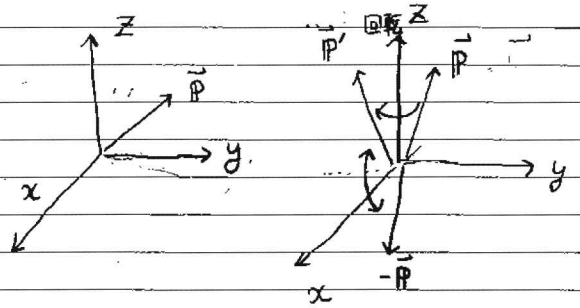
対称性　現代物理の key word

- 連続　（回転，並進）
  - 大域 → 保存量
  - 局所 → Gauge力　← QEDの所
- 不連続．（P, C, T ; バリオン数 …）

[1] Parity 変換

$t \to t$
$\vec{r} \to -\vec{r}$



回転だけでつながらない
ゆえ 面にうつした変換
が必要
（鏡面対称）
右手 - 左手

$\psi(x') = S\psi(x)$　　$x \to x' = f(x)$　　変換に対する不変性

Dirac方程式　$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

$(i\gamma^\mu \partial'_\mu - m)S\psi(x) = 0$　を満たす必要

$S^{-1} \to$　$\gamma^\mu \partial_\mu = S^{-1}\gamma^\mu S\,\partial'_\mu$　$(x = S^{-1}xS)$　変換性

KGに対しては もっと Simple (+1)　$(\partial'_0 = \partial_0 \quad \partial'_i = -\partial_i)$

$S = \pm\gamma^0$　（粒子に対して +1 とすると $+\gamma^0$）

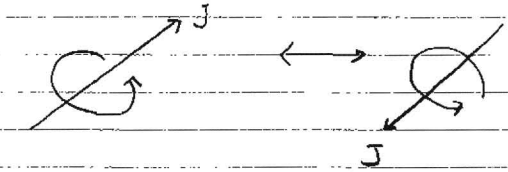
$Su = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} u = u$　　粒子，反粒子，KG は P の固有状態

$Sv = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} v = -v$　← 反粒子には 負

Date　　No.

・直観的に　2回 P すれば 元の世界　$P^2 = 1$
P の固有値 ±1

・光のパリティー　直観



逆にある
(−1)

$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho$ (scalar)　　電場 (−1)

ρ に対して ⊕

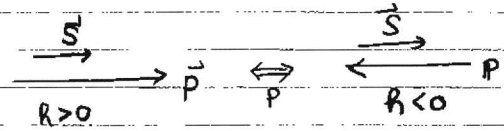
P に対して ⊖　　P に対して ⊖

$\frac{\partial}{\partial t}B = -\nabla \times E$　　磁場は (+1)

(−)　(−)

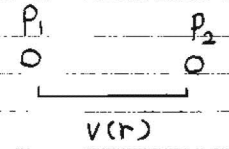
"光" → vector potential "A" がその実体　$E = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{A}$
・$B = \nabla \times \vec{A}$
A は "−1"（極性ベクトル）

スピン・角運動量　$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (-\vec{r}) \times (-\vec{p})$　$P = 1$　軸性ベクトル



パリティー変更に対して ヘリシティーが逆になる。
右と左で 反応がちがう → 弱い相互作用

複合系のパリティー



rたけの関数
$V(r) = V(-\vec{r})$

→ この系もパリティー変換の固有状態

粒子1と2の相対的な角運動量 l

$$Y_l^m(\theta,\phi) \sim (\cos\theta)^l \sim (-1)^l Y_l^m(\theta,\phi)$$

相対的な角運動量 $(-1)^l$

系のパリティー $\sim P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^l$

(例・1) Positronium

水素原子

	質量	R	E-Potential
	~1 MeV	$\frac{2}{m\alpha}$	その半分
	~1 GeV	$\frac{1}{m\alpha}$	-13.6eV

e^+ と e^- は反物質 → 対消滅して消えて"光"になってしまう。

$n = l = 0$ の基底状態

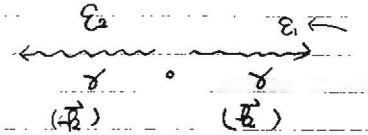
spinが揃った $S=1$ $|\uparrow\uparrow\rangle$, $|\downarrow\downarrow\rangle$, $\frac{1}{\sqrt{2}}\{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\}$
ortho-positronium ← ベクトル

spinが反平行 $S=0$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle\}$
para-positronium ← スカラー

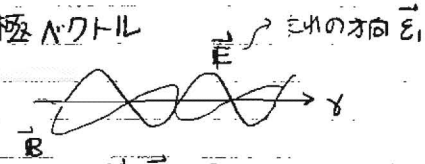
$\mathbb{P}$ $\underbrace{P_1 \cdot P_2}_{(-1)\text{(粒子・反粒子)}} \cdot (-1)^0 = -1$ (擬スカラー)

KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-816A 7mm ruled × 35 lines

スカラーの $S=0$ → 2γ へ崩壊



偏極ベクトル



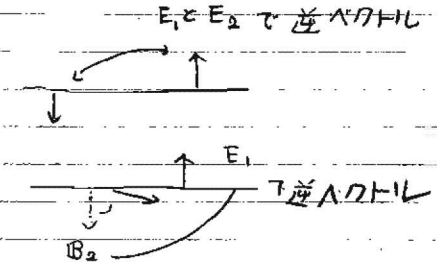
$\vec{E}, \vec{B}$ は直交 (k にも直交 → 横波)

スカラー ($S=0$) なので

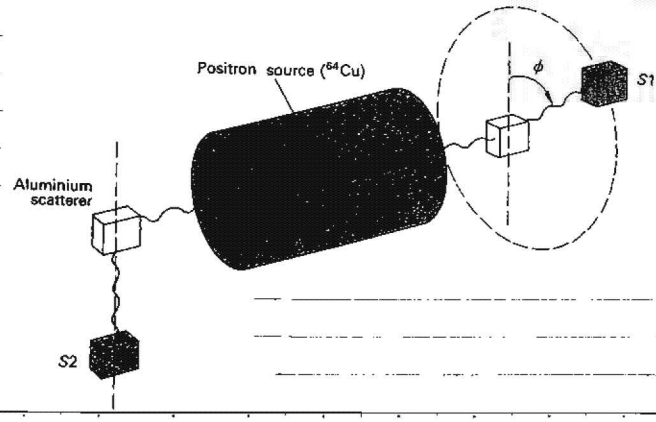
$\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 = \cos\phi$ (ϕ は ε_1 ε_2)

$(\varepsilon_1 \times \varepsilon_2) \cdot k = \sin\phi$

直観的に



$\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$ ↔ Pに対して 1 (スカラー)
$(\varepsilon \times \varepsilon) k$ ↔ P -1 (擬スカラー) ← $\sin^2\phi$ の相関



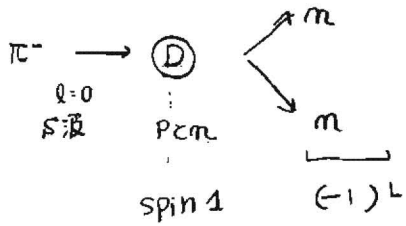
KOKUYO LOOSE-LEAF ノ-816A 7mm ruled × 35 lines

Date . . No.

(例12) パイオン π^+ $u\bar{d}$

粒子・反粒子・(-1) $(-1)^\ell$ $\ell=0$ scalar

$(-1)(-1)^\ell = -1$



$P_D = 1$

$P_n P_p (-1)^0 = 1$

2つの中性子の合成 spin=0,1

$S=1$ spin対称 反対称 $L=1$

$S=0$ spin反対称 $L=0$

$S+L=0$ → 角運動量が保存しない

π^- $\frac{1}{2}$

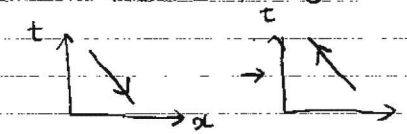
$P_\pi \cdot (-1)^0 \cdot P_D = (P_n)^2 (-1)^L$ $L=1,\ S=1$

$P_\pi = -1$ πは擬スカラー

(2) 荷電共役 [C: charge conjugation]

粒子-反粒子の入れ替え ($e^+ \leftrightarrow e^-$, $\pi^- \leftrightarrow \pi^+$)

反粒子の意味 "時間逆行している"



逆行している $e^{-iP_\mu x^\mu} \to e^{-i(-P_\mu)x}$

$= (\quad)^*$

複素共役

但し dirac場は 行列・spinorなので そのままではダメ

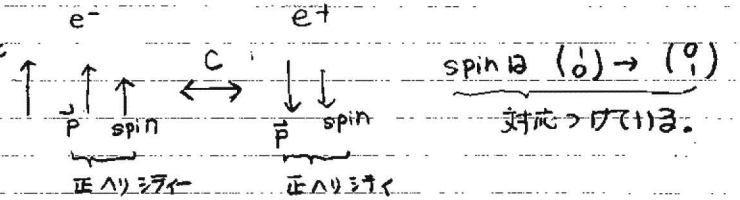
電荷が入れかわる. (QED $p \to p - eA$ ⇨ $p + eA$)

不変となる様に変換してる

$$\psi \to \psi^c = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & -1 & \\ & 1 & & \\ 1 & & & \end{bmatrix} \psi^* \quad \uparrow i\gamma^2$$

$1 \leftrightarrow 4$

$2 \leftrightarrow 3$ が対応している



spinは $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ 対応づけている.

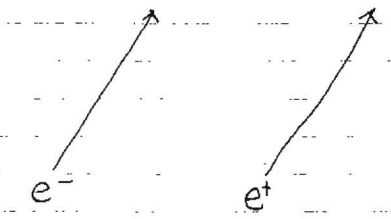
実際, $\psi_c^{(1)} = -i\gamma^2 [u^{(1)}(p) e^{ipx}]^*$

$= -i\gamma^2 u^{(1)*}(p)\, e^{ipx}$

$$u = \begin{pmatrix}1\\0\\\frac{\sigma\cdot p}{\omega}\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\1\\\frac{\sigma p}{\omega}\end{pmatrix} \begin{pmatrix}-\frac{\sigma p}{\omega}\\0\\1\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\-\frac{\sigma p}{\omega}\\0\\1\end{pmatrix}$$

$\to u^{(4)}(-p) e^{ip}$

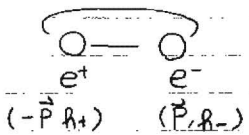
[例1] 光のC変換性



$$\begin{cases} J \to -J \\ A \to -A \\ E \to -E \end{cases}$$

光子のC変換　$C_\gamma = -1$

[例2] ポジトロニウム（複合系）



e^-生成　e^+生成

$$\psi(\vec{P}, h_-, h_+)\, a^+(\vec{P}\ h_-)\ b^+(-\vec{P}\ h_+)|0\rangle$$

$$\Downarrow C$$

$$\psi(\vec{P}\ h_-\ h_+)\ b^+(\vec{P}\ h_-)\ a^+(-\vec{P}\ h_+)|0\rangle$$

$$= -\psi(\vec{P}\ h_-\ h_+)\ a^+(-\vec{P}\ h_+)\ b^+(\vec{P}\ h_-)|0\rangle$$

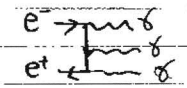
$$\{a^+, b^+\} = 0$$

$$= -\psi(-\vec{P}, h_+\ h_-)\ a^+(\vec{P}\ h_-)\ b^+(-\vec{P}\ h_+)|0\rangle$$

P変換性 × spinの入れかえ × (-1)

$(-1)^L$　　$(-1)^{S+1}$　　(-1)

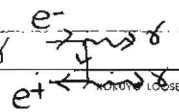
$C = (-1)^{L+S}$



$\to \alpha^3$

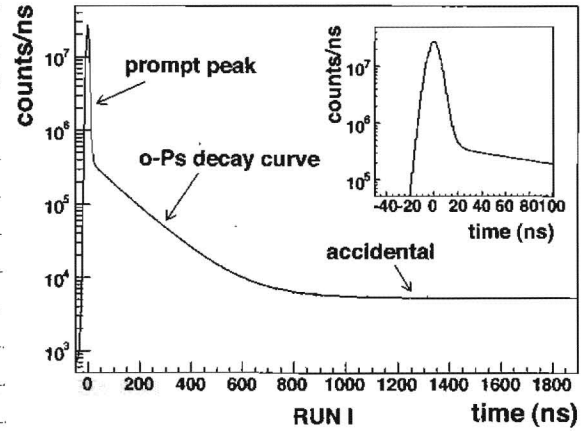
寿命が大きく違う。

$L=0$
- $S=1$ オルソ　$C=-1 \Rightarrow$ 奇数個γ
- $S=0$ パラ　$C=1 \Rightarrow$ 偶数個γ

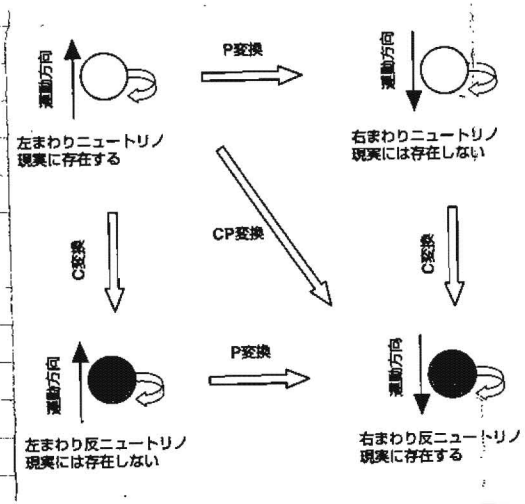


α^2

o-PS → 3γ　$\tau = 142.05$ nsec
p-PS → 2γ　$\tau = 125$ psec
1000倍以上違う。



[例2] νに対するC, P変換



C変換してもヘリシティーは不変

$\nu_L \overset{C}{\longleftrightarrow} \bar{\nu}_L$

（これがない）

⇩

反粒子がない？

弱い相互作用はC変換に対しても破れている。

CPすると

$\bar{\nu}_R$ これはある

→ CPは"保存"と思われている

Dirac 10をもう一度

νの質量〜0（'98 神岡でν振動が発見されるまで"0"）

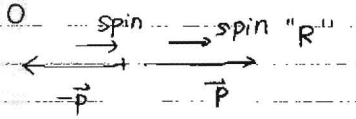
$\nu_e < eV \quad \nu_{\mu,\tau} < 10^{-2} \sim 10^{-3} eV$

m〜0として良い。

ワイル表現でνを考える（$m \ll p$）

$$\begin{pmatrix} -m & E-\vec{\sigma}\vec{p} \\ E+\vec{\sigma}\vec{p} & -m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi_2 \\ \chi_1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & E-\vec{\sigma}\vec{p} \\ E+\vec{\sigma}\vec{p} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi_2 \\ \chi_1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} (E-\vec{\sigma}\vec{p})\chi_1 = 0 \\ (E+\vec{\sigma}\vec{p})\chi_2 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{\sigma}\vec{p}/p\ \chi_1 = \chi_1 \ (\text{"R"}) \leftarrow \text{反粒子} \\ \vec{\sigma}\vec{p}/p\ \chi_2 = -\chi_2 \ (\text{"L"}) \longleftarrow \text{粒子} \end{cases}$$

→ 4つ解でなくて2つ解になっている。
massがないと LとRは別の粒子

質量がない時 ν_L と $\bar{\nu}_R$ があるだけ。

（おまけ）
この粒子と反粒子を区別しない（同じ）
majorana（マヨナラ）粒子）
⇓
chargeがない粒子でないといけない

$\nu_M = \nu_L + \bar{\nu}_R$ 　νがマヨナラかどうかは実験的に決めないといけない → まだ。

[3] CP対称性

C, P は弱い相互作用以外は保存
弱い相互作用では νがほぼmasslos C 100%
R に対してつっかない P 100%）破っている

CPは"OK"と考えられていた。

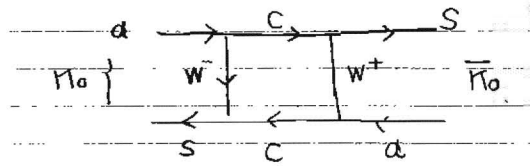
$$\begin{cases} K_0 \ (\bar{s}d) \\ \bar{K}_0 \ (s\bar{d}) \end{cases}$$

反粒子の関係にある中性粒子（ν）がおもしろい。

$$\begin{cases} K_0 \xrightarrow{C} \bar{K}_0 \\ K_0 \xrightarrow{P} -K_0 \ (\text{擬スカラー}) \end{cases}$$

$CP|K_0\rangle = -|\bar{K}_0\rangle$ ← 固有状態になっていない。

"S"は保存量でない



2つの状態は100%混合して

$|K_\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_0\rangle \mp |\bar{K}_0\rangle)$

$CP|K_\pm\rangle = \pm|K_\pm\rangle$ ← 固有状態になっている。

一方 K（"ケーオン" Keon と呼ぶ）は π に崩壊する

。$\pi^+\pi^-$の系

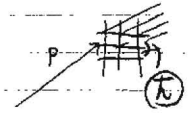
$$CP(\underbrace{\pi^+\pi^-}_{\text{L=0の系}}) = (+1)(\pi^+\pi^-)$$

○ $\pi^+\pi^-\pi^0$

3つの L ~0
$P(3\pi) = -3\pi$

$CP(3\pi) = (-1)(3\pi)$

CPが保存しているなら



$|K_+\rangle \to \pi^+\pi^-,\ \pi^0\pi^0$ 2体

$|K_-\rangle \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 3体

$\int \frac{d^3p}{2E}$

質量 K ~ 500MeV
π ~ 140MeV × 3 ~ 420MeV) Pが小さくなる

$|K_+\rangle = |K_S\rangle$ $\tau \sim (0.89\times10^{-10})$秒
$|K_-\rangle = |K_L\rangle$ $\tau \sim (5.2\times10^{-8})$秒

⇩

寿命が600倍ちがう
(o-Psの寿命の例も考えてみて)

終機: 量子力学: 区別なしで"大"単位のキューロックがいくつあるか
~位相空間
(phase space)

⇩

可能な終状態の和なので
→ 大きい方が反応がおこりやすい.

K_S $c\times\tau_S\times\gamma \sim 10$cm ← 検出器サイズで崩壊
K_L $c\times\tau_L\times\gamma \sim 100$m ← 〃 では安定

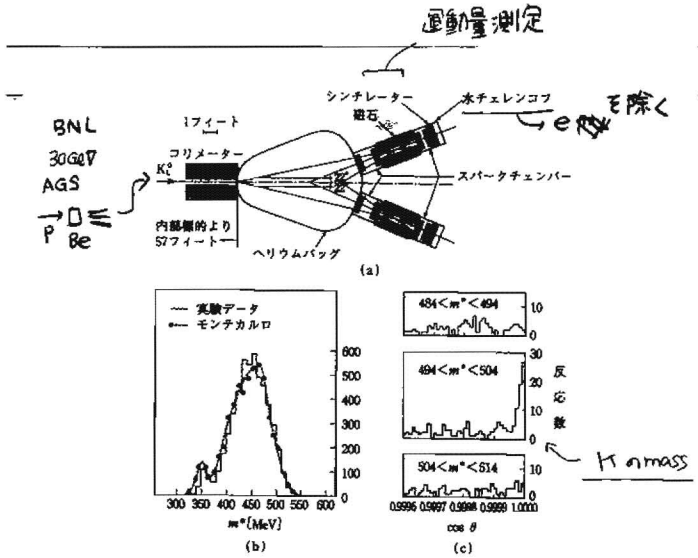


図 11.5 CPの破れを発見した実験[4]
(a) 装置：左方から K_L のビームが入ってきてヘリウムの袋の中で 2π に崩壊し，各々の π の運動量がシンチレーションカウンター，放電箱，磁石よりなるカウンターテレスコープで測定される．ヘリウムバッグ中央にある物質は K_S を再生して，$K\to2\pi$ を較正するためのもの．
(b) 再構築された K の質量分布．
(c) $m^*\simeq m_K$ のデータだけ 0° 方向にピークが存在する．すなわち $K_L\to2\pi$ の存在の証拠．

1964
クローニン
フィッチ
"CP"の破れ発見

$K_L \to 2\pi$
CP(-1) CP(+)

① バックグラウンド
→ヘリウム
② 2π をえらぶアイデア

$Br = \frac{K_L\to\pi\pi}{K_L\to all} \sim 2\times10^{-3}$
の破れ

Tの破れ

・CPTが破れていないなら (ローレンツ不変と局所性から成立)

$\cancel{CP} \leftrightarrow \cancel{T}$ であるが $\cancel{T}$ と $\cancel{CP}$ は本来ちがうもの

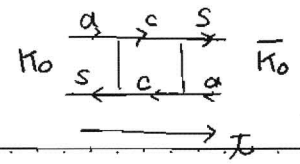
CPLEAR

$p+\bar{p} \to K^-\pi^+K_0$
$\to K^+\pi^-\bar{K}_0$

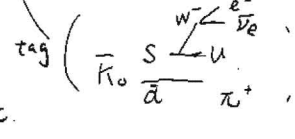
K_0 か $\bar{K}_0$ かかtag

$K_0 \to \bar{K}_0$
$\bar{K}_0 \to K_0$ ∧ 振動

この差があった $(6.6\pm1.6)\times10^{-3}$



同じではなかった



CP や T の破れの原因？

小林・益川 行列 に残る"複素成分"

弱い相互作用

$$(\bar{u}\ \bar{c}\ \bar{t})\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{tb} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

↑ KM行列　　↑ massの固有状態

↓

弱い相互作用の固有状態

⇩ これが 対角行列だと simpleなのだが
非対角成分が残る　（レプトンは ~対角）

例として

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

↑ キャビボ角　$\sin\theta_c \sim 0.23$

$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$ 第1世代と反応する

Sの（$\sin^2\theta_c$）の確率で d' となって

⇩ strangeが 長寿命になる
異なる世代へ行く理由

2つだけだと 複素位相は"見えない" quark位相 におし込めることが出来る。

→ 3世代以上だと消えない

$$V = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

⇙ KM ノーベル賞

具体的に

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - eA_\mu) - m]\psi = 0$$

$$[\gamma^\mu[i\partial_\mu + eA_\mu) - m]\psi^c = 0$$　ψ^c が 反粒子

エルミート共

$$\psi^\dagger\ [\gamma^{\mu\dagger}(-i\partial_\mu - eA_\mu) - m] = 0$$

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0 \qquad \gamma^{k\dagger} = \gamma^0\gamma^k\gamma^0$$

$$\underbrace{\psi^\dagger\gamma^0}_{\bar{\psi}}{}^\dagger\gamma^0\ [\gamma^{\mu\dagger}(-i\partial_\mu - eA_\mu) - m]\gamma_0 = 0$$

$$\bar{\psi}\ [-\gamma^\mu(i\partial_\mu + eA_\mu) - m] = 0$$

↓ てんち

$$-\gamma^{\mu T}(i\partial_\mu + qA_\mu - m]\bar{\psi}^T = 0$$

$C^{-1}C$

$C \rightarrow$

$$\begin{cases} C\gamma^{\mu T}C^{-1} = -\gamma^\mu \\ \psi^c = C\bar{\psi}^T \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & +1 \\ & & -1 & \\ & -1 & & \\ +1 & & & \end{pmatrix}$$

↖ γ_0

J_μ　$\psi^\dagger\gamma_\mu\psi$
$\hat{\gamma}_0$