

インフレーション宇宙と宇宙背景輻射

Feb. 28 and 29, 2016 @第22回ICEPPシンポジウム

高橋 史宜 (東北大学)

講義内容

- 1.なぜインフレーションが必要か?
- 2.どうやってインフレーションを実現するのか?
- 3.どうやって観測から検証するのか?
- 4.現在インフレーションの何がわかっていて将来 何がわかる(らない)のか?

1. なぜインフレーションが必要か?

ー 標準宇宙論とその歴史

歴史

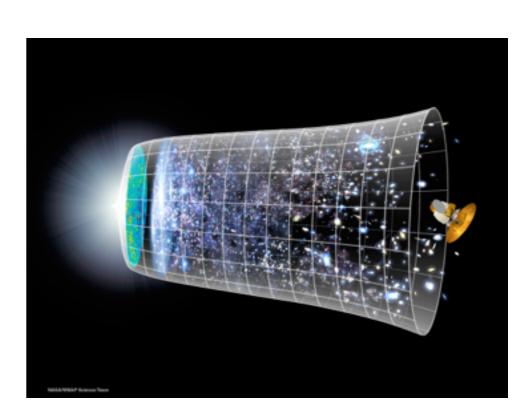
1915 一般相対性理論 (A. Einstein)

1922 Friedmann宇宙模型

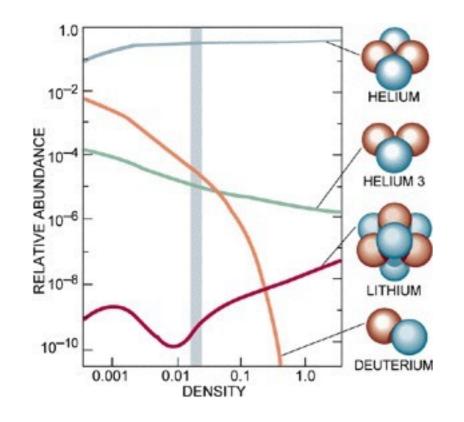
1929 宇宙膨張の発見 (E. Hubble)

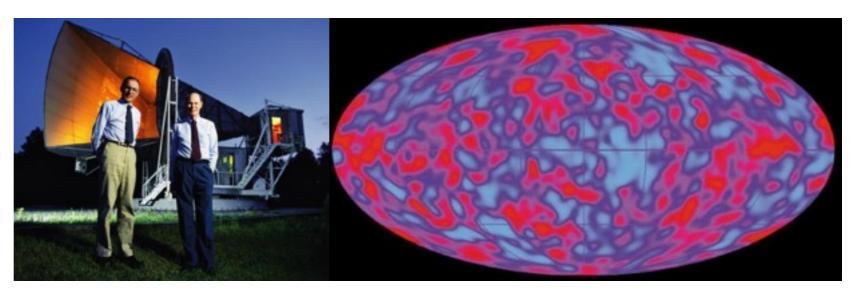
1946 Bigbang宇宙の提唱 (G. Gamov)

1965 CMBの発見 (Penzias&Wilson)



1980-81 インフレーション宇宙 (A. Guth, K. Sato, A. Starobinsky, and many others) 1992 CMB温度揺らぎの発見 (COBE衛星)





歴史

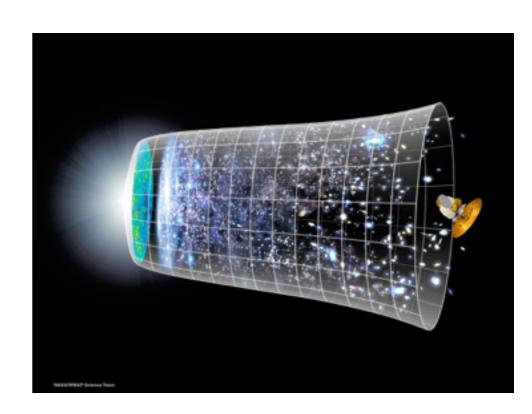
1915 一般相対性理論 (A. Einstein)

1922 Friedmann宇宙模型

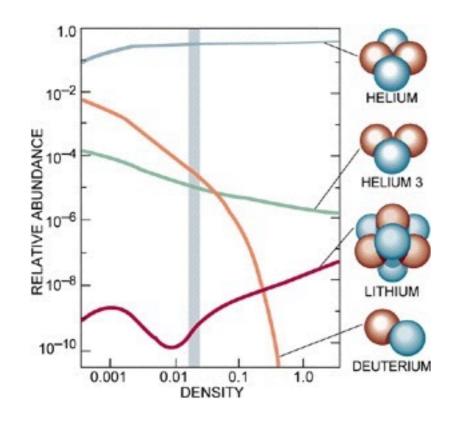
1929 宇宙膨張の発見 (E. Hubble)

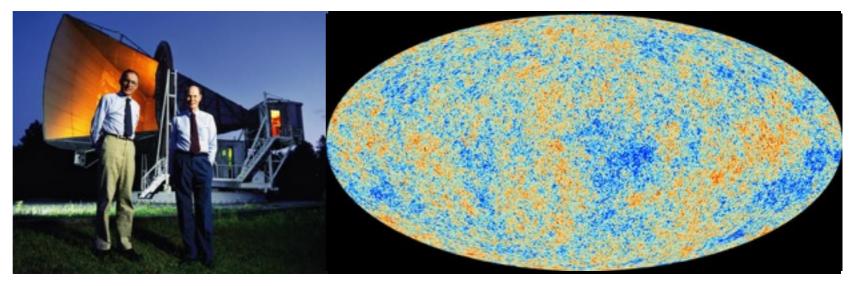
1946 Bigbang宇宙の提唱 (G. Gamov)

1965 CMBの発見 (Penzias&Wilson)



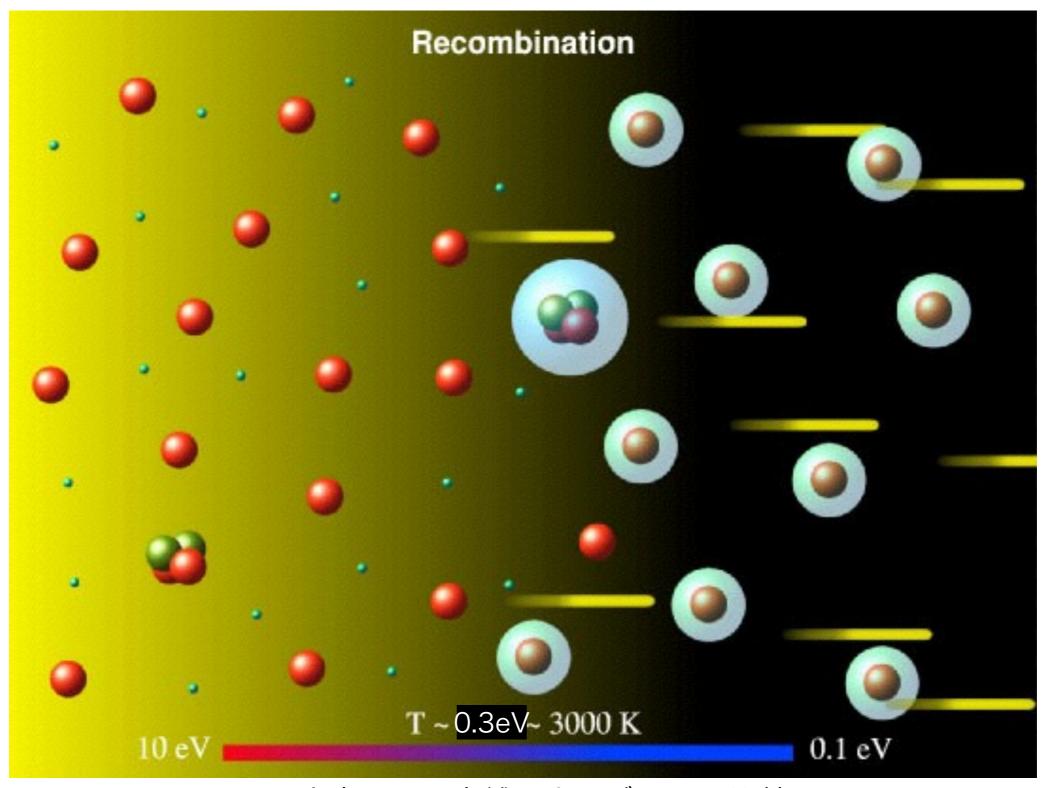
1980-81 インフレーション宇宙 (A. Guth, K. Sato, A. Starobinsky, and many others) 1992 CMB温度揺らぎの発見 (COBE衛星)





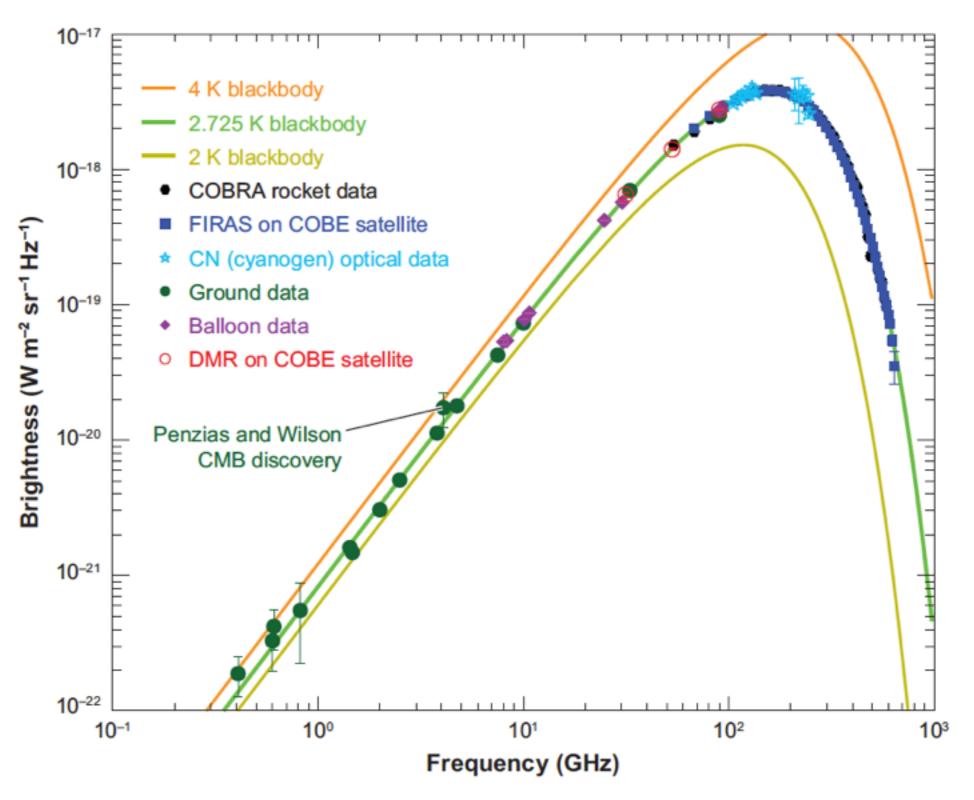
宇宙背景輻射

Cosmic Microwave Background (CMB)



Q. 水素原子の束縛エネルギーとの比較

CMBは非常に美しいPlanck分布



宇宙はかつて熱平衡状態にあった

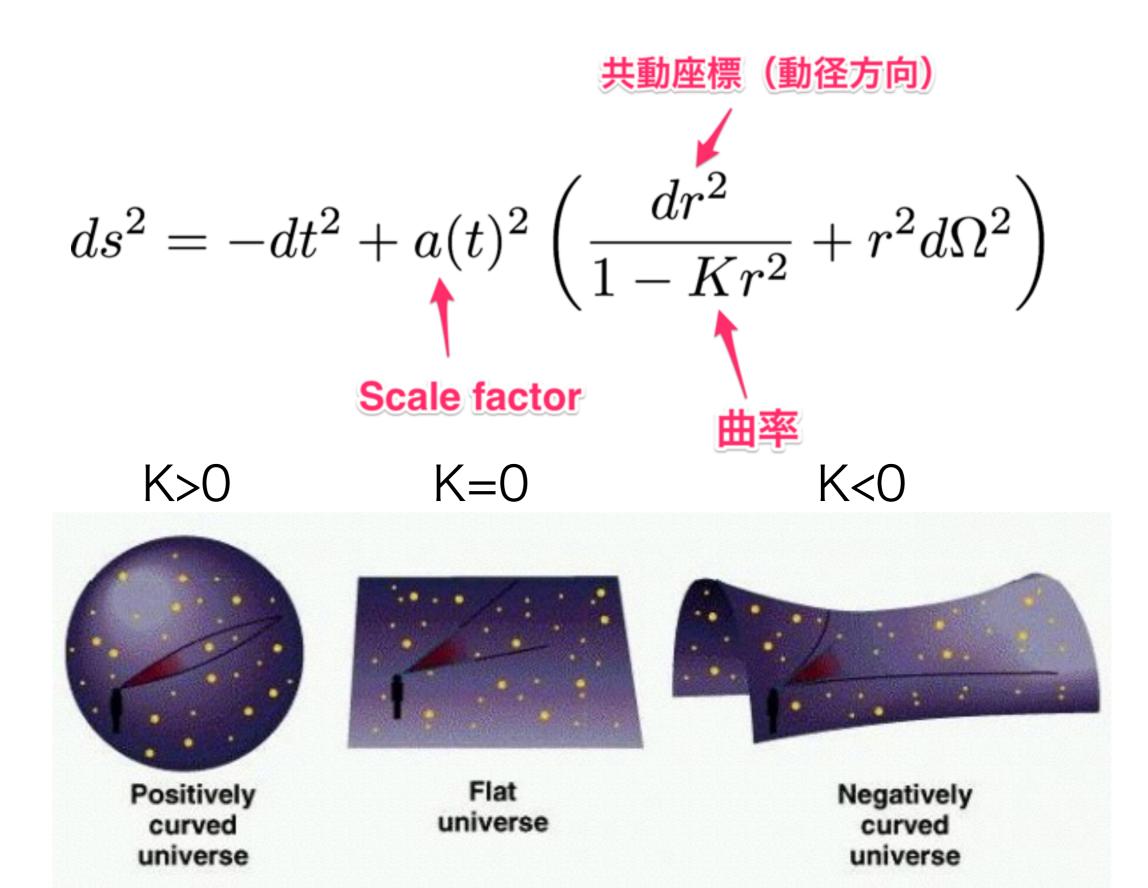
Friedmann-Robertson-Walker 宇宙 (一樣等方宇宙)

宇宙は大きいスケール (>100Mpc)ではほぼ一様等方.

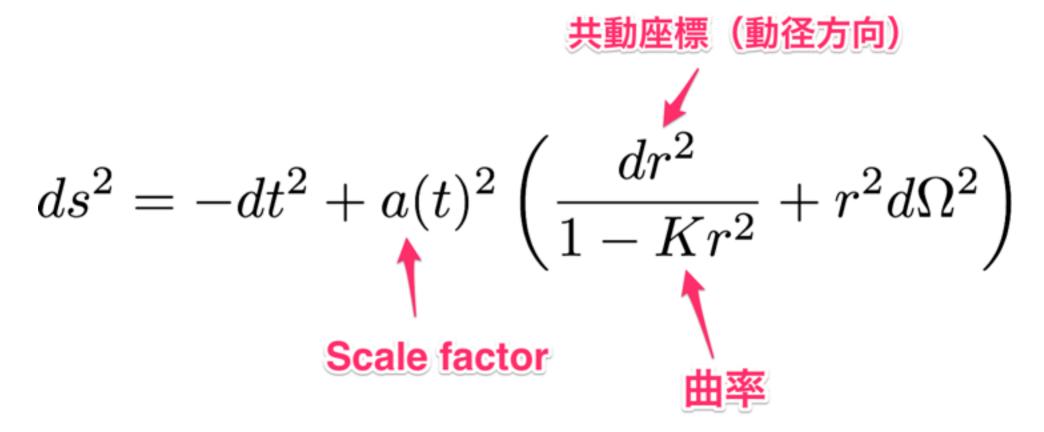
1pc = 3.09E16m = 3.26光年

太陽系から銀河中心まで8.5 kpc 典型的な銀河間距離 = 1Mpc (e.g.アンドロメダ銀河まで0.7Mpc) 銀河団の典型的な大きさ = 4-5 Mpc 現在のHubble地平線 = 8 Gpc

Friedmann-Robertson-Walker 宇宙 (一樣等方宇宙)



Friedmann-Robertson-Walker 宇宙 (一樣等方宇宙)

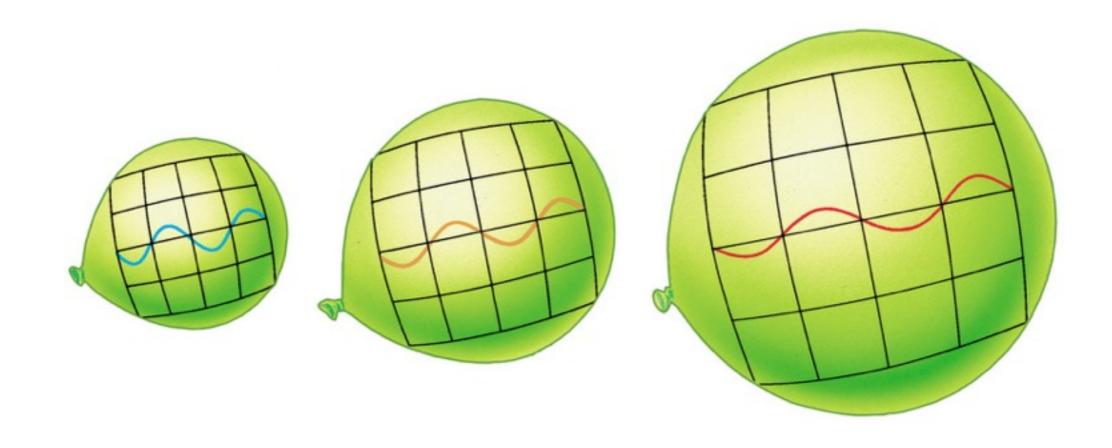


Einstein equation:

$$G_{\mu
u} = 8\pi G T_{\mu
u}$$
時空(=宇宙)の進化物質エネルギー

"Matter tells space how to curve, and space tells matter how to move." (J. Wheeler)

Red-shift parameter (赤方偏移)



$$1 + z \equiv \frac{a_0}{a(t)}$$

$$\rho_{\rm galaxy} \propto a^{-3}$$

$$\rho_{\rm rad} \propto a^{-4}$$

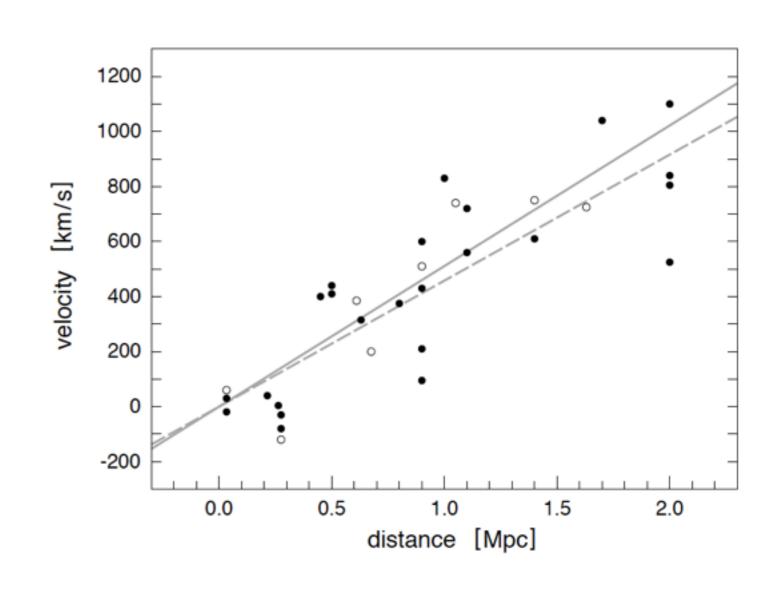
添字〇は現在での値。

たとえばz=1は宇宙の大きさが現在の宇宙の半分だったときに対応。

Hubble parameter (膨張率)

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

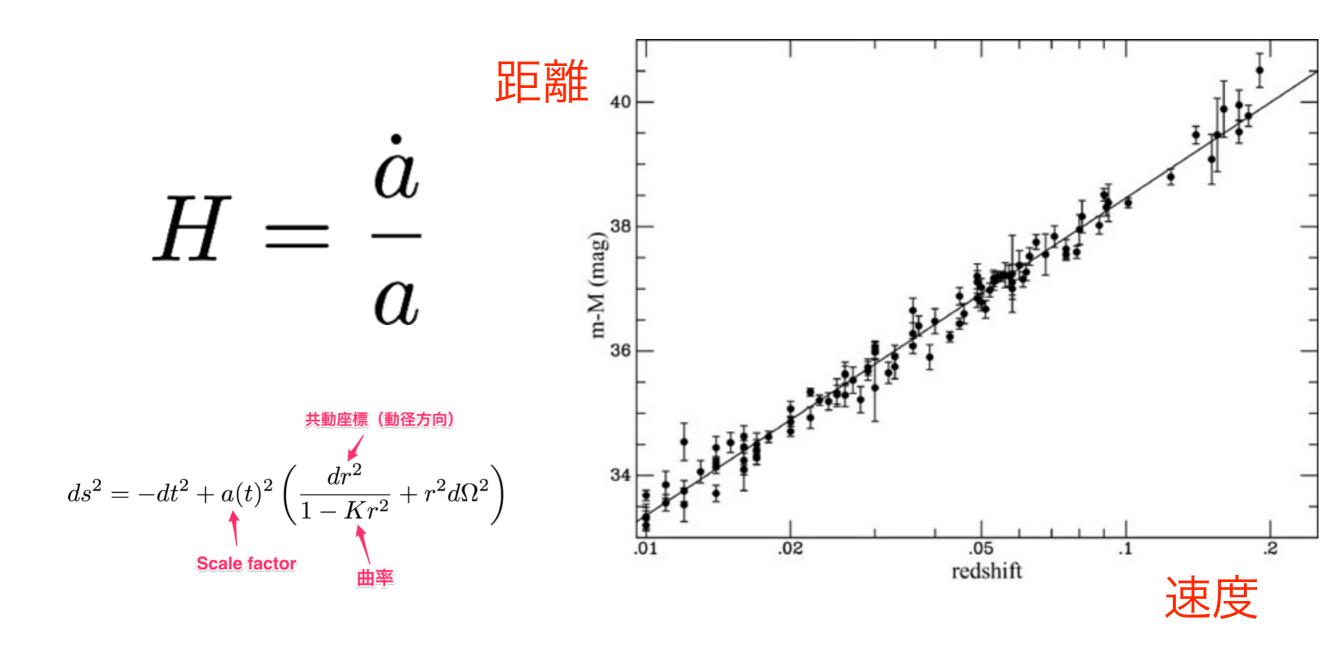
$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left(rac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\Omega^2
ight)$$
 Scale factor



$$H_0 \equiv 100 h \, \mathrm{km/Mpc/sec}$$

$$h \sim 0.7$$

Hubble parameter (膨張率)



$$H_0 \equiv 100 h \, \mathrm{km/Mpc/sec}$$
 $h \sim 0.7$

Friedmann 方程式

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{K}{a^2} + \frac{8\pi G}{3} \sum_{i} \rho_i$$

: Friedmann equation

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_{i} (\rho_i + 3p_i)$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$
 : ハッブルパラメター

Friedmann eqn:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{\sum_i \rho_i}{3M_p^2}$$

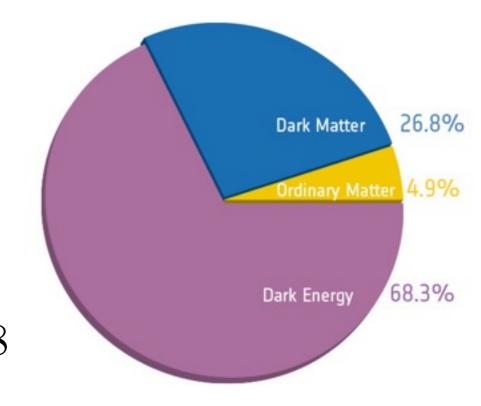
全体をHubble parameter^2で割り、現在で評価すると

$$1 = \sum_{i} \Omega_{i}$$

Density parameter

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_{i0}}{3H_0^2 M_p^2} \qquad \Omega_K \equiv -\frac{K}{a_0^2 H_0^2}$$

$$\Omega_B \sim 0.05$$
, $\Omega_{\rm CDM} \sim 0.27$, $\Omega_{\Lambda} \sim 0.68$



加速·減速膨張

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2} \sum_{i} (\rho_i + 3p_i)$$

Non-relativistic matter

$$\rho_M = mn_M > 0, \quad p_M \approx 0$$

Radiation

$$p_R = \frac{1}{3}\rho_R > 0$$

減速膨張

$$\ddot{a} < 0$$

加速・減速膨張

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2} \sum_{i} (\rho_i + 3p_i)$$

Non-relativistic matter

$$\rho_M = mn_M > 0, \quad p_M \approx 0$$

Radiation

$$p_R = \frac{1}{3}\rho_R > 0$$

減速膨張

 $\ddot{a} < 0$

普通の物質は膨張によりエネルギー密度が減る. なので最終的には空っぽの宇宙. つまり (平坦なら) ミンコフスキー空間に漸近するので減速.

加速·減速膨張

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_p^2} \sum_{i} (\rho_i + 3p_i)$$

Non-relativistic matter

$$\rho_M = mn_M > 0, \quad p_M \approx 0$$

Radiation

$$p_R = \frac{1}{3}\rho_R > 0$$

減速膨張

$$\ddot{a} < 0$$

正の宇宙項

$$p_{\Lambda} = -\rho_{\Lambda} < 0$$

いくら膨張しても 減らない!

加速膨張

$$\ddot{a} > 0$$

Hubble地平線と物理スケールの関係

$$\ell_H \sim H^{-1}$$

その時に見える宇宙の大きさ

$$\ell_k \sim \left(\frac{k}{a}\right)^{-1}$$
 共動波数 k に相当する物理スケール

どちらも宇宙膨張に伴い大きくなっていく。 どちらがより速く大きくなるか?

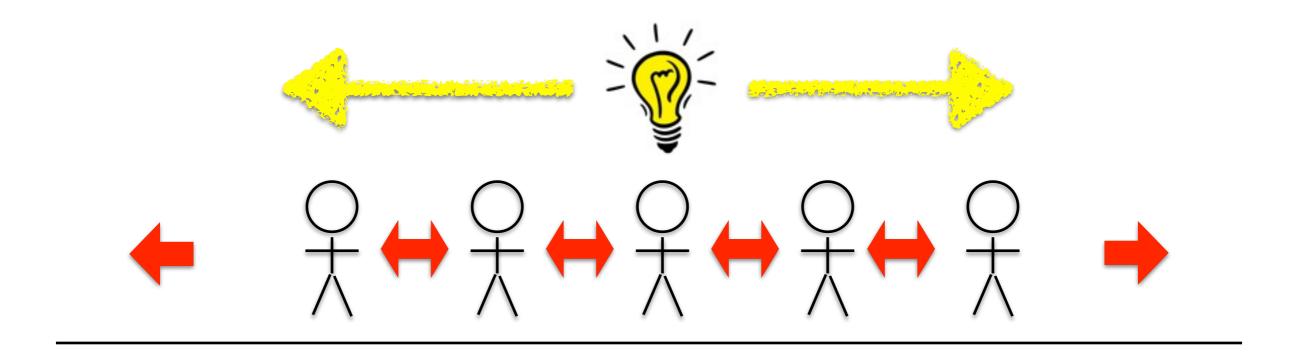
$$\frac{\ell_k}{\ell_H} \sim \frac{H}{k/a} \sim \frac{\dot{a}}{k}$$

$$\ddot{a} < 0$$

Horizonの中へ入ってくる

$$\ddot{a} > 0$$

Horizonの外へ出て行く



Hubble horizon (地平線) :光が届く距離 物理スケール:観測者同士の距離

減速膨張では地平線がのびる方が物理スケールが 伸びるよりも速いので、時間と共に遠くが見えてくる。

Hubble地平線と物理スケールの関係

$$\ell_H \sim H^{-1}$$

その時に見える宇宙の大きさ

$$\ell_k \sim \left(\frac{k}{a}\right)^{-1}$$
 共動波数 k に相当する物理スケール

どちらも宇宙膨張に伴い大きくなっていく。 どちらがより速く大きくなるか?

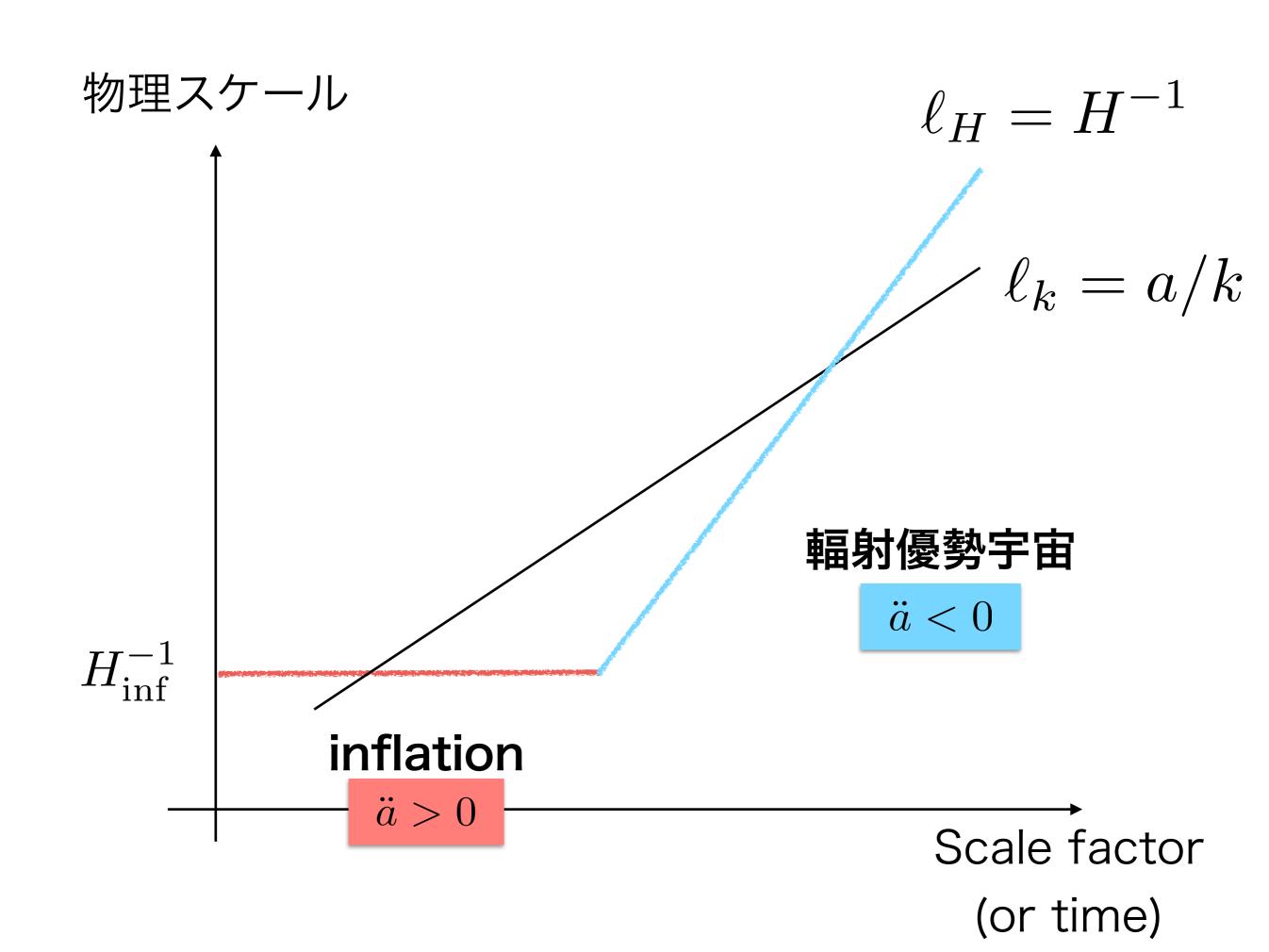
$$\frac{\ell_k}{\ell_H} \sim \frac{H}{k/a} \sim \frac{\dot{a}}{k}$$

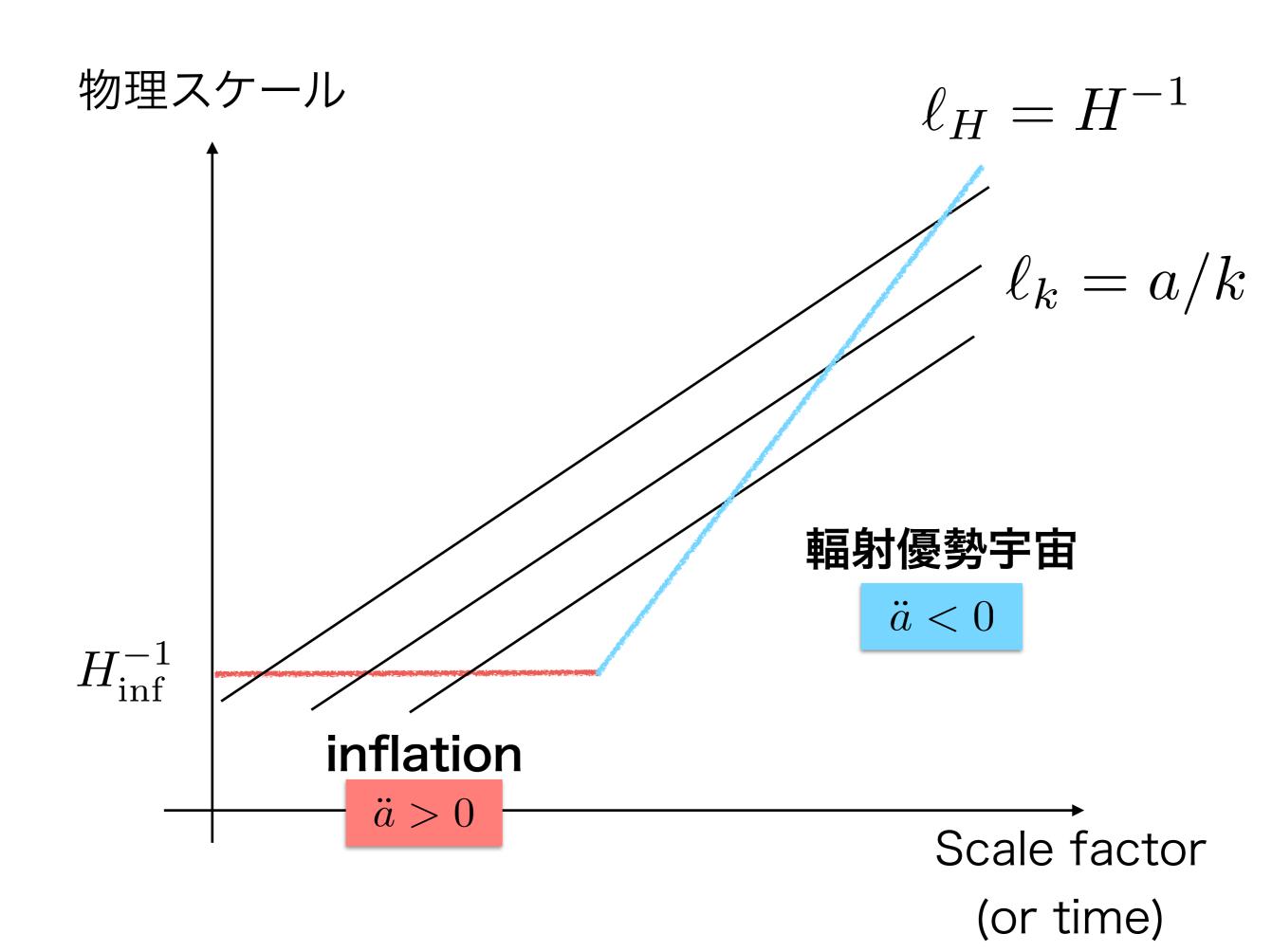
$$\ddot{a} < 0$$

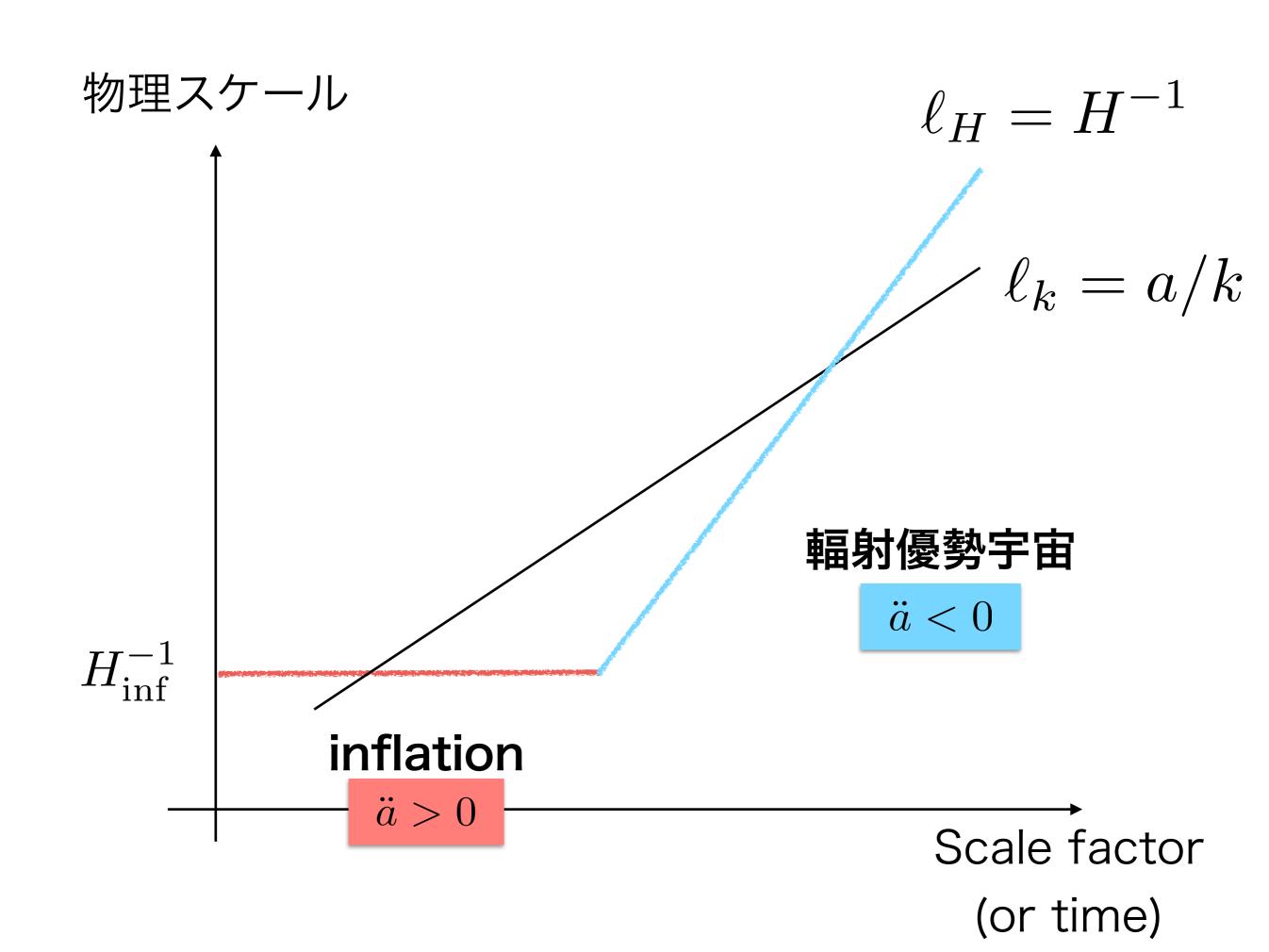
Horizonの中へ入ってくる

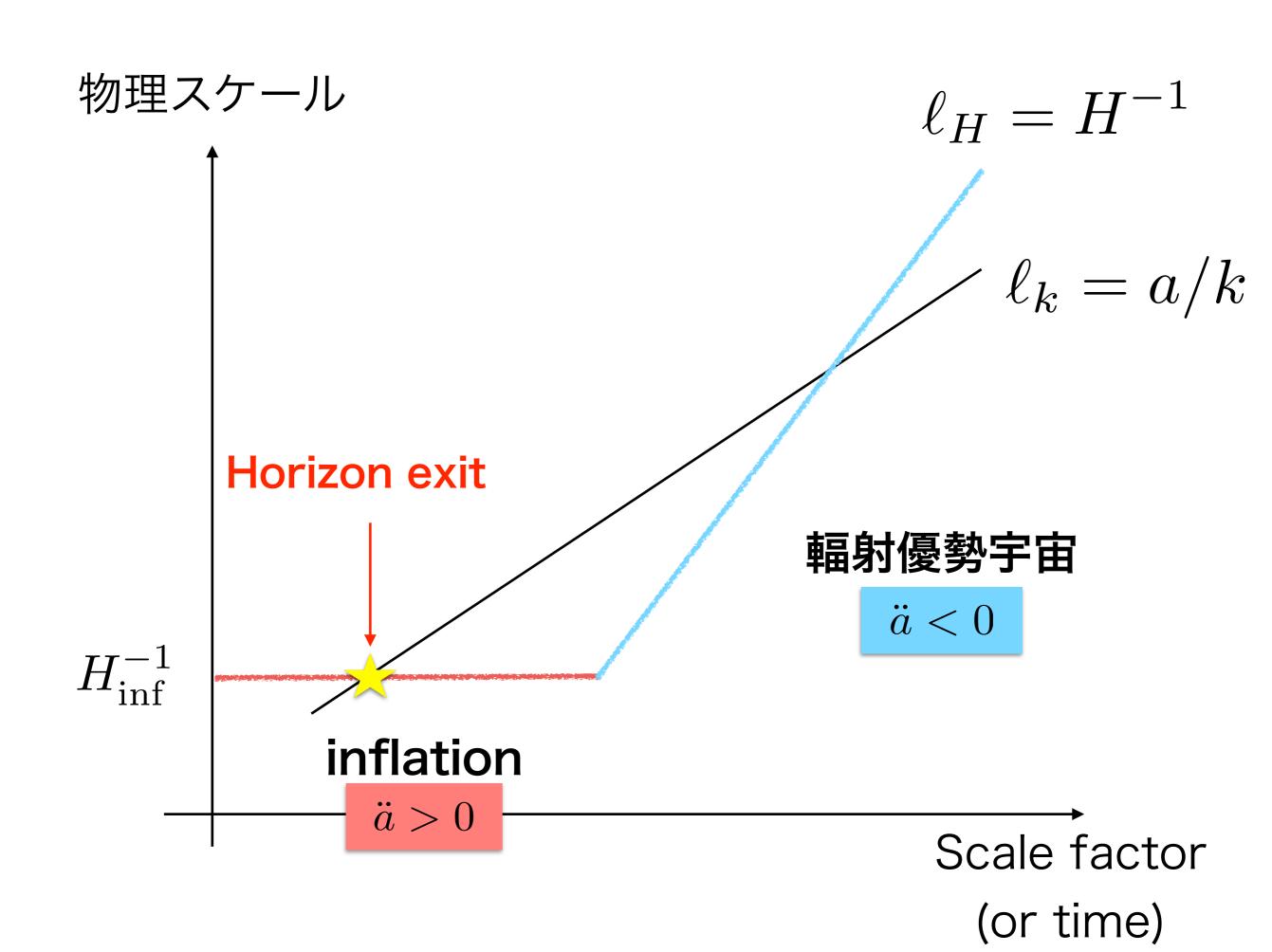
$$\ddot{a} > 0$$

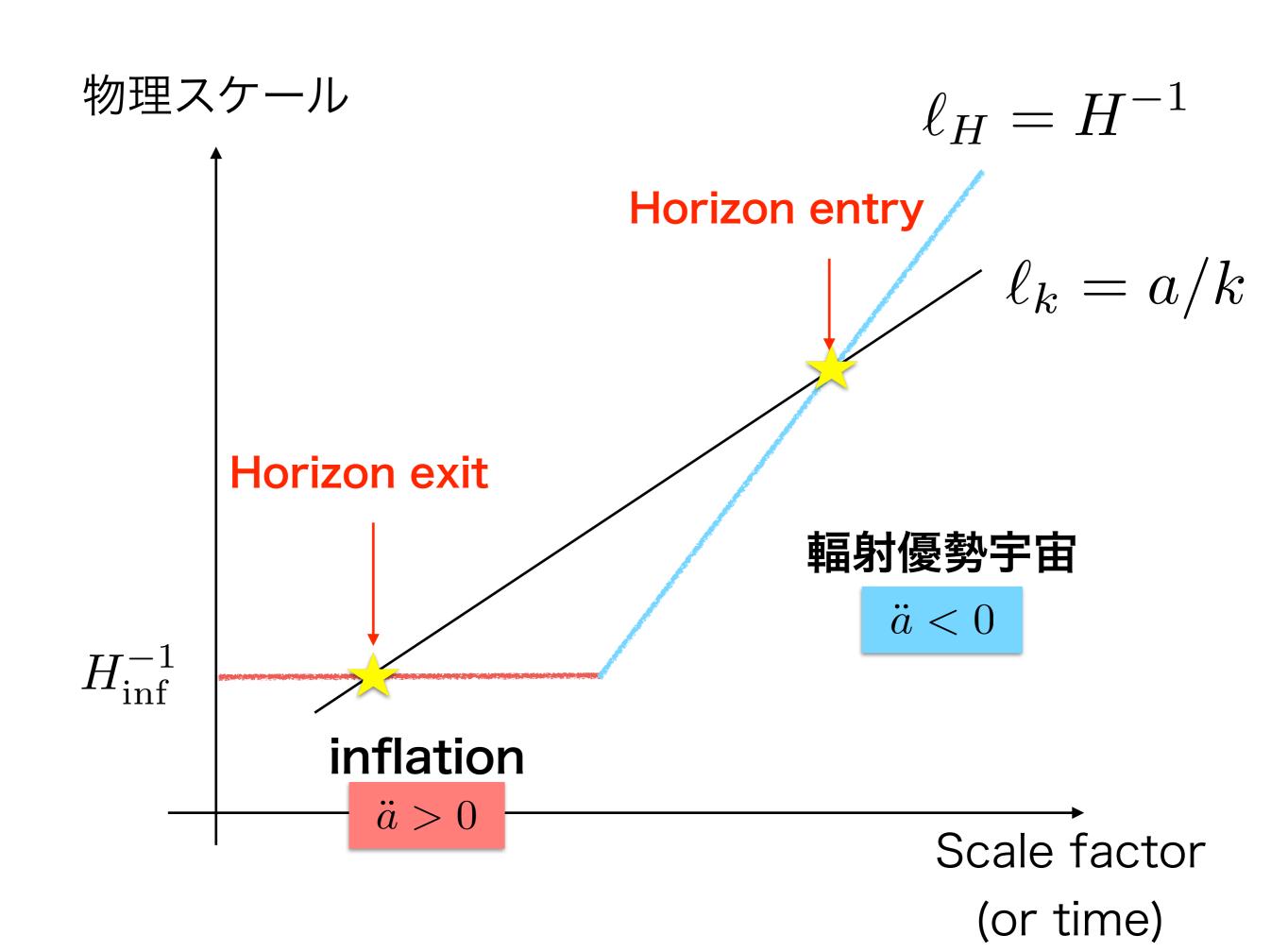
Horizonの外へ出て行く

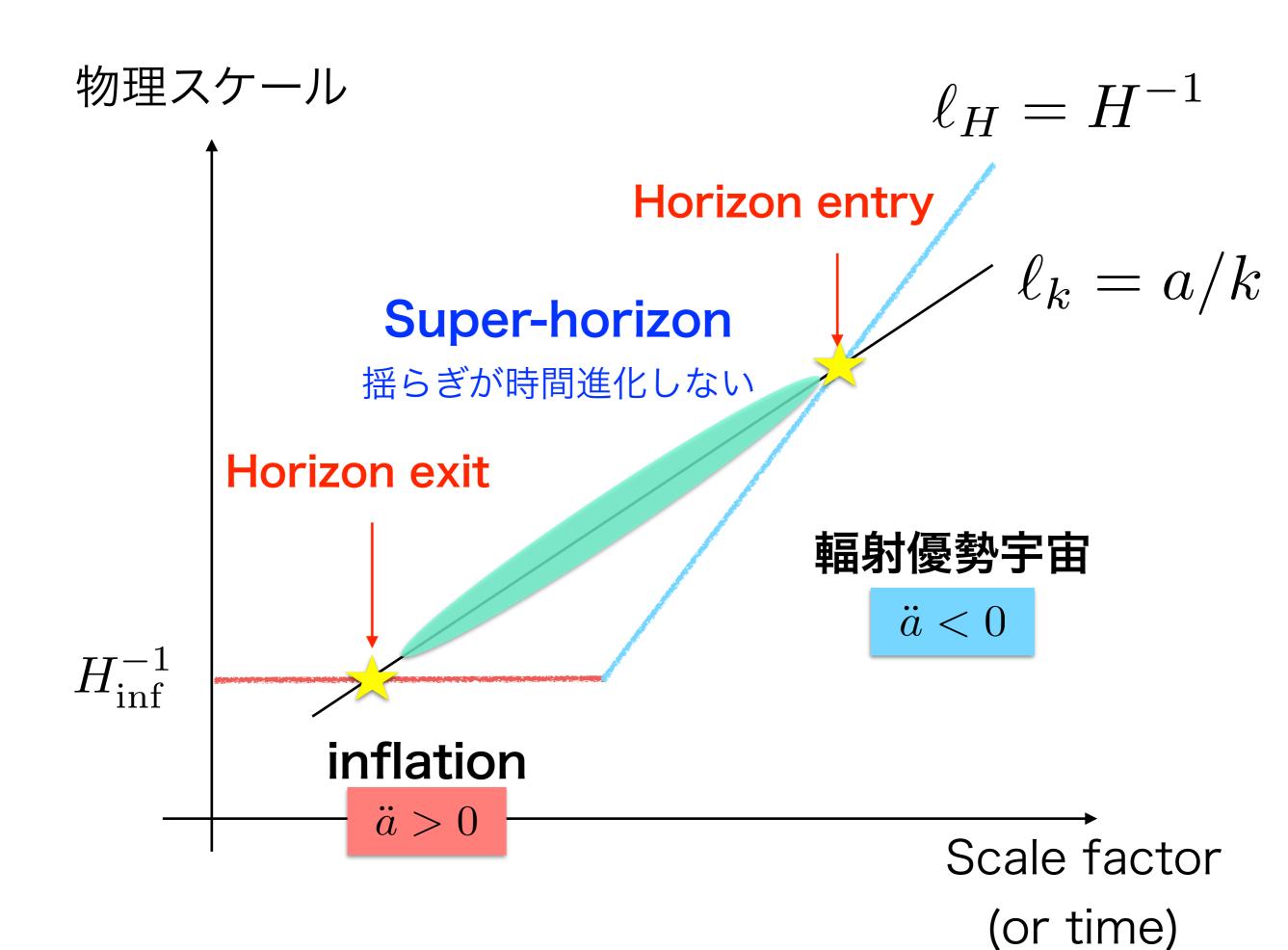






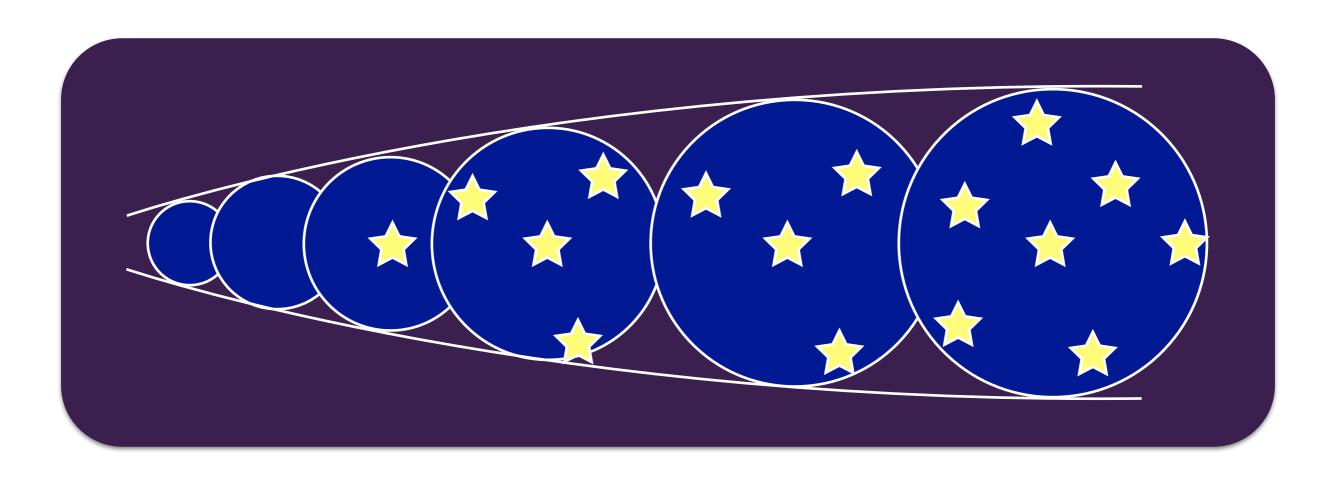






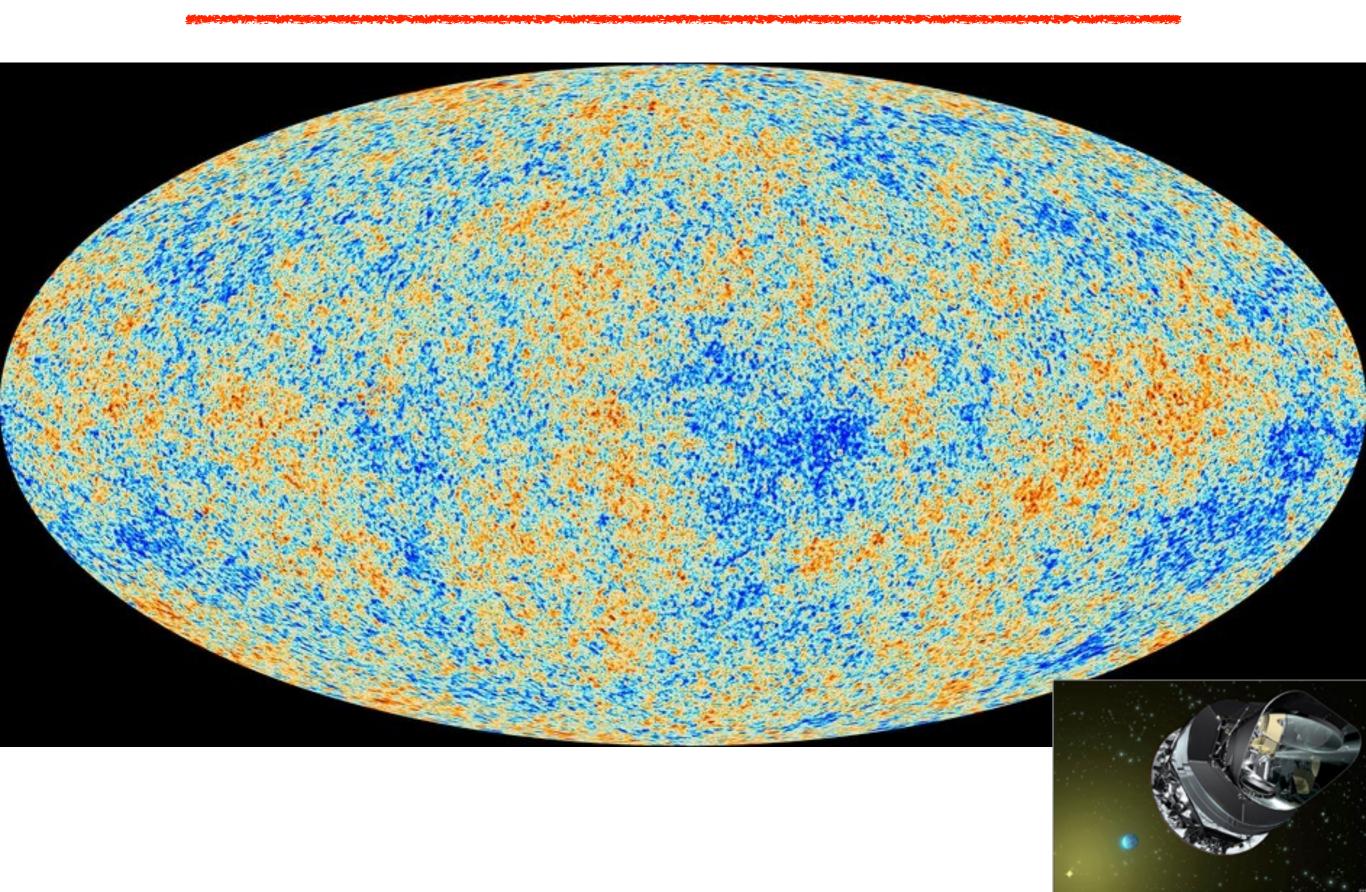
少なくとも元素合成時期から 最近までは減速膨張:

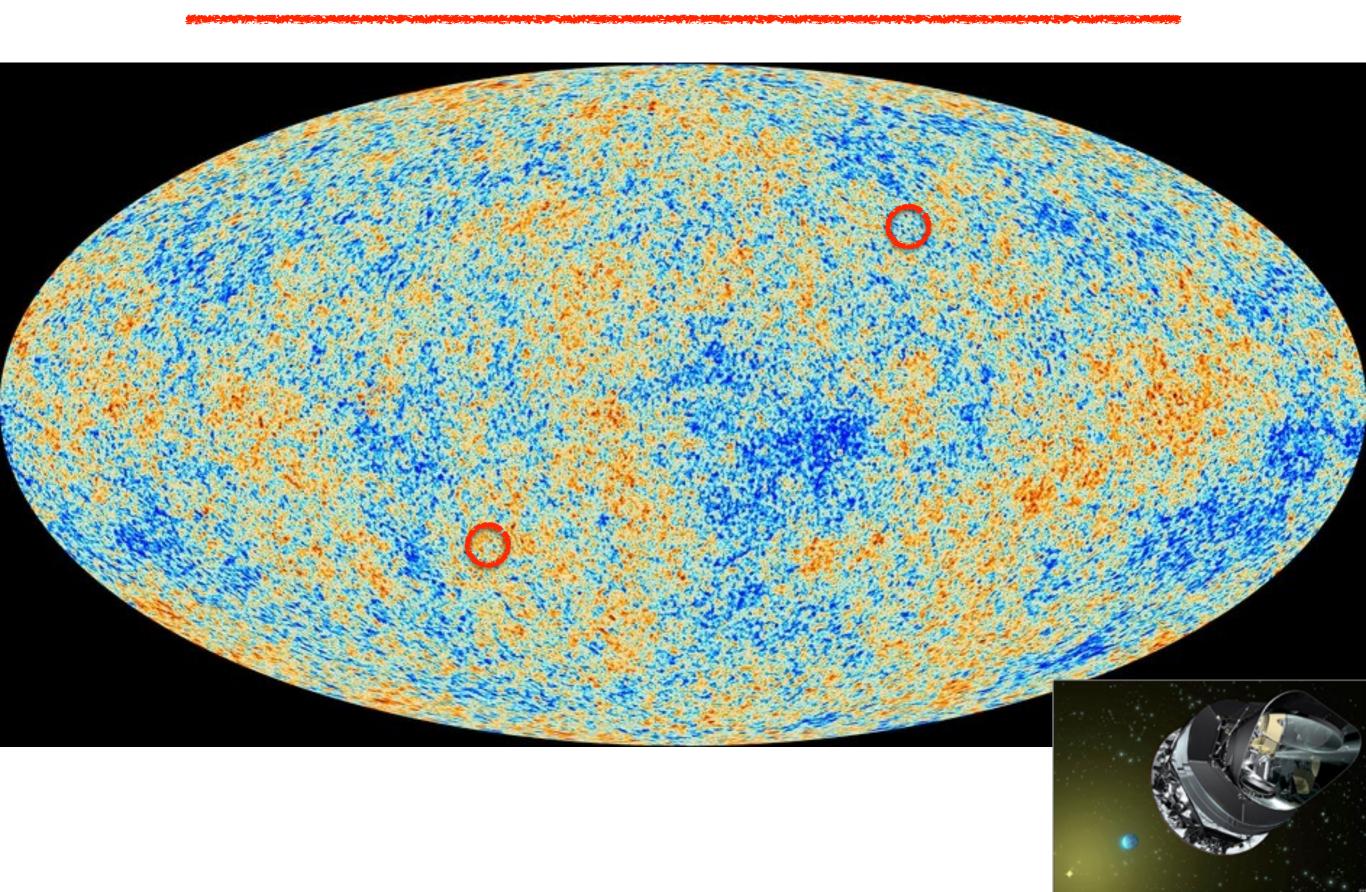
$$\ddot{a}(t) < 0$$

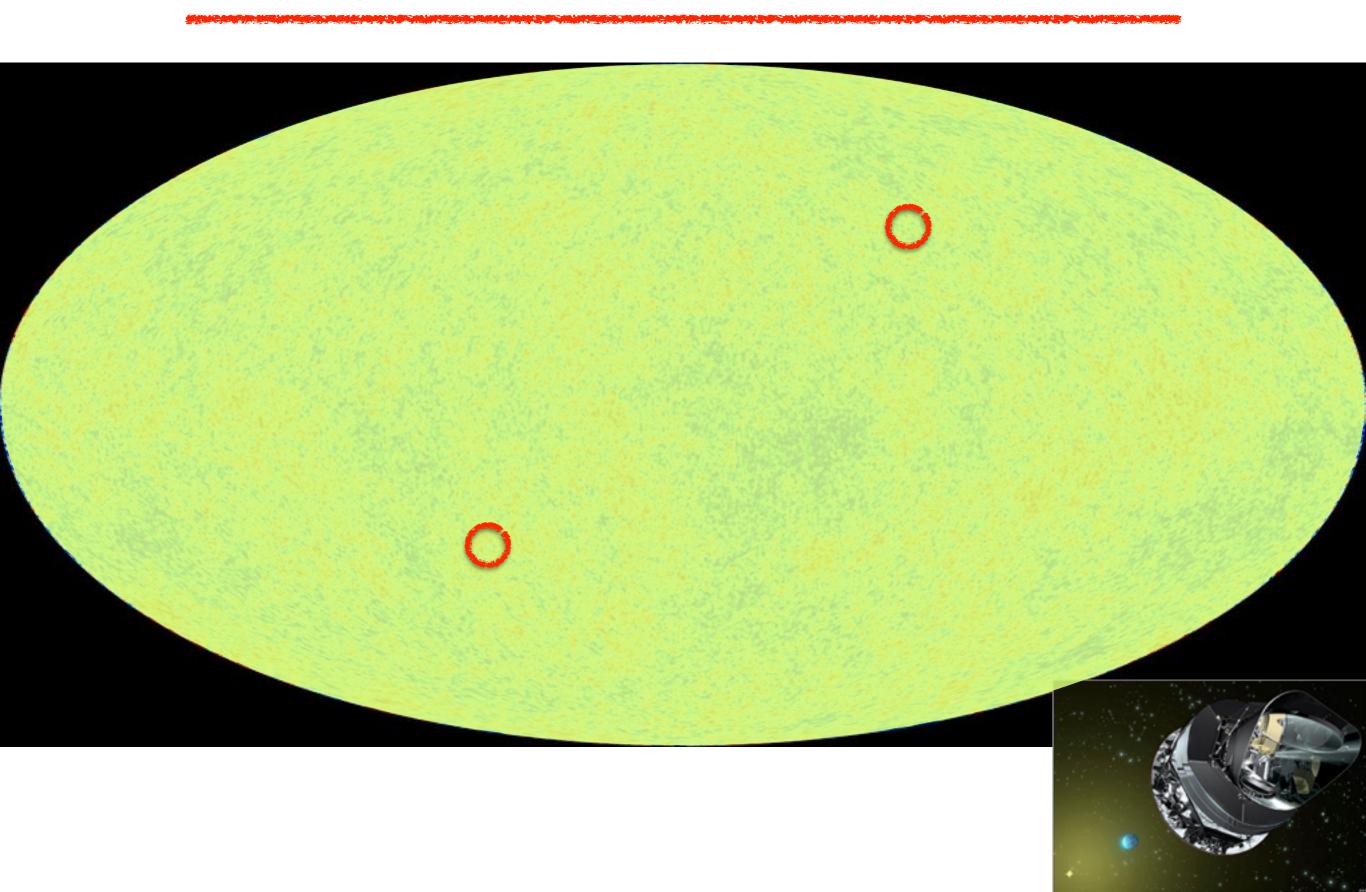


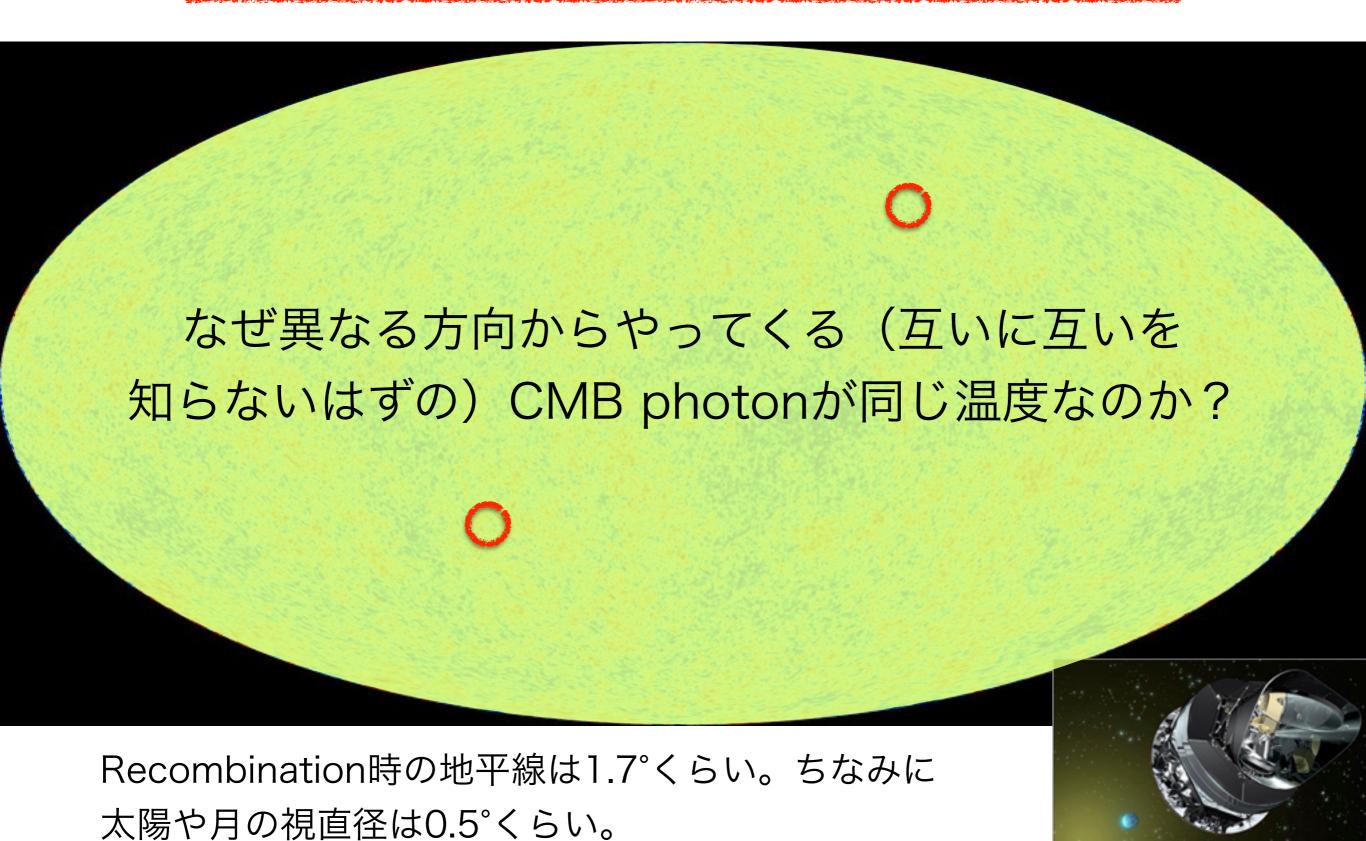
どんどん遠くが見えてくる。

物理スケール/ハッブル地平線 $\propto a/H^{-1} = \dot{a}$

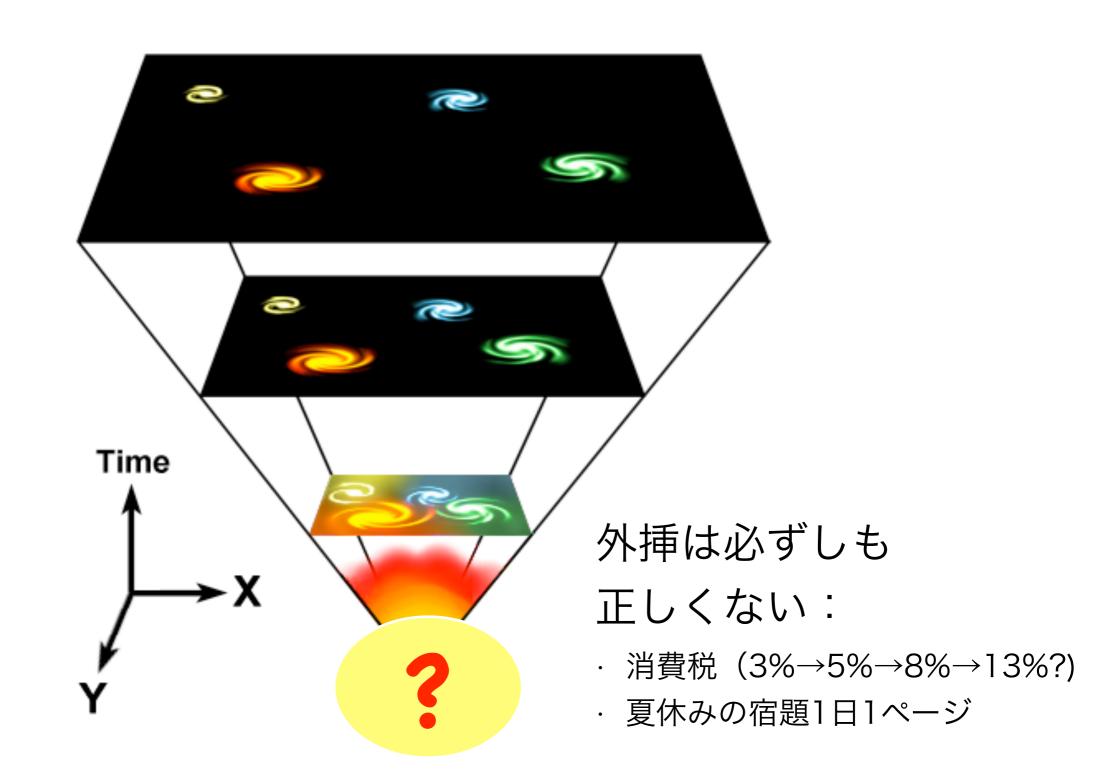






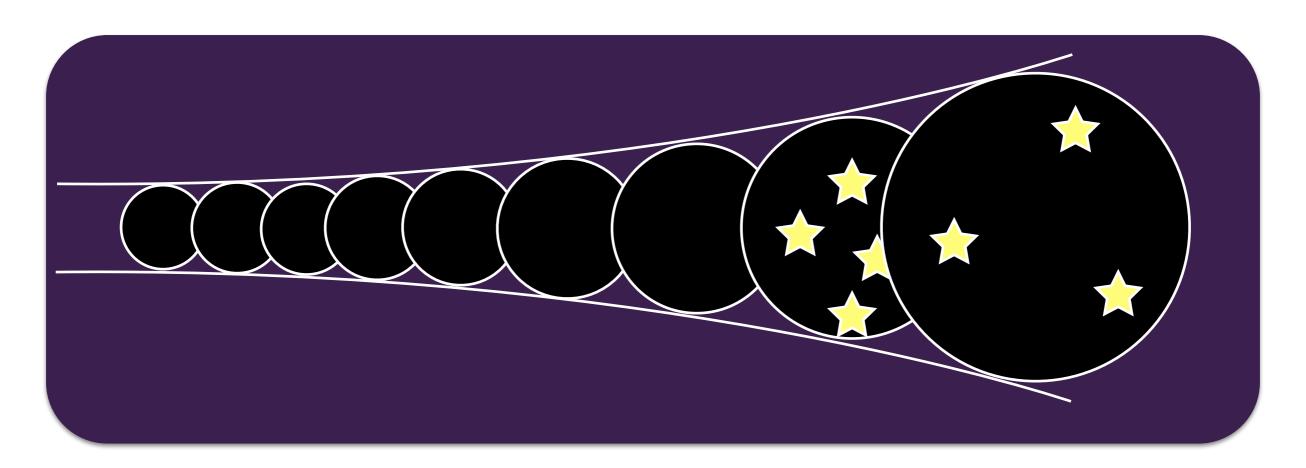


宇宙開闢の瞬間まで減速膨張を外挿してよいのだろうか?



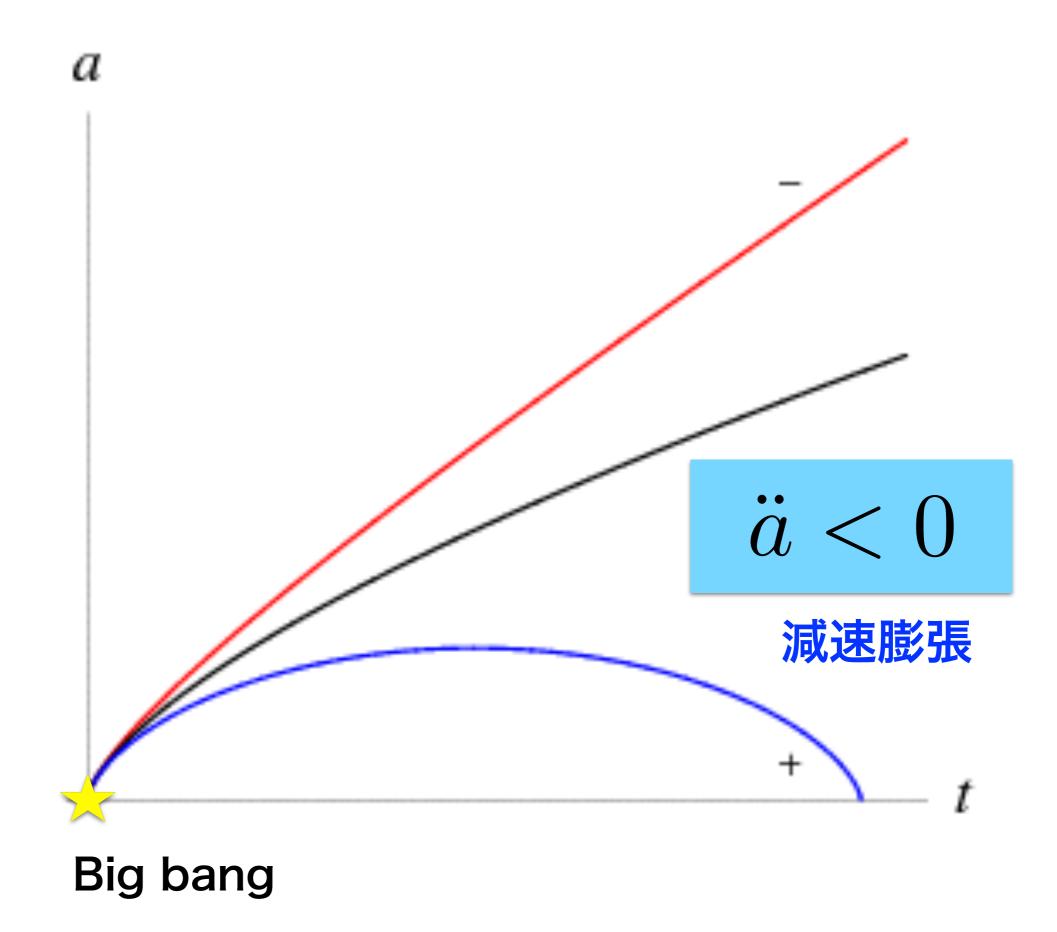
インフレーション (加速膨張): $\ddot{a}(t) > 0$

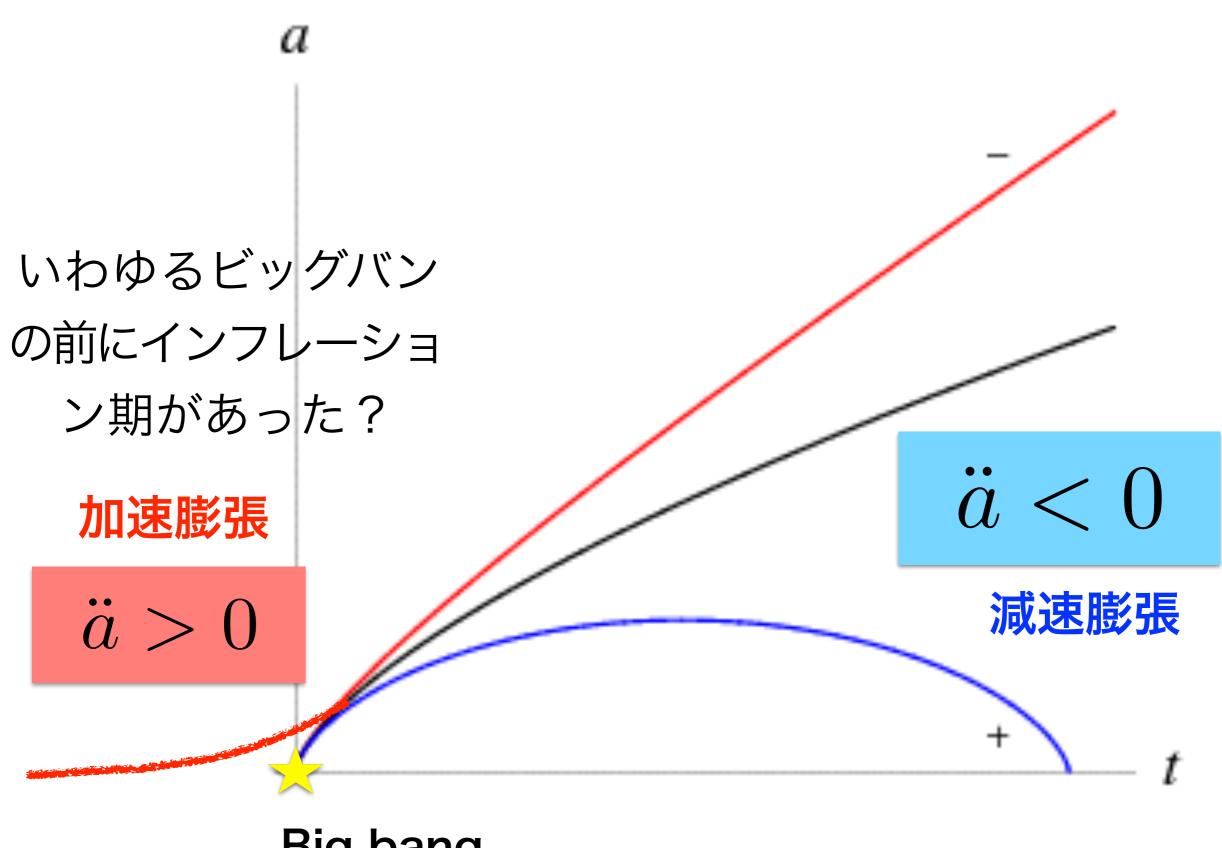
Guth `81, Sato `80, Starobinsky `80, Kazanas `80, Brout, Englert, Gunzig, `79



揺らぎが地平線をでていく(horizon exit)

物理スケール/地平線 $\propto a/H^{-1} = \dot{a}$





Big bang

1. なぜインフレーションが必要か?

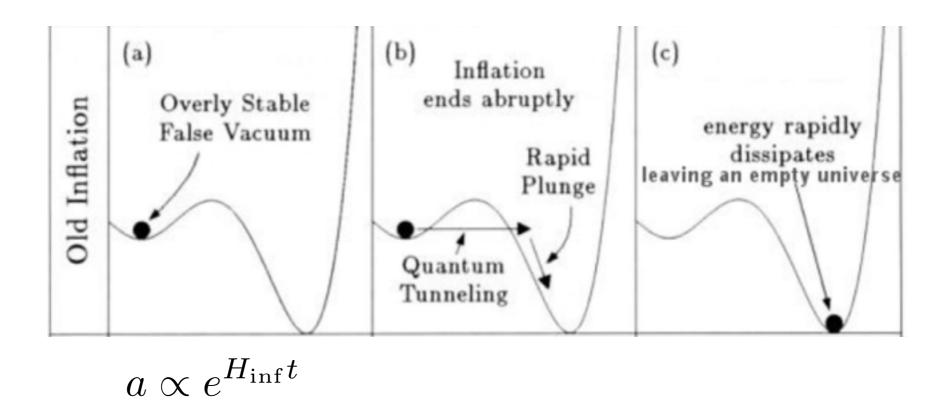
A. 標準宇宙論には初期値問題(地平線問題、平坦性問題、エントロピー問題等)があり、インフレーションはそれを解決(回避)する事が出来る.

更に、後で述べる揺らぎの存在がより強い動機を与える。

2. どうやってインフレーションを実現するか?

加速膨張(インフレーション)が標準宇宙論の様々な初期値問題を解決する. Guth `81, Sato `80, Starobinsky `80, Kazanas `80, Brout, Englert, Gunzig, `79

80年代初頭はGUTの一次相転移を想定

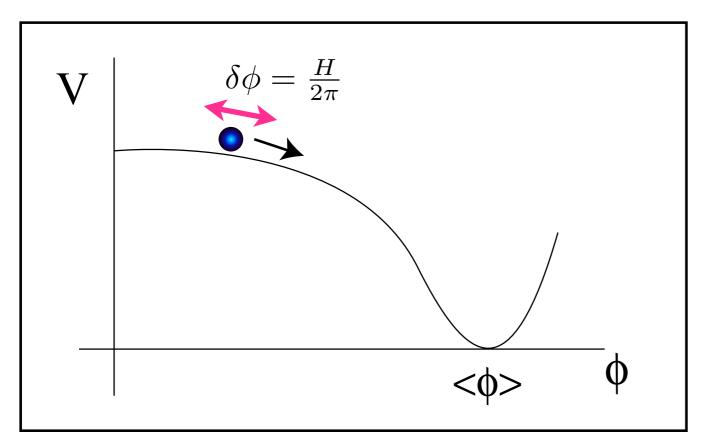


しかしbubbleを作るレートが小さすぎてインフレーションが終 わらない。

"Graceful exit problem"

加速膨張(インフレーション)が標準宇宙論の様々な初期値問題を解決する. Guth `81, Sato `80, Starobinsky `80, Kazanas `80, Brout, Englert, Gunzig, `79

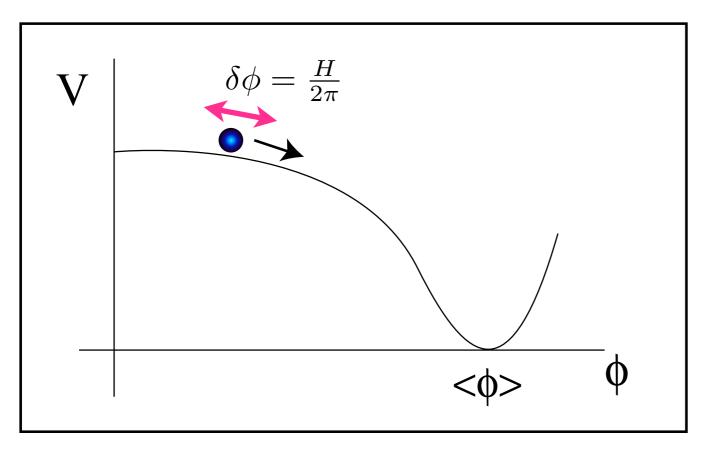
Slow-roll inflationであればインフレーションを十分続けたあとできちんと終わらせることが出来る. Linde `82, Albrecht and Steinhardt `82



利点:

加速膨張(インフレーション)が標準宇宙論の様々な初期値問題を解決する. Guth `81, Sato `80, Starobinsky `80, Kazanas `80, Brout, Englert, Gunzig, `79

Slow-roll inflationであればインフレーションを十分続けたあとできちんと終わらせることが出来る. Linde `82, Albrecht and Steinhardt `82

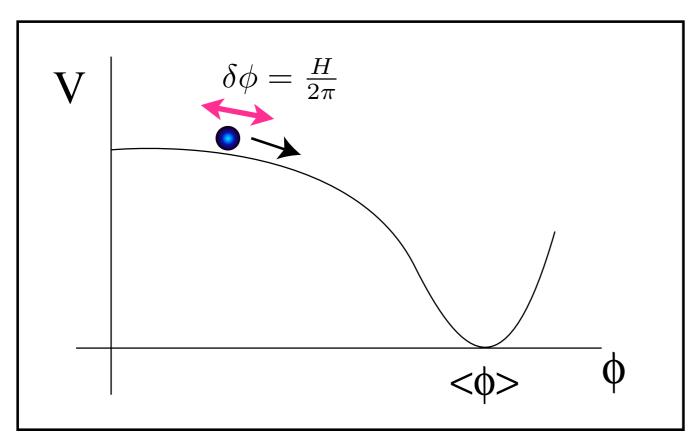


利点:

1.インフレーションを起こし, かつそれを終わらすことができ, さらにインフラトン粒子 の崩壊によって熱い宇宙(ビッ グバン宇宙)を実現できる.

加速膨張(インフレーション)が標準宇宙論の様々な初期値問題を解決する. Guth `81, Sato `80, Starobinsky `80, Kazanas `80, Brout, Englert, Gunzig, `79

Slow-roll inflationであればインフレーションを十分続けたあとできちんと終わらせることが出来る. Linde `82, Albrecht and Steinhardt `82



利点:

1.インフレーションを起こし、かつそれを終わらすことができ、さらにインフラトン粒子の崩壊によって熱い宇宙(ビッグバン宇宙)を実現できる.

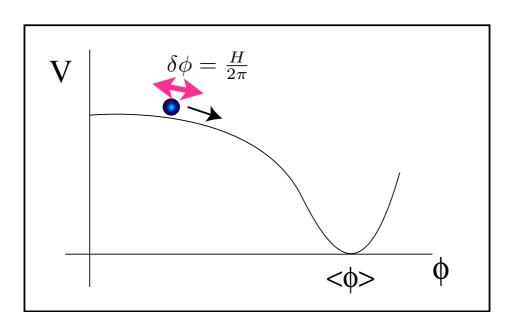
2.密度揺らぎをつくれる.

コメント:

ただし最初にLindeたちが想定していたGUT Higgs with Coleman-Weinberg potentialは揺らぎが大きく なりすぎてうまくいかない. Hawking `82, Starobinsky `82, Guth and Pi`82

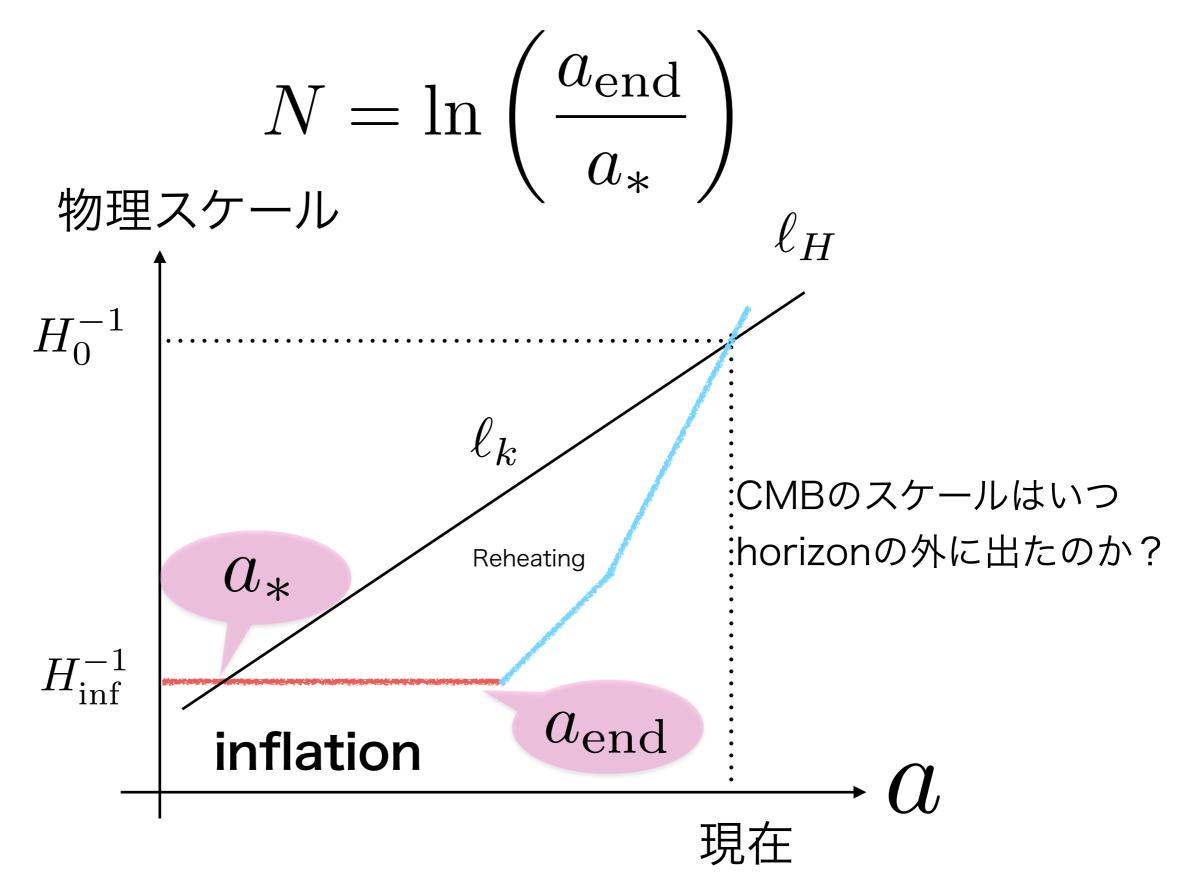
"Required too small Higgs coupling is disappointing."

$$V = V_0 - \frac{\lambda}{4}\phi^4 + \dots \qquad \lambda \simeq \frac{25g^4}{32\pi^2} \left(\ln \frac{H}{\phi_0} - \frac{1}{4} \right) \sim 10^{-14}$$

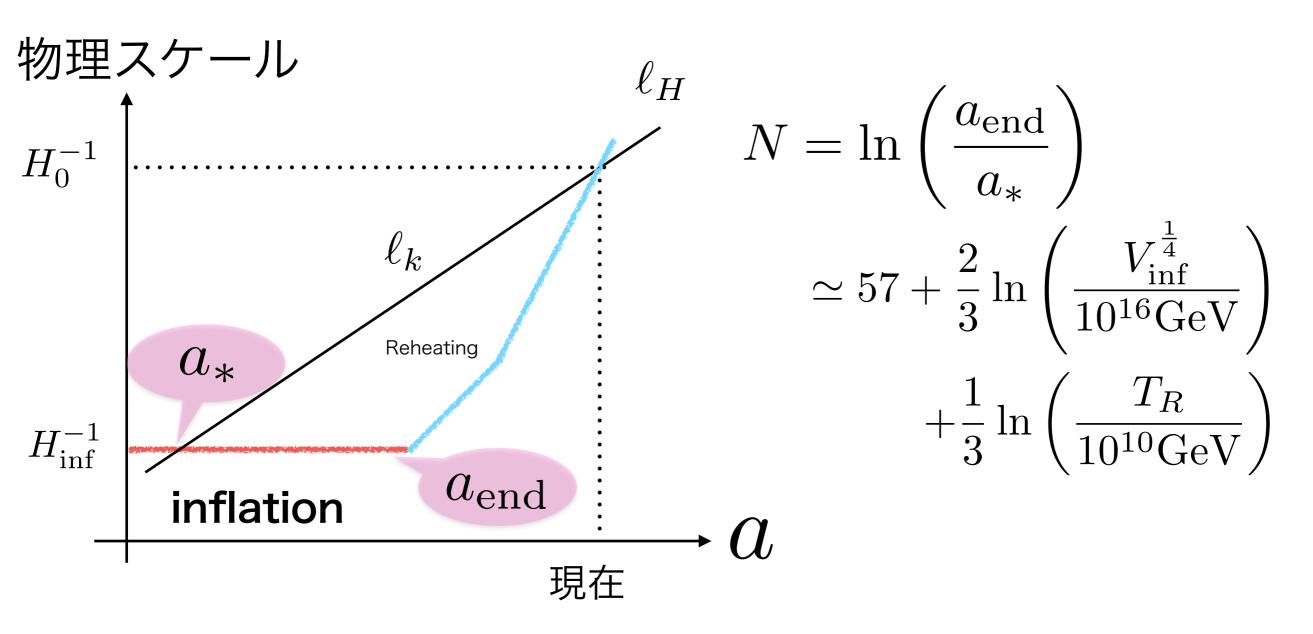


そのため以降、相互作用が非常に小さく、特にgauge singlet のinflatonが主流になった。

E-folding number



E-folding number



高いインフレーションスケール,高い再加熱温度ほどNが大きい Inflation scale及び熱史にlogで依存.熱史の不定性を考慮して,よくN=50と60を選ぶ.

Slow-roll parameters

Slow-roll inflation occurs if

$$\varepsilon(\phi) \equiv \frac{{M_p}^2}{2} \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1, \quad \eta(\phi) \equiv M_p^2 \left(\frac{V''}{V}\right) \ll 1,$$

Then, inflaton EOM can be approximated by

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \Longrightarrow 3H\dot{\phi} + V'(\phi) \approx 0$$

<u>slow-roll parametersの物理的意味:</u>

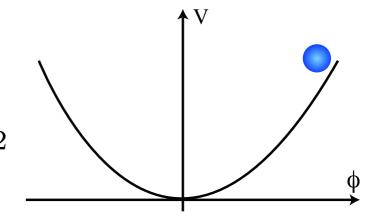
ハッブルパラメタ(つまりエネルギー密度)が殆ど減らない

$$\varepsilon \equiv -\frac{\dot{H}}{H^2} \ll 1 \qquad \qquad \delta \equiv \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon H}, \quad |\delta| \ll 1 \\ = 4\varepsilon - 2\eta$$

Inflation models

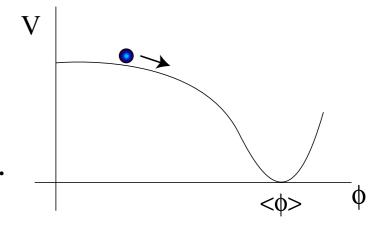
· Large-field inflation

$$\Delta \phi \gtrsim M_P$$
 $V \propto \phi^n$ $\varepsilon, \eta \propto \left(\frac{M_P}{\phi}\right)^2$ _____



· Small-field inflation

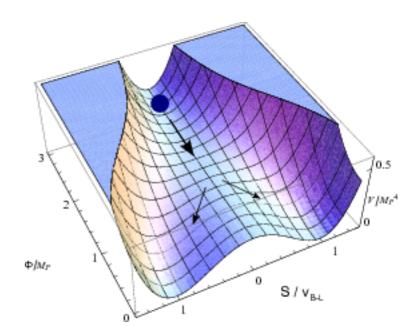
$$\Delta\phi \lesssim M_P \quad V = V_0 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \lambda\phi^4 + \cdots$$



Hybrid inflation

$$\Delta \phi \lesssim M_P$$

Multi-field inflation model



2. どうやってインフレーションを実現するか?

A. 非常に平らなポテンシャルをもつスカラー場によって 実現する. 「スローロールインフレーション」

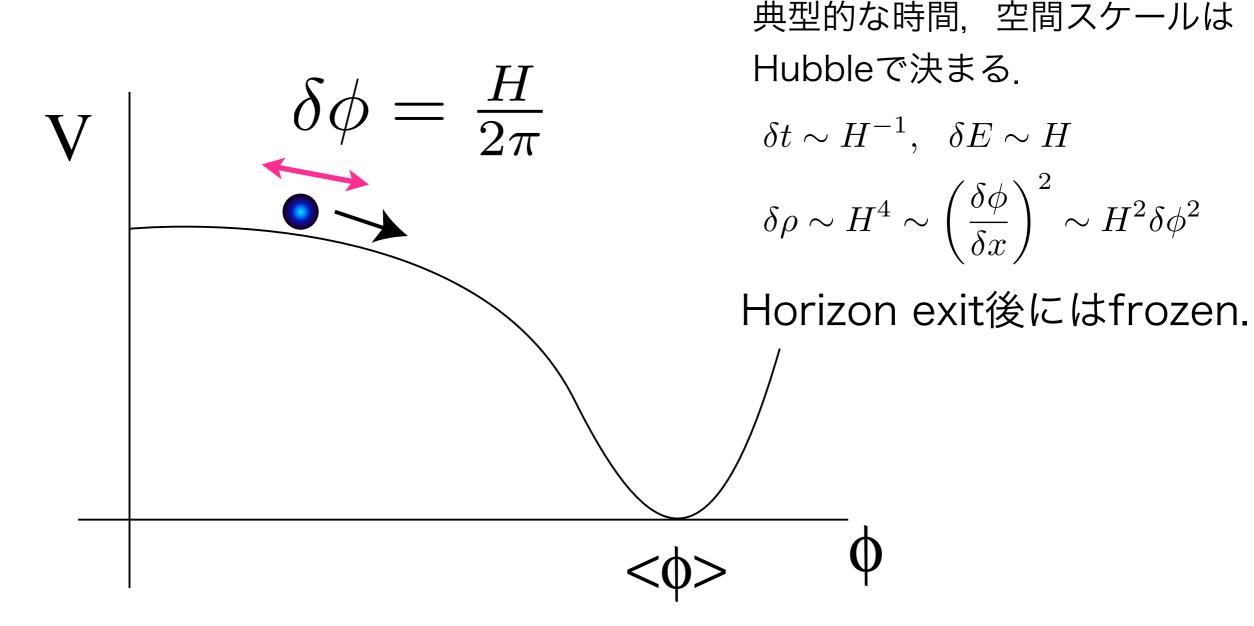
特にgauge singletをinflatonにする事が多い.

理由:(GUT Higgsを念頭に)インフレーションが十 長く続かない,あるいは揺らぎが大きくなりすぎる傾向 がある為.

例外: SUSYならCWはsuppressed non-minimal coupling to gravity (e.g. Higgs inflation) そもそもGUT Higgs inflationをあきらめる.

3. どうやって観測から検証するのか?

インフラトンは量子ゆらぎを持つ



インフラトンが揺らぐと時空も歪む(later)

$$\delta\phi \to \delta g_{\mu\nu}$$

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial \phi}{\partial x^{\nu}} - V(\phi) \right]$$

For simplicity, we consider a de Sitter space, V=const.

Decompose the inflaton into classical and quantum parts;

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \phi(t) + \delta\phi(\mathbf{x}, t)$$

Take a plane-wave solution (Fourier space);

$$\delta\phi(\mathbf{x},t) \to \delta\phi_k(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

The EOM for the plane wave is given by

$$\ddot{\delta\phi}_k + 3H\delta\dot{\phi}_k + \left(\frac{k}{a}\right)^2 \delta\phi_k = 0$$

The EOM for the plane wave is given by

$$\ddot{\delta\phi}_k + 3H\delta\dot{\phi}_k + \left(\frac{k}{a}\right)^2 \delta\phi_k = 0 \qquad a = e^{Ht}$$

The solution is given by a Hankel function $H^{(1)}_{3/2}$;

$$\delta\phi_k = \frac{iH}{\sqrt{2k^3}} \left(1 - i\frac{k}{aH} \right) e^{-ik\eta} \qquad \eta = \int^t \frac{dt}{a(t)} = -\frac{1}{aH} + \text{constant}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{iH}{\sqrt{2k^3}} & (a \to \infty) \\ \frac{1}{\sqrt{2k}a} e^{-i\int^t (k/a)dt'} & (a \to 0) \end{cases}$$

Inflaton場を平面波解の重ねあわせとして表す。

$$\delta\phi(\mathbf{x},t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left[\delta\phi_k(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\alpha_{\mathbf{k}} + \delta\phi_k(t)^*e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}\alpha_{\mathbf{k}}^* \right]$$

Horizonの十分内側では重力を無視でき、通常通り正準量子化

$$[\phi(\mathbf{x}, t), \pi(\mathbf{y}, t)] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$
$$[\phi(\mathbf{x}, t), \phi(\mathbf{y}, t)] = 0$$

$$[\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}'}] = 0$$
$$[\alpha_{\mathbf{k}}, \alpha_{\mathbf{k}'}^{\dagger}] = \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$$

$$\alpha_{\mathbf{k}} |0\rangle = 0$$
 Bunch-Davies vac.

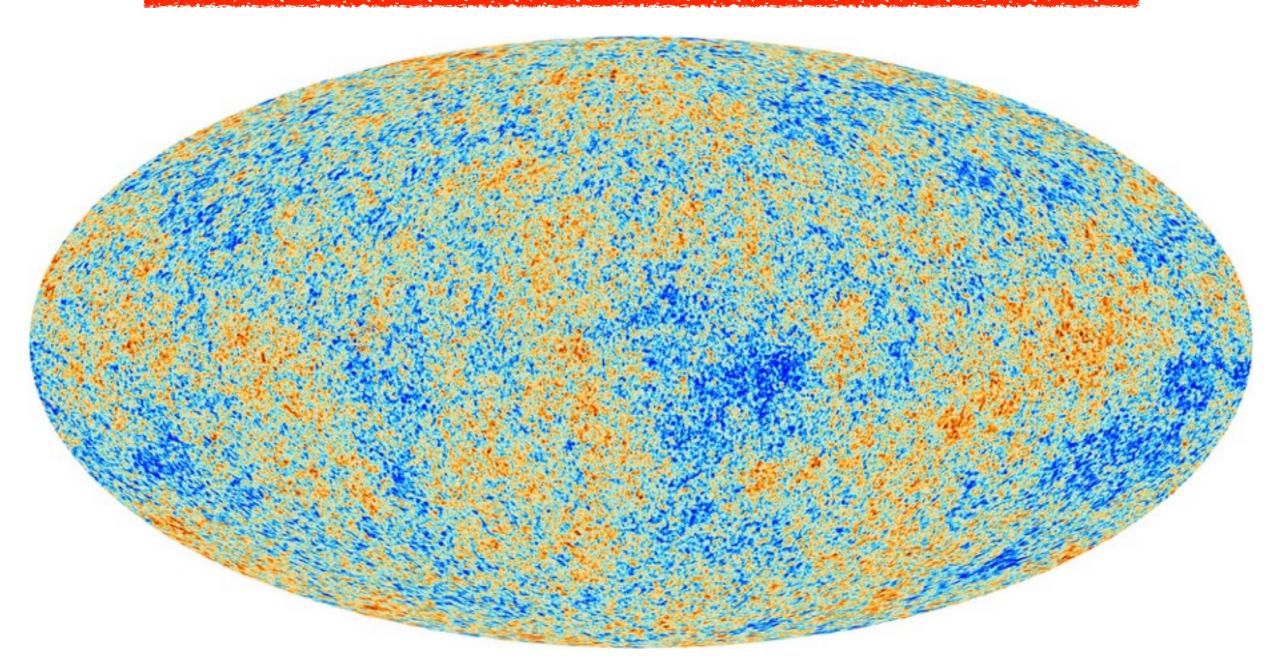
Inflaton場の揺らぎは

$$\langle 0|\delta\phi(\mathbf{x},t)^2|0\rangle = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} |\delta\phi_k|^2 = \int d\ln k \left| \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\pi} \delta\phi_k \right|^2$$

特にsuper-horizon modeはInkあたり

$$\left| \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}\pi} \delta \phi_k \right| \to \frac{H}{2\pi}$$

CMB温度揺らぎ全天マップ



時空が揺らぐとCMB温度も揺らぐ

$$\delta\phi \to \delta g_{\mu\nu} \to \delta T$$

・計量ゆらぎの分解

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d\mathbf{x}^2$$

このFRW時空(flat)の周りに小さな揺らぎを入れる。

$$ds^2 = -(1+2A)dt^2 - 2aB_i dt dx^i + a^2 \left(\delta_{ij} + 2H_L \delta_{ij} + 2H_{Tij}\right) dx^i dx^j$$

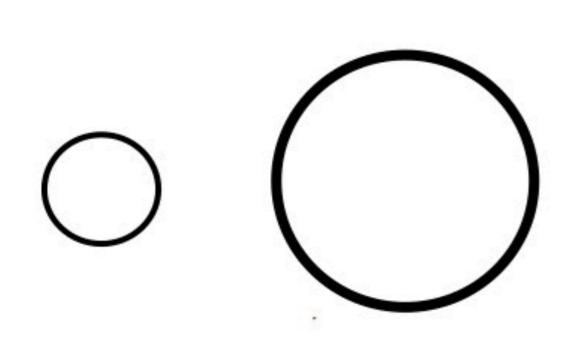
 援与ぎのTrace部分 Traceless part

単に座標変換で結びついているような揺らぎ同士は等価. この一般座標変換の自由度をきちんと同定し、揺らぎの物理 量を定義する必要がある。 (ゲージ固定)

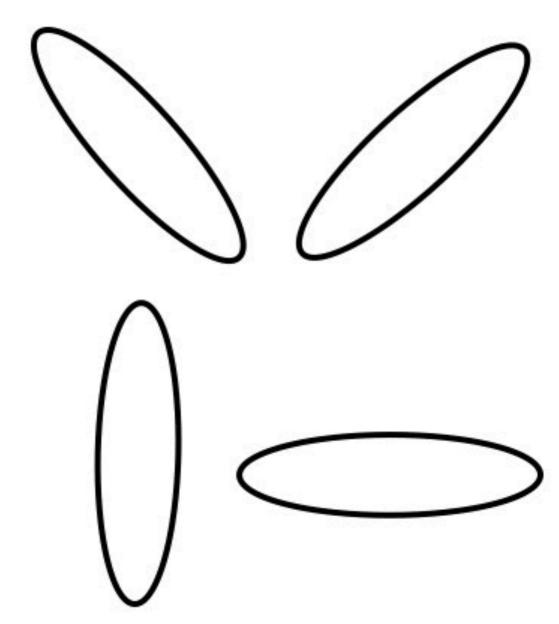
宇宙論的に重要な計量の線形揺らぎには二種類ある。

Scalar perturbations

Tensor perturbations







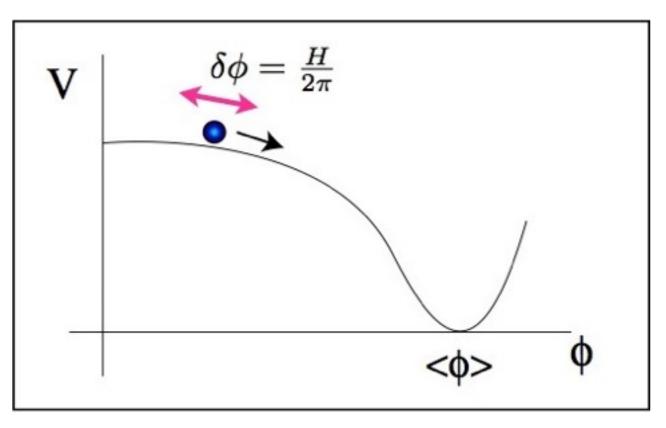
体積を変えずに空間を 歪める揺らぎ

スカラー型揺らぎ

$$ds^{2} = -(1+2\Phi)dt^{2} + a(t)^{2}(1+2\Psi)d\mathbf{x}^{2}$$

 Φ :重力ポテンシャル

単:曲率揺らぎ



インフラトンの量子ゆらぎは 時間と体積の揺らぎを生む。

$$\Phi \sim \frac{\delta \rho}{\rho} \sim H \delta t \sim H_{\rm inf} \frac{\delta \phi}{\dot{\phi}} \sim \left| \frac{V^{3/2}}{V' M_P^3} \right|$$

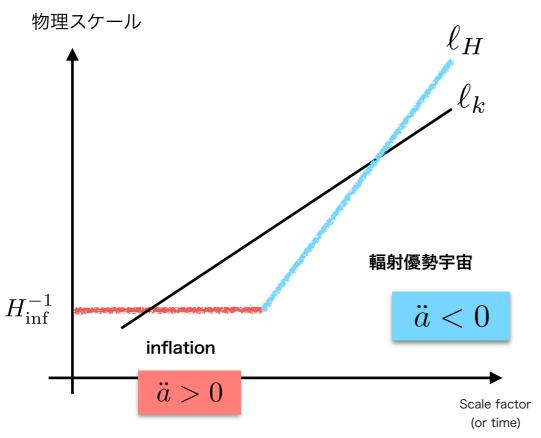
地平線の外では進化しない

スカラー型揺らぎ

$$ds^{2} = -(1+2\Phi)dt^{2} + a(t)^{2}(1+2\Psi)d\mathbf{x}^{2}$$

◆ :重力ポテンシャル

₩:曲率揺らぎ



インフラトンの量子ゆらぎは 時間と体積の揺らぎを生む。

$$\Phi \sim \frac{\delta \rho}{\rho} \sim H \delta t \sim H_{\rm inf} \frac{\delta \phi}{\dot{\phi}} \sim \left| \frac{V^{3/2}}{V' M_P^3} \right|$$

地平線の外では進化しない

コメント:

$$\Phi \sim \frac{\delta \rho}{\rho} \sim H \delta t \sim H_{\rm inf} \frac{\delta \phi}{\dot{\phi}} \sim \left| \frac{V^{3/2}}{V' M_P^3} \right|$$

Hubble timeの間にインフラトンが古典的運動 としてすむ距離を

$$(\Delta \phi)_{\text{classical}} = H_{\text{inf}}^{-1} \dot{\phi}$$

とかけば,

揺らぎの大きさ =
$$\frac{\delta\phi_{\rm quantum}}{\Delta\phi_{\rm classical}}$$

となっている.

スカラー型揺らぎ

Amplitude:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \left| \frac{V^{3/2}}{V'M_P^3} \right| \sim 10^{-5}$$

:COBE normalization

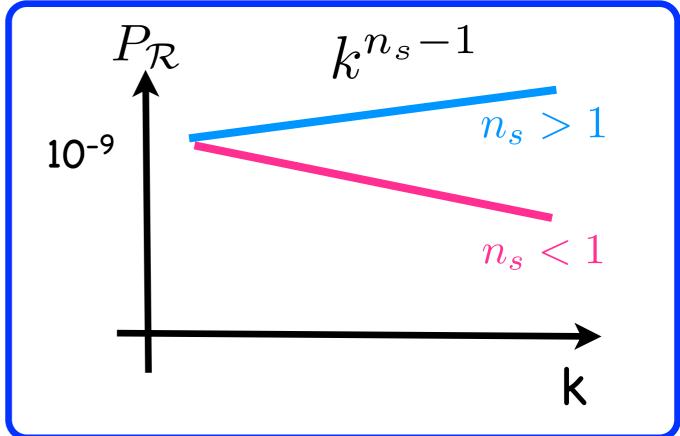
inflation energy scaleが低ければ, より平らなポテンシャルが必要

Spectral index:

$$n_s - 1 = \frac{d \ln(\delta \rho_k / \rho)^2}{d \ln k}$$

$$\simeq -\frac{V'}{V} \frac{d}{d\phi} \ln\left(\frac{V^3}{V'^2}\right)$$

$$= -3\frac{V'^2}{V^2} + 2\frac{V''}{V}$$

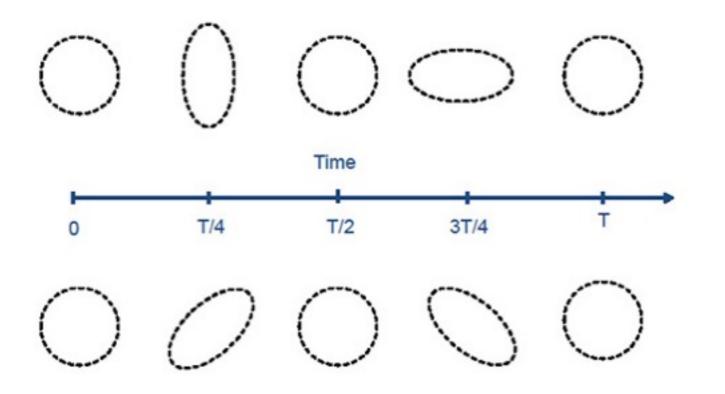


inflation energy scaleが低ければ,nsは二回微分で決まる.

テンソル型揺らぎ

$$ds^{2} = -dt^{2} + a(t)^{2} (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^{i} dx^{j}$$

 h_{ij} : traceless, divergent-free tensor = graviton.



テンソル型揺らぎは重力子の 揺らぎそのもの。

$$h_{ij} \sim \frac{H_{\mathrm{inf}}}{M_P}$$

こちらはまだ未発見 (上限のみ)

観測 VS 理論

スカラー型揺らぎ

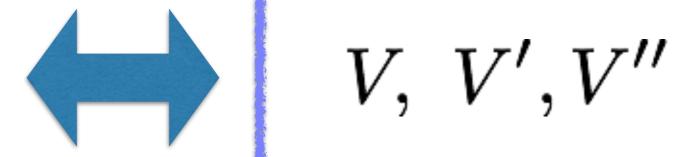
$$P_{\mathcal{R}} = A_s \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s - 1}$$

テンソル型揺らぎ

$$P_t = A_t \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_t}$$

$$P_{\mathcal{R}} = A_s \left(rac{k}{k_0}
ight)^{n_s - 1}$$
 $A_s = rac{V^3}{2\sqrt{3}V'^2},$ $n_s = 1 + 2rac{V''}{V} - 3\left(rac{V'}{V}
ight)^2,$ $P_t = A_t \left(rac{k}{k_0}
ight)^{n_t}$ $r = 8\left(rac{V'}{V}
ight)^2$

$$A_s, n_s, r \equiv \frac{A_t}{A_s}$$



V: the inflaton potential

Inflation energy scale

$$V_{\rm inf} \simeq (2 \times 10^{16} \,\mathrm{GeV})^4 \left(\frac{r}{0.1}\right)$$

GUT scale inflation!

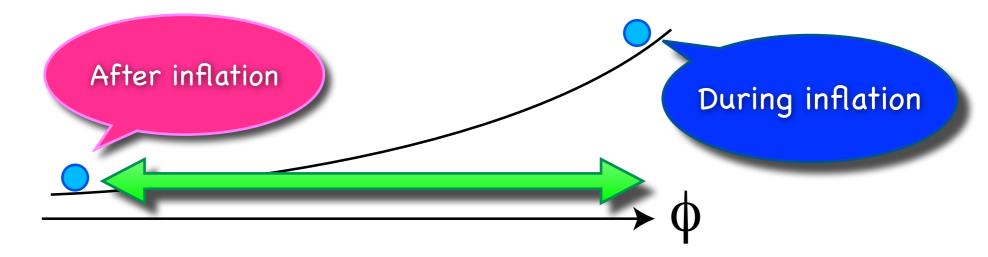
Inflaton field excursion

V, V'が分かると運動方程式をざっくり積分できる。 $3H\dot{\phi}+V'\simeq 0$

Lyth bound:
$$\Delta\phi\gtrsim 8M_P\left(\frac{r}{0.2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{N}{50}\right)$$

Lyth 1997

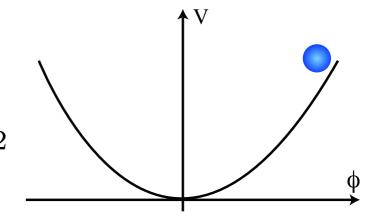
The inflaton excursion exceeds the Planck scale for $r > O(10^{-3})$.



Inflation models

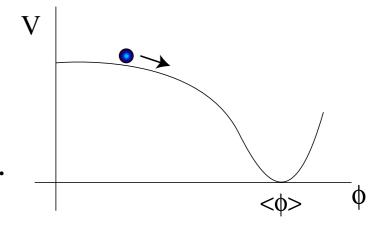
· Large-field inflation

$$\Delta \phi \gtrsim M_P$$
 $V \propto \phi^n$ $\varepsilon, \eta \propto \left(\frac{M_P}{\phi}\right)^2$ _____



· Small-field inflation

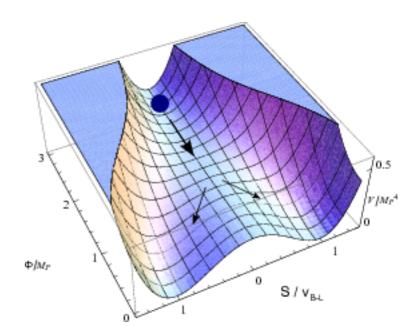
$$\Delta \phi \lesssim M_P \quad V = V_0 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \lambda\phi^4 + \cdots$$



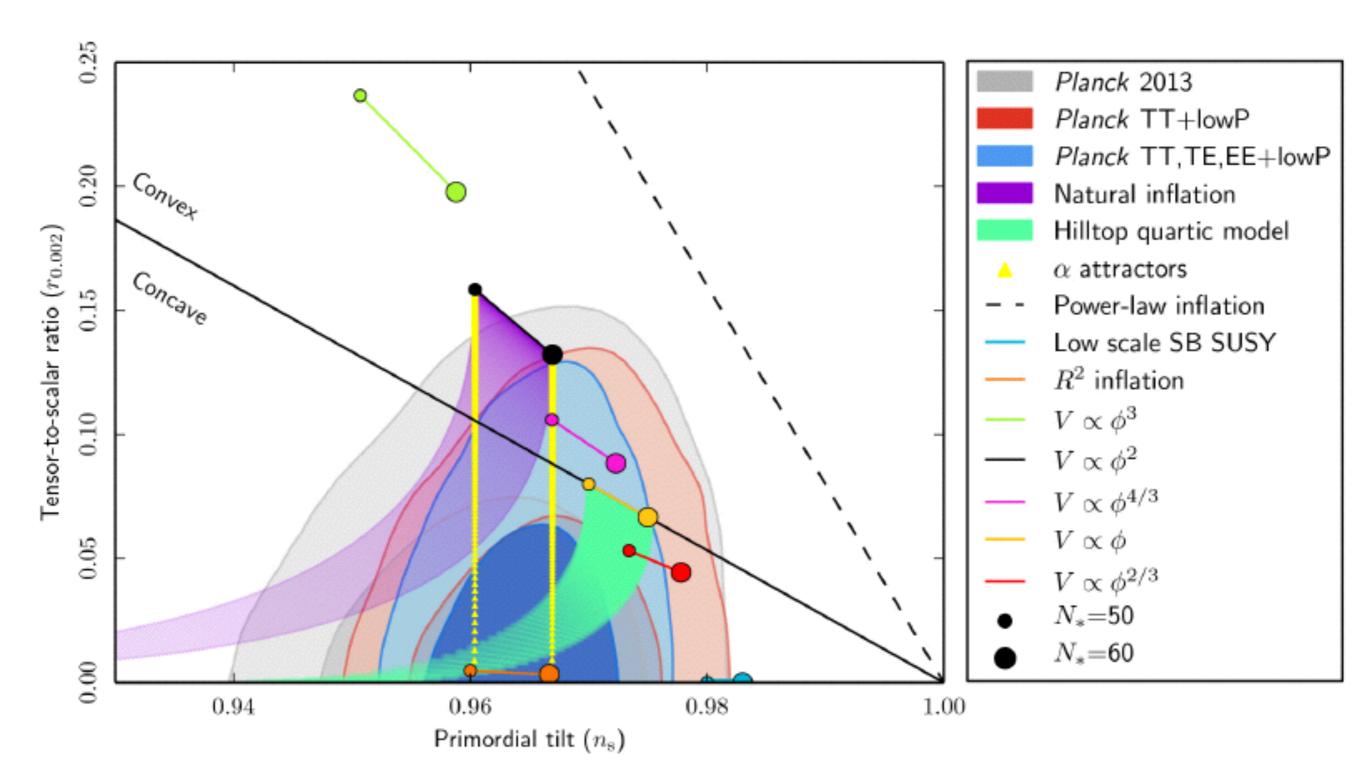
Hybrid inflation

$$\Delta \phi \lesssim M_P$$

Multi-field inflation model

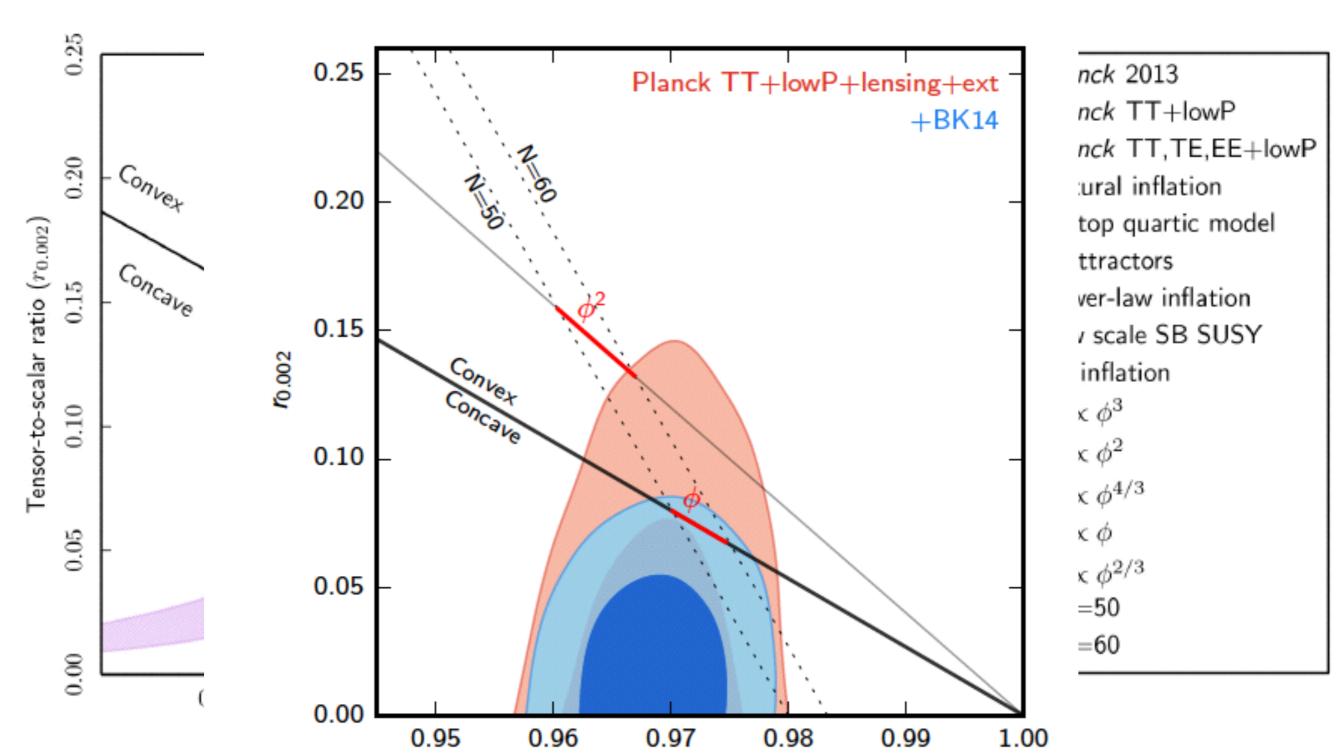


(ns, r)



Planck 2015

(ns, r)



 n_s

ck 2015

復習

時空はダイナミカル、力学変数は計量(メトリック)

$$ds^2 = \sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

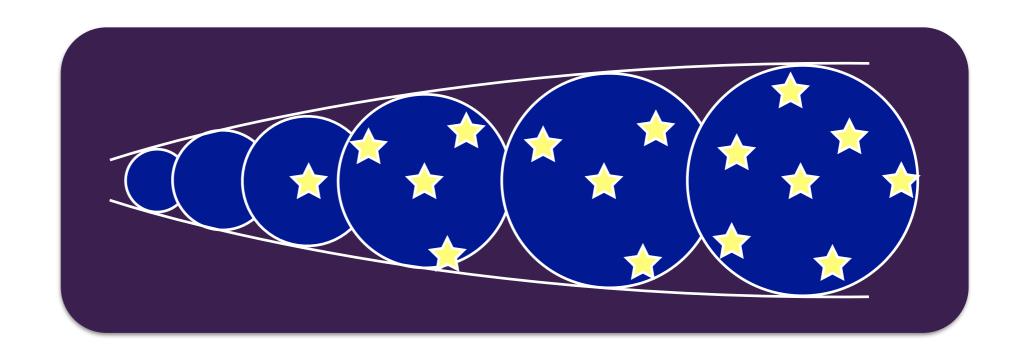
一樣等方宇宙:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right)$$
 Scale factor

Einstein equation:

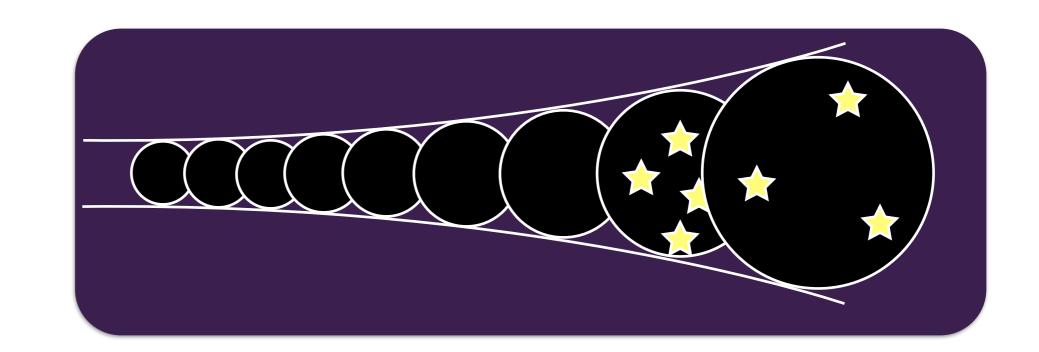
$$G_{\mu
u}=8\pi G T_{\mu
u}$$
時空(=宇宙)の進化物質エネルギー

共動座標(動径方向)



減速膨張

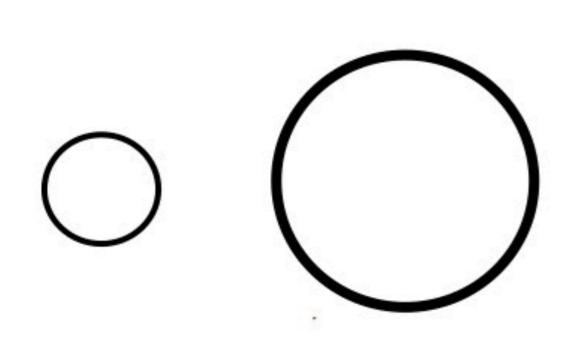




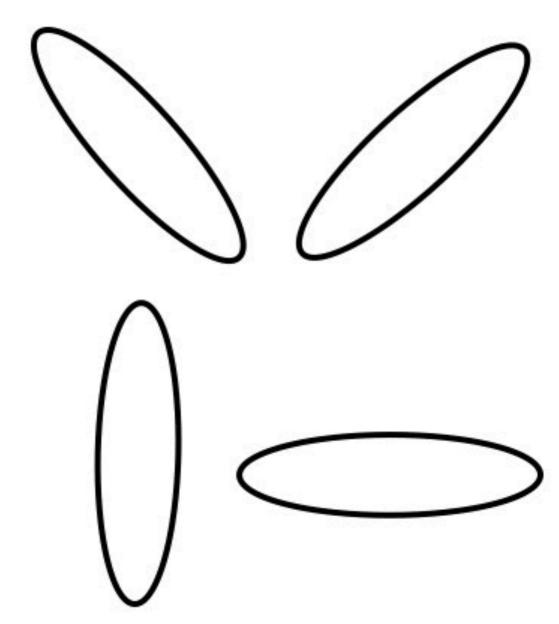
宇宙論的に重要な計量の線形揺らぎには二種類ある。

Scalar perturbations

Tensor perturbations







体積を変えずに空間を 歪める揺らぎ

観測 VS 理論

スカラー型揺らぎ

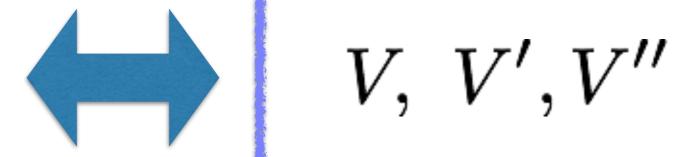
$$P_{\mathcal{R}} = A_s \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s - 1}$$

テンソル型揺らぎ

$$P_t = A_t \left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_t}$$

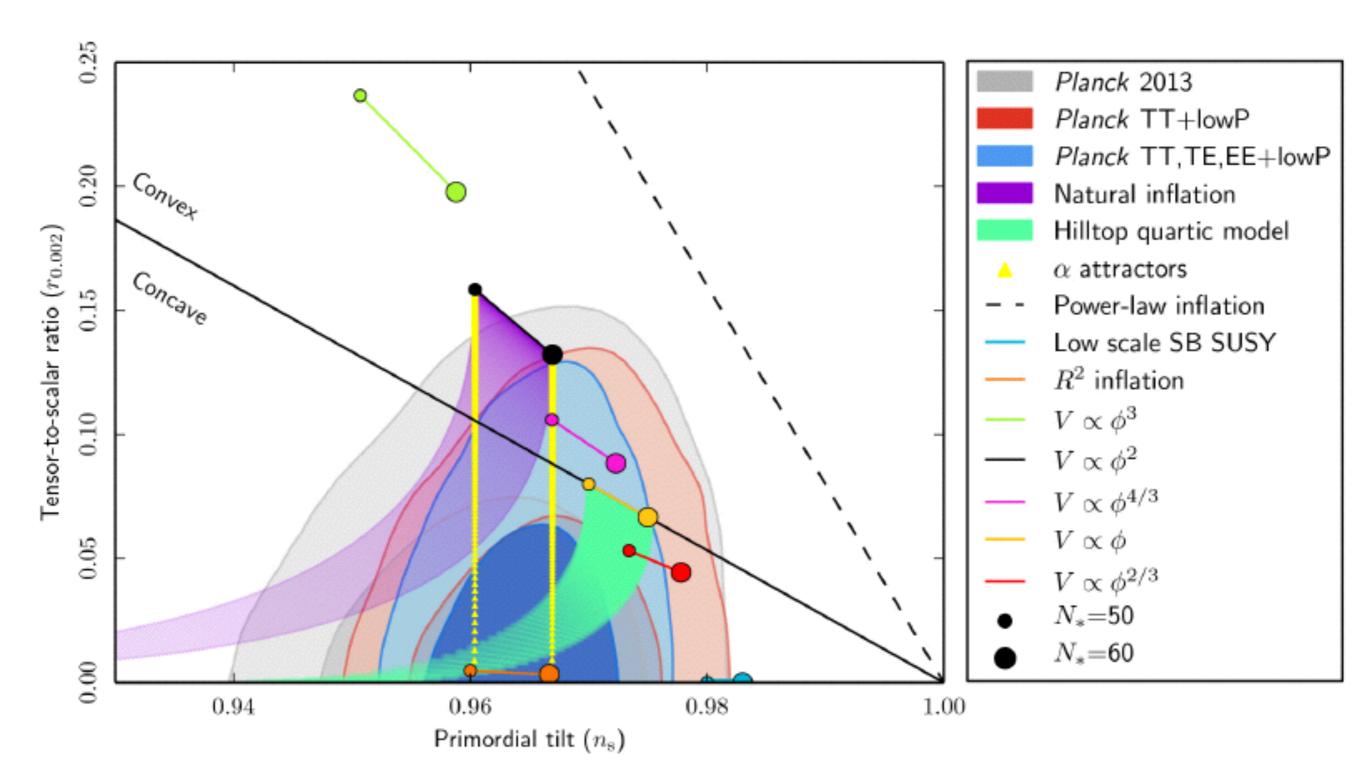
$$P_{\mathcal{R}} = A_s \left(rac{k}{k_0}
ight)^{n_s - 1}$$
 $A_s = rac{V^3}{2\sqrt{3}V'^2},$ $n_s = 1 + 2rac{V''}{V} - 3\left(rac{V'}{V}
ight)^2,$ $P_t = A_t \left(rac{k}{k_0}
ight)^{n_t}$ $r = 8\left(rac{V'}{V}
ight)^2$

$$A_s, n_s, r \equiv \frac{A_t}{A_s}$$



V: the inflaton potential

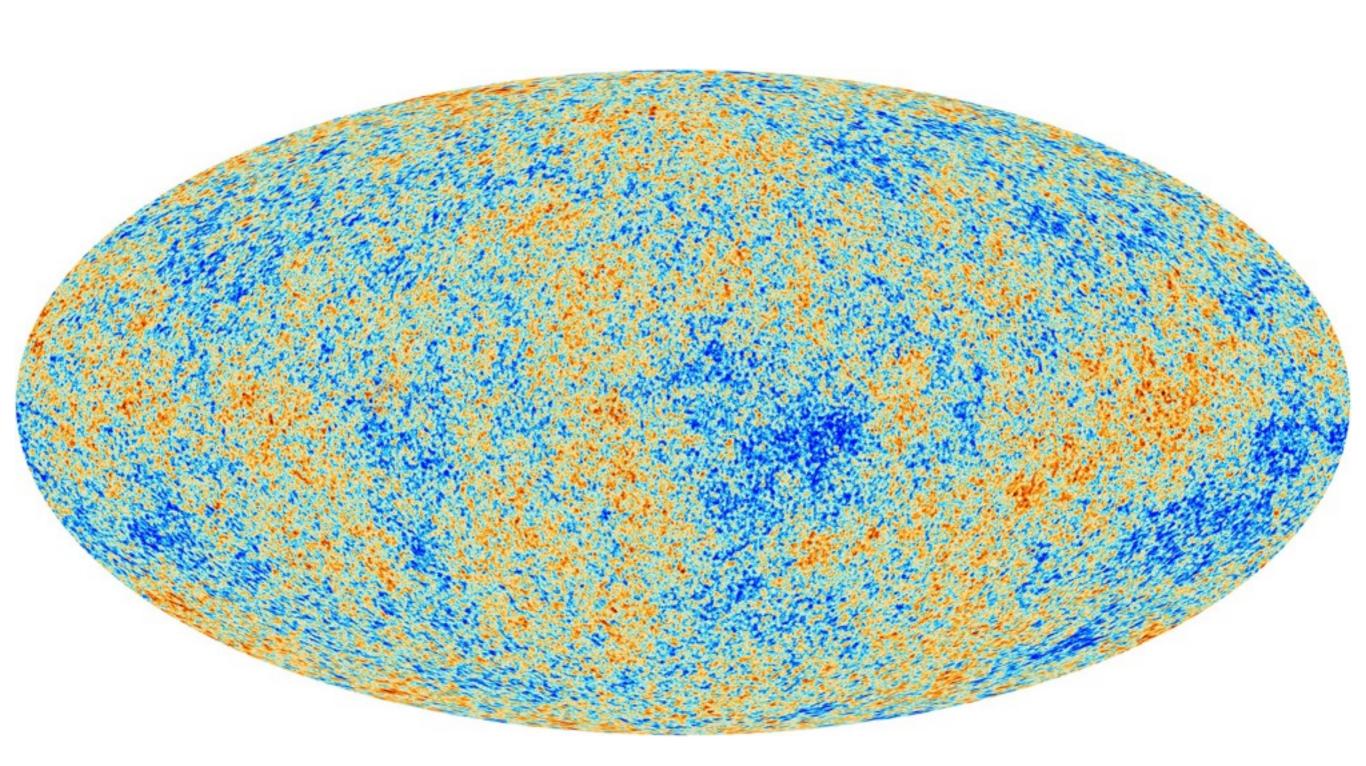
(ns, r)



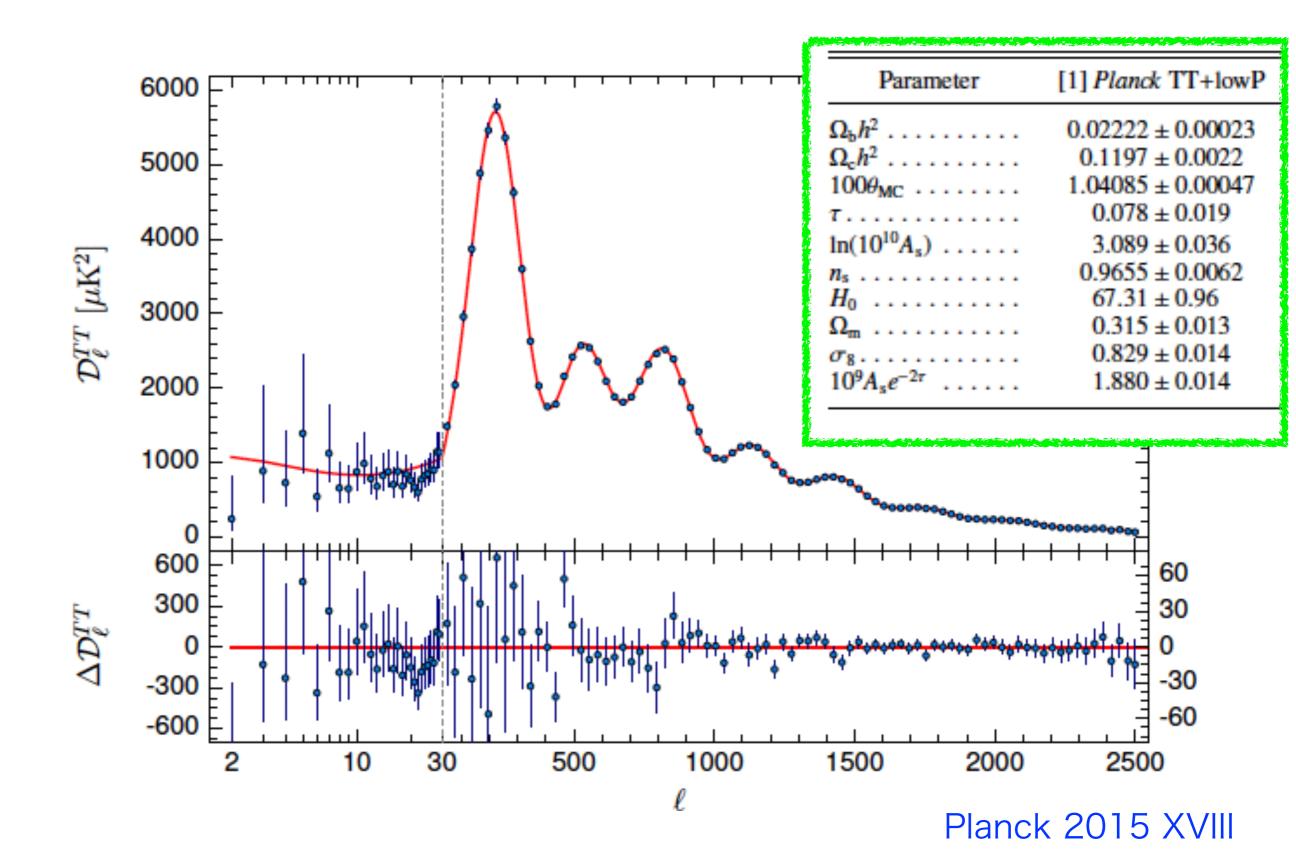
Planck 2015

3. どうやって観測から検証するのか? (つづき)

CMB温度揺らぎ全天マップ



CMB温度揺らぎ角度パワースペクトラム



登場人物:光子,陽子,電子,暗黑物質

登場人物:光子,陽子,電子,暗黑物質

電磁相互作用によって 結びついていて,一成分の 圧縮性流体として振る舞う.

登場人物:光子,陽子,電子,

暗黑物質

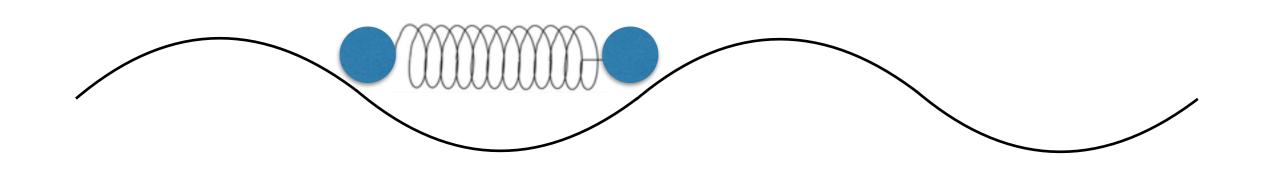
電磁相互作用によって 結びついていて、一成分の 重力ポテンシャルを作る. 圧縮性流体として振る舞う...

登場人物:光子,陽子,電子,

暗黒物質

電磁相互作用によって 結びついていて、一成分の 重力ポテンシャルを作る. 圧縮性流体として振る舞う。

揺らぎによって

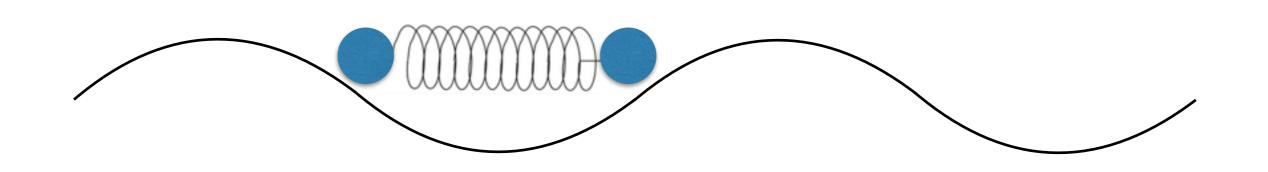


揺らぎが地平線に入ってくると振動開始 ある時点で水素原子ができると、光子と陽子電子は ばらばらになり、光子はまっすぐ進む」

登場人物:光子,陽子,電子,

暗黑物質

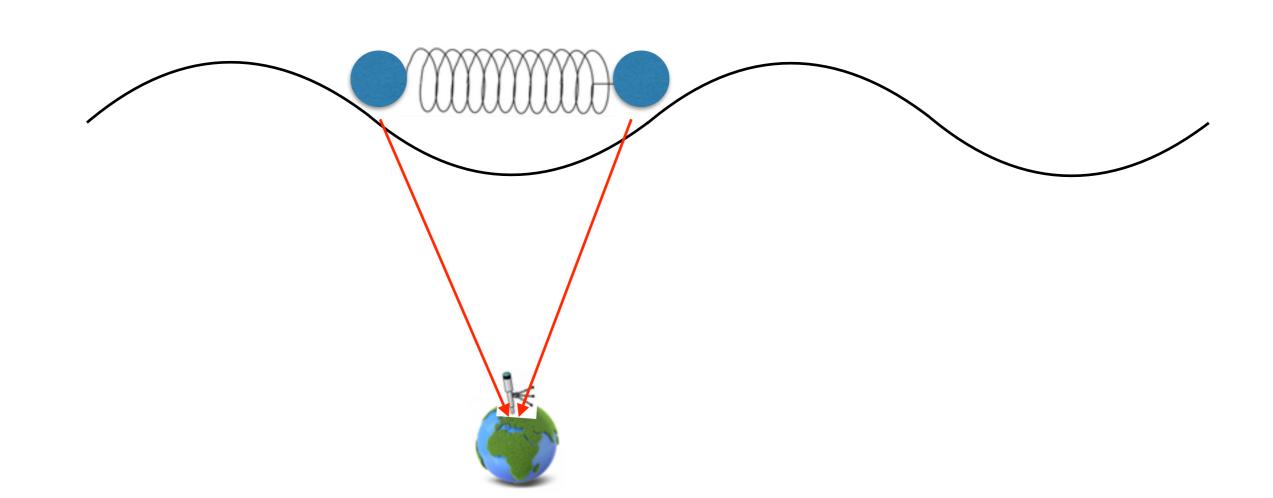
電磁相互作用によって 結びついていて、一成分の 重力ポテンシャルを作る. 圧縮性流体として振る舞う...



登場人物:光子,陽子,電子,

暗黑物質

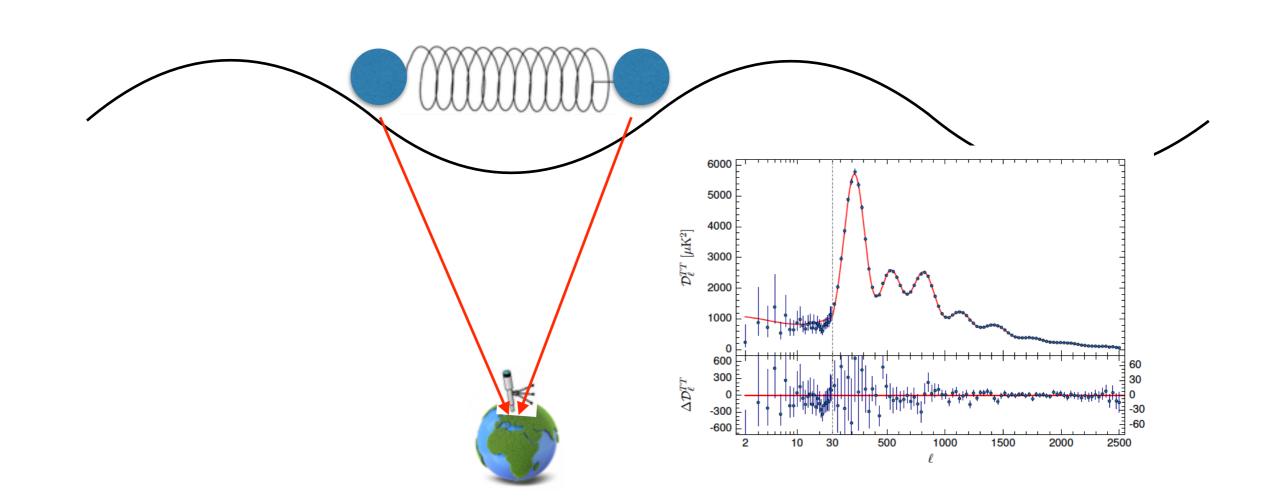
電磁相互作用によって 結びついていて、一成分の 重力ポテンシャルを作る. 圧縮性流体として振る舞う.



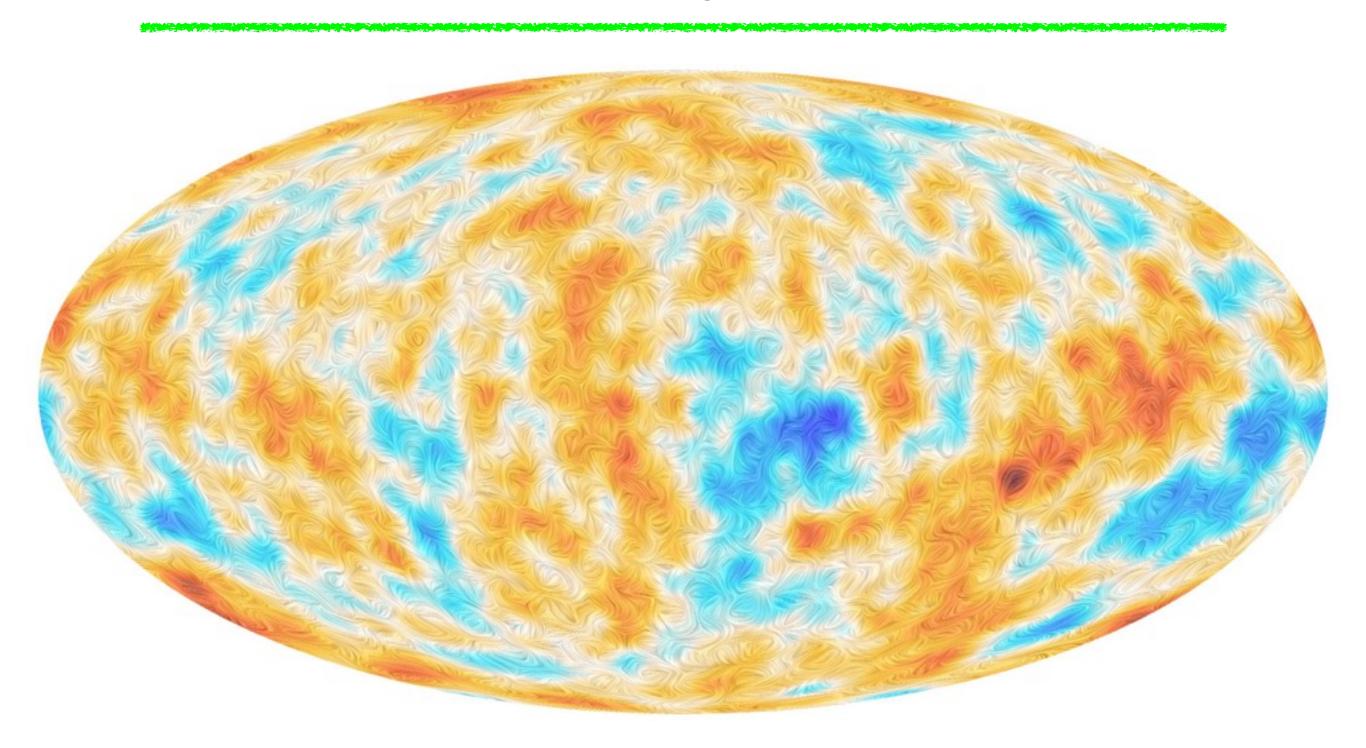
登場人物:光子,陽子,電子,

暗黑物質

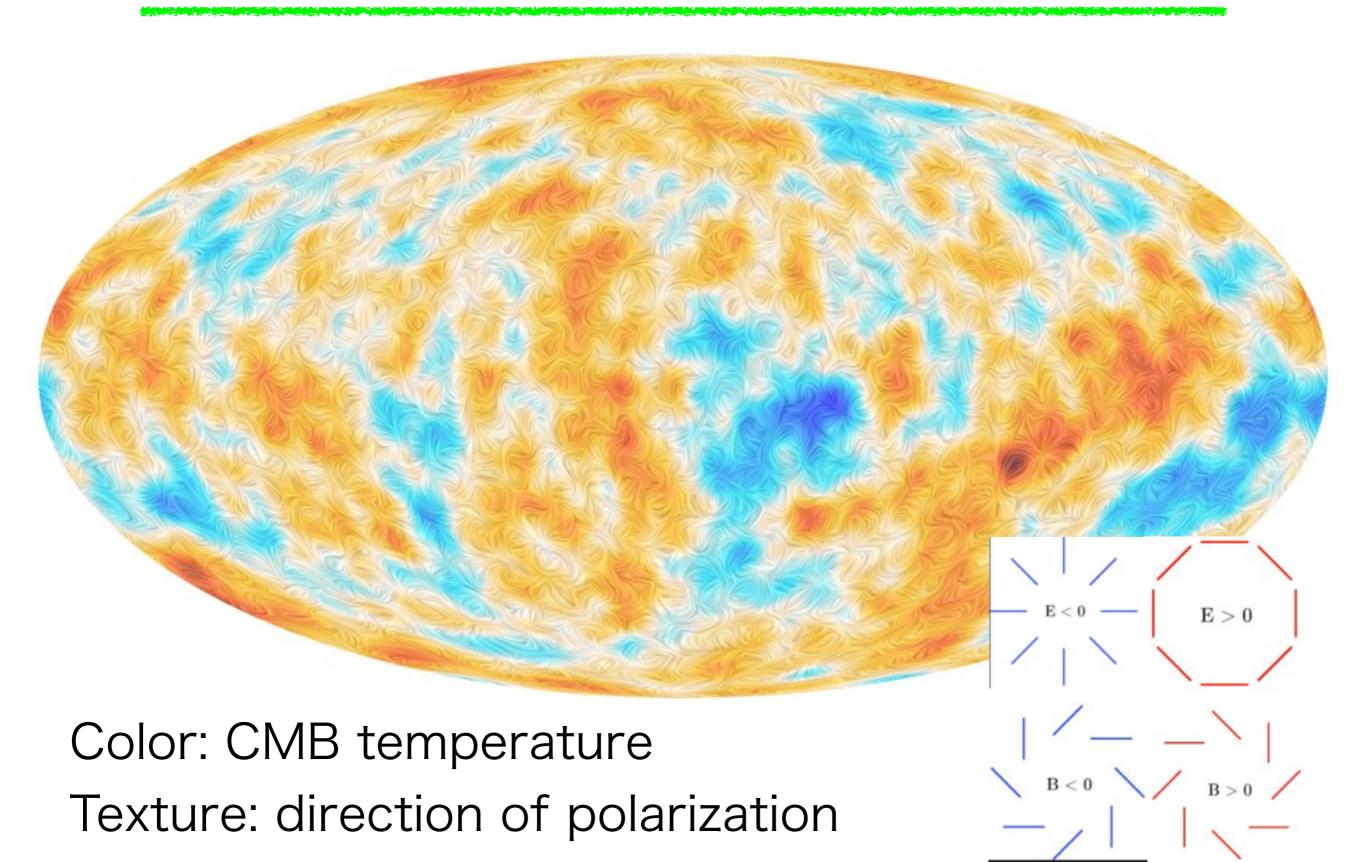
電磁相互作用によって 結びついていて、一成分の 重力ポテンシャルを作る. 圧縮性流体として振る舞う.



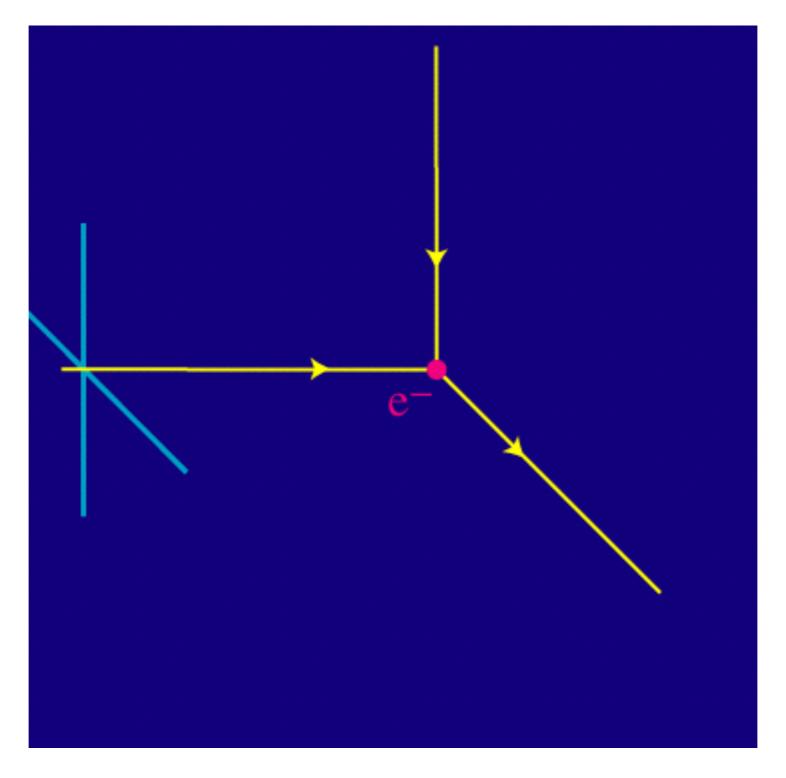
CMB偏光



CMB偏光

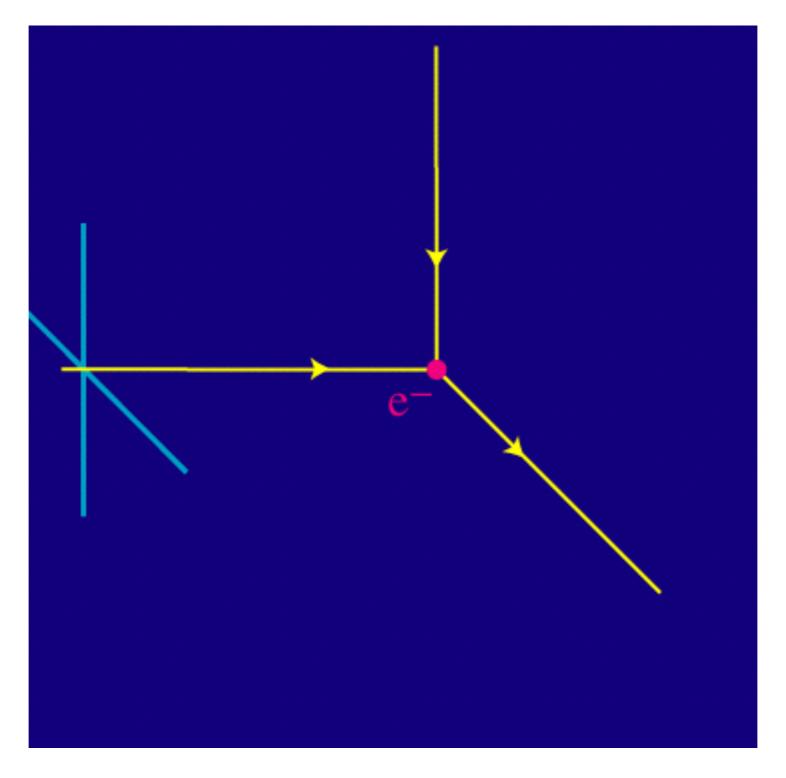


トムソン散乱によって直線偏光は 容易に作られるが、



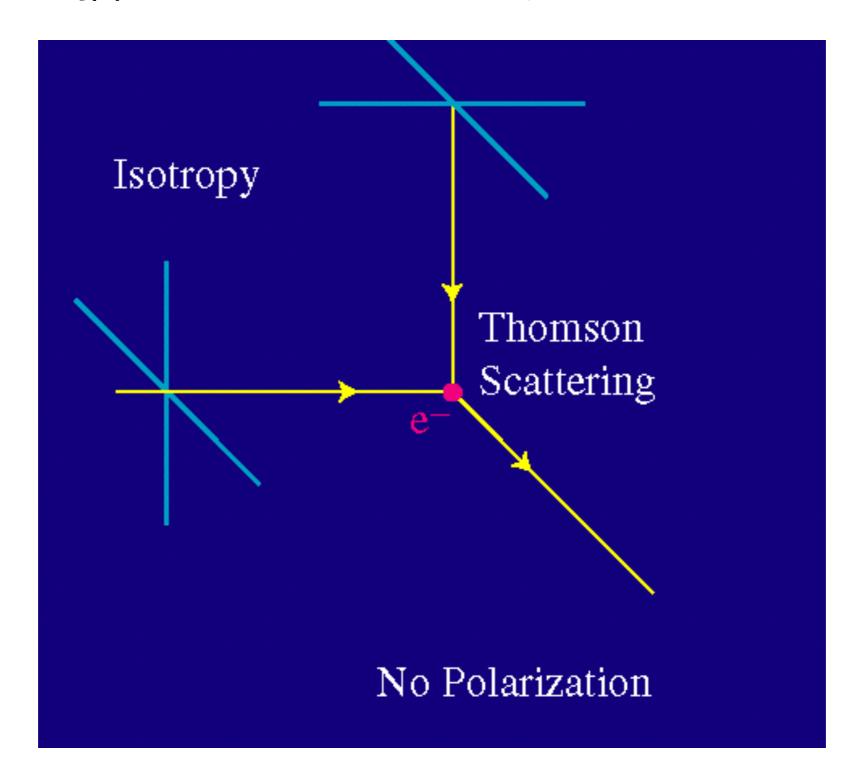
(Taken from W. Hu's webpage)

トムソン散乱によって直線偏光は 容易に作られるが、

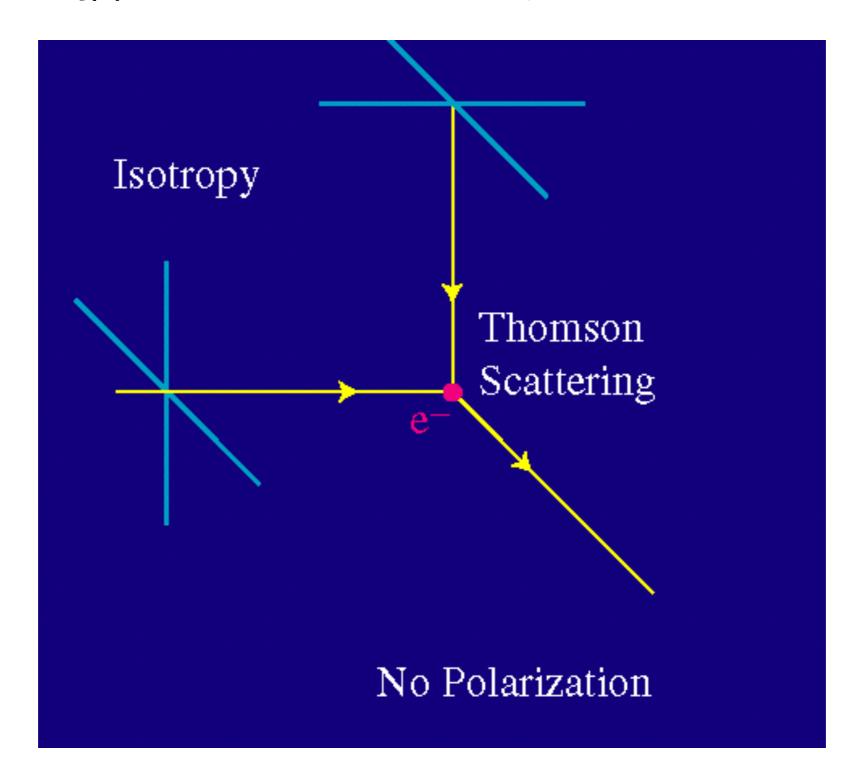


(Taken from W. Hu's webpage)

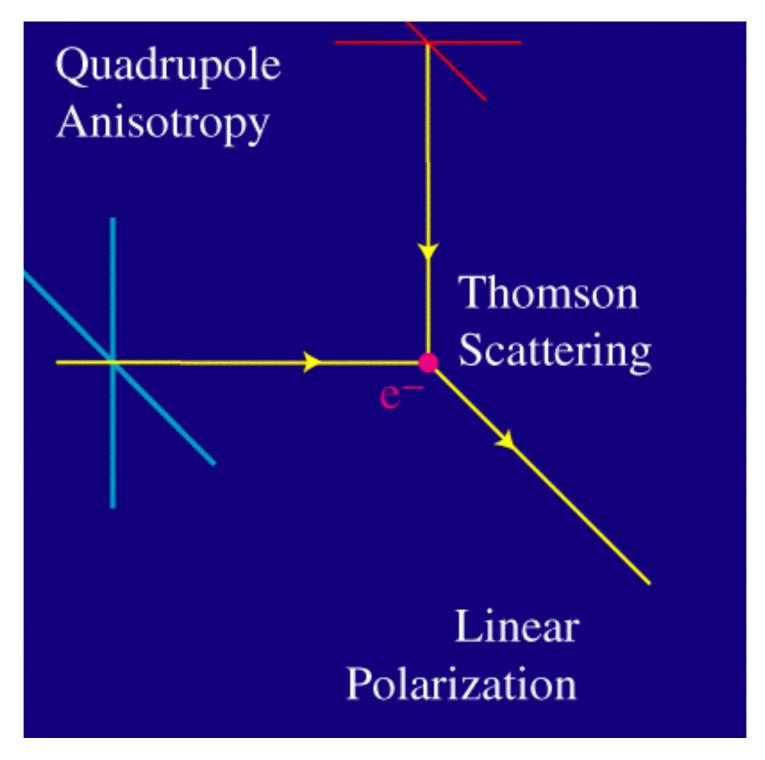
宇宙が等方だったら偏光は生じない。 双極子揺らぎでも互いにキャンセルしてダメ。



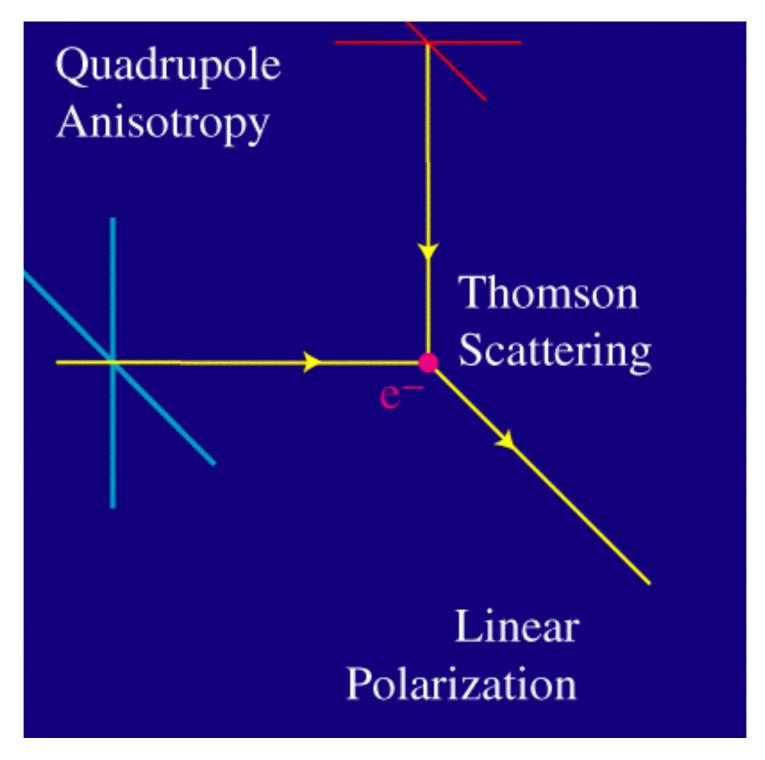
宇宙が等方だったら偏光は生じない。 双極子揺らぎでも互いにキャンセルしてダメ。

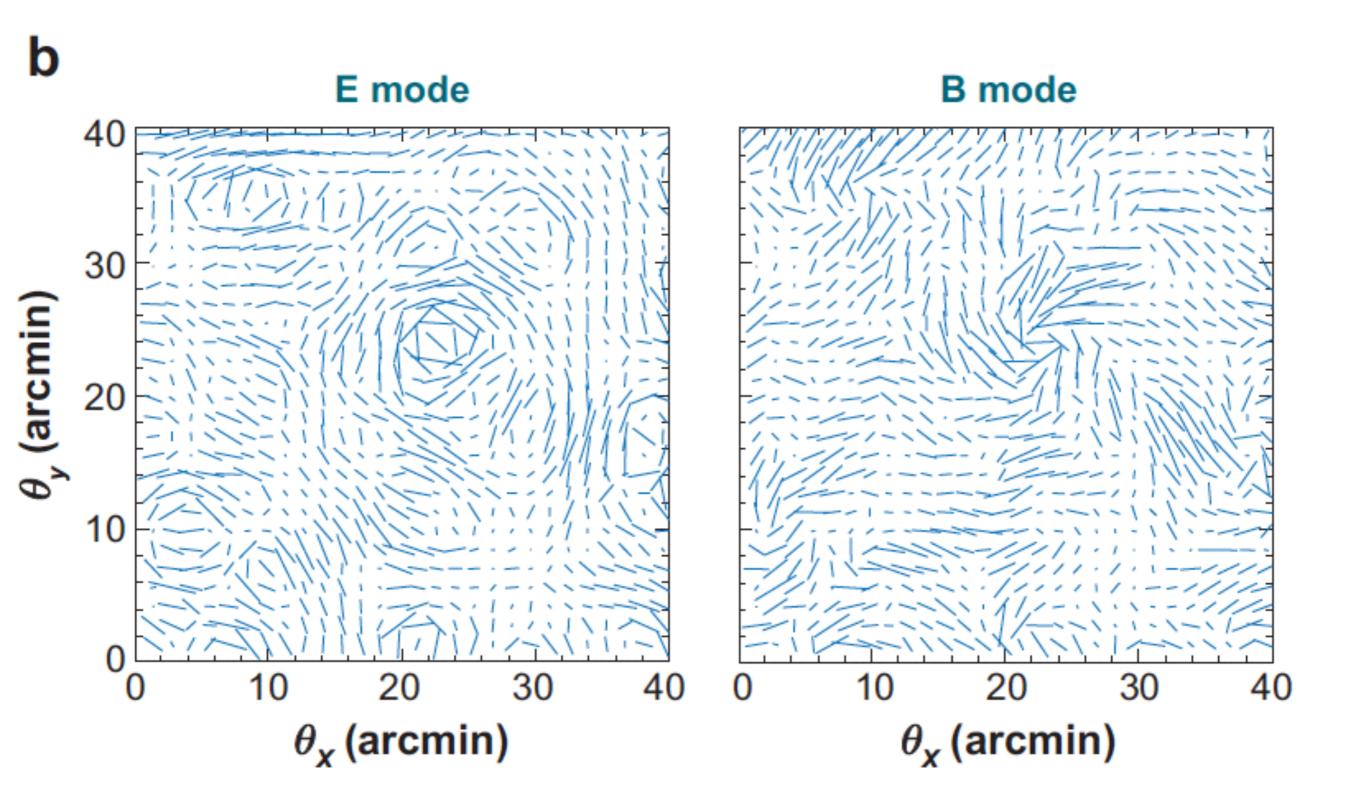


結局、四重極揺らぎによって偏光が生じる。 偏光ベクトルは冷たい方向を結ぶ。(下の例では上下方向)

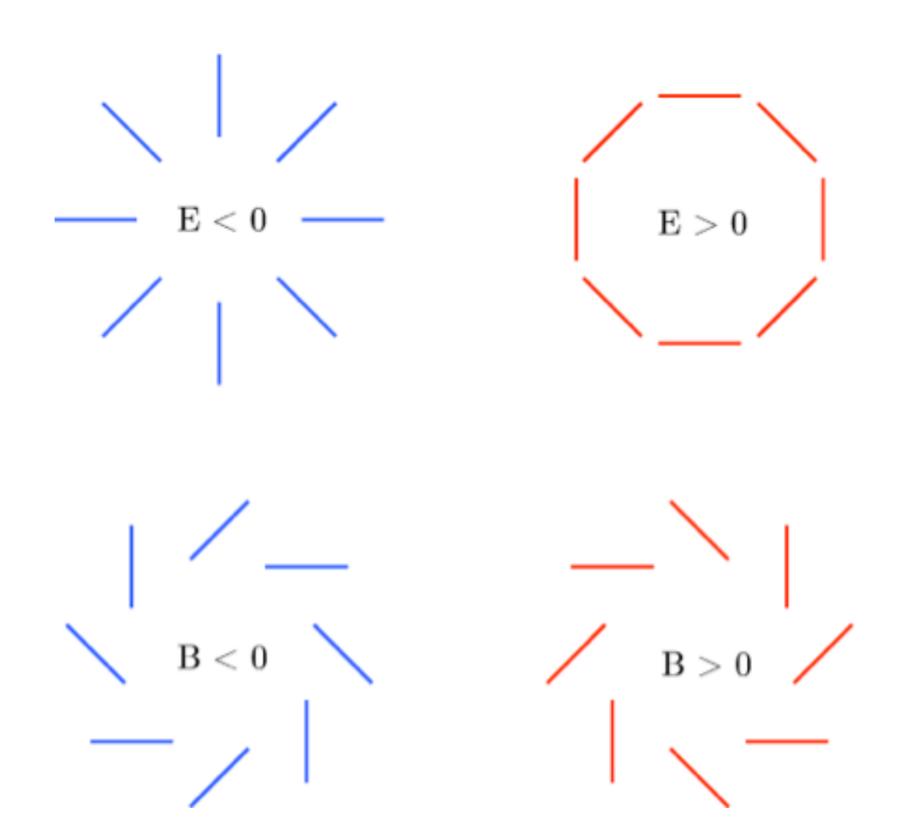


結局、四重極揺らぎによって偏光が生じる。 偏光ベクトルは冷たい方向を結ぶ。(下の例では上下方向)



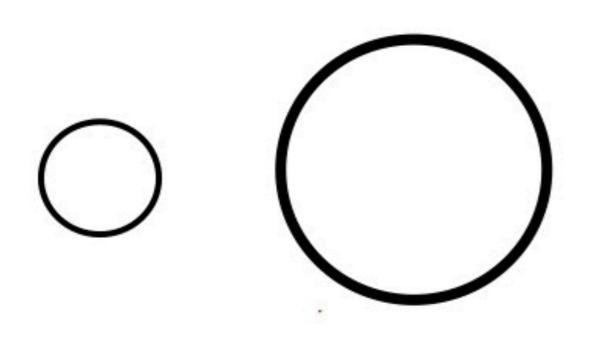


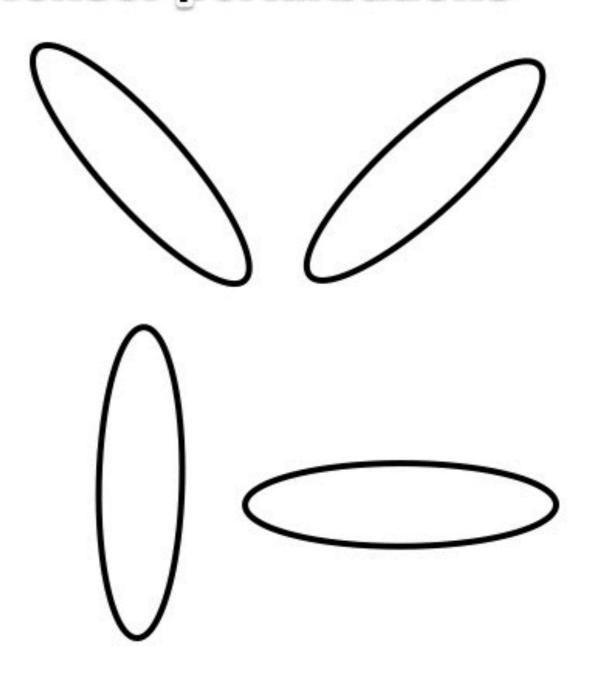
(Taken from Samtleben et al, `07)



EモードとBモードは偏光ベクトルを 45度回転すると互いに移り合う。

Tensor perturbations

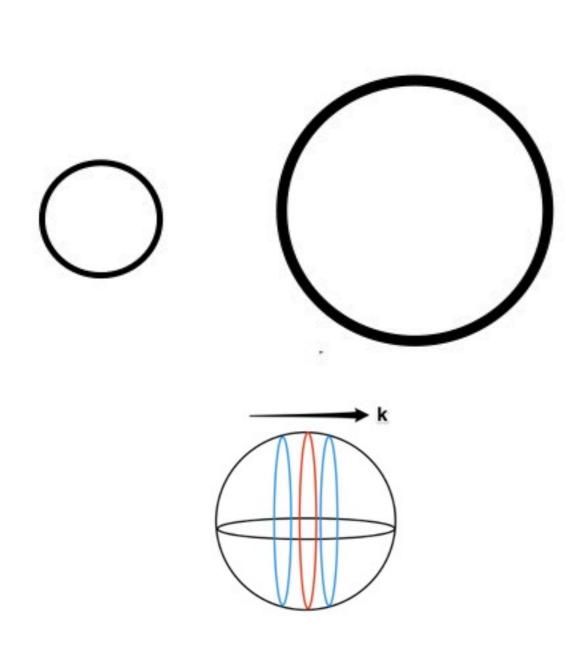




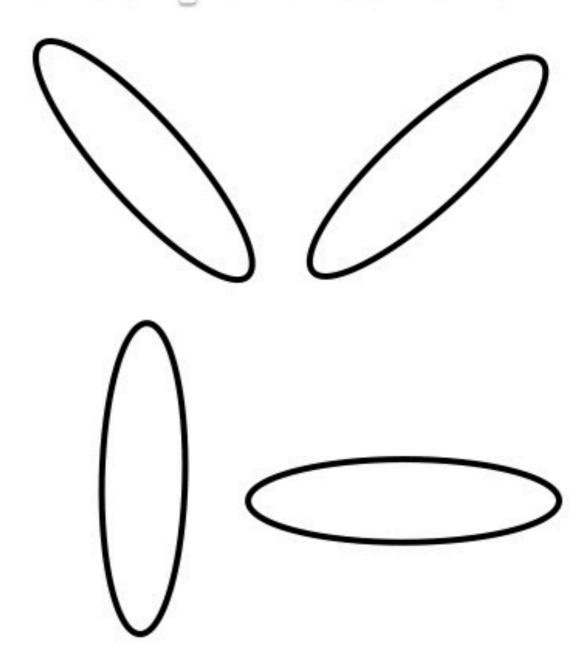
E-mode ONLY

BOTH E-mode and B-mode

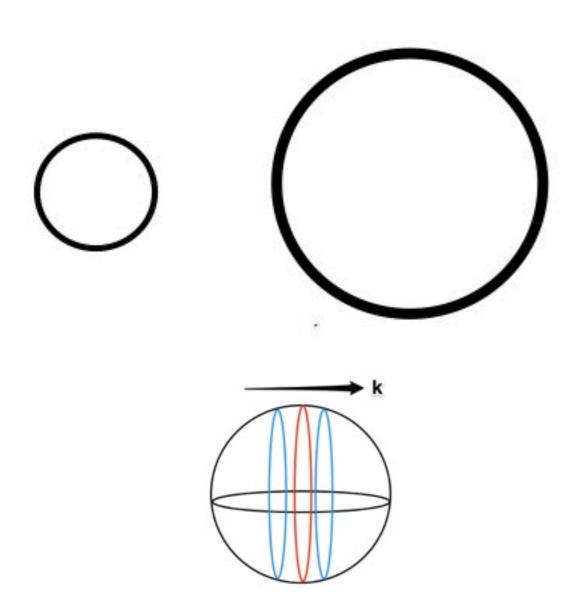
Tensor perturbations





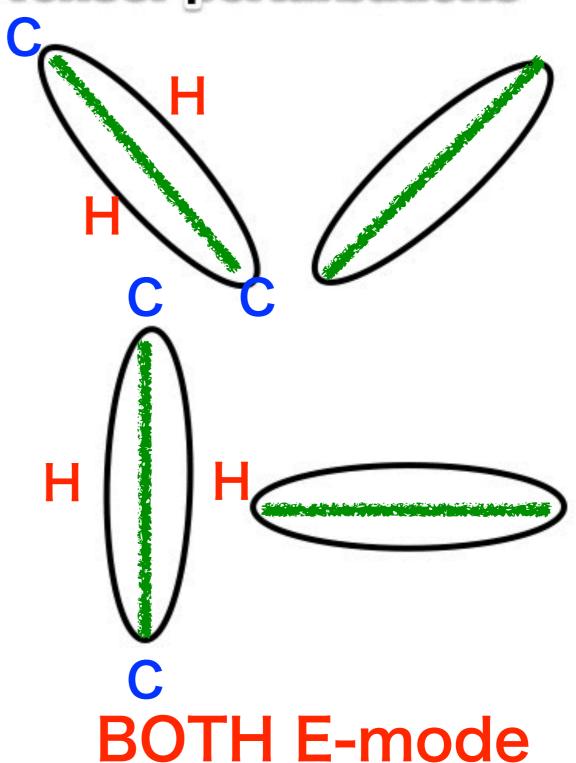


BOTH E-mode and B-mode

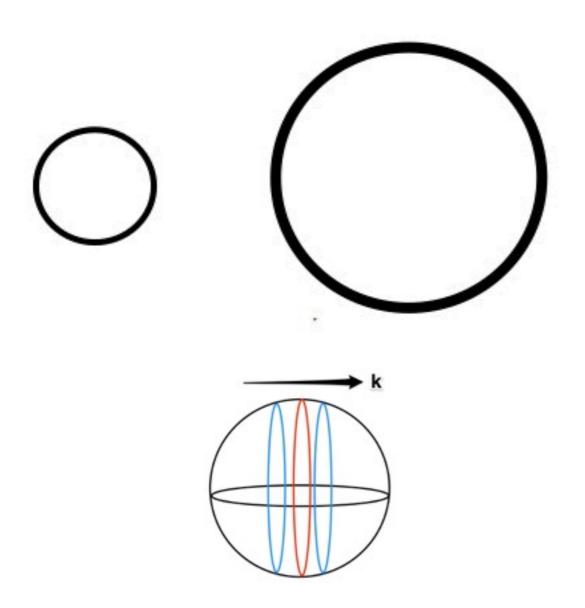


E-mode ONLY

Tensor perturbations

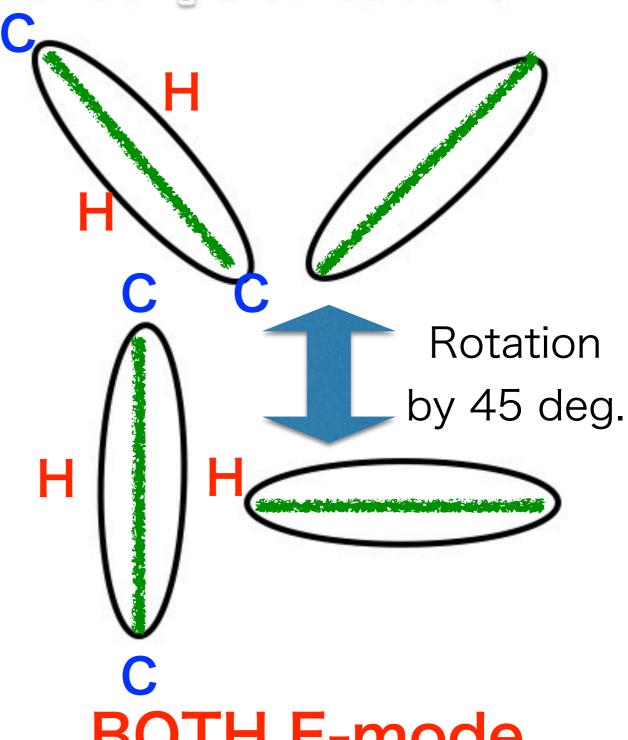


and B-mode



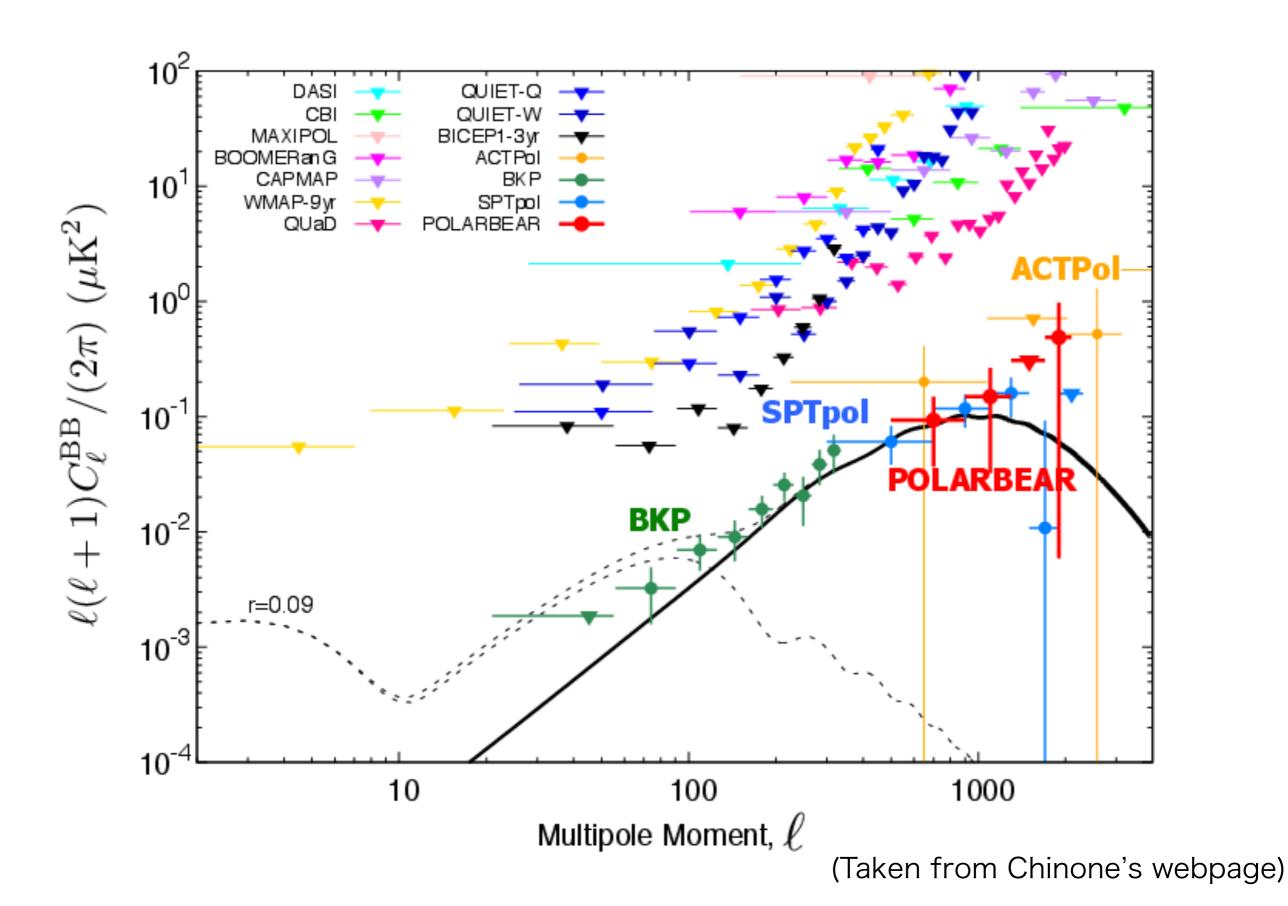
E-mode ONLY

Tensor perturbations

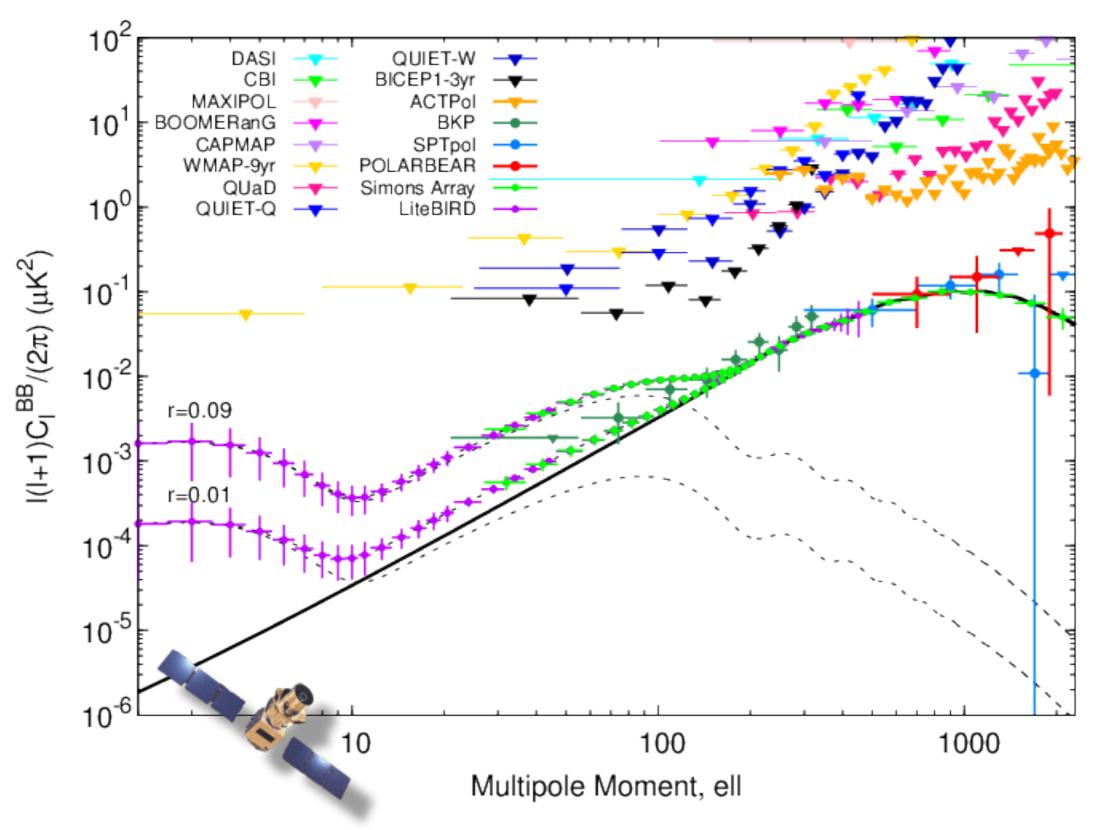


BOTH E-mode and B-mode

CMB B-mode偏光観測の現状



CMB B-mode偏光観測の将来



LiteBIRD(2025-?)

(Taken from Chinone's webpage)

3. どうやって観測から検証するのか?

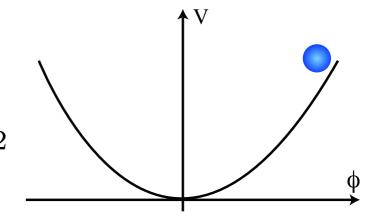
- A. インフレーション中につくられる揺らぎの性質を測定する.
- ·CMBの温度・偏光揺らぎ観測はインフレーションを強く示唆。
- ・CMBの温度・偏光揺らぎから(ns, r)が決まると、インフラトンポテンシャルの高さ、傾き、曲率が分かる。
- ·B-mode偏光観測実験がこれから更に進展。rの制限は現在の~0.1 から0.001まで二桁も良くなる。
- ・もしB-mode偏光が検出されれば、GUT-scaleのころの宇宙の情報が手に入り、その後の宇宙進化の理解(バリオン、ダークマターの起源など)が進むと期待。

4.現在インフレーションの何がわかっていて, 将来何がわかる(らない)のか?

Inflation models

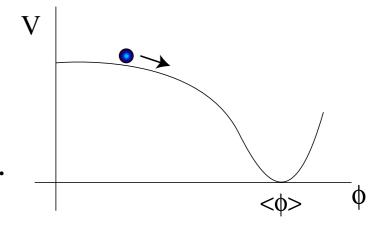
· Large-field inflation

$$\Delta \phi \gtrsim M_P$$
 $V \propto \phi^n$ $\varepsilon, \eta \propto \left(\frac{M_P}{\phi}\right)^2$ _____



· Small-field inflation

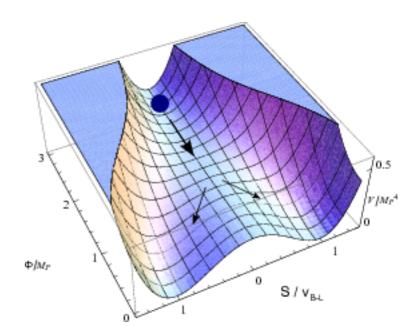
$$\Delta\phi \lesssim M_P \quad V = V_0 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \lambda\phi^4 + \cdots$$



Hybrid inflation

$$\Delta \phi \lesssim M_P$$

Multi-field inflation model



· Large-field inflation

Chaotic inflation

Natural inflation

Freese et al, `90

Linde `83

・Super-Planckian field rangeに対し如何にpotentialをcontrol? Shift symmetry: $\phi \to \phi + 2\pi f$

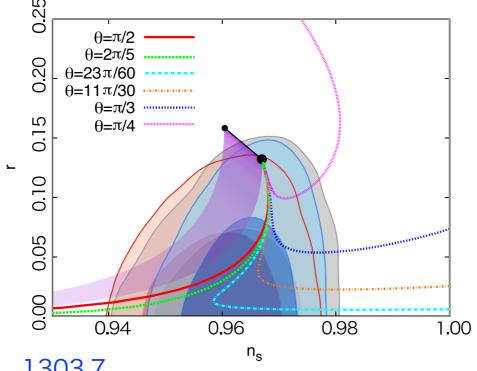
Large-field inflation

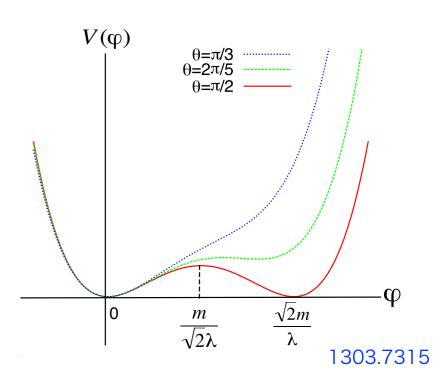
Chaotic inflation Linde `83 Natural inflation Freese et al, `90

- ・Super-Planckian field rangeに対し如何にpotentialをcontrol? Shift symmetry: $\phi \to \phi + 2\pi f$
- ・(上がクリアできれば)比較的適当なポテンシャル、適当な初期値でOKであったが、最近制限が厳しくなっており、quadratic or cosine型はほぼ排除された。もう少し平らにしないといけない。

e.g. Polynomial chaotic inflation, multi-natural inflation, non-minimal coupling to gravity

$$n_s = 1 + 2\frac{V''}{V} - 3\left(\frac{V'}{V}\right)^2$$
$$r = 8\left(\frac{V'}{V}\right)^2$$





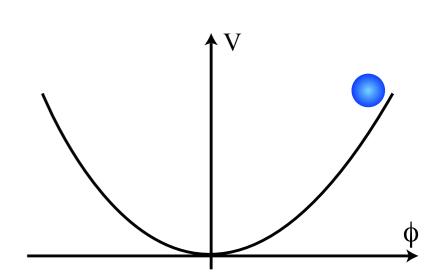
· Large-field inflation

Chaotic inflation Natural inflation

Linde `83

Freese et al, `90

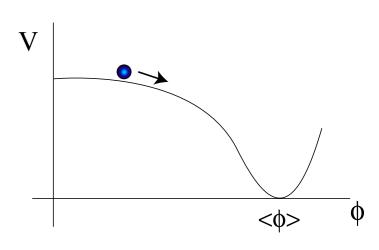
- ・Super-Planckian field rangeに対し如何にpotentialをcontrol? Shift symmetry: $\phi \to \phi + 2\pi f$
- ・(上がクリアできれば)比較的適当なポテンシャル、適当な初期値でOKであったが、最近制限が厳しくなっており、quadratic or cosine型ではうまくいかない。もう少し平らにしないといけない。
- e.g. Polynomial chaotic inflation, multi-natural inflation, non-minimal coupling to gravity
- ・tensor型揺らぎをつくるのでCMB B-mode polarizationで検証可能.
- ・典型的なinflation energy scale ~ GUT scale
- ・典型的なinflaton mass ~10¹²⁻¹³GeV SUSY breaking? Seesaw scale —> RH sneutrino?



· Small-field inflation

Linde `82, Albrecht and Steinhardt `82

・Sub-Planckianなので量子重力の効果は小さく、 場の理論で記述可能



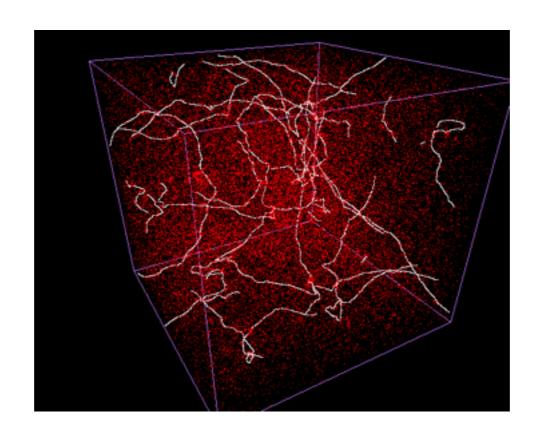
- ・しかしインフレーションをきちんと終わらせる為にnonrenormalizable operatorが必要なので、結局UVにsensitiveである.
- ・ポテンシャルの頂上付近をとても平らにしなくてはいけない
 - ・ゆえに様々なcorrectionが効く可能性有り.故にnsの不定性. ModelによるがSUSY breaking scaleと関係する事がある。
- ・初期条件としてpotentialのmaximumから始まる必要がある
- Negligible tensor mode/B-mode polarization.
- ・Higgs potentialと似ている; SUSY B-L Higgs inflation.

Hybrid inflation Copeland et al `94, Dvali et al `94

- ・インフレーションを起こすのと終わらせるのを別の場で行う。
- ・模型構築が簡単、特にrenormalizable operatorで書ける。
- ・SUSYでは特に簡単に実現。

$$W = S(\psi^2 - M^2)$$

- Negligible tensor/B-mode polarization
- ・Cosmic stringをつくることができる (CMB, 重力波)



インフレーション模型の分類

1. Extensions of quadratic chaotic inflation or natural inflation $r \sim 0.01-0.1$

2. R² inflation, Higgs inflation

r ~ 10⁻³

3. Small-field inflation (e.g. new inflation)

r << 10-3

More observables are definitely welcome! (especially in the case 3)

もし将来CMB B-modeが検出されたら?

· GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。

- ・GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い:

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥
- インフラトン質量はだいたい

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥
- ・インフラトン質量はだいたい $m_{\rm inf}\sim 10^{12-13}\,{
 m GeV}$.

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥
- ・インフラトン質量はだいたい $m_{\rm inf}\sim 10^{12-13}\,{
 m GeV}$.
 - · 超対称性の破れ・右巻きニュートリノ質量と関連?

- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・ 再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥
- ・インフラトン質量はだいたい $m_{\rm inf}\sim 10^{12-13}\,{
 m GeV}$.
 - · 超対称性の破れ・右巻きニュートリノ質量と関連?
- ・等曲率揺らぎが大きくなりすぎる傾向

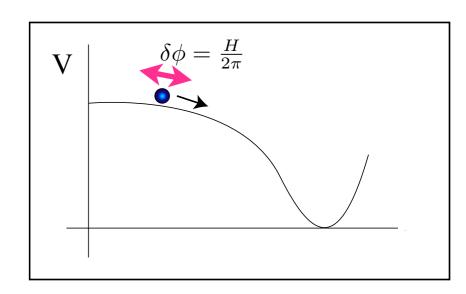
- · GUT-scaleの宇宙の情報が手に入る。
 - · Large-field inflationの模型構築(超重力理論、超弦理論)
- ・再加熱(崩壊)温度が高い: $T_R \gtrsim 10^{8-9}\,\mathrm{GeV}$
 - ・バリオン非対称性生成機構
 - ・ダークマター生成
 - ・対称性の回復、それに伴う位相欠陥
- ・インフラトン質量はだいたい $m_{\rm inf}\sim 10^{12-13}\,{
 m GeV}$.
 - · 超対称性の破れ・右巻きニュートリノ質量と関連?
- ・等曲率揺らぎが大きくなりすぎる傾向
 - ・QCDアクシオン? —> PQ対称性の回復や破れ(e.g. the Witten effect)

インフレーションのスケールは未定。

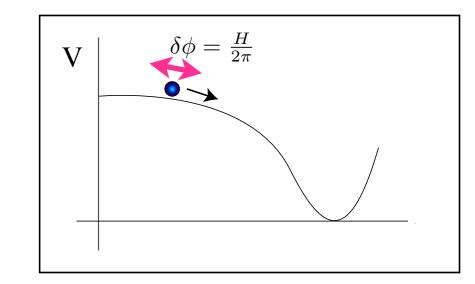
- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。

- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。

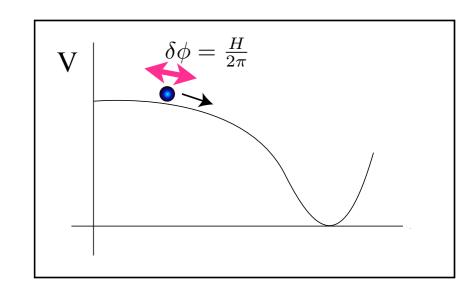
- インフレーションのスケールは未定。
 - ・ Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。



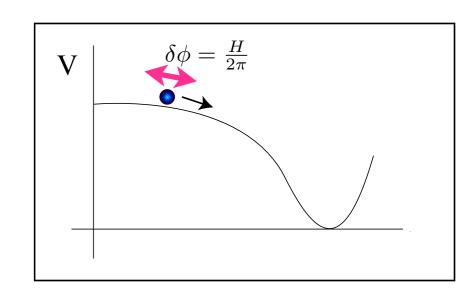
- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。



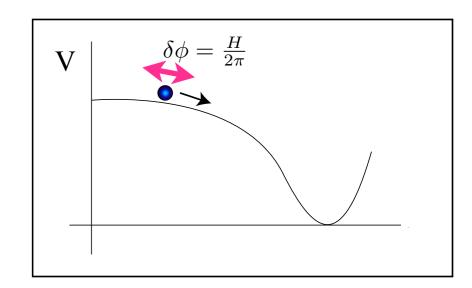
- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。
 - ・等曲率揺らぎ、非ガウス性



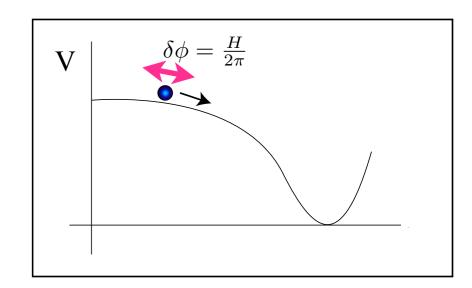
- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。
 - ・等曲率揺らぎ、非ガウス性
 - · 暗黒輻射



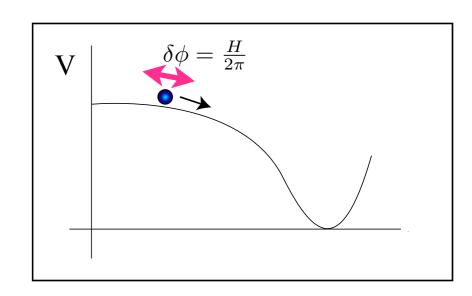
- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。
 - ・等曲率揺らぎ、非ガウス性
 - ・暗黒輻射
 - · 曲率、異方性, 位相欠陥



- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。
 - ・等曲率揺らぎ、非ガウス性
 - ・暗黒輻射
 - · 曲率、異方性, 位相欠陥
- ・他の実験、観測



- インフレーションのスケールは未定。
 - · Inflatonが動く距離はPlanck scale以下。
 - ・ポテンシャルの形はhilltop型。
- ・他の観測量がより一層重要。
 - ・等曲率揺らぎ、非ガウス性
 - ・暗黒輻射
 - · 曲率、異方性,位相欠陥
- ・他の実験、観測
 - ・加速器実験、ダークマター探索、ニュートリノ



Other observables

• Running spectral index
$$\frac{dn_s}{d \ln k} = -0.0057 \pm 0.0071$$

- Non-Gaussianity $f_{NL}^{local} = 0.8 \pm 5.0$, $f_{NL}^{equil} = -4 \pm 43$ and $f_{NL}^{ortho} = -26 \pm 21$
- Isocurvature perturbations $\beta_{iso} < 0.038 \ (95\%CL)$

$$\beta_{\rm iso}(k) = \frac{\mathcal{P}_{II}(k)}{\mathcal{P}_{\mathcal{R}\mathcal{R}}(k) + \mathcal{P}_{II}(k)} \,.$$

- Spatial curvature $|\Omega_K| < 0.005 \ (95\% CL)$
- N_{eff}, (sterile) neutrino masses $N_{\rm eff} = 3.15 \pm 0.23$

Other observables

• Running spectral index
$$\frac{dn_s}{d \ln k} = -0.0057 \pm 0.0071$$

- Non-Gaussianity $f_{NL}^{local} = 0.8 \pm 5.0$, $f_{NL}^{equil} = -4 \pm 43$ and $f_{NL}^{ortho} = -26 \pm 21$
- Isocurvature perturbations $\beta_{iso} < 0.038 \ (95\%CL)$

$$\beta_{\rm iso}(k) = \frac{\mathcal{P}_{II}(k)}{\mathcal{P}_{\mathcal{R}\mathcal{R}}(k) + \mathcal{P}_{II}(k)} \,.$$

- Spatial curvature $|\Omega_K| < 0.005 \ (95\% CL)$
- N_{eff}, (sterile) neutrino masses $N_{\rm eff} = 3.15 \pm 0.23$

Consistent with the base LCDM, but there is still a room for new physics.

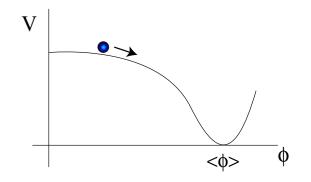
4.現在インフレーションの何がわかっていて, 将来何がわかる(らない)のか?

A. シンプルな二次ポテンシャルやcos関数を用いたlarge-field inflationは既に排除されている。Blue-tilt ($n_s>1$) も排除されている。r<0.07かつns=0.96を出すインフレーション模型はたくさんある。

将来の原始B-mode polarizationの探索はGUT-scale のインフレーション, つまりlarge-field inflation, に感度有り. rの制限を2桁近く改善予定.

見つかれば熱史, axion DM等に含意. 見つからない場合には, 小さいスケールの揺らぎなど他の観測windowに期待する.

まとめ



- ・インフレーションが宇宙初期に生じたことは疑いようがない。
- ・インフレーション中に2つのタイプの時空の揺らぎが生じる.
 - ・スカラー型揺らぎ、いわゆる密度揺らぎ、CMBの温度揺らぎ、宇宙の構造形成はこの揺らぎの重力進化の結果。
 - もうひとつはテンソル型揺らぎ、いわゆる重力波。これはB-mode 偏光を生む。
- ・将来,もし原始B-mode偏光が検出されれば,インフラトンポテンシャルの高さ,傾き,曲率がきまる. V,V',V''
- ・原始B-mode偏光検出の有無は熱史,ダークマター等に関する知見を与える(e.g. axion DMの一部のシナリオを排除)