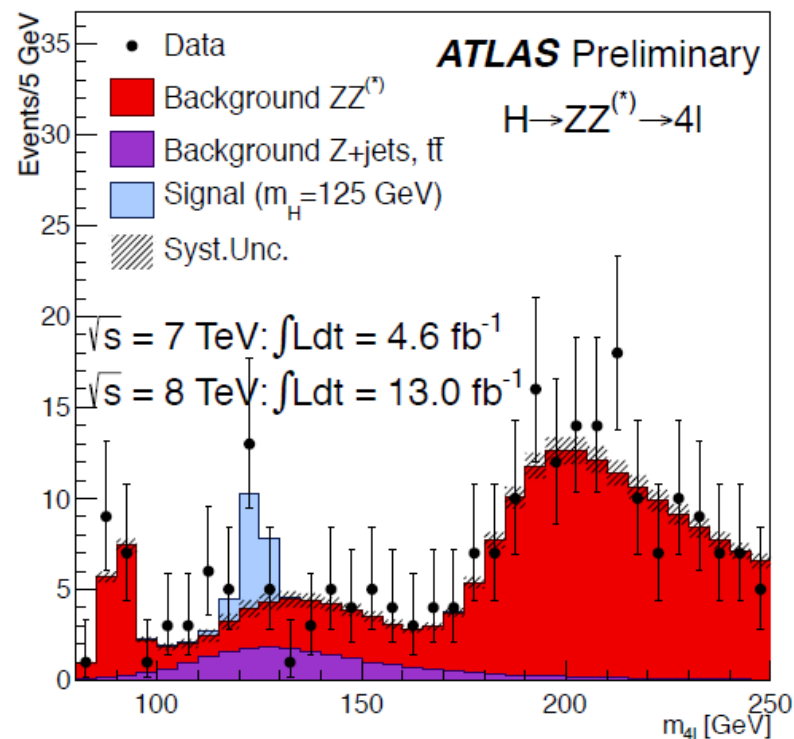


ATLAS実験最新結果

(昨年12月13日に最新データを発表)



$\gamma\gamma$ 不変質量分布



4レプトン不変質量分布

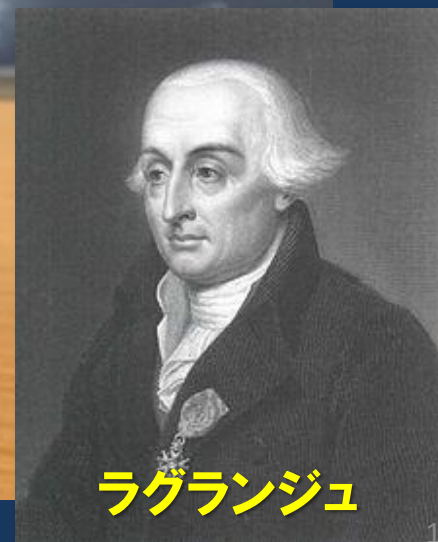
では素粒子物理と方程式の話

最初はラグランジアンから

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\not{D}\psi + \text{h.c.} + \chi_i y_{ij} \chi_j \phi + \text{h.c.} + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)$$



オイラー



ラグランジュ

オイラー・ラグランジュ方程式

作用積分:

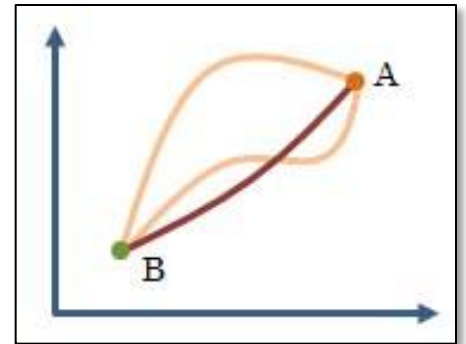
$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}) dt$$

$q = q(t)$... 一般化座標
 $\dot{q} = dq/dt$... 時間微分(速度)

ラグランジアン: $L(q, \dot{q}) = T - V$ = (運動エネルギー) - (ポテンシャルエネルギー)

変分: $q(t) \rightarrow q(t) + \delta q(t)$
(異なる経路) $\dot{q}(t) \rightarrow \dot{q}(t) + \delta \dot{q}(t) = \dot{q}(t) + \frac{d}{dt} \delta q(t)$

変分原理:
(最小作用の原理)

$$\delta I = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}) dt = 0$$


オイラー・ラグランジュ方程式: $\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = 0$

例：ニュートン力学

ラグランジアン: $L(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x)$

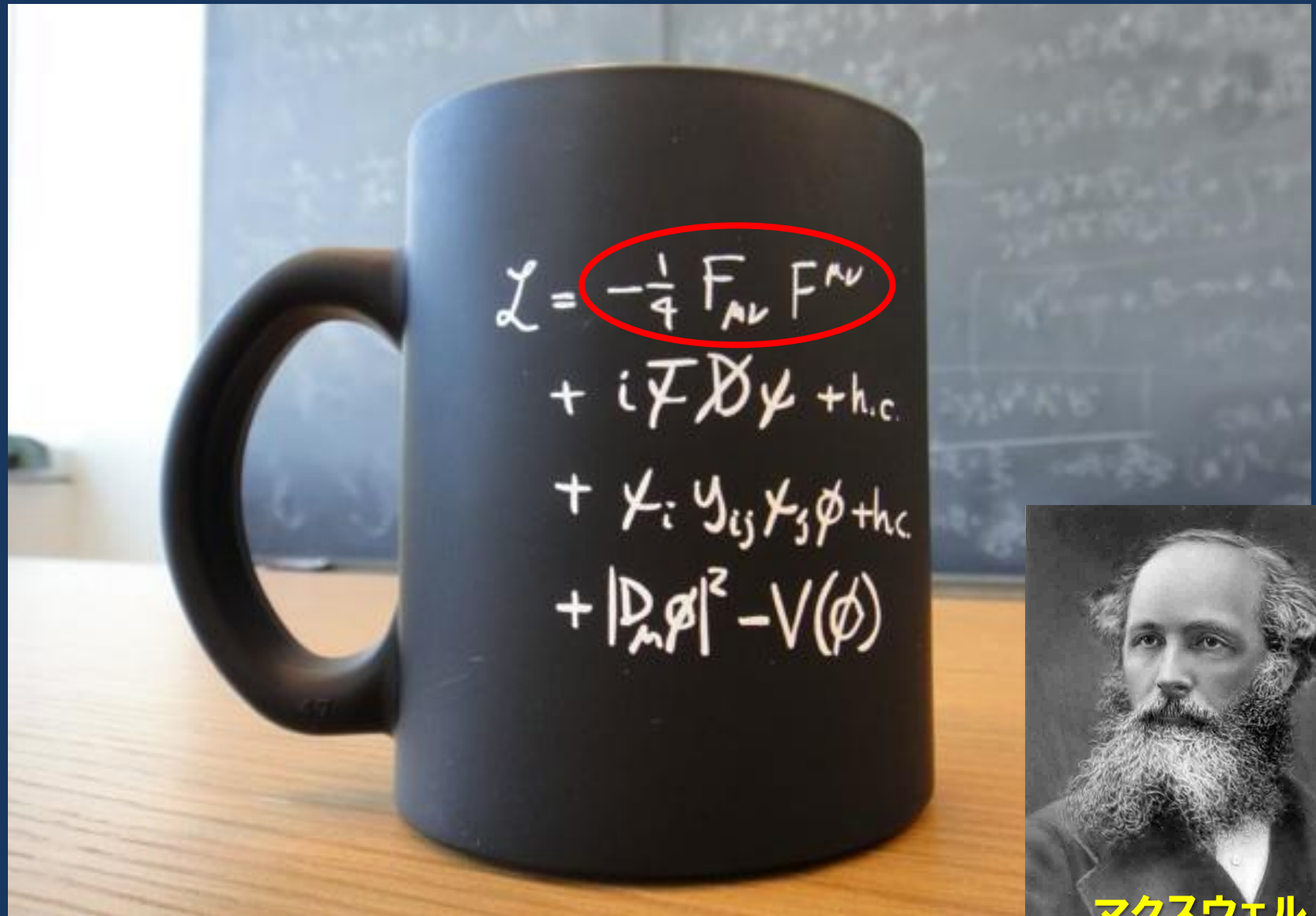
オイラー・ラグランジュ方程式: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0$

$$\frac{d}{dt} (m\dot{x}) - (-V'(x)) = 0$$

$$m\ddot{x} = -V'(x)$$

質量×加速度 = 力 … ニュートンの運動方程式

光(電磁波)、電磁気学



$$\mathcal{L}_\gamma = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3 = t, x, y, z$ (時間と3次元空間の座標)

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$\partial_x f = \frac{\partial f}{\partial x}$$

$A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$... 電磁ポテンシャル (スカラー, ベクトル)

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad \dots \text{電場}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad \dots \text{磁場 (磁束密度)}$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix}$$

マクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

... ガウスの法則

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

... 電磁誘導の法則

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

... 磁荷なし

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j}$$

... アンペールの法則

光 (電磁波) の速度:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 30 \text{ 万 km/s}$$

$$\mathcal{L}_\gamma = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3 = t, x, y, z$ (時間と3次元空間の座標)

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

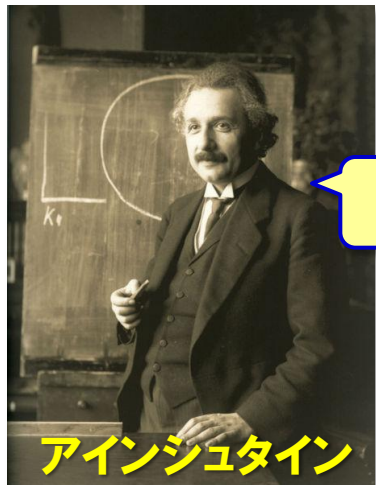
$A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$ … 電磁ポテンシャル (スカラー, ベクトル)

オイラー・ラグランジュ方程式: $\partial_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu A_\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu} = 0$

$$\square A^\nu = 0$$

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

… 質量0の粒子の運動方程式 (クライン・ゴールドン方程式) → **光子**



光量子

アインシュタイン

量子力学では
“波” = “粒子”



物質波

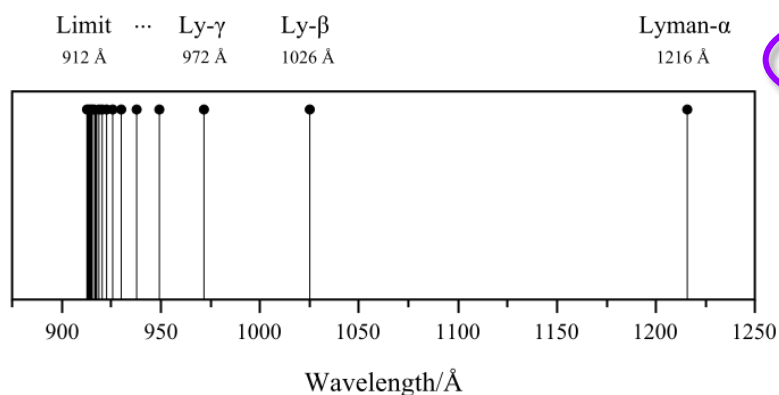
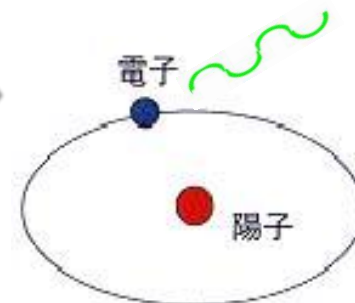


ド・ブローイ

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\not{D}\psi + h.c. + \bar{\chi}_i \gamma_{ij} \chi_j \phi + h.c. + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)$$

続いて、電子の話

水素原子の発光スペクトル



121.6 nm

ライマン系列 (遠紫外線領域)

バルマー系列 (紫外可視光領域)



→ これは古典力学では理解できない

量子力学

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s (プランク定数)}$$
$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$$

古典力学でのエネルギーと運動量の関係: $E = \frac{p^2}{2m} + V(x)$

量子力学では、粒子は波の性質を持つ → 波動の状態関数: ψ

シュレディンガー方程式:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi$$



シュレディンガー

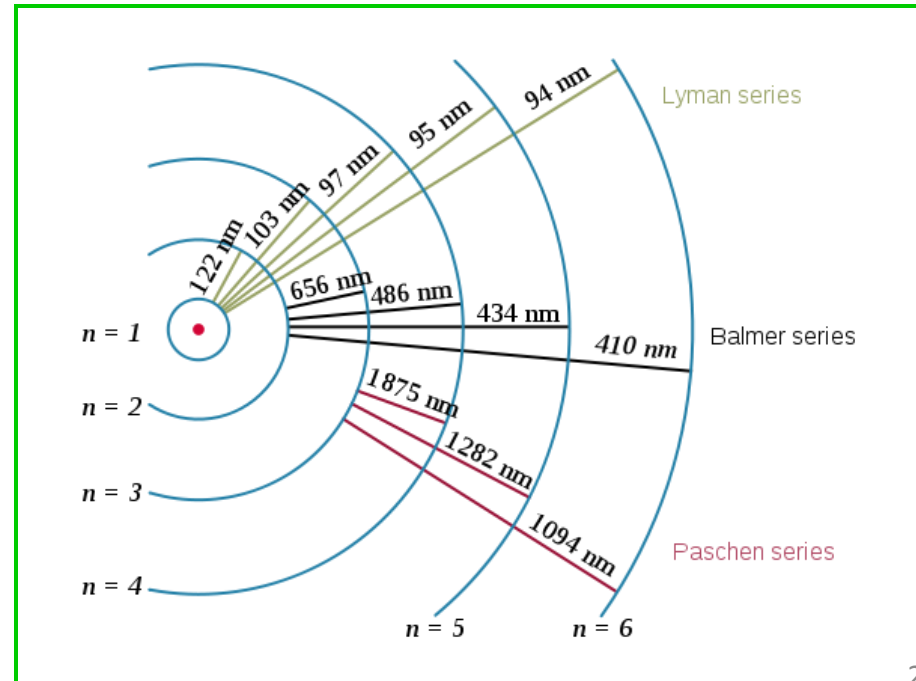
これを解くと: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$

$$R = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

(リュードベリ定数)

$n = 1, m = 2, 3, 4, \dots$ **ライマン系列**
(121.6nm, ...)

$n = 2, m = 3, 4, 5, \dots$ **バルマー系列**
(656.3nm, ...)



相対論的な量子力学

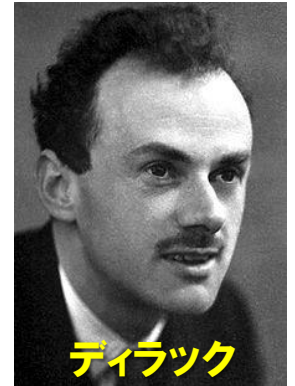
電子のスピードが光速に近づくと
シュレディンガー方程式ではうまくいかない

ディラック方程式:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x) = \left(\frac{1}{i}\alpha \cdot \nabla + \beta m\right)\psi(x)$$

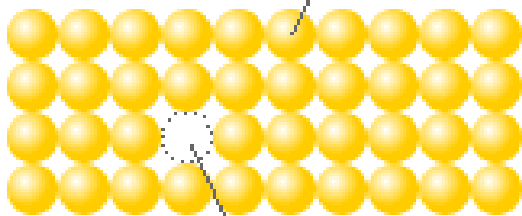
α, β は4行4列の行列

$\psi(x)$ は4成分持つ → スピン、反粒子



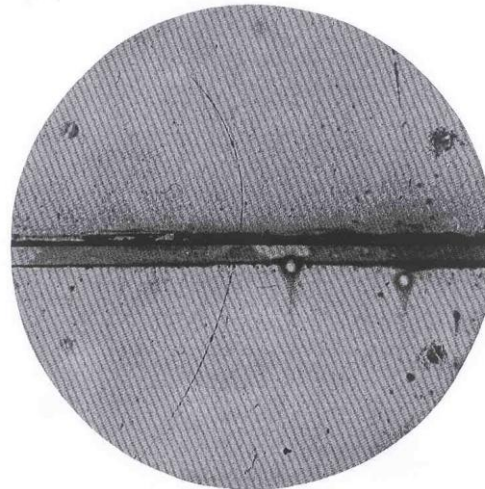
ディラック

負のエネルギーの電子 (e^-)

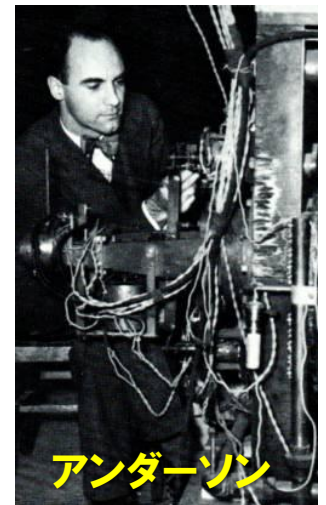


正のエネルギーの陽電子 (e^+)

ディラックの海

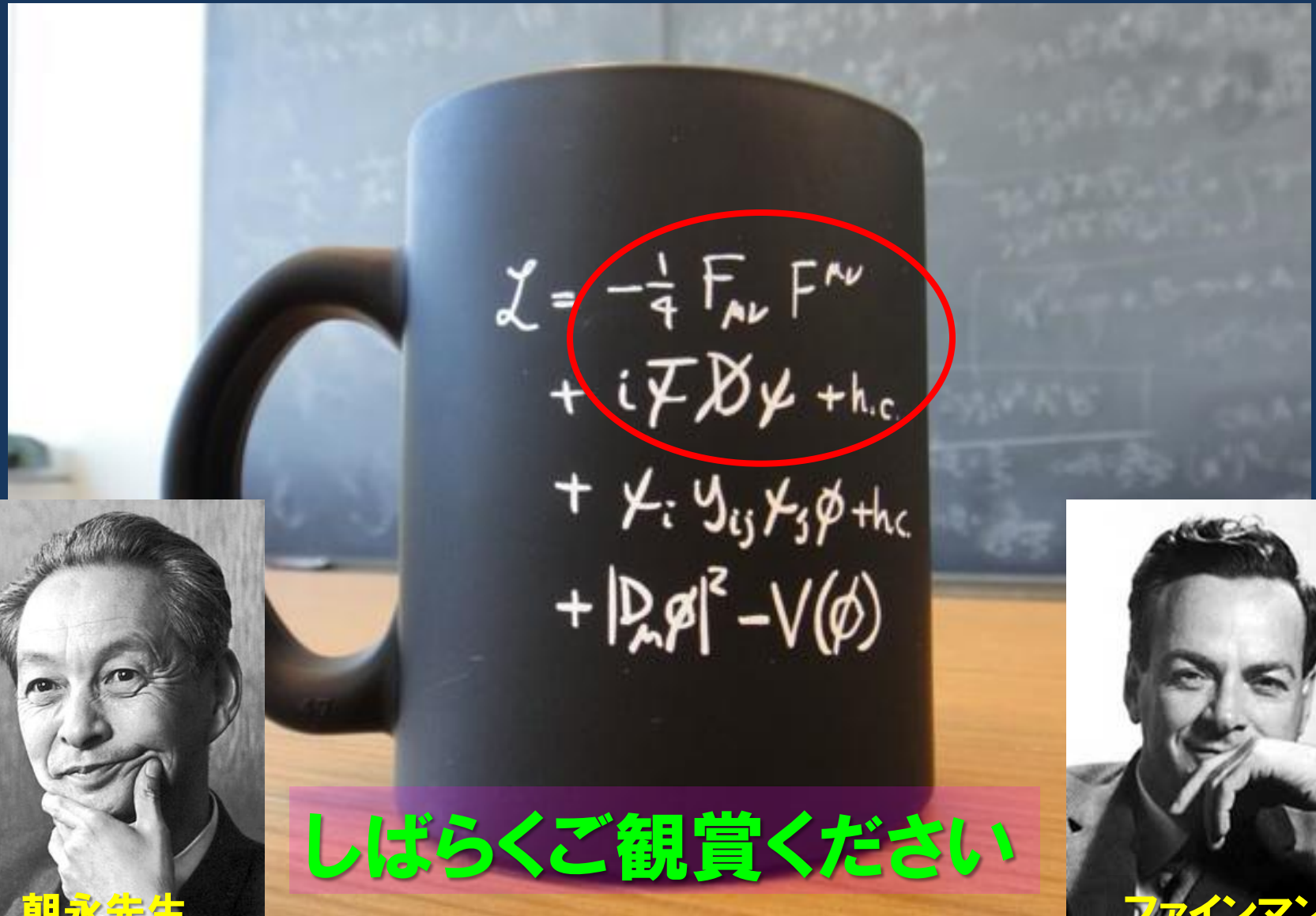


陽電子の発見 (1932年)



アンダーソン

量子電磁力学、ゲージ理論



量子電磁力学 (QED)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{QED}} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\end{aligned}$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

オイラー・ラグランジュ方程式:

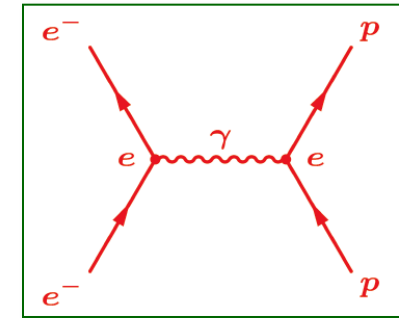
$$\partial_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu A_\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu} = 0 \quad \longrightarrow \quad \partial_\nu F^{\nu\mu} = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$

マクスウェルの方程式

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = 0$$

QED の方程式

$$\longrightarrow \left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + e\gamma^\mu A_\mu - m \right) \psi = 0$$



しかも高次の計算が
できる(くりこみ可能)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) \quad \longrightarrow \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

ディラック方程式

$$\psi \longrightarrow e^{-i\alpha(x)}\psi$$

U(1) ゲージ変換

これにゲージ対称性を仮定すると、
ゲージ場(光子 A_μ) が出る

対称性から
力が生じる

ゲージ変換を拡張(非可換に)

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha^a T_a} \psi$$

T_a --- 2×2 行列、**SU(2)**、 $a=1,2,3$

$SU(2) \times U(1) \rightarrow$ **電弱統一理論** (Z^0, W^+, W^-, γ)

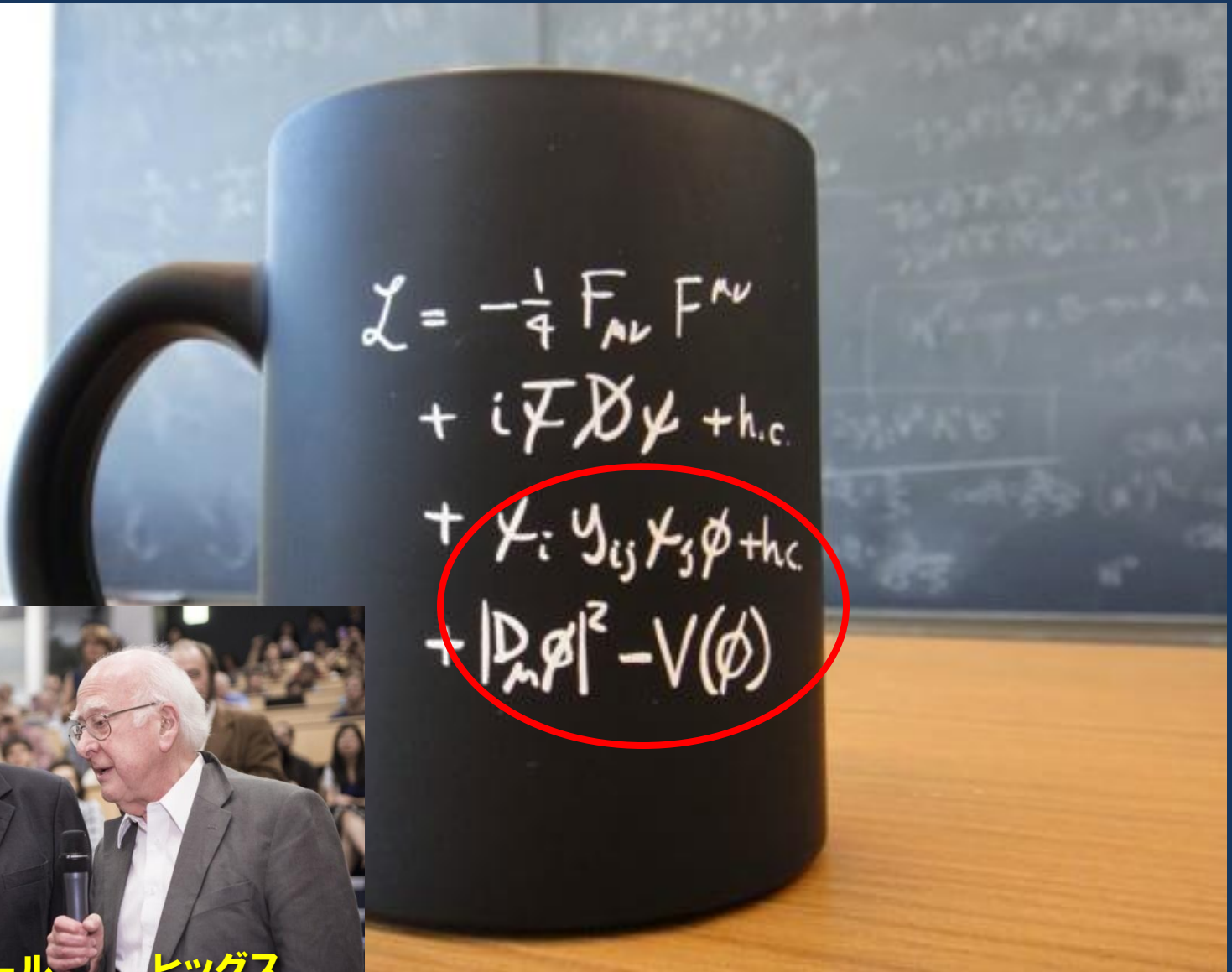
T_a --- 3×3 行列、**SU(3)**、 $a=1,2,\dots,8$

$\rightarrow$ **量子色力学** (グルーオン)

**だが、質量を導入すると
ゲージ対称性が破れる**



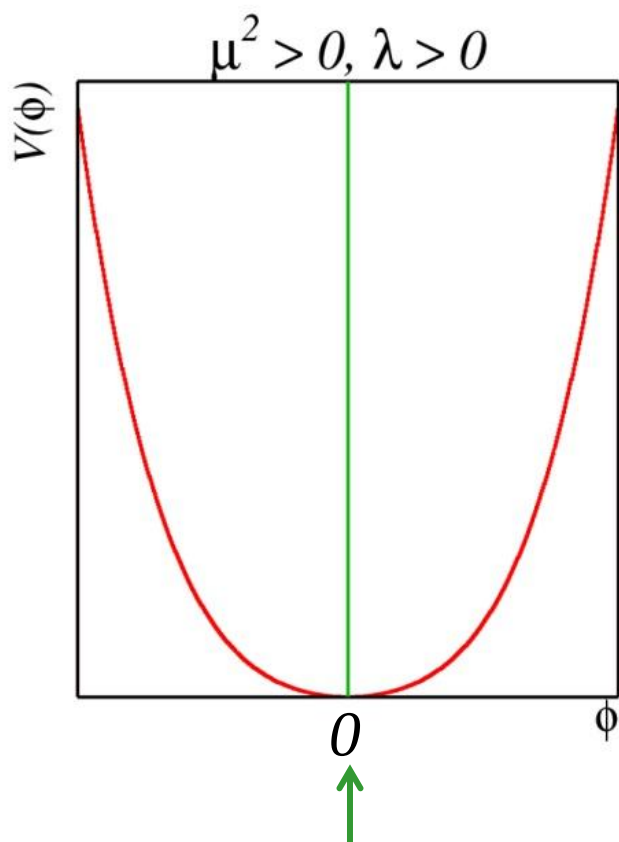
いよいよヒッグス粒子登場



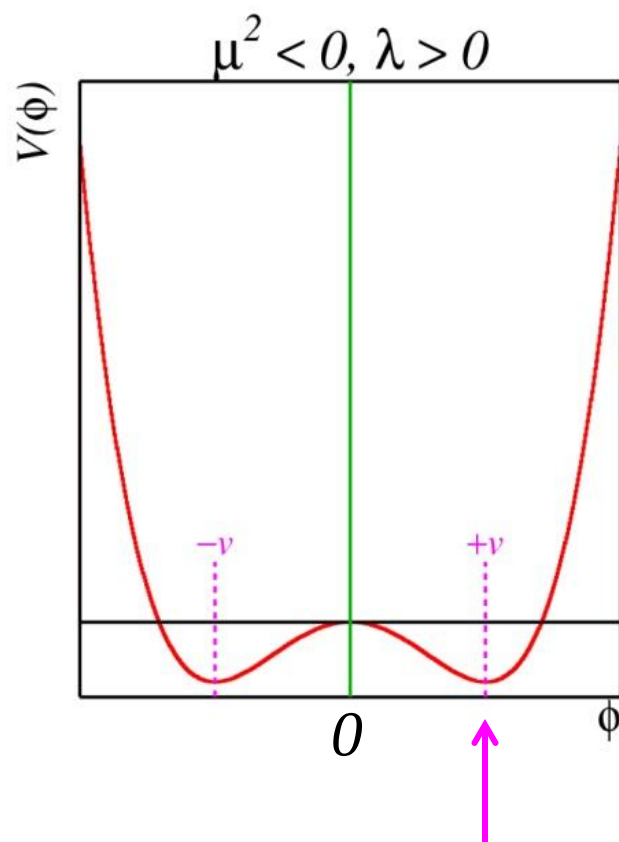
アンเกรール ヒッグス

ヒッグス粒子(場)のポテンシャル

$$V(\phi) = \mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4$$



この点のまわりに**対称**

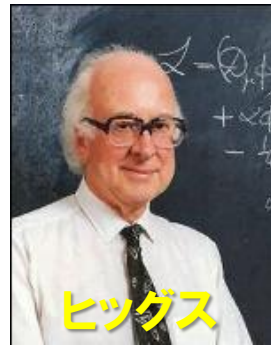


この点のまわりに**対称でない**

ヒッグス粒子(場)が質量を生み出す仕組み “自発的対称性の破れ”と “ヒッグス機構”



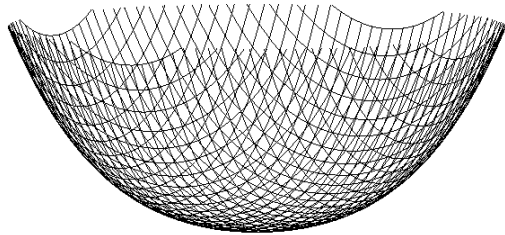
南部先生



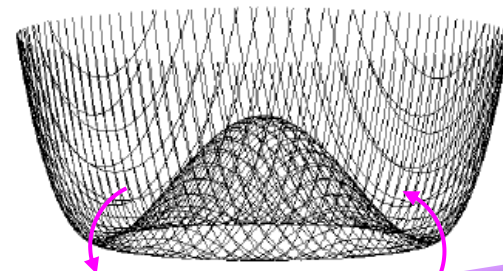
ヒッグス

真空の対称性が破れると
質量0の粒子(NGボソン)が存在
--- 南部・ゴールドストーン

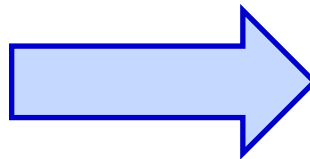
NGボソンが
素粒子の質量に



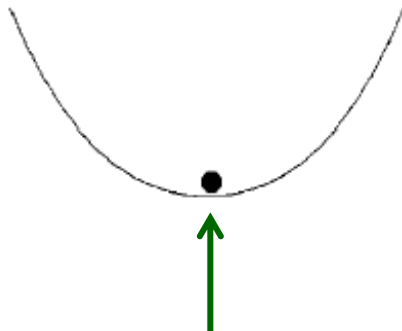
ヒッグス場の
ポテンシャル



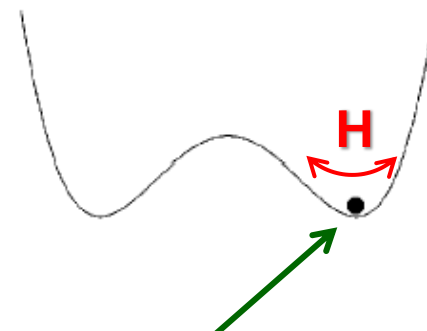
NGボソン



真空の
相転移



ビッグバン直後の真空



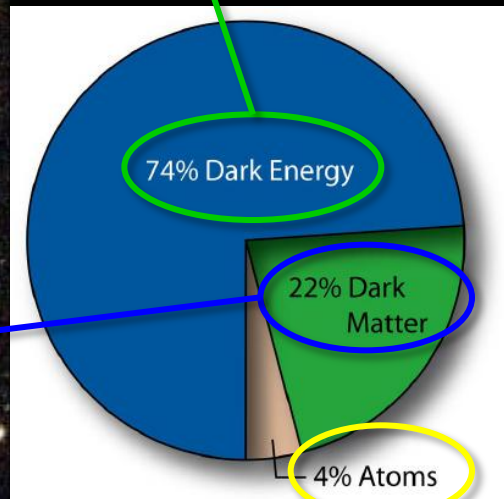
ヒッグス粒子

ビッグバンの 10^{-10} 秒後の真空

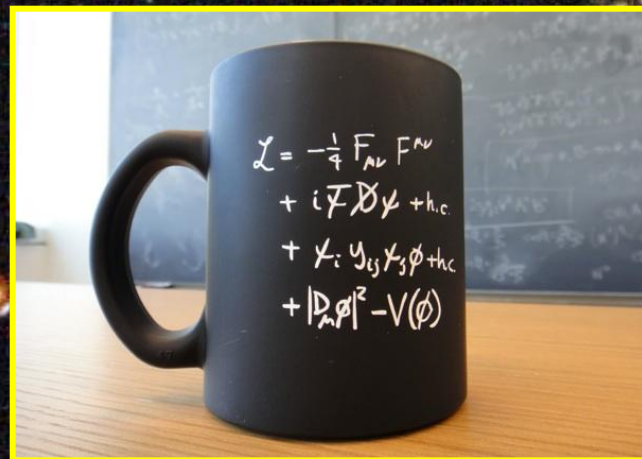
宇宙には謎がいっぱい

宇宙の74%は暗黒エネルギー
(→ 宇宙は加速度的に膨張)

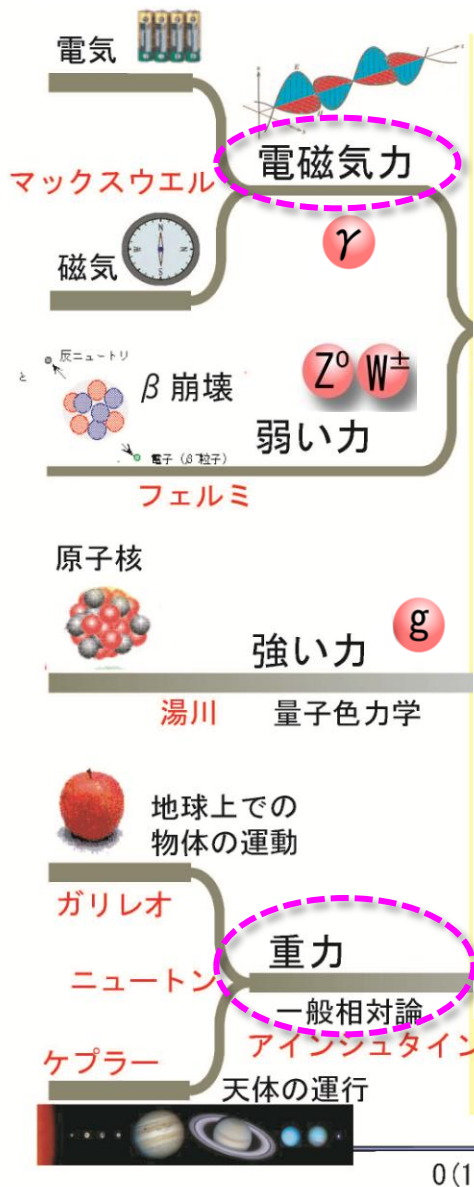
22%が暗黒物質
(正体不明)



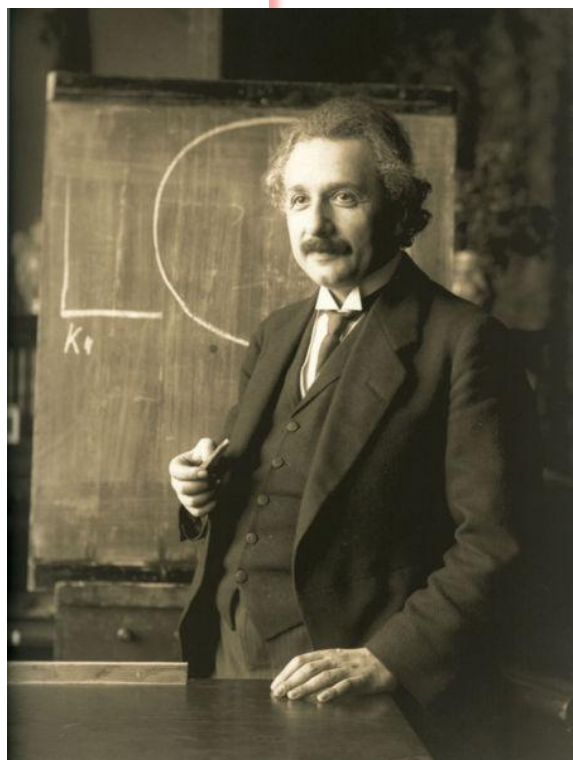
通常の物質(分子・原子)
はたったの4%



物理学の発展と力の統一



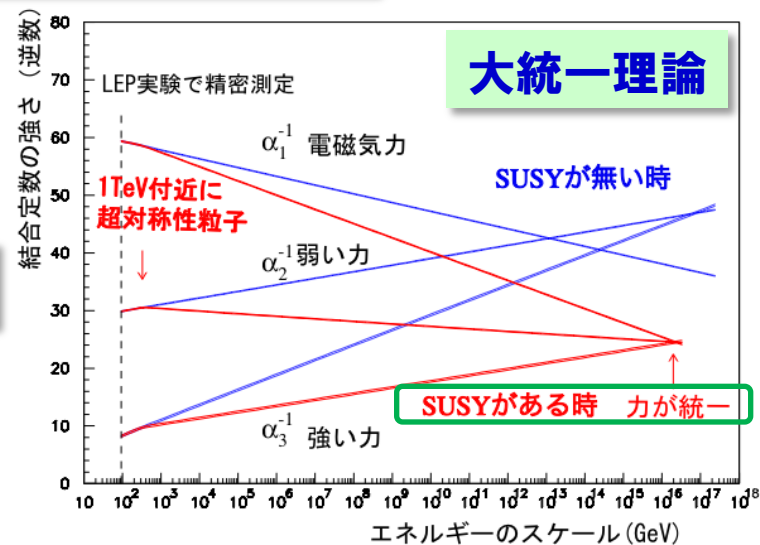
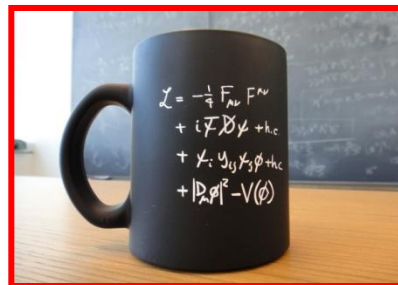
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$



“人生最大の過ち”？

アインシュタインの夢：
重力と電磁気力の統一

物理学の発展と力の統一



重力を含む
すべての力の統一

暗黒物質の候補

→ 素粒子自体の研究のみでなく、
真空や時空構造も研究対象に

History of the Universe

宇宙の背景輻射

現在 137億年

太陽系の形成

50億年

星や銀河の形成

10億年

原子、分子の形成

30万年

原子核の形成

3分

10⁻¹⁰ 秒

弱い相互作用が分離

10⁻³⁴ 秒

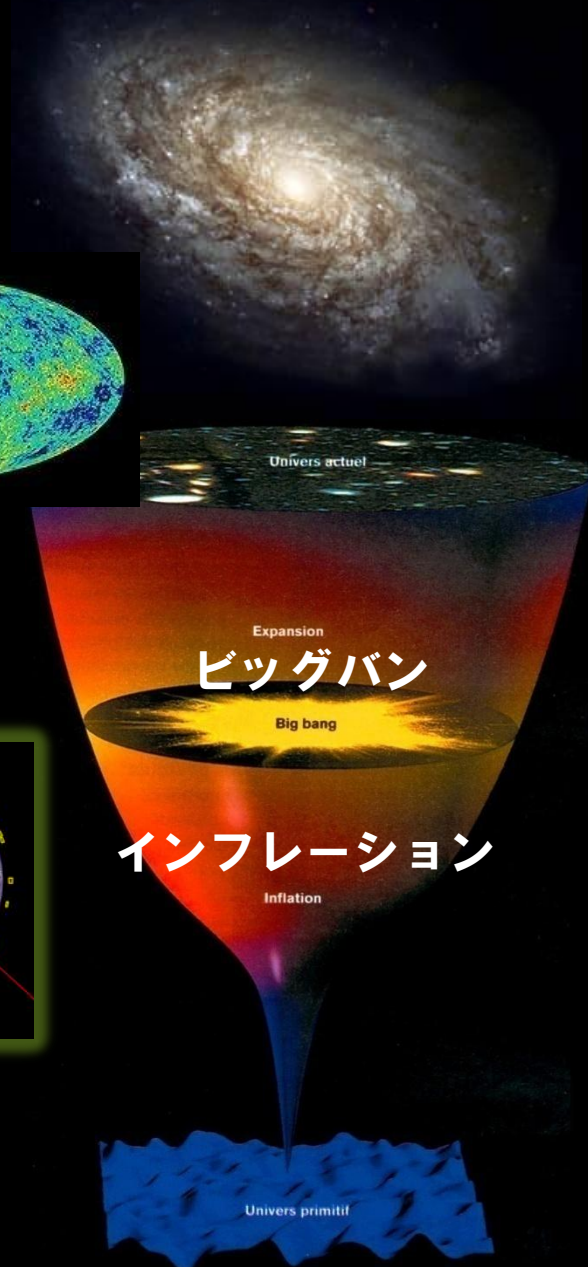
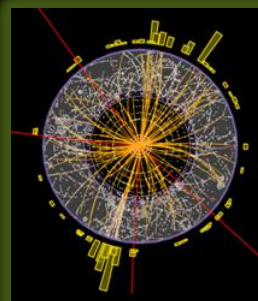
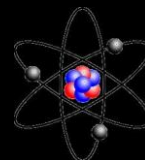
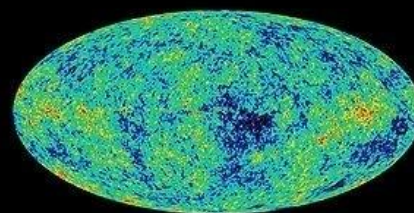
3つの力が分離する

10⁻⁴³ 秒

量子重力の世界

ビッグバン
(宇宙の始まり)

宇宙の進化と素粒子



History of the Universe

宇宙の背景輻射

現在 **137億年**

太陽系の形成

50億年

星や銀河の
形成

10億年

原子、分子の形成

30万年

原子核の形成

3分

10⁻¹⁰ 秒

弱い相互作用が分離

“The most incomprehensible thing about the universe is that it is comprehensible.”

量子重力の世界 10⁻⁴³ 秒

宇宙について最も理解しがたいことは、それが理解可能だということである。

