

第4回 スピンと質量

Newton方程式

$$m \, dv/dt = F$$

$$dP/dt = F$$

Fdt 運動量の変化 dP

$$P = mv$$

m : 運動量と速度の比例係数
慣性質量:

Fdt の力積 に対して、 dv の変化
を抑制する効果 → 慣性
inertia

m は定数?

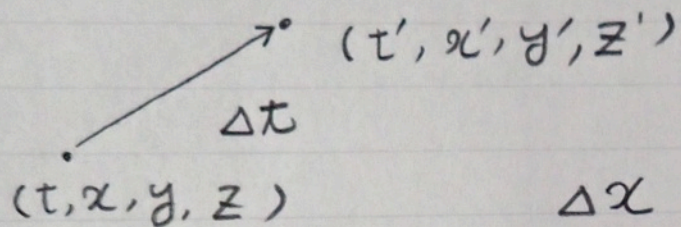
1 限目 $E^2 = m^2 + p^2$

m は $m_0 \gamma$

時空の回転対称性 (回転の保存量)

円, 球の半径の異なるもの

ローレンツ変換は
時間と空間の
回転



$$\Delta x = \underbrace{v_i}_{\substack{\uparrow \\ \text{この速度}}} \Delta t$$

$$(ds)^2 = -(c \Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

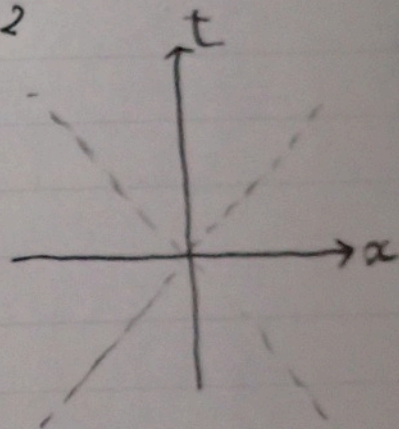
$$= -(c \Delta t)^2 \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right) < 0$$

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \beta^2}$$

(固有時間) \leftarrow ぶらぶらの時間

$$(ds)^2 = -c^2 (d\tau)^2$$

\downarrow
座標に於ける時間



この固有時間で速度などを考える

$$u^{0,1,2,3} = \frac{dx^{0,1,2,3}}{d\tau} = \left(\frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)$$

m ϵ が定まる \Downarrow $\mu=0,1,2,3$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$
 $p^\mu = (mc\gamma, m\gamma\vec{v})$

$\beta \ll 1$, 非相対論

$m\vec{v} = \text{Newton方程式}$

$\vec{p} \Leftrightarrow \Downarrow$ 慣性質量

$$E = mc\gamma$$

$$-E^2 + p^2 = -m^2 \Rightarrow \underline{\underline{E^2 = p^2 + m^2}}$$

どれだけ力を加えても、光速を超えられない理由

$$Fdt = dP$$

光速を超えられない、理由

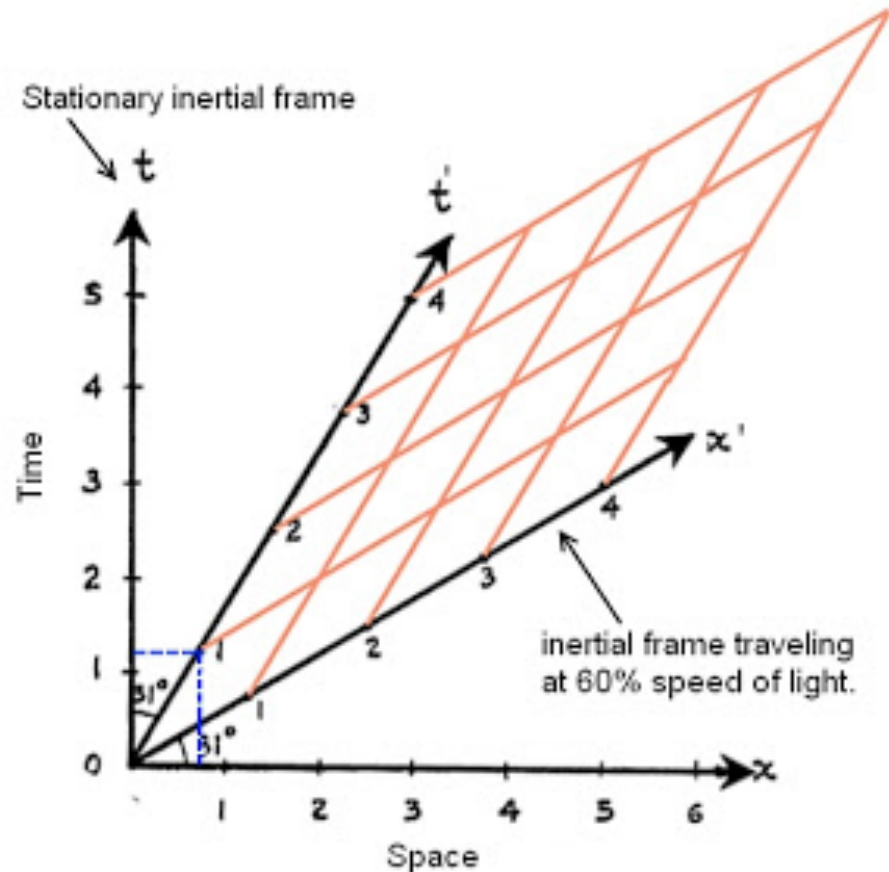
$$dP = m_0 d(\gamma v)$$

$$v \rightarrow c$$

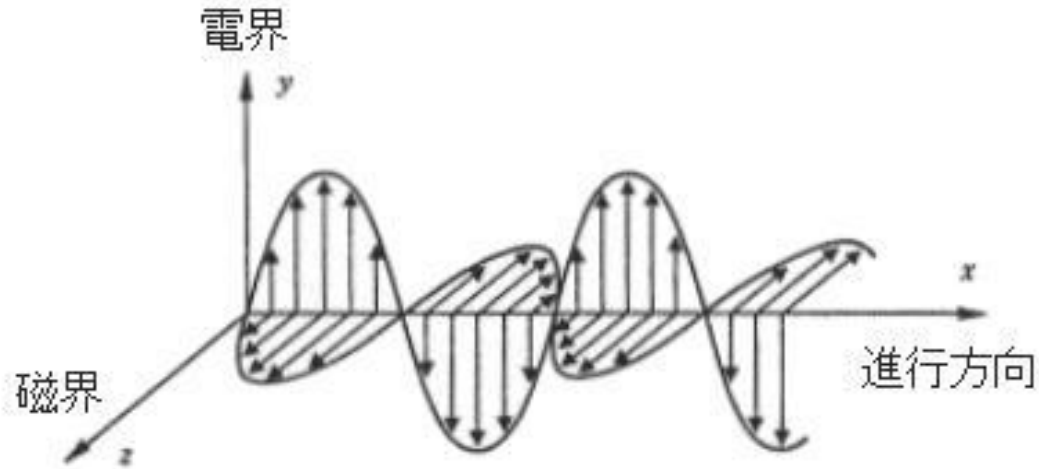
$$\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$$

$$\gamma \rightarrow \infty$$

運動量はちゃんと大きくなっていくけど



質量と光速



$$C = 1/\sqrt{\epsilon\mu} = \text{定数}$$

真空の性質で決まってる

(宿題) Cを出してみる

他の粒子の質量がゼロだったら、

$$E = cP$$

質量とは？ 慣性質量 vs 重力質量

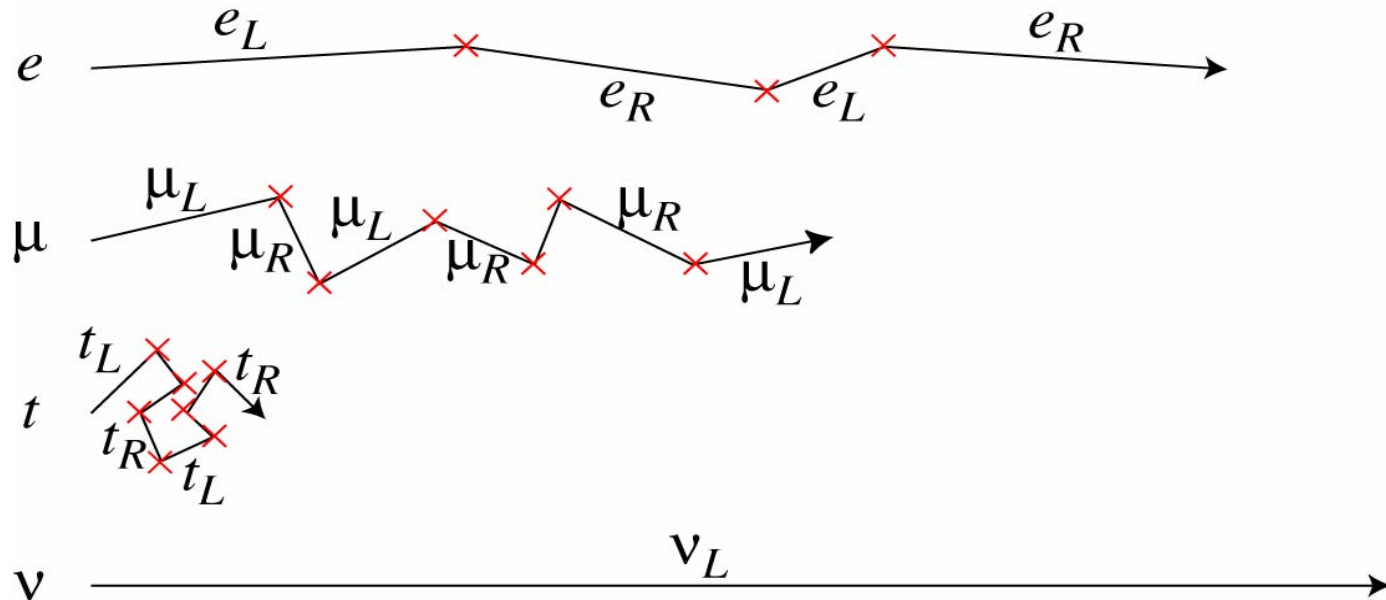
慣性質量： 力を加えて速度の変化を阻害する。 $F=m_i a$
 大きな質量のとき変化しなくて 速度が遅いまま。

重力質量： 重力の強さ (重さ) 重力 $F=m_g g$
 この二つが同じ 等価原理(弱い等価原理) 実験的事実であって理由は??

12桁ぐらいの精度 γ 

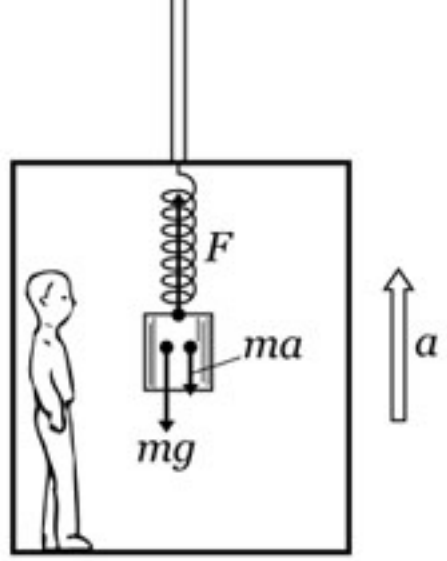
質量が重いモノほど運動
(すすみ)が阻害される。

そのパラメーターが
質量



質量は、素粒子にとって致命的な問題

等価原理をどう考えるか？

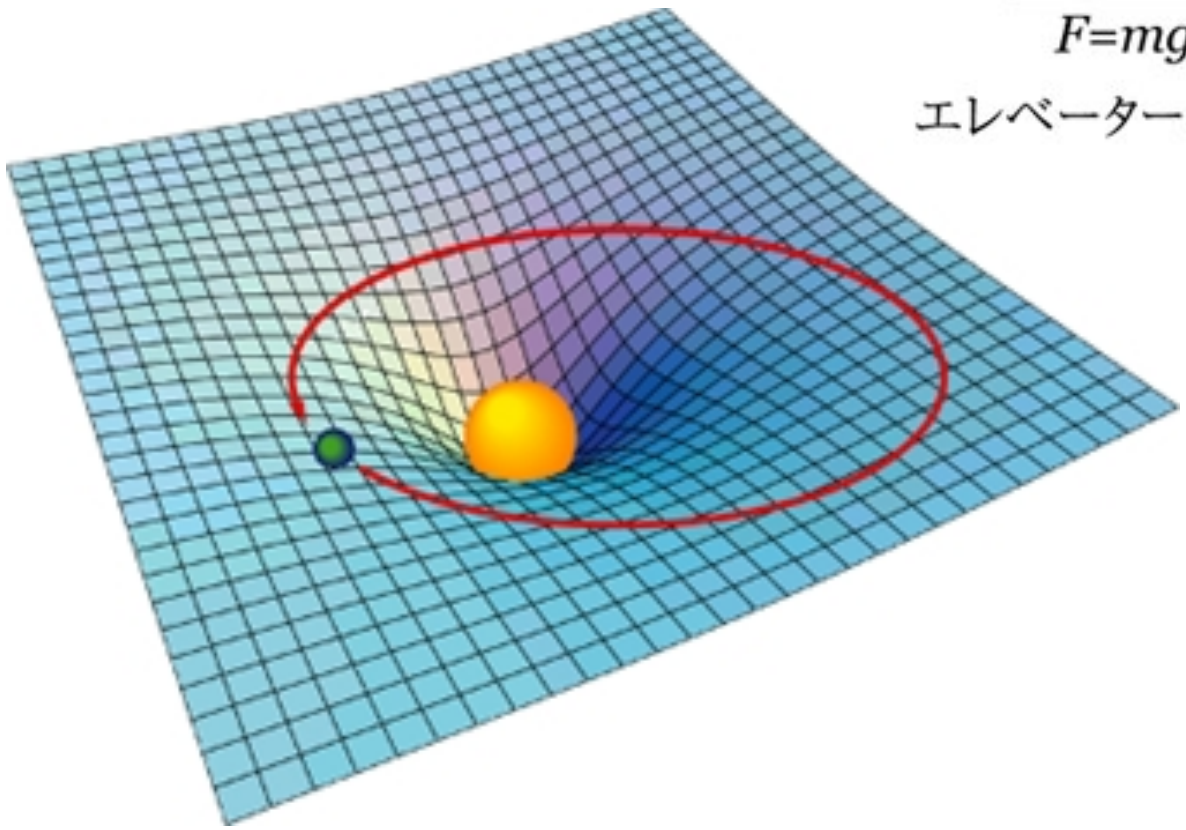


慣性力

外から
 $mg+ma$

$$F=mg+ma$$

エレベーターの中のおもり

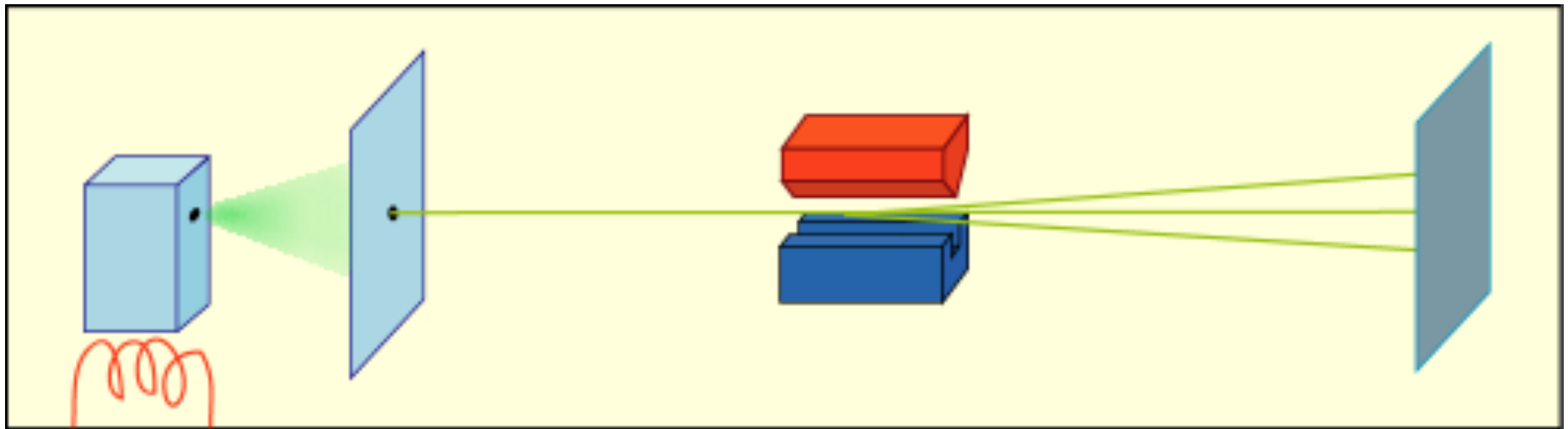


$$F=m_1a$$

$$F=G \frac{Mm_G}{r^2}$$

素粒子のスピン

シュテルン・ゲルラッハ実験

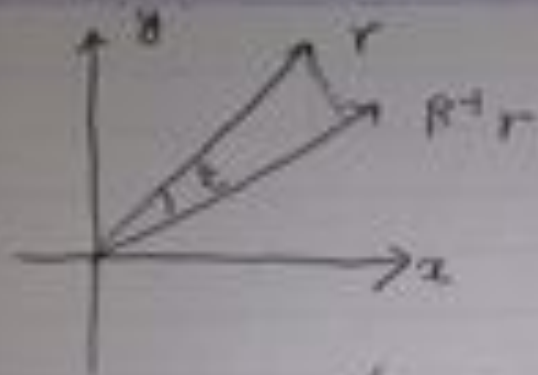


Ag $Z=47$ (18+18+1)

銀を加熱して
原子と取り出す

閉殻構造に1つだけS軌道の電子で
角運動量がないはずの

角運動量演算子



R は ϵ の回転

$$R(R^{-1}\vec{r}) = \vec{r}$$

$$\psi'(\vec{r}) = \psi(R^{-1}\vec{r}) \equiv U\psi(\vec{r})$$

↑
座標の回転による ψ の変換

$$U(\epsilon)\psi(x, y, z) = \psi(R^{-1}\vec{r})$$

$$= \psi(x + \epsilon y, y - \epsilon x, z)$$

$$= \psi(x, y, z) + \epsilon \left(y \frac{\partial \psi}{\partial x} - x \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$$

$$= [1 - \epsilon (x P_y - y P_x)] \psi$$

$$= (1 - i\epsilon L_z) \psi$$

$$(P_x = -i\frac{\partial}{\partial y}, P_y = -i\frac{\partial}{\partial x}) \quad \underbrace{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}_{\text{角運動量}}$$

$$\epsilon = \frac{\theta}{n} \quad n \rightarrow \infty$$

$$U(\theta) = [U(\epsilon)]^n = (1 - i\frac{\theta}{n} L_z)^n = e^{-i\theta L_z}$$

角運動量が回転

⇕
回転対称性があると角運動量保存

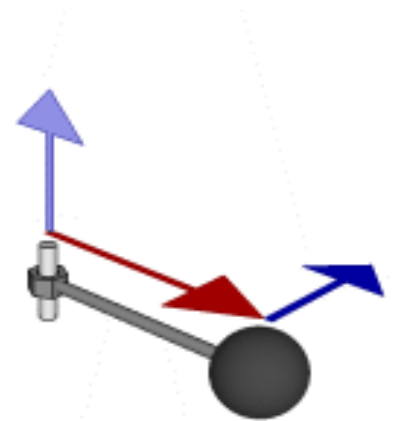
素粒子のスピン

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$



素粒子はスピンを
もっている。
スピン: 角運動量(ぐるぐる回転)
と同じ性質

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ \mathbf{L} &= \mathbf{r} \times \mathbf{p} \end{aligned}$$



スピン $1 \hbar$ ぐるっと1回転
スピン $\frac{1}{2}$ って?

ぐるぐる1回転まわすことに対応

ぐるっとまわすと、どれだけ回るか。。。に対応している

ボーズ粒子 (整数スピン)

360度でもとの状態に戻る。(我々の感性)

フェルミ粒子 (半整数スピン)

360度回しても符号が逆:

720度回してはじ

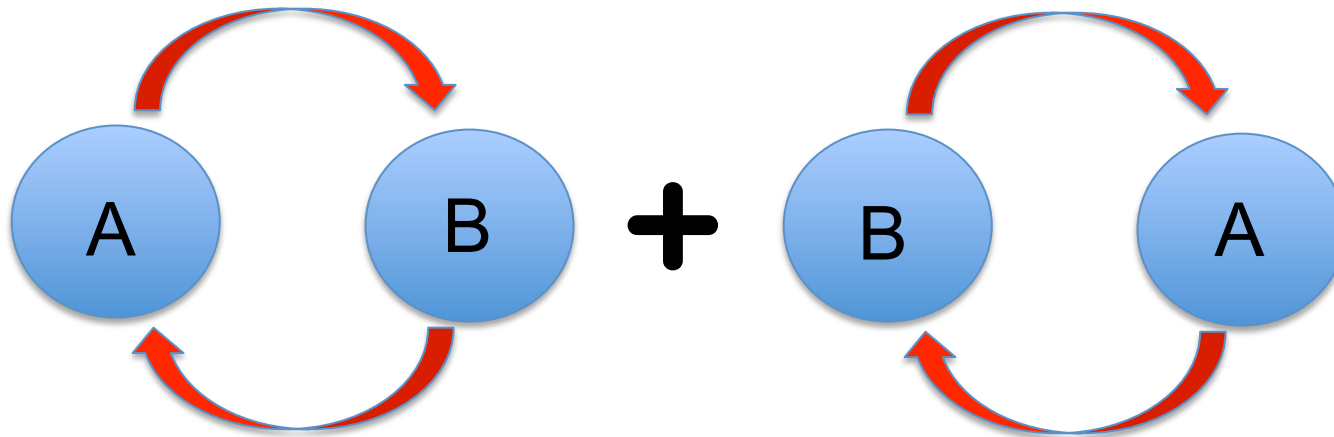
めてもとの状態に戻る。

スピン: 素粒子固有の性質であると同時に、空間の見え方を表している

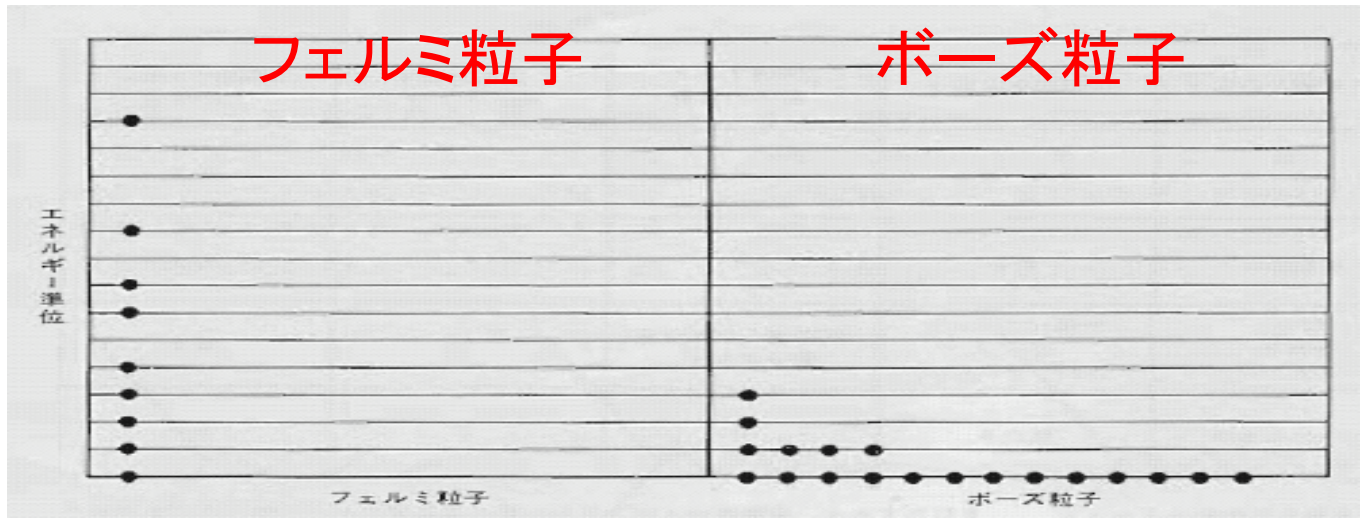
スピンとパウリの排他律

電子Aと電子Bを区別しない

$180+180=360$ 度の回転



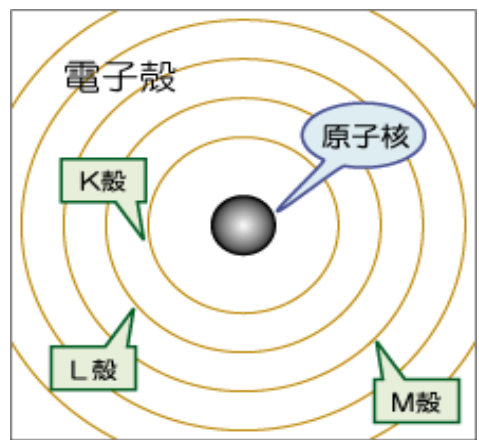
パウリの排他律とボーズ凝縮



血液型で言えば
A型とB型だと
思って下さい

物質を作る：(クォーク・レプトン)
フェルミ粒子と呼ばれ スピン $\frac{1}{2}$
「秩序」を重んじ、同じ状態には1個

力を伝える：(光、W、Z、グルーオンなど)
ボーズ粒子とよばれ スピン 1,0



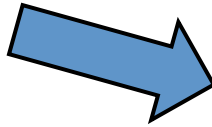
化学の時間で電子の軌道を勉強したと思いますが、同じ状態に入れられないから、下の状態から詰まっていく

しかな状態にいくつでも入れる
(レーザー、超伝導は同じ状態にいっぱい入っている)

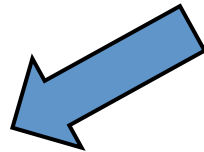
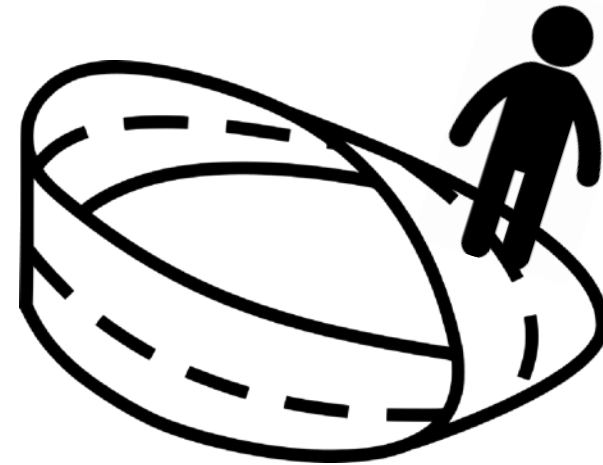
一個ぐらい消えてもいい
自由に生成あたり、消滅したり出来る
力を伝える性質

2回転してもとに戻る例

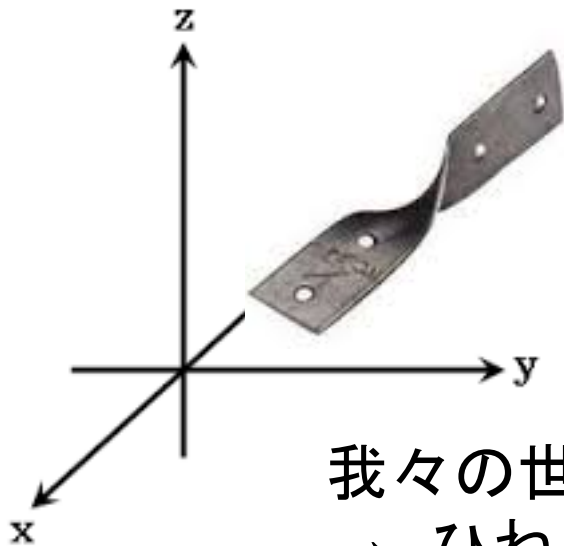
メビウスの輪



3次元世界に住んでいるんですが
まあ、2次元に1つ次元を下げて
考えてみる。ただの平面でなく、
このメビウスの輪の上に
住んでいる人を考えてみる



普通の2次元に裏と表の自由度があるので、
2次元+表裏の空間に見える。



我々の世界は3次元+ ひねりの入った世界
→ ひねりの次元(フェルミオン次元)が加わった世界

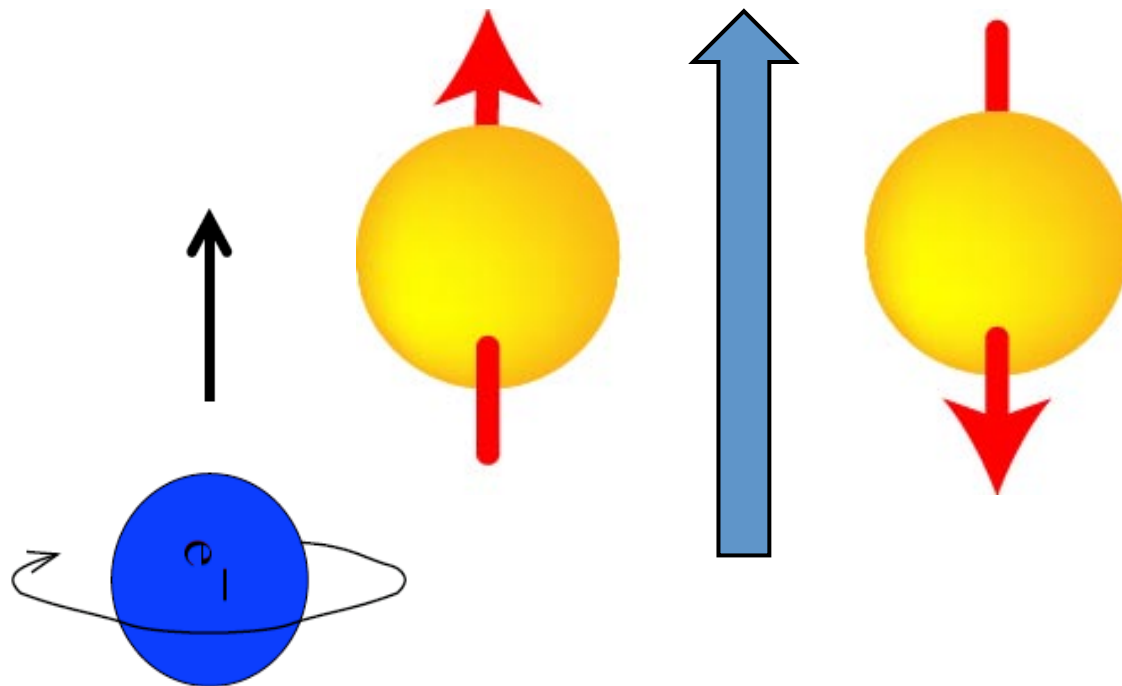
素粒子のスピン の違いって？

2種類: 進行方向むいているか
その反対

右巻き(R)
スピン

進行方向

左巻き(L)
スピン



スピン:
角運動量と同じ性質

素粒子がもつ
固有の性質

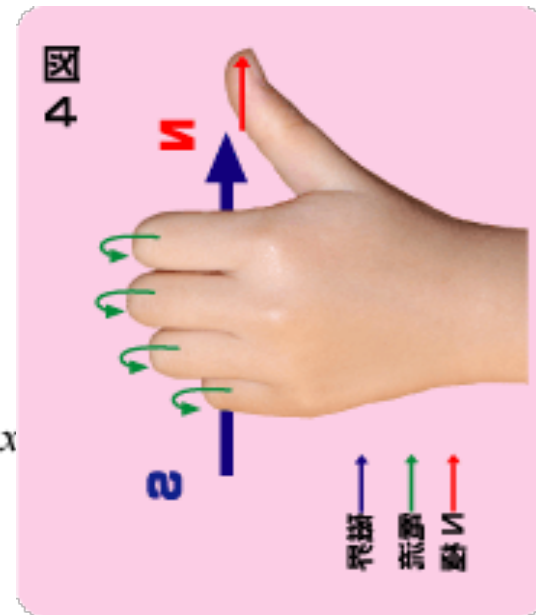
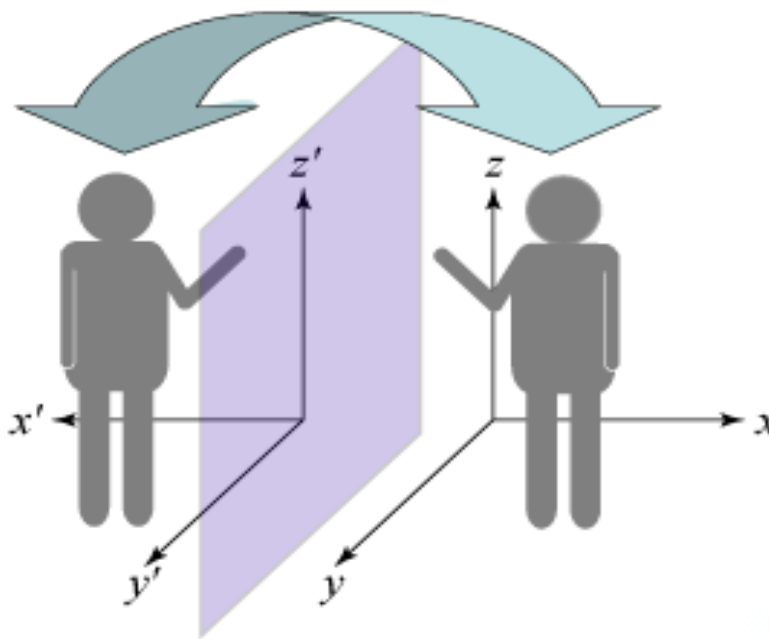
スピンの2価性？

鏡の中の物理法則

パリティ：座標だけ

右手系

左手系



第一章 神岡鉱山で何が起ったのか？

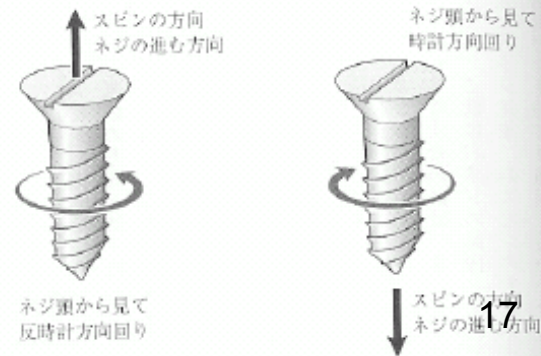
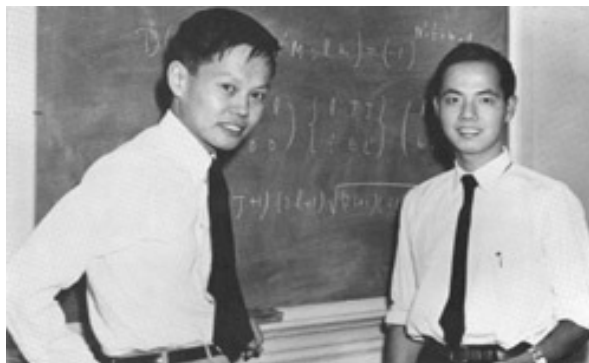
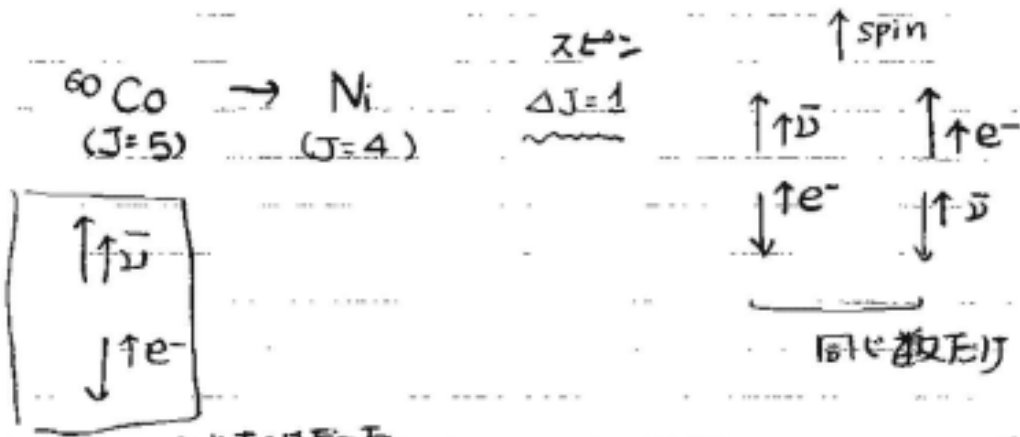


図1A 右ネジの方向とスピンの方向

左巻きニュートリノだけ

Wuさん
1957

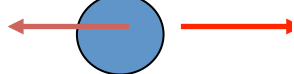


左巻きニュートリノ
(右巻き反ニュートリノ)だけが
この反応している!!!

鏡で映した関係: パリティー スピン

スピン: 角運動量 = $r \cdot p$

スピン 運動



左巻き (L)



スピン 運動

運動

右巻き (R)

→ 標準理論では
左巻きニュートリノだけが
存在!
→ これを覆したのが
ニュートリノ振動の発見

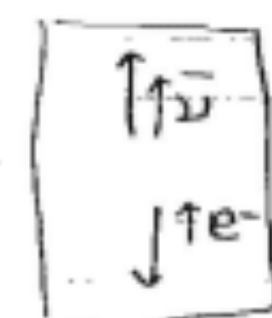
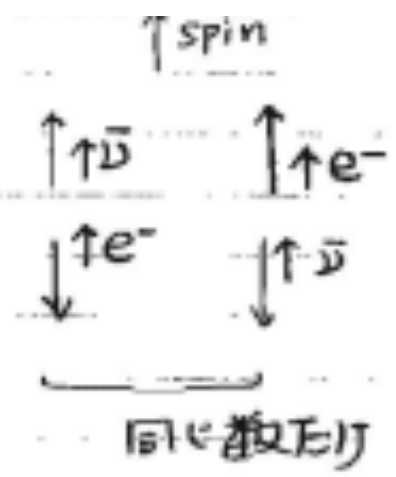
質量の存在:

SK
SNO

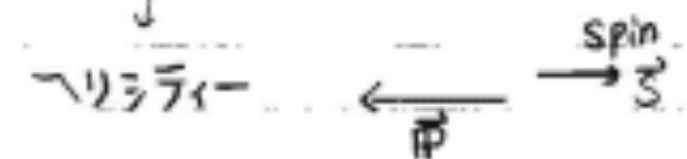




スピン
 $\Delta J=1$



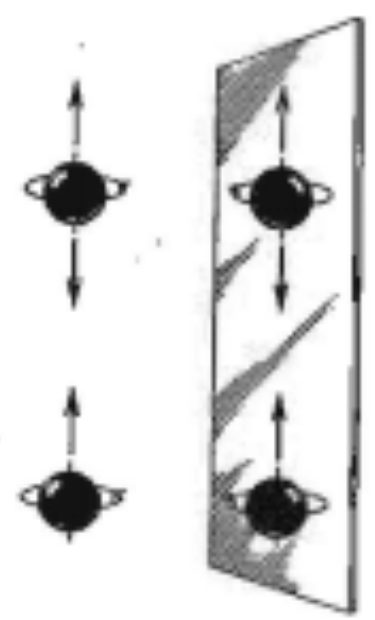
このあたりで

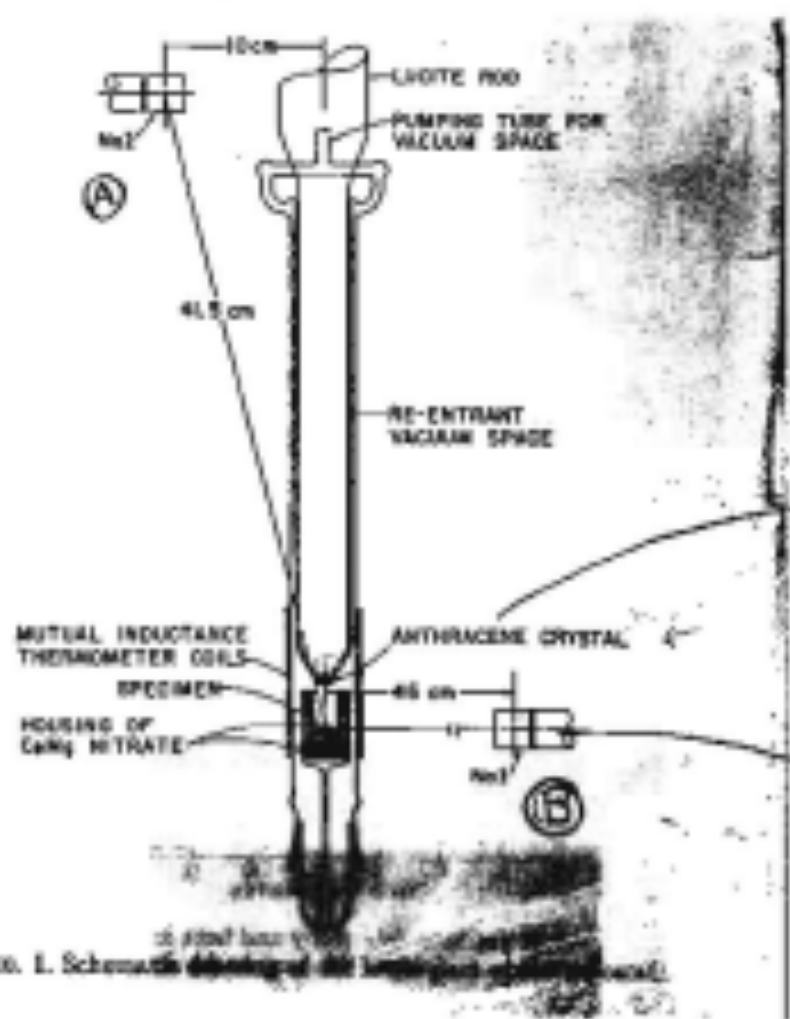


$$h = \frac{\vec{P} \cdot \vec{S}}{|\vec{P}|} = \pm \frac{1}{2}$$

左向き ($h = -\frac{1}{2}$) だけ

$$\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_\nu = \bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu$$





$\sim 100 \text{ G}$ $e^- \Sigma$ Polarized
 spin-spin 相互作用下
 ^{60}Co 核も polarized
 $t_{1/2}$ 5.2 年
 $Q = 314 \text{ keV}$

了したエン結晶 β 計数装置
 (有様 324)

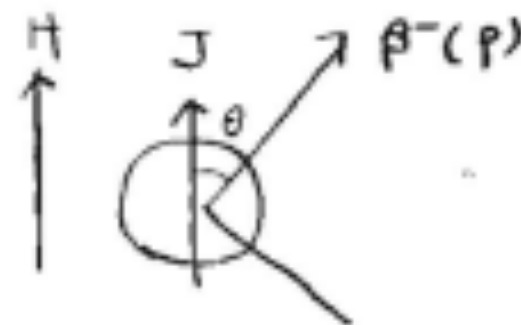
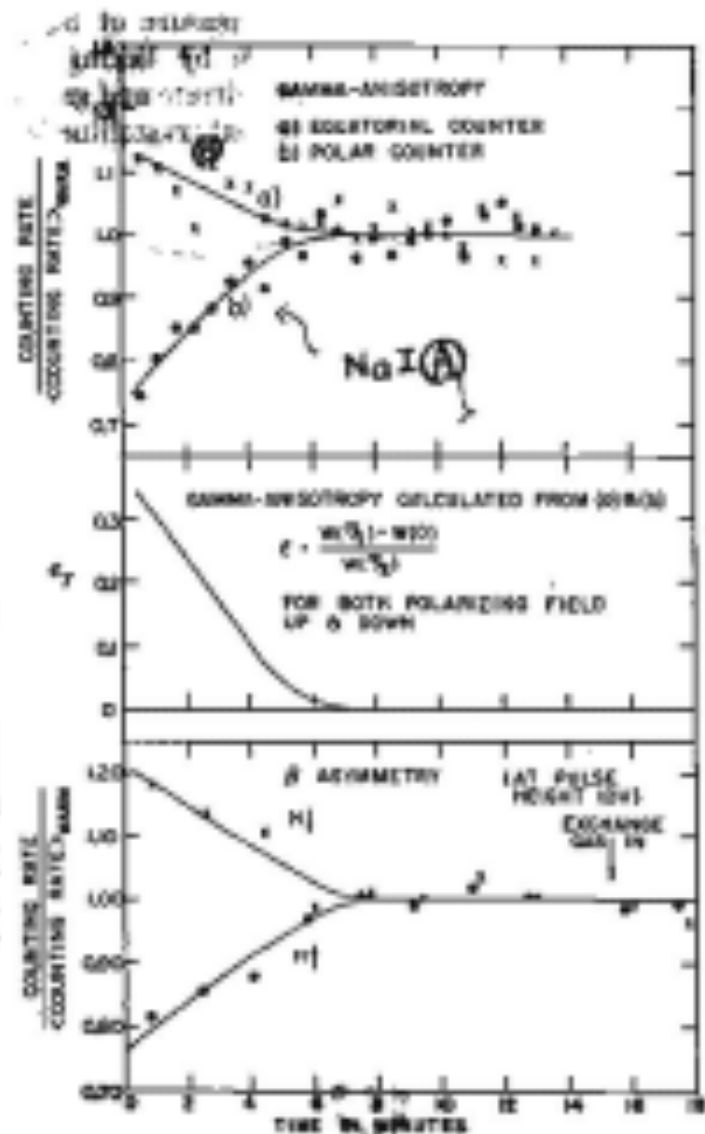


FIG. 1. Schematic diagram of the apparatus



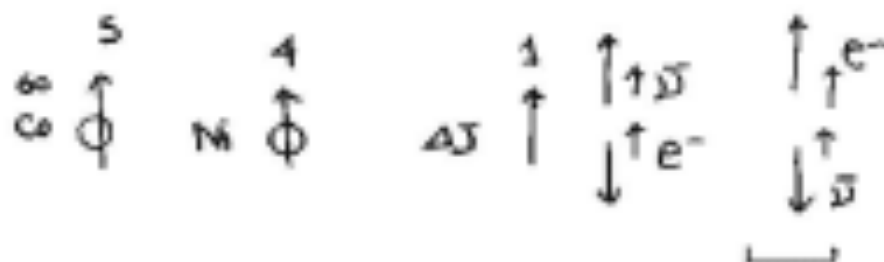
$$\frac{W_{\uparrow} - W_{\downarrow}}{W_{\uparrow} + W_{\downarrow}} = \cos \theta \leftarrow \begin{matrix} \cos \theta \text{ に対し} \\ \text{対称の} \\ \text{は} \end{matrix}$$

核子が偏極していること

checkしている

Neから出る → 核子のスピンのこと

偏極が弱くなるほど過程を $M=1$ としている



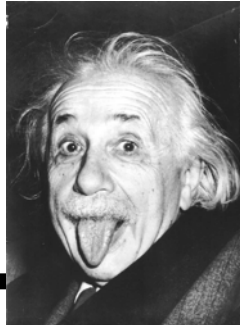
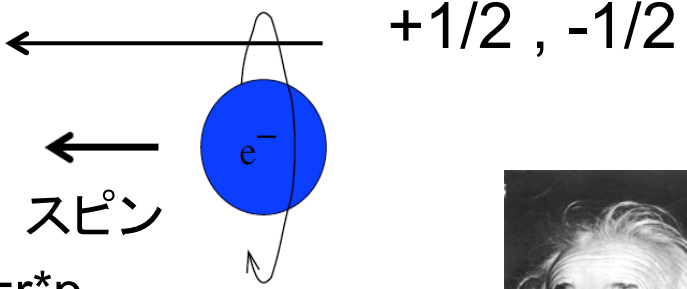
カイラル対称性と質量

鏡の中は別世界

鏡で映した関係: パリティ



スピン $1/2$ のフェルミ粒子:
運動方向で量子化



1957年
弱い力で **パリティが破れている**。
実験で発見

左巻き: 弱い力の電荷を持っている
右巻き: 弱い力の電荷をもっていない

質量がある = 光速より遅くなる
光速で追い越す(ローレンツ変換)
左巻きだった粒子が
右巻き粒子になってしまう

別の素粒子に変わる