

修士論文

ILCにおけるILD測定器を用いた $H \rightarrow Z \gamma$ 崩壊測定のための
Kinematic fit手法の研究

Studies of kinematic-fit method for measurements of $H \rightarrow Z \gamma$
decay using ILD detector at ILC

東京大学大学院 理学系研究科物理学専攻
山下研究室 修士課程 2 年

藤井 一毅

2019 年 1 月 31 日

概要

現在、International Linear Collider(ILC) 計画が進められており、ヒッグスの精密測定への大きな期待が寄せられている。本研究では ILC 実験に向けて International Large Detector(ILD) 測定器による $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊事象に対する測定性能の評価を行なった。 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊過程はループ過程を含む事象であり、新物理により標準理論の予測値から大きくずれ込む可能性があると考えられており、新物理探索への感度があると期待されている。

本研究では事象選別の際に Kinematic-fit を導入することでさらに高精度な解析を目指した。Kinematic-Fit とは、ラグランジュ未定乗数法に基づき、測定した値に対し運動学的条件と測定器の性能を条件に課すことでより精度の高い値を取り出す手法である。はじめにモンテカルロ情報を利用した光子及び uds ジェットのエネルギー及び角度方向の分解能の評価を行ない、Kinematic-fit にて、この評価法による分解能を各光子及びジェットごとに定めることを可能とした。その後、 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析への Kinematic-fit の適用を行ない、フィット対象となったジェット及び光子の物理量について精度向上が確認できた。

$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析は ILC250 GeV 実験における $ee \rightarrow ZH \rightarrow ZZ\gamma$ 過程のうち、発生確率の高い終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象及び終状態 $qqqq\gamma$ 事象を信号事象とし、 $(-0.8, +0.3)$ と $(+0.8, -0.3)$ の偏極率が各 900 fb^{-1} ずつ行われていることを過程して行なった。各終状態ごとに異なる条件の Kinematic-fit を行い十分な収束が確認でき、フィット後にフィット時に生成された変数も用いた事象選別を行い、全体としては $\text{significance} = 1.98 \pm 0.02$ を得る事ができた。これにより、崩壊分岐比が標準理論通りの場合には2つの終状態過程のみの解析で $\pm 0.078\%$ の精度で測定が行えることを確認し、LHC 実験に対して相補的な ILC 実験の重要性も確認できた。

目次

第 1 章	序論	9
1.1	標準理論	9
1.1.1	ゲージ原理	9
1.1.2	ヒッグス機構	11
1.2	観測の現状と ILC への期待	13
1.3	$H \rightarrow Z\gamma$ 過程	15
第 2 章	International Linear Collider	17
2.1	概要	17
2.2	性能	17
2.2.1	ルミノシティ	17
2.2.2	スピン偏極	18
2.3	稼働計画	18
2.4	ILC 加速器	19
2.4.1	電子源	20
2.4.2	陽電子源	20
2.4.3	ダンピングリング	22
2.4.4	主線形加速器	22
2.5	測定器	23
第 3 章	ILD 測定器	25
3.1	Particle Flow Algorithm	25
3.2	飛跡検出器	26
3.2.1	崩壊点検出器	27
3.2.2	シリコン飛跡検出器	28
3.2.3	Time Projection Chamber	28
3.3	カロリメーター	29
3.3.1	電磁カロリメーター	30
3.3.2	ハドロンカロリメーター	31
3.3.3	前方カロリメーター	32
3.4	ミューオン検出器	33

第 4 章	ソフトウェア	35
4.1	iLCSoft の概要	35
4.2	事象生成	36
4.3	検出器シミュレーション	36
4.4	事象再構成	36
第 5 章	測定器性能評価	39
5.1	評価方法	39
5.2	孤立光子測定分解能	39
5.2.1	サンプルデータ	39
5.2.2	再構成手法	40
5.2.3	エネルギー分解能評価	40
5.2.4	角度分解能評価	40
5.3	ジェット測定分解能	44
5.3.1	ジェットの発生過程	44
5.3.2	ジェットクラスタリング	44
5.3.3	サンプルデータ	44
5.3.4	ジェットの構成手法	45
5.3.5	エネルギー分解能評価	45
5.3.6	角度分解能評価	45
第 6 章	Kinematic-fit	51
6.1	原理	51
6.2	Newton Fitter	52
6.2.1	SoftConstraint	53
6.2.2	計算手法	53
6.2.3	収束条件	54
6.3	$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析への応用	55
6.3.1	信号事象	55
6.3.2	評価方法	56
6.3.3	終状態 $\nu\nu q q \gamma$	57
6.3.4	終状態 $q q q q \gamma$	61
第 7 章	$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の評価	69
7.1	信号事象と背景事象	69
7.2	Significance	71
7.3	事象選別：粒子選定	71
7.3.1	孤立レプトン選定	71

7.3.2	孤立光子選定	73
7.3.3	ジェットクラスタリング	75
7.3.4	Kinematic-fit	77
7.4	事象選別：背景事象排除	77
7.4.1	共通部分	77
7.4.2	終状態 $\nu\nu qq\gamma$	80
7.4.3	終状態 $qqqq\gamma$	86
7.5	$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊分岐比上限の推定	90
第 8 章	終論	93
8.1	結論	93
8.2	今後の課題	93

第1章 序論

1.1 標準理論

現代物理学において、最も成功した理論として標準理論が挙げられる。標準理論は素粒子物理学の理論体系であり、物質を構成する 12 種類のフェルミオンと相互作用を司る 4 種類のゲージボソン、それら粒子に質量を与えるヒッグス粒子の 17 種の粒子によって記述される。 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)$ のゲージ対称性を要求することにより、粒子の相互作用が自然に導出される。2012 年に欧州原子核研究機構 (以下 CERN) の Large Hadron Collider (以下 LHC) 実験にてヒッグス粒子が発見されたことによりこの理論は完成を見た。また現在までに行われたの多くの測定結果からの制限にも耐えており、その有効性は確かなものとされている。

しかしながら、標準理論にも問題点が存在する。具体例としては、物質と反物質を同等に記述しているにも関わらずこの宇宙が物質優勢の状態であることや、標準理論のモデルの中に暗黒物質の粒子が含まれないことが挙げられる。これらの問題を説明するためには、モデルの拡張や改善が必要となる。その手がかりや提唱されたモデルの実証のためにも標準理論の予測値と異なる測定結果を得ることが急務であり、その一貫として標準理論の精密測定が重要となる。

1.1.1 ゲージ原理

標準理論において、電弱相互作用は $U(1)$ の局所ゲージ対称性を要求することにより導入できる。局所ゲージ対称性はラグランジアン of ゲージ変換における不変性によって表現される。フェルミオンの場のゲージ変換は

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\chi(x)}\psi(x) \quad (1.1)$$

と表され、 $\chi(x)$ が座標の関数とすることにより、局所性を与えている。 $1/2$ のスピンを持つ自由粒子のラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1.2)$$

と表され、ゲージ変換により、

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = ie^{-iq\chi}\bar{\psi}\gamma^\mu [e^{iq\chi}\partial_\mu\psi + iq(\partial_\mu\chi)e^{iq\chi}\psi] - me^{-iq\chi}\bar{\psi}e^{iq\chi}\psi \quad (1.3)$$

$$= \mathcal{L} - q\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu\chi)\psi \quad (1.4)$$

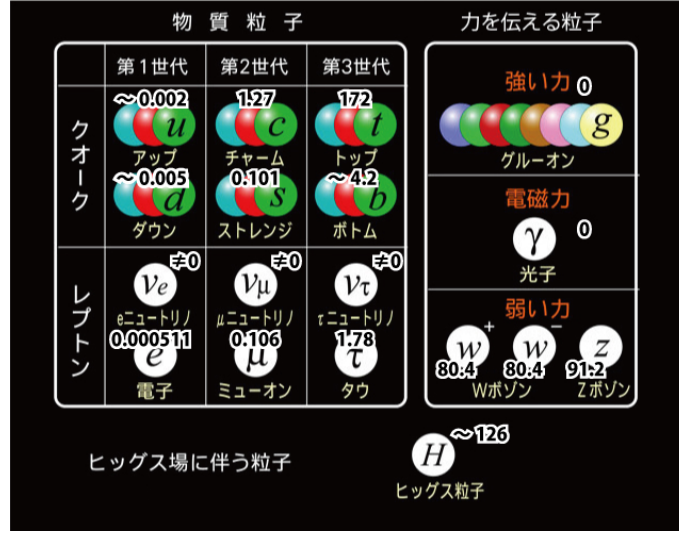


図 1.1: 標準理論における粒子 [1]

と変化する。式 1.4 の第二項はゲージ不変ではないため、(1.2) 中の微分演算子 ∂_μ を共変微分演算子に置き換える。

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1.5)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu \quad (1.6)$$

ここで新たに導入された場 A_μ もゲージ変換が行われ、

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\chi \quad (1.7)$$

と変化が生じる。この値を (1.5) のラグランジアンに代入すると、

$$\mathcal{L}' = ie^{-iq\chi}\bar{\psi}\gamma^\mu[\partial_\mu + iq(A_\mu - \partial_\mu\chi)]e^{iq\chi}\psi - me^{-iq\chi}\bar{\psi}e^{iq\chi}\psi \quad (1.8)$$

$$= i\bar{\psi}\gamma^\mu(\partial_\mu + iqA_\mu)\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1.9)$$

$$= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = \mathcal{L} \quad (1.10)$$

となり、ラグランジアンがゲージ不変性が保たれる。このように新たな場を導入することでラグランジアンのゲージ不変性を保つ手法をゲージ原理と呼ぶ。この新たな場が電磁場に対応していることが知られており、(1.8) のラグランジアンに光子の相互作用項を加えることにより、量子電磁気学 (QED) のラグランジアンが得られることが知られている。

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_e)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (1.11)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (1.12)$$

上記の流れと同様にして、 $SU(2)_L$ と $SU(3)_C$ についても対称性を導入することにより、 $\mathbf{W}_\mu (\mu = 1, 2, 3)$ と $\mathbf{G}_\mu (\mu = 1, \dots, 8)$ が導出される。この二種類の場合は先ほどの場 A_μ とは異なり、非可換である。そのため、相互作用項を加えた際に同種のゲージ場の積で表現される自己相互作用項が現れる。これにより、弱い力を媒介する粒子と強い力を媒介する粒子が WWZ での反応や ggg で反応するといった同種の粒子との反応を表すことができる。

しかし、ゲージ原理のみでは粒子が質量を持つことができない。ラグランジアンにおいて質量項は場の積の項として、

$$\frac{1}{2}m^2 A^\mu A_\mu, \frac{1}{2}m^2 \mathbf{W}^\mu \mathbf{W}_\mu, \frac{1}{2}m^2 \mathbf{G}^\mu \mathbf{G}_\mu \quad (1.13)$$

と与えられる。この項はゲージ不変が成り立たず、加えることができない。質量 0 の光子やグルーオンを記述する際には問題が生じないが、弱い力を媒介する粒子は質量を有することが知られており、説明が困難である。また、フェルミオンでも問題が生じる。弱い相互作用を記述するアイソスピンの形式でフェルミオンの質量項は、

$$-m\bar{\psi}\psi = -m\bar{\psi}\left[\frac{1}{2}(1-\gamma^5) + \frac{1}{2}(1+\gamma^5)\right]\psi \quad (1.14)$$

$$= -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (1.15)$$

と表される。この時、右巻き粒子は一重項、左巻き粒子は二重項であるため、やはりゲージ不変を保つことができなくなってしまう、フェルミオンも質量を持てなくなってしまう。

1.1.2 ヒッグス機構

質量項の問題を解消するために導入されたものがヒッグス機構である。ヒッグス場は弱い相互作用の粒子に質量を与えているため、スカラー場の二重項であることが要求される。一般的に記述すると複素数で表されるため、

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

と表される。ここでポテンシャルを ϕ の関数として、

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.17)$$

とする。 $(\phi^\dagger \phi)^2$ はポテンシャルが負に発散せず加えられる最小次数の項であり、発散を防ぐために $\lambda > 0$ を要求する。この時、スカラー場のラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - V(\phi) \quad (1.18)$$

$$= (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.19)$$

と表される。 μ^2 の項はスカラー場の質量項に相当し、 λ の項は自己相互作用を意味する。

(1.18) のラグランジアンから読み取れる真空状態は ϕ の最低エネルギー状態であり、 $\mu^2 > 0$ においては $\lambda > 0$ の条件より $\phi = \mathbf{0}$ を指す。しかし、 $\mu^2 < 0$ を仮定すれば μ^2 の項は質量項の意味を失い、 ϕ が $\mathbf{0}$ 以外の

$$\phi^\dagger \phi = v^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \quad (1.20)$$

でポテンシャルの最低値をとることとなる。このように真空期待値がラグランジアンの対称点からずれ込むことを自発的対称性の破れと呼ぶ。ここでさらに条件として、光子の質量 0 を加える。後の計

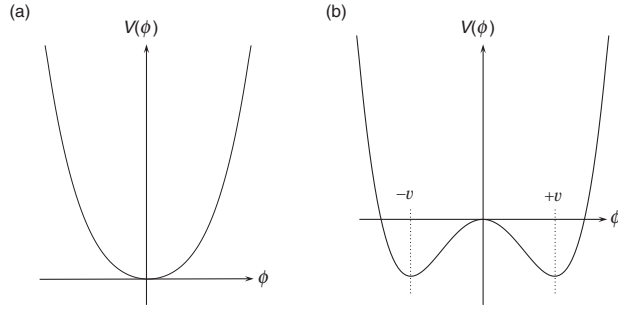


図 1.2: ヒッグス機構による自発的対称性の破れ [2]

算過程において、この条件を満たすためには荷電スカラー場であった ϕ^+ が 0 であることが必要となる。したがって、

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

が得られる。この期待値からのずれとしてスカラー場を表すと、

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ v + h(x) + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

となる。この式における四つの場のうち三つは 3 種類の弱ゲージボソンの自由度として組み込まれてしまう。そのため、残される場のみで ϕ を記述した場合、

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

と表され、この $h(x)$ がヒックス場を意味する。

次に (1.18) のゲージ不変性を考える。この時導入する共変微分演算子は、

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig_w \mathbf{T} \cdot \mathbf{W}_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.24)$$

である。 $\mathbf{W}_\mu$ 、 B_μ は SU(2)、U(1) 対称のゲージ場、 g_w 、 g' は SU(2)、U(1) 対称の結合定数、 $\mathbf{T} = \frac{1}{2}\sigma$ は SU(2) 対称の演算子であり、 $Y = 2(Q - I_w^{(3)})$ はハイパーチャージを表す。 ϕ のハイパーチャージは 1 であるため、この演算子を (1.18) に代入すると、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + \frac{1}{8}g_w^2(W_\mu^{(1)} + iW_\mu^{(2)})(W^{(1)\mu} - iW^{(2)\mu})(v+h)^2 \\ & + \frac{1}{8}(g_w W_\mu^{(3)} - g' B_\mu)(g_w W^{(3)\mu} - g' B^\mu)(v+h)^2 \\ & - 4\lambda v^2 h^2 - 4\lambda v h^3 - \lambda h^4 + \lambda v^2 \end{aligned} \quad (1.25)$$

となる。この式のうち、ゲージボソンに質量を与える項は式 1.25 の第二、三項であり、 $W^{(1)}$ 、 $W^{(2)}$ の質量は、

$$m_w = \frac{1}{2}g_w v \quad (1.26)$$

となる。また、 $W^{(3)}$ 、 B の項については以下のように書き下せる。

$$\frac{v^2}{8}(g_w W_\mu^{(3)} - g' B_\mu)(g_w W^{(3)\mu} - g' B^\mu) = \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^{(3)} & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_w^2 & -g_w g' \\ -g_w g' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{(3)\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

この式で現れる 2×2 行列が対角行列になるように基底の変化を行うと、

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} A_\mu & Z_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_w^2 + g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

$$A^\mu = \frac{g' W_\mu^{(3)} + g_w B_\mu}{\sqrt{g_w^2 + g'^2}}, \quad Z^\mu = \frac{g_w W_\mu^{(3)} - g' B_\mu}{\sqrt{g_w^2 + g'^2}} \quad (1.29)$$

となる。したがって、この二粒子の質量は、

$$m_A = 0, \quad m_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g_w^2 + g'^2} \quad (1.30)$$

と導出される。これにより、光子と Z ボソンを記述する事が出来、Z ボソンが右巻き粒子とも反応する事実とも整合性が取れる。

1.2 観測の現状と ILC への期待

現状ヒッグス粒子の観測を可能とする装置は CERN の LHC のみである。2012 年に LHC によってヒッグス粒子が発見されて以降、同装置によってヒッグス粒子についての測定は続けられている。質量については図 1.3、結合定数については図 1.4 で示される制限が与えられている。 $H \rightarrow Z\gamma$ 過程についても解析が進められている。LHC はハドロンコライダーであり初期状態の把握が困難であるため純粋な崩壊分岐比の結果とはなっていないが、 $pp \rightarrow H \rightarrow Z\gamma$ の生成および崩壊量は 95% 信頼区間で標準理論の予測値の 6.6 倍未満との結果が得られている。LHC では現在でも 13~14TeV での運転が続

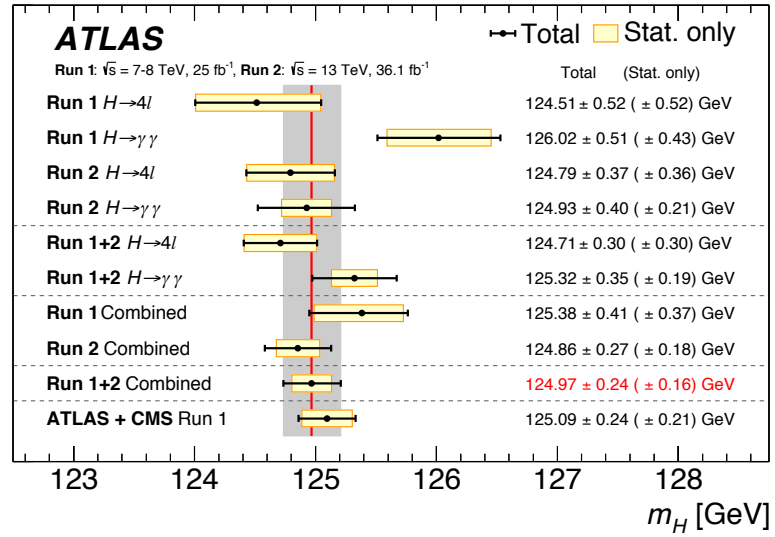


図 1.3: Higgs の質量についての制限 [3]

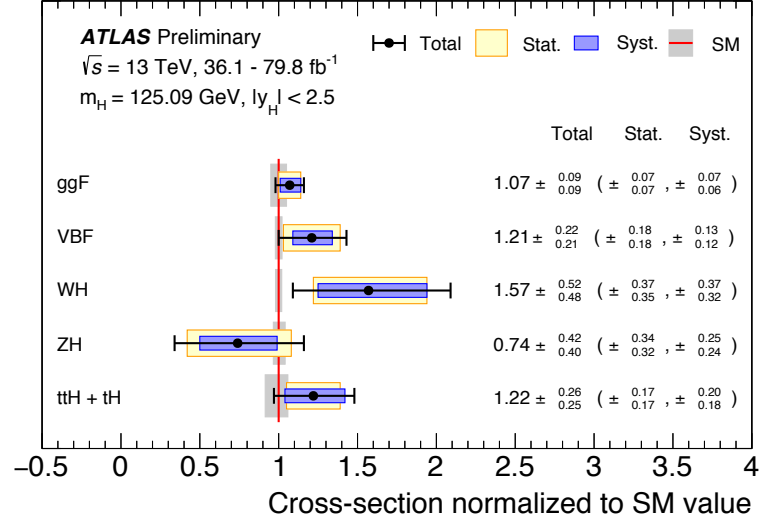


図 1.4: Higgs の質量についての制限 [4]

けられており、更に精度の良い結果が得られることが期待される。また 2026 年にはルミノシティを向上させた HL-LHC の運転も決定している。

LHC とは別に次世代加速器として International Linear Collider(以下 ILC) の計画が進められている。ILC はレプトン衝突型線形加速器であり、以下の特徴が挙げられる。

- レプトン同士の衝突であるため、初期の強い相互作用による影響がない
- 基本粒子の衝突であるため、衝突時の情報 (エネルギーや運動量等) が保存する
- 線形に加速が行われるため、加速粒子を偏極した状態で衝突できる

これらの性質により、ハドロン衝突に比べ背景事象を抑制でき、Particle Flow Algorithm(以下 PFA) や反跳質量等の手法の利用が可能となる。図 1.5 は $(P_{e-}, P_{e+}) = (-0.8, +0.3)$ における各ヒッグス生成過程の反応断面積が示されている ((P_{e-}, P_{e+}) については後述)。この図からも読み取れる通り、重心系エネルギー 250 GeV において $e^-e^+ \rightarrow ZH$ 過程の反応断面積が極大値を取ることがわかる。現在の計画では 250 GeV から ILC の運転は進められることとなっており、 $(P_{e-}, P_{e+}) = (-0.8, +0.3)$ 、 $(+0.8, -0.3)$ 、 $(-0.8, -0.3)$ 、 $(+0.8, +0.3)$ において、それぞれ積分ルミノシティ 900 fb⁻¹、900 fb⁻¹、100 fb⁻¹、100 fb⁻¹ までデータの取得を行う。この実験の中で $e^-e^+ \rightarrow ZH$ 過程はおよそ 470000 回発生すると考えられており、ILC250 GeV はヒッグスファクトリーとして期待が寄せられている。

1.3 $H \rightarrow Z\gamma$ 過程

粒子の崩壊過程の中には直接相互作用せずとも仮想粒子のループを媒介することで崩壊可能となるプロセスがある。標準理論においてヒッグス粒子がループを介して崩壊する過程として、 $H \rightarrow gg$ や $H \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $H \rightarrow Z\gamma$ が挙げられる。 $H \rightarrow gg$ は t クォークを、 $H \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $H \rightarrow Z\gamma$ は t クォークまたは W ボソンを媒介する (図 1.6)。現在 LHC 実験の結果として、ヒッグス質量は $125.09 \pm 0.21 \pm 0.11$ GeV と計測されている。この質量から予測される各過程の標準理論における崩壊分岐比は、8.57%、0.23%、0.15% と計算される [6]。

しかしながら、現在観測されているヒッグス粒子が標準理論から予想された中性スカラー粒子とは異なる場合も想定される。この粒子が複合粒子であった場合や新たな粒子との結合がある場合は $H \rightarrow Z\gamma$ 過程の崩壊分岐比が標準理論の予測値と異なるとされており、 $H \rightarrow Z\gamma$ 過程についての計測は新物理への感度があると期待されている。

本研究では ILC250 GeV 中の $e^-e^+ \rightarrow ZH$ 過程に着目し、ILD 測定器を用いた場合の $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊事象に対する感度の評価を検出器フルシミュレーションにより行った。

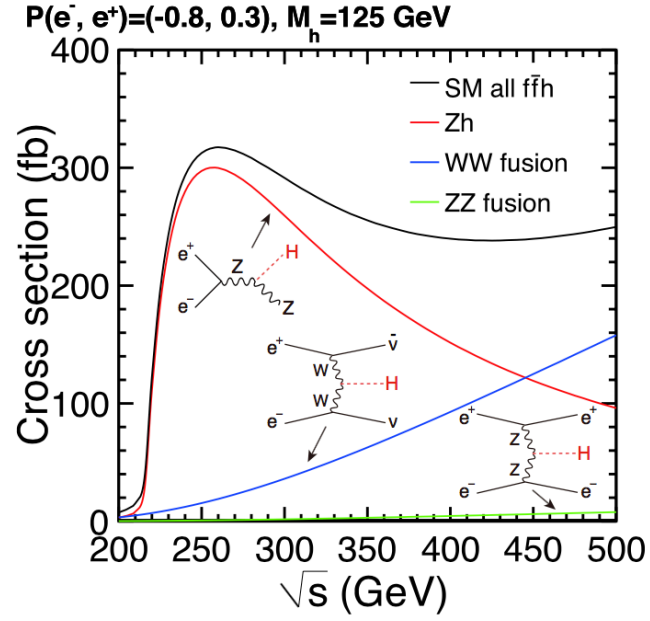


図 1.5: $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (-0.8, +0.3)$ における重心系エネルギーごとの各ヒッグス生成過程の反応断面積 [5]

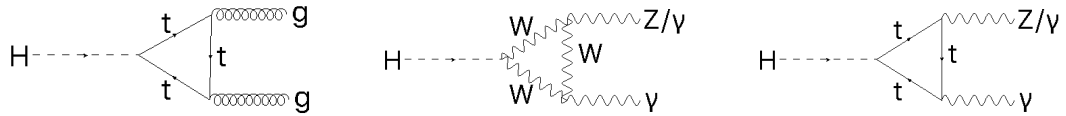


図 1.6: Higgs の loop 過程を含む崩壊

第2章 International Linear Collider

2.1 概要

素粒子物理学の実験における一般的アプローチはおおまかに2種類存在する。一つは高エネルギー状態を観測することで新物理を捉えようとする高エネルギーフロンティア的手法、もう一つがより多くの物理事象を発生させることにより極めて稀な事象を観測する高強度フロンティア的手法である。本研究で扱う加速器実験は高エネルギー側に属するものであり、通常ではまず捉えられないスケールのエネルギー状態を安定して作り出し観測できる利点がある。加速器実験は大きく分けて2種類あり、一つがハドロン加速器、もう一つがレプトン加速器である。前者は加速が容易であり、より高いエネルギーの観測を可能とする。現在までに行われた加速器実験において最大の重心エネルギーを誇るものがCERNのLHC実験であり、2012年にヒッグス粒子を発見できたことから粒子の探索性能が優れていることがわかる。一方で複合粒子の衝突であることと強い相互作用の大きな影響により背景事象が極めて多く事象識別等解析が困難であるという問題点がある。後者は基本粒子である電子と陽電子の衝突であるため前者に比べ背景事象の発生が少なくなるため、より正確な観測を行う事ができる。しかしながら、粒子が高速で運動した場合、シンクロトロン放射により $\frac{E^4}{m^4 R}$ に比例したエネルギーが失われるため、質量の小さい電子陽電子の加速はハドロンの加速に比べて困難なものとなる。そのため、線形型の加速器を用いることにより制動放射を抑えられれば、より高いエネルギー状態を作り出せる。

現在、次世代線形型電子陽電子加速器として International Linear Collider (以下 ILC) の東北北上山地への建設計画が進められている。2018年現在では、全長は20km、重心エネルギー $\sqrt{s} = 250$ GeV をベースデザインとして議論が進められている。将来的には、線形加速器の特徴を活かし、主線形加速器を延長することで350 GeV、500 GeV、1 TeV以上での実験も可能となり得る。

2.2 性能

2.2.1 ルミノシティ

加速器実験では衝突頻度を表す指標としてルミノシティが使用される。ルミノシティの関係式は

$$L[\text{barn}^{-1}\text{s}^{-1}] = \frac{N_i[\text{s}^{-1}]}{\sigma_i[\text{barn}]} \quad (2.1)$$

と表される。 σ_i は事象 i の反応断面積、 N_i は事象 i の単位時間あたりの発生回数の期待値である。ここで用いられている単位 barn は面積と同じ次元を持ち、 $\text{barn} = 10^{-28} \text{m}^2$ である。

ルミノシティはビームパラメーターからも導出可能であり、

$$L = f_{rep} \frac{n_b N^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (2.2)$$

となる。 f_{rep} はビームのパルス周波数、 n_b は1パルス辺りのバンチ数、 N が1バンチ中の粒子数、 σ_x, σ_y はビームの横方向及び縦方向の長さである。ビーム同士の衝突の場合、ビームビーム効果が $\frac{1}{\sigma_x + \sigma_y}$ に比例して生じ、ルミノシティが悪化する。従って ILC では $\sigma_x = 500 \text{ nm}$ 、 $\sigma_y = 6 \text{ nm}$ と設定し、 $\sigma_x \gg \sigma_y$ を満たすことでルミノシティを向上させている。

また積分ルミノシティとして、

$$L_{int} = \int L(t) dt \quad (2.3)$$

が定義されており、これと区別して単位時間あたりのルミノシティは瞬間ルミノシティとも呼ばれる。

2.2.2 スピン偏極

ILC の特徴として電子陽電子共に衝突時のスピン (ヘリシティ) 状態を偏極させることが可能であることが挙げられる。これにより信号事象の抽出及び背景事象の抑制も可能となる。

偏極率 P の定義は、

$$P = \frac{N_R - N_L}{N_R + N_L} \quad (2.4)$$

となっている。 N_R は右偏極粒子の数、 N_L は左偏極粒子の数を表している。ILC では電子は 80%、陽電子は 30% の偏極率が要求されている。表記方法としては、偏極率が電子 -80% 、陽電子 $+30\%$ の場合、 $(P_-, P_+) = (-0.8, +0.3)$ とする。

2.3 稼働計画

ILC 実験は当初重心エネルギー 500 GeV からの運転が計画されていたが、コスト削減の面からはじめに 250 GeV による運転が行うよう方針転換をした。250 GeV による実験では図 1.5 で示したように $e^-e^+ \rightarrow ZH$ 過程の反応断面積が極大値を取り、多くのヒッグス粒子が生成されと考えられる。ILC 実験の目的はヒッグスの質量や結合定数の精密測定であり、 ZH 過程に対し反跳質量法や有効場理論の適用と言った新しい手法を用いることによりモデル依存性のない結果が得られる。

方針の変更により、ビームパラメーターの変更も行われた。500 GeV や 1TeV における運転では衝突点においてビームビーム効果が強まるため、効果の抑制も考えた調整が行われていたが、250 GeV は比較的低いエネルギーであり、ビームビーム効果の影響が小さくなるため、瞬間ルミノシティの向上を図ることができる。この最適化により 250 GeV での稼働期間も短縮可能となり、当初 15 年間で

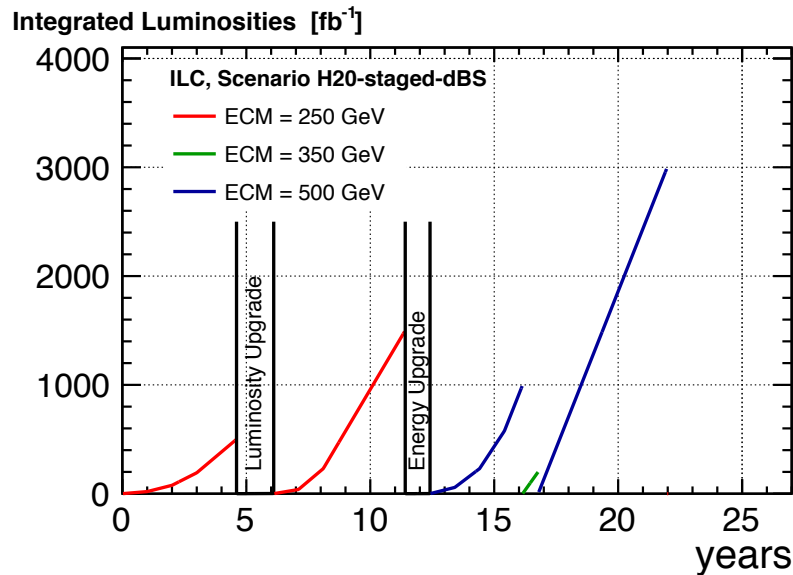


図 2.1: 250 GeV を開始エネルギーとした ILC 実験における積分ルミノシティの推移 [5]

あった期間が図 2.1 で示すように upgrade 期間を含めて約 11 年の運転で目標となる積分ルミノシティ $2ab^{-1}$ を達成する。

また ILC では信号事象の抽出及び背景事象の抑制の観点から電子陽電子の偏極率も重要であり、 $(P_{e-}, P_{e+}) = (-0.8, +0.3)$ で 45%、 $(P_{e-}, P_{e+}) = (+0.8, -0.3)$ で 45% の運転が行われる。残り 10% は $(P_{e-}, P_{e+}) = (+0.8, +0.3)$ 及び $(-0.8, -0.3)$ での運転となる。ヒッグス測定は生成数が多くなる左巻きが多く使われるが、背景事象抑制のために右巻きデータが有効な場合もある。新粒子探索や 2-fermion 過程の研究などでは、両方のデータを使う。

2.4 ILC 加速器

図 2.2 は ILC 加速器の全体図となっている。ILC 加速器は主に電子源、陽電子源、ダンピングリング、主線形加速器によって構成されており、全長は 20km に及ぶ。粒子は各粒子源からダンピングリングに集められ、エミッタンスが抑制される。その後、主線形加速器にまで運ばれ、125 GeV まで加速後衝突する。電子については加速後、陽電子源として利用される場合もある。各要素の説明を以下で行なう。

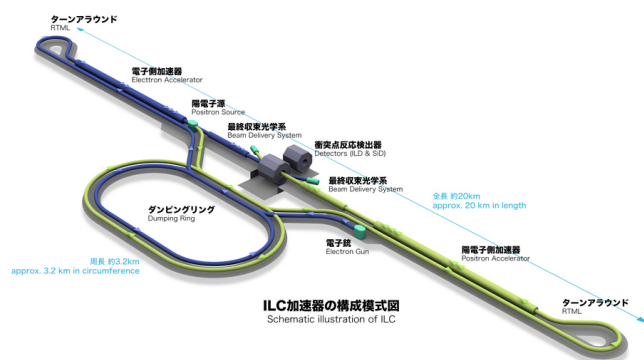


図 2.2: ILC 加速器の概観 [7]

2.4.1 電子源

ILC の電子源は偏極電子バンチを生成し、減衰リングまで輸送する役割を果たす。ILC の強みの一つとして、高い電子偏極率が挙げられる。この要求を満たすために電子源には光電陰極 DC 電子銃が使用予定であり、90% 以上高偏光レーザーを GaAs-GaAsP 歪み超格子光電陰極に入射させることで衝突時の電子の偏極率を 80% 以上という高水準で実現できる。バンチは一つあたり約 2.0^{10} 個の電子を含み、1312 個のバンチが 5Hz 周期で供給される。供給された電子は前段で 76 MeV まで加速され、後段の SCLINAC によって 5 GeV まで加速される。その後、スピンとエネルギーを抑制してダンピングリングへ輸送する。(図 2.3)

2.4.2 陽電子源

ILC の陽電子源にはアンジュレーターが使用され、偏極陽電子が減衰リングまで輸送される。後述の線形加速空洞から運ばれた偏極電子をヘリカルアンジュレーターに入射させることで 10~30 MeV の円偏光光子を発生させ、チタン合金のターゲットに照射することで電子陽電子対のビームを作り出す。このビームはパルス収束機によって常伝導 L バンド RF に集められ、125 MeV まで加速される。ここで電磁シャワー中から陽電子を双極磁石を使うことで選び出す。選定後再び前段加速により 400 MeV まで加速され、電子と同様にクライオモジュールを使用した超電導線形加速器により 5 GeV まで加速、スピンとエネルギーを抑制後ダンピングリングへ輸送される。(図 2.4)

基本設計としては偏極率 30% となっているが、アンジュレーターは最大で偏極率 60% に対応できる設計が進められている。

陽電子源は R&D が最も行われている分野の一つである。ビームエネルギーの変更に伴い、アンジュレーターの長さを 147m から 231m への変更が行われた。また、アンジュレーター方式に加え、比較

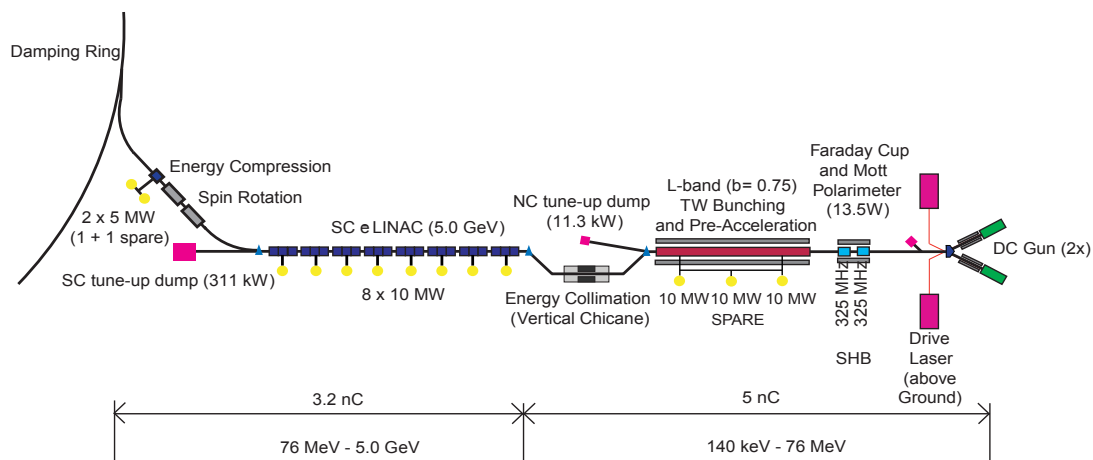


図 2.3: ILC における偏極電子源 [8]

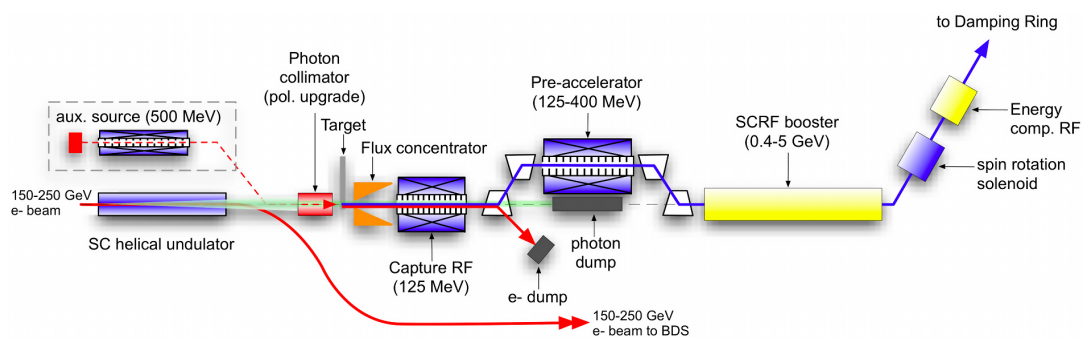


図 2.4: ILC における偏極陽電子源 [8]

的安価である電子駆動型での開発も進められているが、電子駆動型はアンジュレーターのように陽電子の偏極を作り出せないため、物理とコストの両面からの議論が必要となる。

2.4.3 ダンピングリング

5 GeV に加速された電子陽電子はダンピングリングへと入射する。ダンピングリングは電子及び陽電子それぞれのビームのエミッタンスを抑制し、衝突点において高いルミノシティを実現することとバンチの蓄積が役割である。エミッタンスとは、座標及び運動量の位相空間におけるビームの広がり の指標であり、ビームの細さや向きの揃い方を表している。ダンピングリングは直径 579m の円形部 と 12m の直線部に分けることができ、円形部で制動放射により運動量の絶対値を減少させ、直線部で再度加速が繰り返される。これにより、粒子の運動量方向が軌道方向に揃えられ、エミッタンスが抑制される。直線部のウィグラーは位相変化に対する可変経路の役割を果たしており、ビームを蛇行させることにより抑制効果を強めている。バンチのエミッタンスを十分に小さくした後、キッカーによりはじき出され、主線形加速器へと運ばれる。(図 2.5)

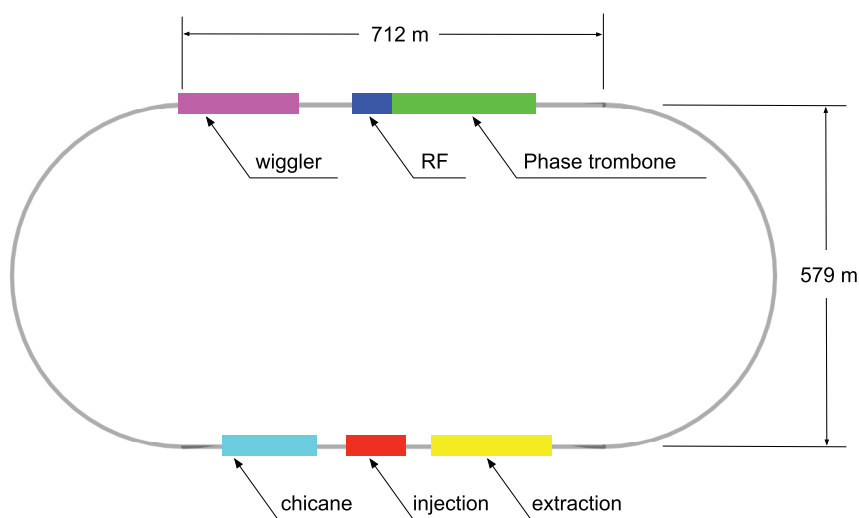


図 2.5: ILC における減衰リング [8]

2.4.4 主線形加速器

15 GeV で主線形加速器に運ばれた粒子は衝突点までに 125 GeV まで加速される。主線形加速器にはニオブ製の超伝導加速空洞が使用され、それぞれの加速空洞には高周波電力が供給される。全長は

およそ 6km であり、Technical Design Report(以下 TDR)[8] の設計値では平均加速勾配 31.5 MeV/m である。トンネルの延長と加速空洞の増設により、重心系エネルギーを増加することが可能であり、技術革新により加速勾配の上昇も期待される。

2.5 測定器

ILC 実験では二つの検出器の使用が計画されている。一つは SiD 測定器 (図 2.6) であり、その特徴は飛跡検出をすべてシリコン検出器で行うコンパクトな設計である。もう一つは International Large Detector(以下 ILD) 測定器 (図 2.7) であり、飛跡検出に Time Projection Chamber とシリコン検出器のふたつを合わせるという特徴を有している。この二つの検出器は同一の衝突点に対して使用される。これを実現するために、ILC ではプッシュプル方式を採用しており、図 2.8 で示すように二つの検出器を並べて配置をし、交換の際には検出器をスライドさせて衝突点が検出器中央に位置するように調整する。この機構により、二つの方式でのデータ取得、解析が比較可能となり、一方の運転中にはもう一方のメンテナンスも行う事ができる。本研究では ILD 検出器の取得データに対する解析を対象とする。

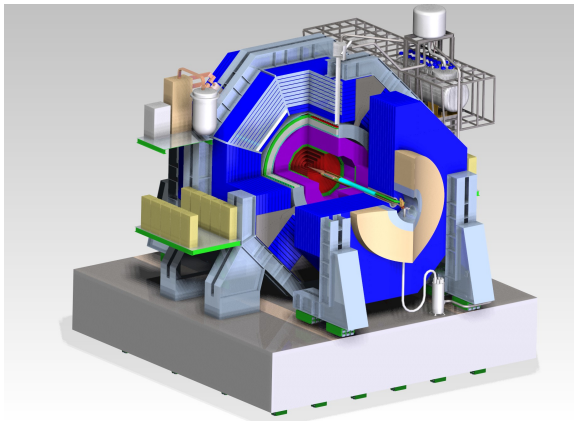


図 2.6: SiD 検出器 [9]

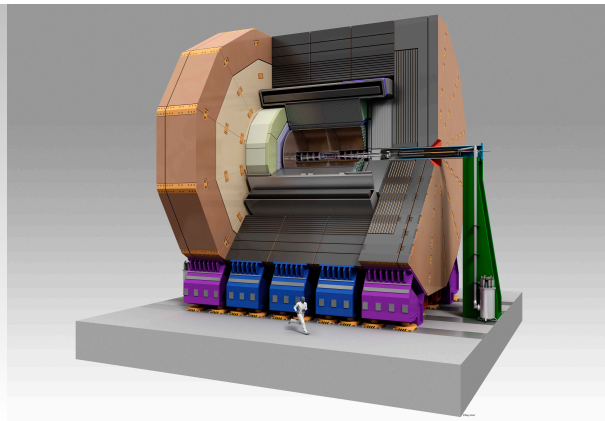


図 2.7: ILD 検出器 [9]

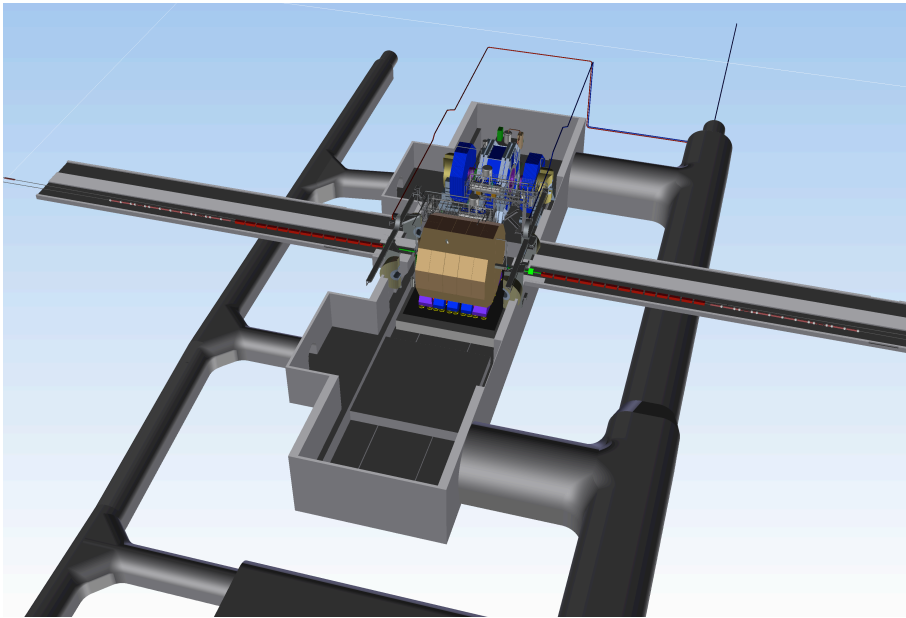


図 2.8: プッシュプル方式 [9]

第3章 ILD 測定器

先の章でも述べた通り、ILC では二つの測定器の使用が計画されており、本研究では ILD 検出器の $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊過程に対する評価を行った。この章では ILD 測定器を構成する検出器の特徴と性能について説明する。

図 3.1 は ILD 測定器の概要図である。ビームの衝突点を囲うように各検出器が配置されており、内側から列挙すると

- 飛跡検出器
 - － 崩壊点検出器
 - － シリコン飛跡検出器
 - － Time Projection Chamber(TPC)
- カロリメーター
 - － 電磁カロリメーター
 - － ハドロンカロリメーター
 - － 前方カロリメーター
- ミューオン検出器

となっている。これら検出器に加えて、ソレノイドがハドロンカロリメーター、ミューオン検出器間に配置されている。これにより測定器全体に対し、3.5T(最大 4.0T) の磁場が供給される。

これら全ての検出器情報を活用することにより、より精度の高い物理解析が可能となる。

3.1 Particle Flow Algorithm

ILC 実験では粒子の再構成方法として、Particle Flow Algorithm(PFA) が採用されている。ILC の物理において重要となる事象の多くは複数粒子の集まりとして観測されるジェットを含んでいる。従って ILC 実験で物理の精密測定を行うためには高いジェットエネルギー分解能が必要であり、 $\sigma_E/E < 3.5\%$ が要求されている [10]。この要求を達成するためには測定器自体の精度に加え、解析手法によるアプローチも重要となる。PFA では測定された個々の粒子を経路ごと再現し、精度の高い測定データから優先して再構成を行うことで従来にない測定精度を達成するとされている。

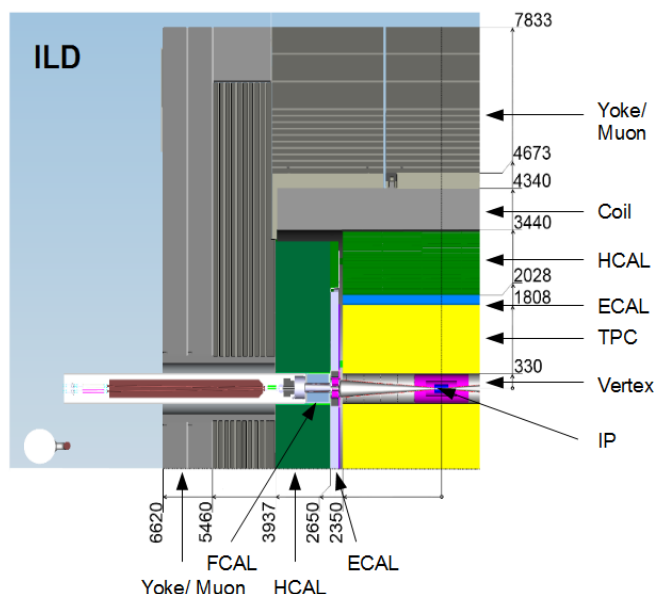


図 3.1: ILD 測定器のビーム軸平面断面図 [9]

ジェット内粒子のエネルギーを構成する割合は荷電粒子が約 62%、光子が約 27%、長寿命中性粒子が約 10%、ニュートリノが約 1.5% と知られている [11]、[12]。従来はエネルギーの測定は電磁カロリメーター及びハドロンカロリメーターの測定値を利用していたため、エネルギーのうち 72% はハドロンカロリメーターによって取得されていた。PFA では個々の粒子が軌道を含めて再構成されているため、図 3.2 で示すように各粒子の特徴ごとに最も精度の良い測定器からの情報を利用できる。つまり荷電粒子は飛跡検出器、光子は電磁カロリメーターからの情報を割り当てることになる。この結果としてハドロンカロリメーターからの情報はジェットエネルギーのうち 10% のみに適応されることとなり、精度が大幅に上昇する。

3.2 飛跡検出器

飛跡検出器の役割は崩壊点の位置及び荷電粒子の測定である。飛跡検出器は崩壊点検出器、シリコン飛跡検出器、Time Projection Chamber (TPC) によって構成されている。各検出器の情報を統合することで荷電粒子の飛跡を再構成し、飛跡の相対位置から崩壊点も再構成可能となる。またビーム軸方向の 3.5T 磁場により荷電粒子がシンクロトロン運動を行い、軌道の曲率から荷電粒子の運動量も計測可能である。

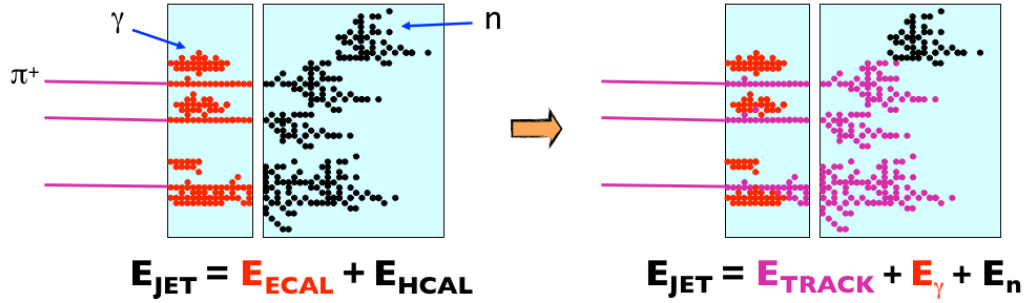


図 3.2: Particle Flow Algorithm と従来の再構成方法との比較図 [10]

飛跡検出器全体として要求される運動量の分解能は、ヒッグス粒子の反跳測定精度により、

$$\sigma_{1/p_T} \approx 2 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-1} \quad (3.1)$$

である。また崩壊点の位置分解能は、c クォークや b クォークの識別のために

$$\sigma_{r\phi} = 5 \mu\text{m} \oplus \frac{10}{p(\text{GeV}) \sin^{3/2} \theta} \mu\text{m} \quad (3.2)$$

を達成する必要がある。

3.2.1 崩壊点検出器

図 3.3 は現在考案されている崩壊点検出器の構造であり、両面にセンサーを配置した層を 3 枚重ね、各層ごとに粒子の運動方向ベクトルを取得し、飛跡の再構成を行う。ここで構成された複数本の飛跡の交点が崩壊点となる。

ILC 実験において、c、b クォーク及び τ レプトンの判別が重要となる。これら粒子は比較的寿命が長いことが知られており、崩壊長 $450 \mu\text{m}$ 程度の b クォークハドロン (B^0 中間子等) と $60 \sim 300 \mu\text{m}$ 程度の c クォークハドロン (D^0 中間子等) の差を識別することが求められる [9]。式 (3.2) の値は要求される分解能であり、これらを達成するためにはセンサーピクセルの細分化や層を薄くし材質の原子量も低く抑える必要がある。また測定精度に加えて高い放射線耐性も必要となる。ILD 測定器において、崩壊点検出器として実用化が考えられているセンサーは主に 2 種類ある。一つ目は FPCCD であり、ピクセルサイズが $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ と高精細な CCD にすることで高い位置分解能を有している。主に日本で実用化に向けた研究が行われている。もう一つが CMOS ピクセルセンサーである。フランスで開発された検出器であり、ピクセルサイズは FPCCD に劣るものの比較的安価で消費電力も抑えられる点から実用化が考えられている。

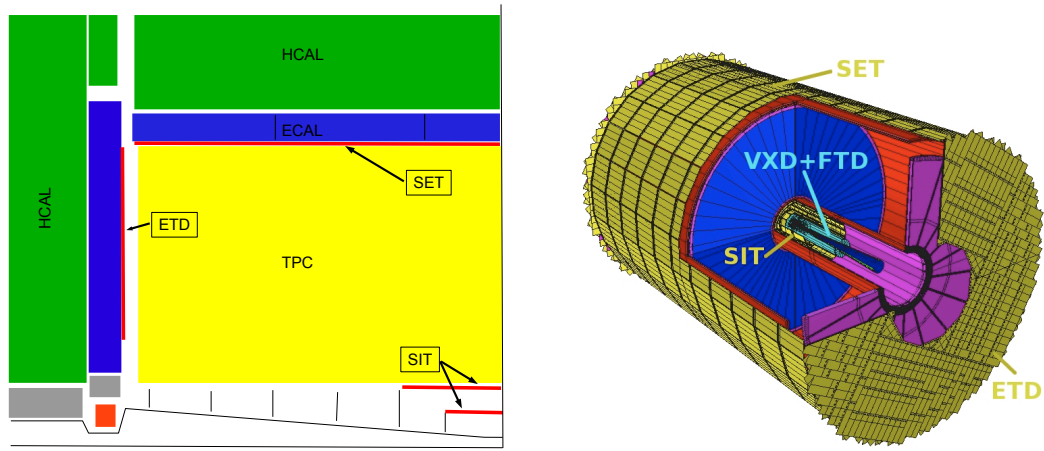


図 3.4: 4 種のシリコン飛跡検出器の概観 [9]

分解能の低下を抑えられる。チェンバー中において電子のドリフト速度はガス種により決定し、ドリフト時間情報から z 方向の位置も計測可能となり、飛跡の 3 次元座標情報が連続的に取得される。また単位長さ辺りのエネルギー損失率も測定可能であり、再構成の際の粒子特定において重要な情報となる。

要求性能としては、TPC 単体での運動量分解能が

$$\delta(1/p_T) = 1.0 \times 10^{-4} \text{ GeV}/c \quad (3.3)$$

であり、これは磁場 3.5T 中で $100 \mu\text{m}$ 程度の位置分解能の達成が必要となることを意味する [9]。

3.3 カロリメーター

ILD 測定器ではカロリメーターがエネルギー測定を目的として飛跡検出器の後段に配置されている。飛跡検出器では中性粒子の測定ができないため、カロリメーターのエネルギー測定が重要な意味を持つ。測定は入射粒子から電磁相互作用による電磁シャワー及び強い相互作用によるハドロンシャワーを発生させ、シャワー内粒子を測定層で検出することにより行われる。出力される値が入射粒子のエネルギーに比例するように設計が行われる。使用されるカロリメーターは大きく分けて二種類あり、一つが電磁カロリメーター (以下 ECAL)、もう一つがハドロンカロリメーター (以下 HCAL) である。ECAL は主に電磁シャワーが発生するよう設計されており、光子や電子、荷電ハドロンの測定が役割である。一方 HCAL はハドロンシャワーが発生しやすい設計がされており、中性ハドロン及び荷電ハドロンの測定が行われる。一般的に電磁シャワーの発生に必要な距離はハドロンシャワー

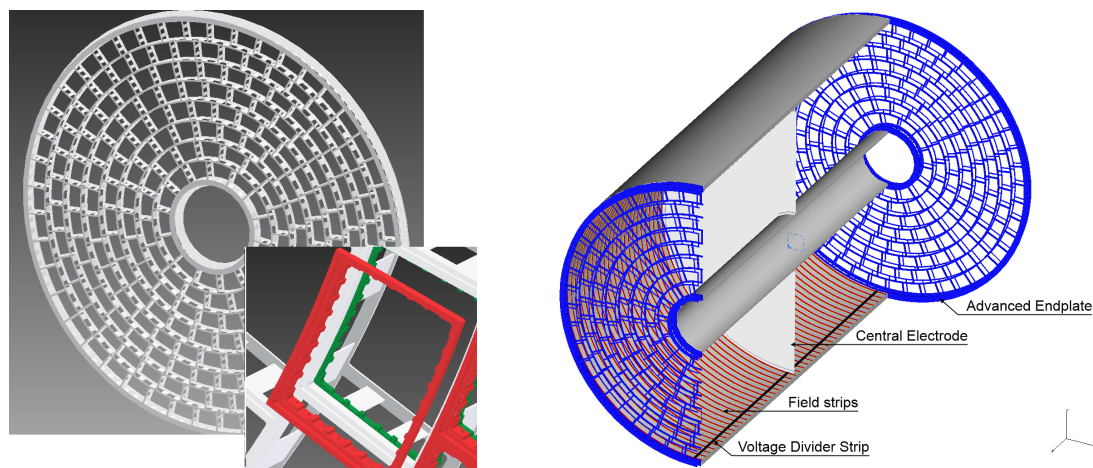


図 3.5: TPC の概観 [9]

の距離に比べ短いため、ECAL が HCAL の内側に配置される。粒子ごとに主に反応する検出器が異なることからこの情報を粒子識別に利用可能であり、中性粒子の測定はカロリメーターに依存しているため、PFA においてはカロリメーター系の役割が重要となる。

またカロリメーター系はソレノイドの内側に配置されるため、コスト面でのソレノイドの小型化とエネルギー分解能向上のための大きさの確保の両面からの最適化が必要となる。

ECAL と HCAL に加えてビーム軸に前方カロリメーターも配置されており、エネルギー測定領域の拡大が図られている。

3.3.1 電磁カロリメーター

ECAL では光子及び荷電粒子のエネルギー測定が行われる。測定では吸収層にて電磁相互作用による光子の生成と電子陽電子の対生成を繰り返すことでエネルギーを分散させた粒子を生成し、センサー層で発生粒子を吸収、検出が行われる。この際発生する多数の光子及び電子陽電子の集まりをシャワーと呼び、シャワーごとに入射粒子の再構成が行われる。この原理からも分かるように、より良いエネルギー分解能及び再構成精度を得るためにはシャワーの広がりを表すモリエール半径に比べて細かい位置分解能が必要となる。また同時に発生するハドロンシャワーを抑えることとカロリメーターの小型化のために電磁相互作用による放射長が短いことも要求される。これら要求を満たす素材として、ILD ではタングステンが採用されており、各特徴量は放射長 $X_0=3.5$ mm、モリエール半径 $R_M=9$ mm、ハドロン化相互作用長 $\lambda=99$ mm となっている。また、各ピクセルの大きさは 5 mm $\times$ 5 mm となっており、モリエール半径より小さい値に設定されている。基本設計としては 30

層が重ねられることになっており、20 cm 以内におよそ $24X_0$ の長さを確保することができる。

センサー層については二つの候補が存在し、一つ目はシリコンオプション (SiECAL) で図 3.6 左に示されており、もう一つがシンチレータオプション (ScECAL) であり図 3.6 右に示されている。

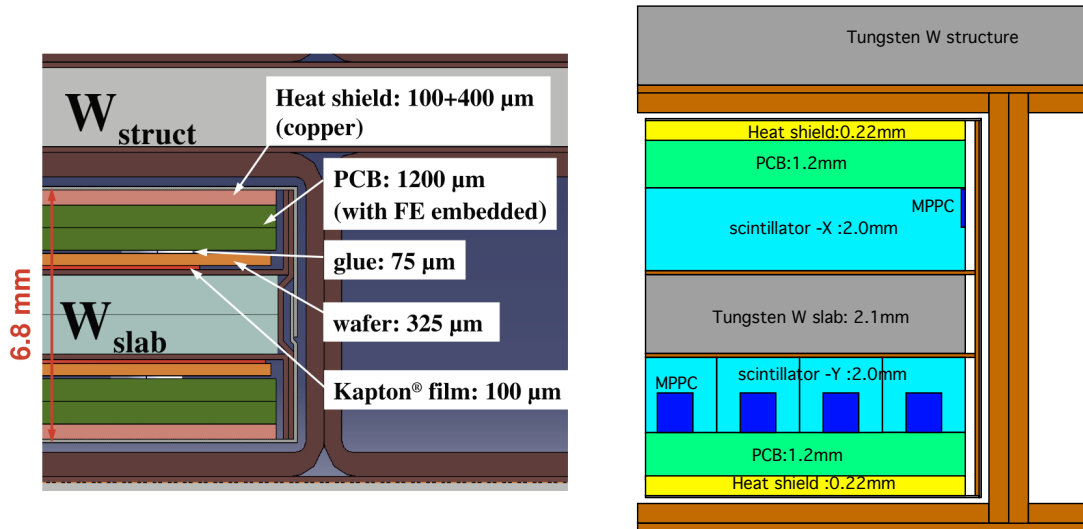


図 3.6: ECAL のセンサー層構造 (左が SiECAL、右が ScECAL)[9]

3.3.2 ハドロンカロリメーター

HCAL は中性粒子のエネルギー損失を分離し、正確に測定することが求められる。ハドロンシャワーの発生機構は電磁シャワーに比べて複雑であり、吸収層として使用される鉄も電磁放射長 $X_0=1.8$ cm とハドロン化相互作用長 $\lambda=17$ cm とタングステン等に比べて $\frac{\lambda}{X_0}$ が大きいものの作用長が大きいことからその分解能は ECAL に比べて悪い。そのため、体積としても ECAL よりも大型になっている。しかしながら、中性粒子はジェット中のエネルギー量として平均 10% を占めており、PFA の観点から飛跡とジェットの対応付けで大きな役割を果たしている。

基本設計は 48 層を重ねることにより 6λ が達成され、センサー層としては二つの候補が存在し、シンチレータ検出器及びガス検出器両方の構造で現在も開発が進められている。

3.3.3 前方カロリメーター

ILD 測定器では前述の二つのカロリメーターに加え、ビーム軸前方に LumiCAL、BeamCAL、LHCAL の 3 種類のカロリメーターが配置される (図 3.7)。

LumiCAL の役割は Bhabha 散乱 ($e^-e^+ \rightarrow e^-e^+ + \gamma$) を観測、数え上げることである。これによりルミノシティを算出することが可能であり、重心系エネルギー 500 GeV では誤差 10^{-3} の測定を可能とする。領域としては 31 mrad から 77 mrad の範囲をカバーする。

BeamCAL の役割は各バンチごとのルミノシティの推定とビームパラメータの測定である。ビームバンチは beamstrahlung により光子を発生させるため、この光子を測定することによりルミノシティ及びビームパラメータを算出する。ここで計算されたビームパラメータを用いたフィードバックによりビームの安定化を行う。領域としては 5 mrad から 40 mrad の範囲をカバーする。上記二つのカロリメーターは多量の低エネルギー電子に晒され続けるため高い放射線耐性を必要とし、beamstrahlung 等の占有率の高い大量のイベントを測定することも要求されるため高い読み出し速度も必要となる。

LHCAL は HCAL の測定範囲を LumiCAL の領域まで広げることを目的に配置されている。これら三つのカロリメーターの吸収層は全てタングステンであり、読み出しにはシリコン (LumiCAL、LHCAL) とダイヤモンド (BeamCAL) が使用される。

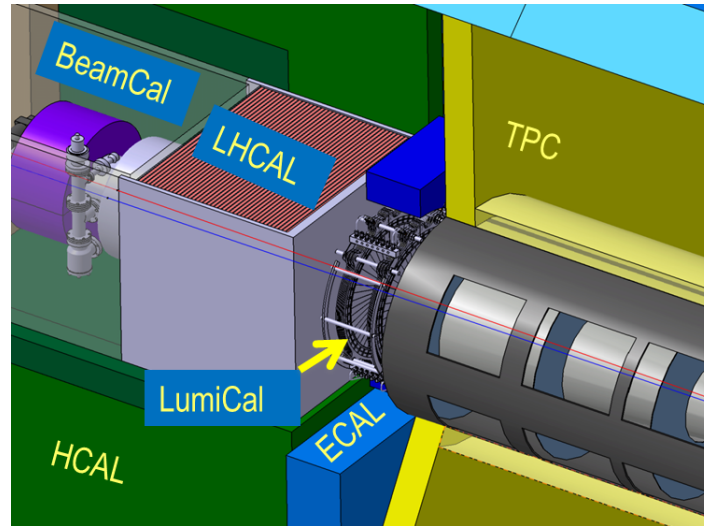


図 3.7: 前方検出器群の概観 [9]

3.4 ミューオン検出器

ハドロンカロリメーター外部にはソレノイドとリターンヨークが配置される。リターンヨークの役割はミューオンの検出及びカロリメーターを抜けてきたシャワーの捕捉である。構造は二つの部分に別れている。前段はバレル、エンドキャップ共に 100 mm 鉄板を 40 mm 間隔で重ね、各層ごとにシンチレータ検出器を取り付けることによりカロリメーターとしての役割をする。後段は 560mm 鋼板がバレル側に 3 枚、エンドキャップ側に 2 枚取り付けられる (図 3.8)。こちらも同様に検出器が使用されており、主に飛跡検出の役割を果たす。前段後段を合わせるとそれぞれの大きさは 2.68 m、2.12 m となる。これら構造により、孤立ミューオンの同定確率は 97% 程度まで、ジェットエネルギーの評価は 10% ほど向上するとされている。

リターンヨークは測定の外に、強磁場遮蔽の役割も果たす。バレル、バレルリング、エンドキャップそれぞれの間は読み出しのために隙間が残されているが、十分な遮蔽のために残りの間隔は全て鉄によって覆われている。

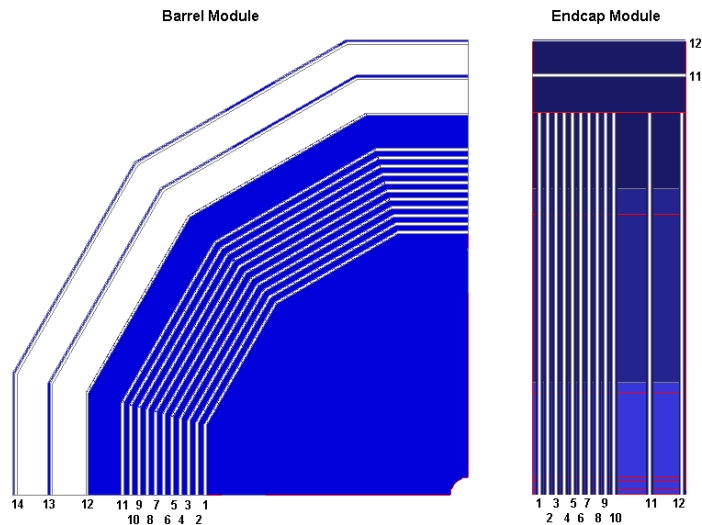


図 3.8: リターンヨークの概観 [9]

第4章 ソフトウェア

この章では本研究で使用した iLCSoft の概要とシミュレーションの流れについて説明する。

4.1 iLCSoft の概要

本研究のシミュレーションに使用したソフトウェアは iLCSoft である。iLCSoft は線形加速器実験の物理及び測定器研究のために開発されたシミュレーションソフトのパッケージである。図 4.1 で示すように、シミュレーションは事象生成、検出器シミュレーション、事象再構成、物理解析の順に行われ、各段階毎に対応したソフトを使用することになる。主な例として、事象生成では WHIZARD、検出器シミュレーションでは Mokka や Ddsim、事象再構成及び物理解析では Marlin が使用される。パッケージ全体でバージョン管理が行われており、本研究では v02-00-01 を使用した。

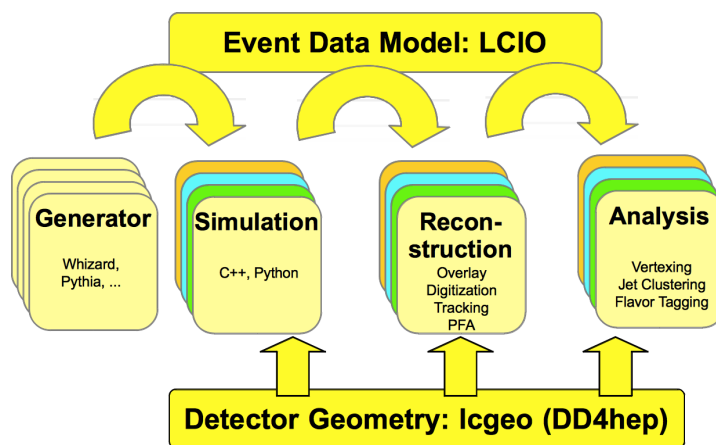


図 4.1: iLCSoft の概要 [13]

4.2 事象生成

本研究では WHIZARD[14] と PYTHIA[15] を用いて、事象を生成した。WHIZARD は多粒子散乱断面積と事象サンプルの効率的計算のためのソフトウェアである。標準理論に加え、MSSM 等の多数の BSM モデルをサポートしており、終状態で最大 8 粒子までの計算が可能である。また、電子陽電子衝突による信号に加えて、オプションで Initial state radiation(以下 ISR) や beamstrahlung 等によるバックグラウンドも計算可能である。本研究では標準理論による事象生成のみを使用した。PYTHIA は WHIZARD 同様イベント生成に加え、パートンシャワーの発生もシミュレート可能である。本研究では WHIZARD で作られたパートンレベルの粒子に対し、PYTHIA を用いてパートンシャワーとハドロン化の過程のシミュレーションを行った。事象生成にはモンテカルロシミュレーションが使用されているため、以降では事象生成時の情報をモンテカルロ情報と呼称する。また iLCSoft の v01_19 以降は WHIZARD2[16] が主に利用されている。

4.3 検出器シミュレーション

検出器シミュレーションには Mokka[17] と DDsim[18] を使用している。Mokka 及び DDsim は共に Geant4[19] に基づいたソフトウェアパッケージである。測定器のレイアウトから WHIZARD 等で生成された事象が測定器にてどのような信号として出力されるかをシミュレーションできる。Mokka では詳細技術設計書 (Detailed Baseline Design、以下 DBD) に基づく ILD 測定器のレイアウトのみが使用可能であり、この検出器モデルを ILD_o1_v05 と表記する。iLCSoftv01_19 以降は DDsim が利用されている。DDsim では複数の測定器レイアウトでのシミュレーションが可能であり、検出器レイアウトの違いによるコストと解析精度の評価にも役立てられている。本研究では $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊に使用するデータには Mokka を使用し、測定器性能評価に用いるデータには DDsim が使用されている。これは DDsim による全事象解析のためのデータが現在作成中であり、安定した使用が可能なデータが Mokka によるデータに限られているためである。使用した検出器のレイアウトは表 4.1 の通りである。測定器性能についても同様の変数を用いたデータにより評価を行った。

4.4 事象再構成

事象再構成及び物理解析には Modular Analysis and Reconstruction for the LINear collider(Marlin) が使用されている。Marlin は加速器実験用の物理解析ソフトであり、C++により書かれたプロセッサを XML 形式で使用する。プロセッサは個人で作成し、ライブラリに追加することが可能である。

事象再構成にて使用したアルゴリズムは PandoraPFA[10] である。ILC 実験では測定された信号が一つ一つの粒子に焼き直される。はじめに飛跡検出器からの情報により飛跡が再構成される。次にカロリメーターの信号がクラスターとして再構成され、飛跡との結びつけが行われる。この際に飛跡と

detector	inner radius	outer radius	half length min z, max z	additional parameters	
VXD	15.0	101.0	177.6	VXD_cone_min_z VXD_cone_max_z VXD_inner_radius_1	80.0 150.0 25.1
FTD	37.0	309.0	2350.0	FTD_outer_radius_1 FTD_outer_radius_2 FTD_min_z_0 FTD_min_z_1 FTD_min_z_2 FTD_cone_min_z FTD_cone_radius	152.8 299.7 177.7 368.2 644.2 230.0 192.0
SIT	152.9	324.6	644.1	SIT_outer_radius_1 SIT_half_length_1	299.8 368.1
TPC	329.0	1769.8	2350.0		
SET	1769.9	1804.3	2350.0		
Ecal	1804.8	2028.0	2350.0	Ecal_Hcal_symmetry Ecal_symmetry	8 8
EcalEndcap	400.0	2095.84	2411.8, 2635.0	EcalEndcap_symmetry	8
EcalEndcapRing	250.0	390.0	2411.8, 2635.0		
Hcal	2058.0	3395.5	2350.0	Hcal_inner_symmetry	8
HcalEndcap	350.0	3225.5	2650.0, 3937.0		
HcalEndcapRing	2145.84	2980.0	2411.8, 2635.0	HcalEndcapRing_symmetry	8
Coil	3425.0	4175.0	3872.0		
Yoke	4475.0	7776.0	4047.0	Yoke_symmetry	12
YokeEndcap	300.0	7776.0	4072.0, 7373.0	YokeEndcap_symmetry	12
YokeEndcapPlug	300.0	3395.54	3937.2, 4072.0	YokeEndcapPlug_symmetry	12
BeamCal	17.8	140.0	3115.0, 3315.0	BeamCal_thickness	200.0
LHCal	130.0	315.0	2680.0, 3160.0	LHCal_thickness	480.0
LumiCal	80.0	202.1	2411.8, 2540.5	LumiCal_thickness	128.7

表 4.1: シミュレーションに使用した ILD 測定器のレイアウト (単位:mm)[20]

クラスターの両情報からフィードバックを得ることでクラスターの補正が行われ、各測定粒子の測定精度があがる。

PFAにより各粒子が再構成された後、粒子識別が行われる。識別ではエネルギーや運動量、電荷に加え、反応した検出器の種類やエネルギー損失率等の情報による多変量解析が行われる。この識別により粒子の質量等の情報も得られる。この情報により、荷電粒子では飛跡の運動量からエネルギーを、中性粒子ではカロリメーターのエネルギー及び角度情報から運動量を得ることができる。

第5章 測定器性能評価

本研究は Kinematic-fit を用いることで物理解析精度を向上させることが目的である。Kinematic-fit は信号事象の仮定を制約条件として与えることで、測定器の性能のみで再構成するよりも良い精度で物理量を再構成することができる手法である (詳細は第6章)。その際、fit 対象の測定精度として測定器の分解能をもちいるため、Kinematic-fit の使用には測定器性能を十分に評価する必要がある。ILD では荷電粒子はトラックャーにより測定され、孤立レプトンの測定精度は極めて高いことが知られている。本研究では光子及びジェットに対するエネルギー及び運動方向の測定精度を評価することにより、Kinematic-fit の実装を行った。

5.1 評価方法

本研究では ILD フルシミュレーションによるサンプルデータを利用することにより、ILD 測定器全体での光子及びジェットの測定性能の評価を行った。シミュレーションデータではモンテカルロ情報を直接取り出すことができ、測定粒子がどの生成粒子であるかの対応付けも可能である。従って、事象生成時の値を真の値とし測定値との差を記録することが可能となる。モンテカルロと測定値の差のヒストグラムを作成し、正規分布によるフィットを行うことで標準偏差を分解能として得ることができる。この手法をもとに、エネルギー E 、ビーム軸とのなす角 θ 、ビーム軸の垂直平面上の角度方向 ϕ の分解能の評価を行った。また測定精度は測定粒子のエネルギー及び測定器の構造に大きく依存しているため、粒子のエネルギー E 及び運動量方向の指標 $\cos \theta_p$ 毎に評価結果をまとめている。

5.2 孤立光子測定分解能

5.2.1 サンプルデータ

光子の分解能測定には単一光子のデータを使用した。このデータには ISR や $\gamma\gamma \rightarrow \text{low } p_T \text{ hadrons}$ の信号事象への pile-up (以下 Overlay) と言った背景事象は含まれていない。ILD 測定器のレイアウトは表 4.1 と同様であり、シミュレーションに使用された iLCSoft のバージョンは v02_00_01 である。光子のエネルギーは 0.2、0.4、0.7、1.0、2.0、3.5、5.0、7.5、10、20、30、50、100 GeV の 13 通りであり、エネルギー毎に 100000 個のイベントを使用した。

5.2.2 再構成手法

孤立光子測定では光子の補正が行われる。これは第4章で述べたPFAの際に同一光子由来のクラスターが別々粒子として再構成される場合があるためである。補正方法は光子の運動方向に対して円錐系の領域を張り、この領域内の光子を元の粒子と合わせることにより行われる。本研究では運動量方向となす角を θ とした場合、 $\cos\theta > 0.998$ を満たす粒子について足し上げを行なった。

$\cos\theta_p$ は0~0.7については0.1ごと、0.7~1.0については0.025ごとにイベントをまとめフィットを行なった。

5.2.3 エネルギー分解能評価

上記の手法を用いてエネルギー分解能評価の結果を下記の図5.1、5.2、5.3にまとめた。この図で使用されているエネルギー分解能の定義は、

$$\text{エネルギー分解能} = \frac{\sigma_E}{E_{mc}} \quad (5.1)$$

である。 σ_E は上記のフィットした正規分布の標準偏差であり、 E_{mc} は光子のエネルギーの真の値である。

図5.2、5.3はそれぞれ図5.1の角度軸方向、エネルギー軸方向への射影図である。図5.3については

$$\frac{\sigma_E}{E_{mc}} = p_0 \times E_{mc}^{p_1} \quad (5.2)$$

でフィットを行なった。 p_0 及び p_1 は各フィットパラメーターを意味している。この図を比較すると、光子のエネルギー分解能はエネルギー応答性は高くエネルギーが高くなるにつれ測定精度が良くなるのに対し、角度応答性は乏しく $\cos\theta$ ごとに大きな差異がないことが見て取れる。

5.2.4 角度分解能評価

上記の手法を用いて θ 分解能評価の結果を図5.4、5.5、5.6に、 ϕ 分解能評価の結果を図5.7、5.8、5.9にまとめた。それぞれの分解能の定義は上記のフィットした正規分布の標準偏差である。図5.5、5.6及び図5.8、5.9はそれぞれ図5.4、5.7の角度軸方向、エネルギー軸方向への射影図であり、図5.6、5.7についてはエネルギー分解能同様式5.2によるフィットを行なった。図から θ 、 ϕ 共にエネルギー応答性はエネルギー分解能の特性と近いが、角度応答性については差異が見られる。 θ はバレル側とエンドキャップ側でそれぞれ異なる分解能の変化を示していることから測定器レイアウトの分解能に対する影響が大きいことが読み取れる。 ϕ については $\cos\theta$ が大きいものほど分解能が悪化する傾向が見られるが、これは極座標表示の特徴であり、測定器レイアウト以上に座標設定の影響が大きいことが読み取れる。また位置分解能については高々 10^{-3} rad オーダーの測定誤差であることが示されており、極めて精度が高いことがわかる。

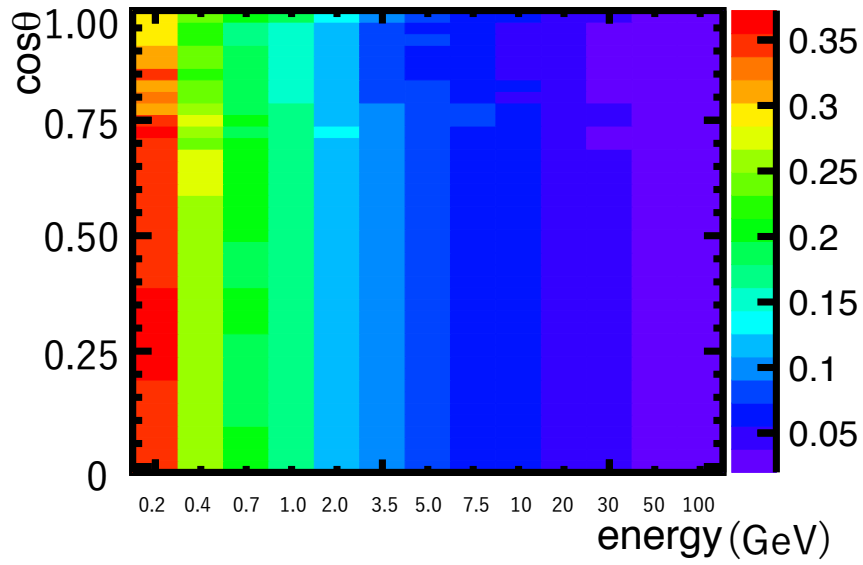


図 5.1: 光子エネルギー分解能の分布図

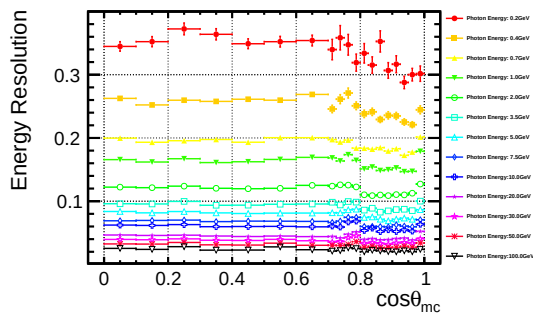


図 5.2: 角度方向ごとのエネルギーと光子エネルギー分解能の関係

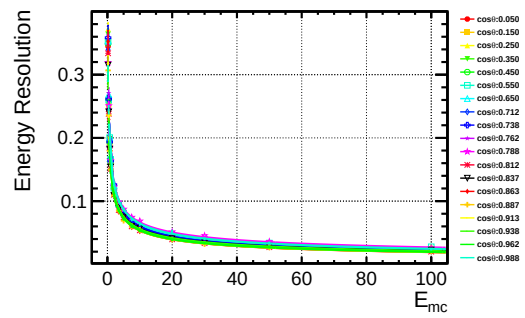


図 5.3: エネルギーごとの角度方向と光子エネルギー分解能の関係

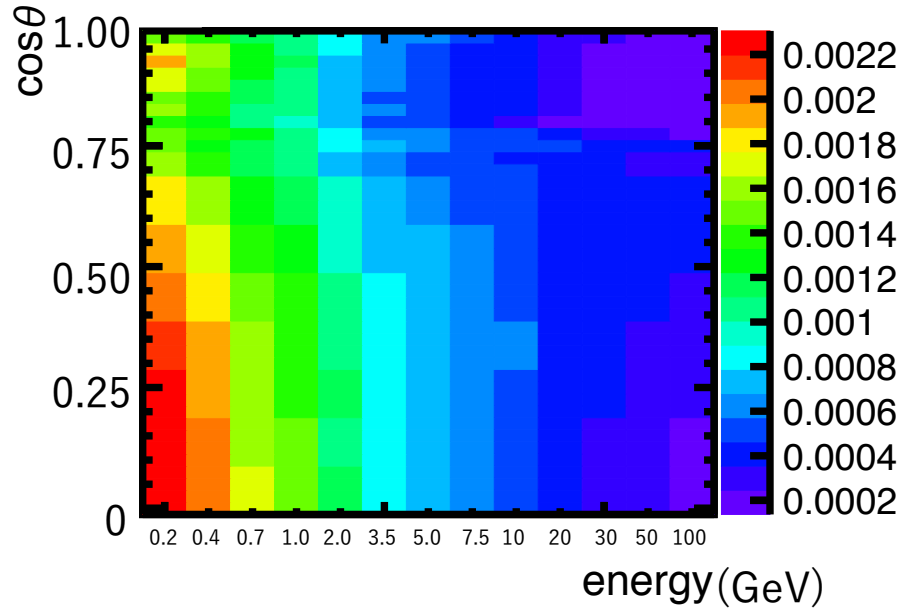
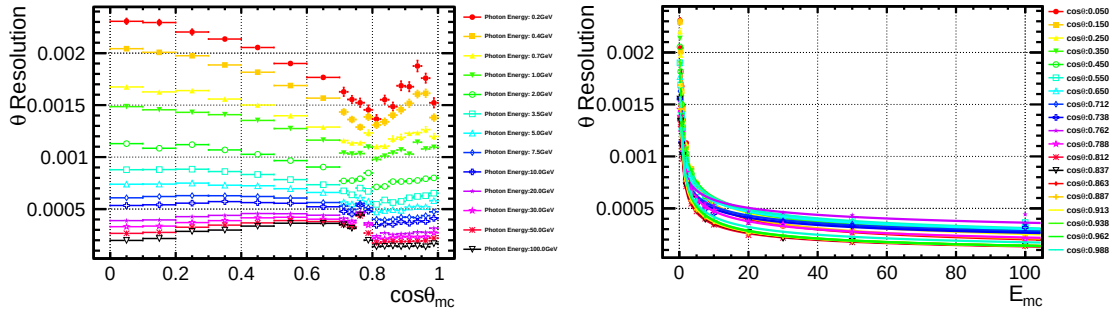
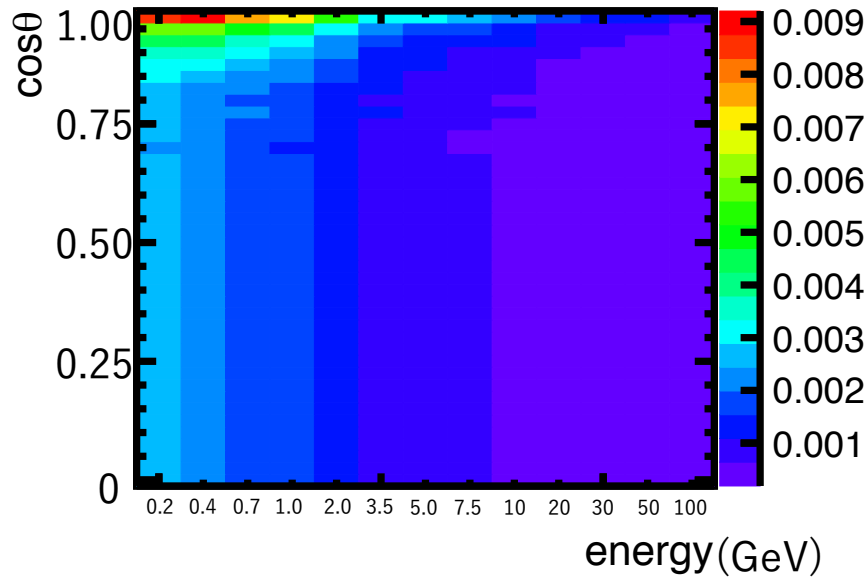
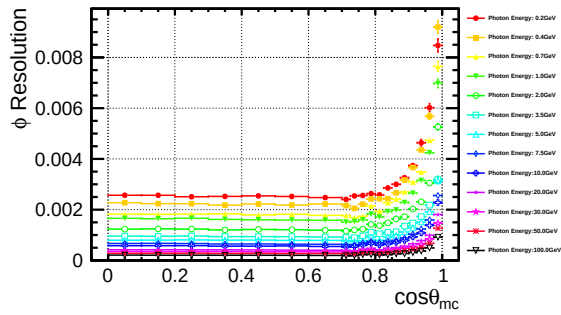
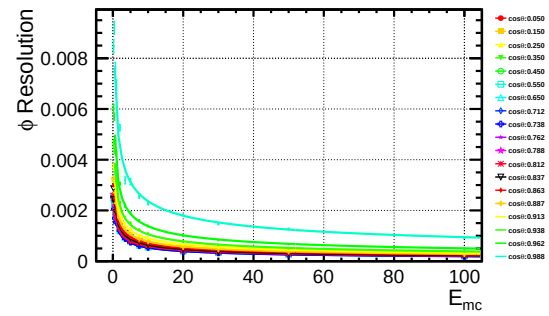
図 5.4: 光子 θ 分解能の分布図

図 5.5: 角度方向ごとのエネルギーと光子 θ 分解能の関係

図 5.6: エネルギーごとの角度方向と光子 θ 分解能の関係

図 5.7: 光子 ϕ 分解能の分布図図 5.8: 角度方向ごとのエネルギーと光子 ϕ 分解能の関係図 5.9: エネルギーごとの角度方向と光子 ϕ 分解能の関係

5.3 ジェット測定分解能

5.3.1 ジェットの発生過程

ILC 実験では様々な中間状態を媒介して複数のクォークが生成される事象が発生する。量子色力学ではクォークは色荷をもち、強い力を媒介するグルーオンによって相互作用する。強い力は遠距離で強結合を示す漸近的自由性を特徴として有しており、高エネルギーのクォーク対の粒子間の距離が大きくなると結合エネルギーが増大する。従って、粒子間の距離が十分の大きくなった場合には新たにクォーク対を生成することでエネルギー的に得をする状態が作り出される。この性質によりクォークは単体で観測することができず、高エネルギー実験においてはハドロン化と呼ばれる多数のハドロンの生成が発生する。この生成されたハドロン群をハドロンジェットと呼ぶ。また、ハドロン化の過程で初期のクォーク両方からの影響を受ける粒子が発生してしまい、粒子ごとに由来となったクォークと結びつけることは原理的に不可能となる。

5.3.2 ジェットクラスタリング

上記の通り、クォークは基本粒子として観測することは不可能である。そこでハドロン化で生じた粒子をまとめ上げることで、クォークに対応する粒子へと再構成する。この再構成粒子をジェット、再構成することをジェットクラスタリングと呼ぶ。ジェットの利点としては、位置分解能が高い事が挙げられ、全粒子をまとめあげてしまうことに比べて情報を多く得ることができる。

現在ジェットクラスタリング方法として多く用いられているものに Durham 法 [21] が挙げられる。この方法ではクラスタリングの対象となった粒子全てで対を作り、

$$y \text{ 値} \equiv \frac{2E_{min}^2(1 - \cos \theta_{ij})}{Q^2} \quad (5.3)$$

と定義される y 値が最小となるペアをまとめ上げる。まとめ上げにより、クラスタリングの対象粒子数は 1 つ分減少する。このペアリングとまとめ上げを対象粒子数が指定された値になるまで繰り返される。今回の評価では 2 粒子になるまで操作を行った。 E_{min} は二つの粒子で小さい方のエネルギー、 θ_{ij} は二つの粒子のなす角、 Q はクラスタリングの対象となった粒子のエネルギー和を意味する。

5.3.3 サンプルデータ

ジェットの分解能測定には静止状態の Z 粒子がアップ、ダウン、ストレンジの何れかのクォーク対に崩壊する事象データを使用した。このデータには ISR や Overlay と言った背景事象は含まれていない。ILD 測定器のレイアウトは表 4.1 と同様であり、シミュレーションに使用された iLCSoft のバージョンは v02.00.01 である。重心系エネルギーは 30、40、60、91、120、160、200、240、300、350、400、500 GeV の 12 通りであり、エネルギー毎に 10000 個のイベントを使用した。

5.3.4 ジェットの構成手法

本研究ではモンテカルロジェットと事象再構成時のジェットを別々に定義し、モンテカルロジェットの物理量を真の値として評価を行った。モンテカルロジェットは生成粒子全体から準安定状態の粒子のみを選定し、選定された粒子に対して Durham 法によるジェットクラスタリングを行なった。生成段階の情報を使用しているため、ニュートリノ等の観測困難な粒子を含めてクラスタリングが行われている。

事象再構成時のジェットについては Marlin 内の LCFIPlus[22] を用いたジェットクラスタリングを行なった。LCFIPlus においても Durham 法が使用されているが、ジェット毎の崩壊点を定義することができ、ジェットの由来となったクォークのフレーバーを選定することが可能となっている。この情報からフィードバックを得ることにより、より精度の高いクラスタリングが可能となっている。

$\cos \theta_p$ は 0~0.9 については 0.1 ごと、0.9~1.0 については 0.025 ごとにイベントをまとめフィットを行なった。

5.3.5 エネルギー分解能評価

上記の手法を用いてエネルギー分解能評価の結果を下記の図 5.10、5.11、5.12 にまとめた。この図で使用されているエネルギー分解能の定義は、

$$\text{エネルギー分解能} \equiv \frac{\sigma_E}{E_{mc}} \quad (5.4)$$

である。 σ_E は上記のフィットした正規分布の標準偏差であり、 E_{mc} はモンテカルロジェットのエネルギーの値である。

図 5.11、5.12 はそれぞれ図 5.10 の角度軸方向、エネルギー軸方向への射影図である。図 5.12 については

$$\frac{\sigma_E}{E_{mc}} = \frac{p_0}{\sqrt{E_{mc}}} + p_1 E_{mc} + p_2 \quad (5.5)$$

でフィットを行なった。 p_0 及び p_1, p_2 は各フィットパラメーターを意味している。この関数は第一項がカロリメーターの分解能、第二項がジェット粒子の検出もれ、第三項が飛跡検出器の分解能による。図を見ると $\cos \theta > 0.7$ の領域に当たるエンドキャップ側では分解能の悪化が確認できる。また光子とは異なり、エネルギーの上昇に対してわずかながら分解能が悪化する傾向も見られる。これは高エネルギー帯の評価を行ったため、ジェット中の粒子で検出器中で全てのエネルギーを落としきらない事象が増加したことによると考えられる。

5.3.6 角度分解能評価

上記の手法を用いて θ 分解能評価の結果を図 5.13、5.14、5.15 に、 ϕ 分解能評価の結果を図 5.16、5.17、5.18 にまとめた。それぞれの分解能の定義は上記のフィットした正規分布の標準偏差である。

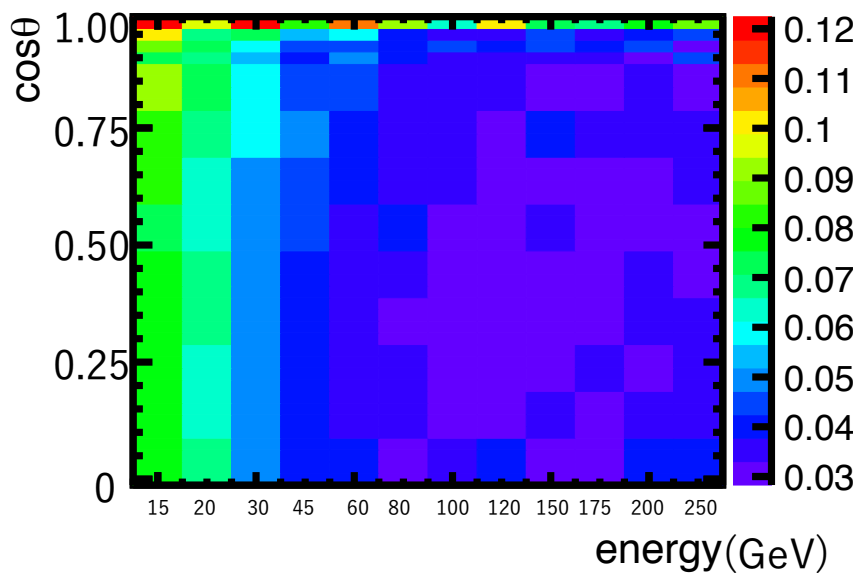


図 5.10: ジェットエネルギー分解能の分布図

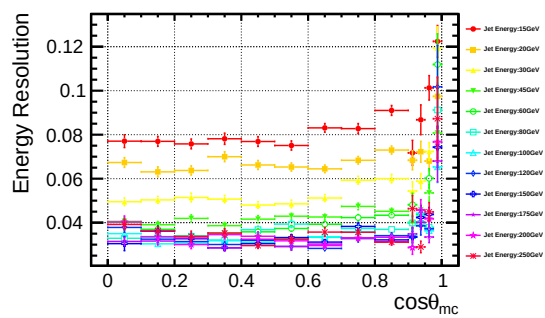


図 5.11: 角度方向ごとのエネルギーとジェットエネルギー分解能の関係

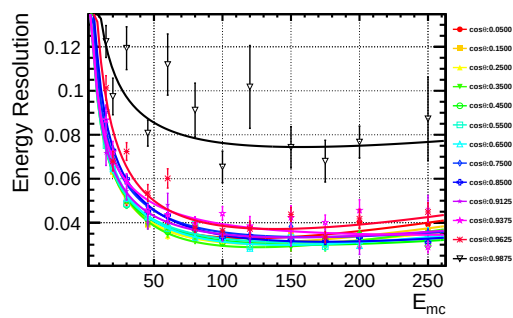


図 5.12: エネルギーごとの角度方向とジェットエネルギー分解能の関係

図 5.14、5.15 及び図 5.17、5.18 はそれぞれ図 5.13、5.16 の角度軸方向、エネルギー軸方向への射影図であり、図 5.15、5.18 については

$$\frac{\sigma_E}{E_{mc}} = p_0 \times E_{mc}^{p_1} \quad (5.6)$$

によるフィットを行なった。光子と異なり θ 分解能の角度依存性が乏しいことがわかる。またバレル領域では位置分解能が 10^{-2} rad オーダーの測定誤差であることが示されており、光子ほどではないものの精度が高いことがわかる。

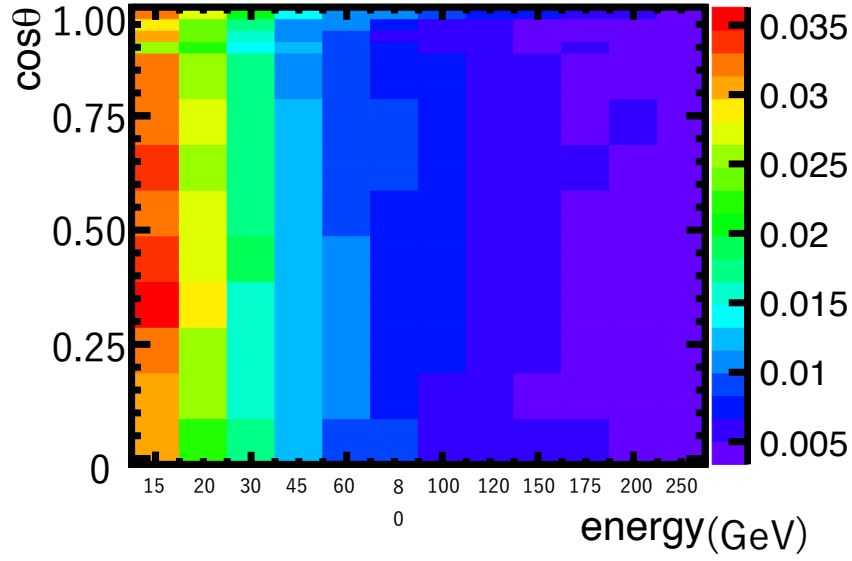


図 5.13: ジェット θ 分解能の分布図

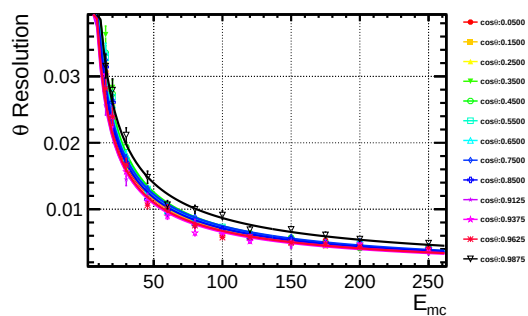
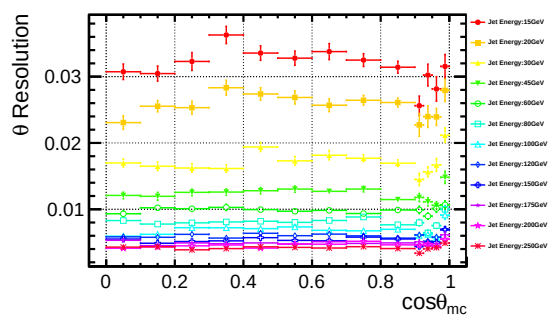


図 5.14: 角度方向ごとのエネルギーとジェット θ 分解能の関係 図 5.15: エネルギーごとの角度方向とジェット θ 分解能の関係

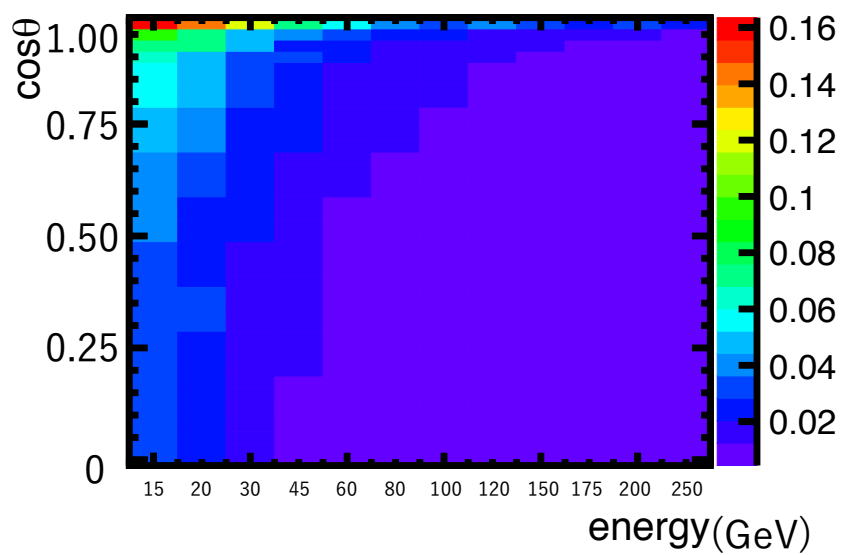


図 5.16: ジェット ϕ 分解能の分布図

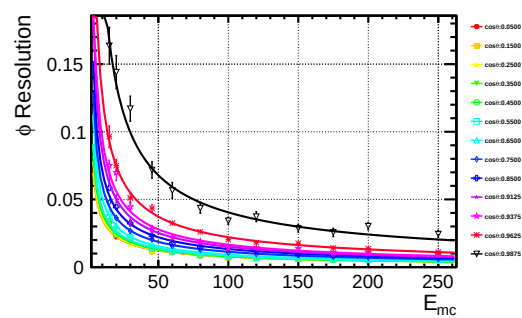
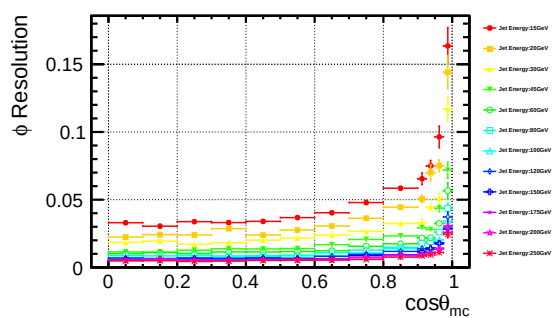


図 5.17: 角度方向ごとのエネルギーとジェット ϕ 分解能の関係

解能の関係

第6章 Kinematic-fit

実験では測定器の分解能等により測定値が真の値からずれると考えられる。そのため、測定値よりさらに真の値に近い値を取り出すことを目的として、Kinematic-Fit を用いることができる。Kinematic-Fit とは、ラグランジュ未定乗数法に基づき、測定した値に対し運動学的条件と測定器の性能を条件に課すことでより精度の高い値を取り出す手法である [23]。以下で原理の詳細を説明し、本研究で用いた MarlinKinfit のパッケージ内でどのような計算手法が用いられているかについても触れる。

6.1 原理

Kinematic-Fit の原理を説明する。まずフィット対象となる測定量及びフィットパラメータ、非測定量、運動学的条件を以下のように表す。

- 測定量 : $y_i (i = 1, \dots, N)$
- フィット変数 : $\eta_i (i = 1, \dots, N)$
- 非測定量変数 : $\xi_j (j = 1, \dots, J)$
- 制約条件関数 : $f_k(\vec{\eta}, \vec{\xi}) (k = 1, \dots, K)$

また測定器及び測定手法の性能から決まる各測定値に対する共分散行列を V とする。この時、カイ二乗の値は

$$\chi^2(\vec{\eta}, \vec{y}) = (\vec{y} - \vec{\eta})^T V^{-1} (\vec{y} - \vec{\eta}) \quad (6.1)$$

で与えられる。しかしながら、条件がない状態ではフィットパラメータは測定値と同一の値をとることで常に 0 を取ることとなる。ここでラグランジュ未定乗数法に基づき、変数 $\lambda_k (k = 1, \dots, K)$ を導入し、

$$\chi_T^2 = \chi^2(\vec{\eta}, \vec{y}) + 2 \sum_{k=1}^K \lambda_k f_k(\vec{\eta}, \vec{\xi}) \quad (6.2)$$

となる指標を導入する。この χ_T^2 の値を最小化するフィットパラメータを導出することで、より良い値を導くことができる。

この問題を解くために解析的に導出可能な極値の求める。 χ_T^2 に対する各パラメータの偏微分の結果は以下の

$$\nabla_{\eta} \chi_T^2 = -2V^{-1}(\vec{y} - \vec{\eta}) + 2 \sum_{k=1}^K \lambda_k \nabla_{\eta} f_k \quad (6.3)$$

$$\nabla_{\xi} \chi_T^2 = 2 \sum_{k=1}^K \lambda_k \nabla_{\xi} f_k \quad (6.4)$$

$$\nabla_{\lambda} \chi_T^2 = 2\vec{f}(\vec{\eta}, \vec{\xi}) \quad (6.5)$$

のようになるため、 χ_T^2 が極値を取るために成り立つべき連立方程式は以下のようになる。

$$\begin{cases} \vec{0} = V^{-1}(\vec{y} - \vec{\eta}) - \sum_{k=1}^K \lambda_k \nabla_{\eta} f_k \end{cases} \quad (6.6)$$

$$\begin{cases} \vec{0} = \sum_{k=1}^K \lambda_k \nabla_{\xi} f_k \end{cases} \quad (6.7)$$

$$\begin{cases} \vec{0} = \vec{f}(\vec{\eta}, \vec{\xi}) \end{cases} \quad (6.8)$$

しかしながら、上記の方程式を解析的に解くことは一般的には困難であるため、計算機を用いて近似解を求める。

ここでフィットの自由度についても言及する。フィットの自由度 N_{dof} を以下の様に定義できる。

$$N_{dof} = N_m - N_f + K - J \quad (6.9)$$

N_m は測定量の個数、 N_f はフィット変数の個数、 K は制約条件関数の個数、 J は非測定量変数の個数である。Kinematic-fit では N_m と N_f が等しくなるため、

$$N_{dof} = K - J \quad (6.10)$$

が成り立つ。

6.2 Newton Fitter

本研究の物理解析では事象再構成同様 iLCSoft の Marlin を使用している。Marlin 内には Kinematic-Fit を用いるためのパッケージとして、MarlinKinfit が実装されており、本研究の Kinematic-Fit は MarlinKinfit を用いることで実行されている。前述の通り、フィットは連立方程式の近似解を求めることで行われており、MarlinKinfit では異なる計算手法に基づいた二つの Fitter が実装されている。一つ目は各制約条件のフィット変数に対する一次導関数から Newton 法を用いて計算を行う OPAL Fitter である。OPAL Fitter では二次導関数の情報が使用できないことや、不変質量等の幅を持つ条件に対しても制限を一定値でしかかけられないなどの問題点があった。Newton Fitter はこれらの問題点を解決するために実装されたもう一つの Fitter であり、本研究では Newton Fitter を使用している。以下は Newton Fitter における計算手法についての説明を行う。

6.2.1 SoftConstraint

Newton Fitter に実装されている SoftConstraint について説明する。原理で述べたように Kinematic fit ではパラメータの対して運動学的条件を課す。しかしながら、原理の計算手法では運動学的条件はパラメータを含む方程式の形式を取るため、非測定量が一意に定まり不変質量等の幅を持つ条件に対しては Over Fitting を引き起こす原因となっていた。

SoftConstraint は $f(\vec{\eta}, \vec{\xi})$ に対しても確率分布を与えることにより設定される。 f のばらつきを σ_f とした場合、

$$\chi_S^2 = \left(\frac{f(\vec{\eta}, \vec{\xi})}{\sigma_f} \right)^2 \quad (6.11)$$

が定義され、 χ_T^2 に加えられる。SoftConstraint が $g_l(\vec{\eta}, \vec{\xi})$ ($l=1, \dots, L$) と複数課された場合、 χ_S^2 の値は

$$\chi_S^2 = \sum_{l=1}^L \left(\frac{g_l(\vec{\eta}, \vec{\xi})}{\sigma_{g_l}} \right)^2 \quad (6.12)$$

と定義される。これにより χ_T^2 は、

$$\chi_T^2 = \chi^2(\vec{\eta}, \vec{y}) + 2 \sum_{k=1}^K \lambda_k f_k(\vec{\eta}, \vec{\xi}) + \sum_{l=1}^L \left(\frac{g_l(\vec{\eta}, \vec{\xi})}{\sigma_{g_l}} \right)^2 \quad (6.13)$$

となる。以降説明のため、

$$\chi_A^2(\vec{\eta}, \vec{y}, \vec{\xi}) \equiv \chi^2(\vec{\eta}, \vec{y}) + \sum_{l=1}^L \left(\frac{g_l(\vec{\eta}, \vec{\xi})}{\sigma_{g_l}} \right)^2 \quad (6.14)$$

とする。

6.2.2 計算手法

Newton Fitter では OPAL Fitter と同様に Newton 法を用いて近似解の導出を行う。Newton 法は方程式の近似解の導出方法である。 $y(x) = 0$ の解を求める場合、初期値 x^0 を与え、

$$x^{\nu+1} = x^\nu - \frac{y(x^\nu)}{y'(x^\nu)} \iff y'(x^\nu)(x^\nu - x^{\nu+1}) = y(x^\nu) \quad (6.15)$$

の式を用いて x^ν の導出と代入を繰り返す逐次近似的手法により導出が行われる。図 6.1 は $x^{\nu+1}$ 、 x^ν 、 $y(x^\nu)$ 、 $y'(x^\nu)$ の関係性を示している。

Newton Fitter によって計算される連立方程式は、

$$\begin{cases} \nabla_\eta \chi_T^2 = \nabla_\eta \chi_A^2 + 2 \sum_{k=1}^K \lambda_k \nabla_\eta f_k = \vec{0} \\ \nabla_\lambda \chi_T^2 = \vec{f} = \vec{0} \end{cases} \quad (6.16)$$

$$(6.17)$$

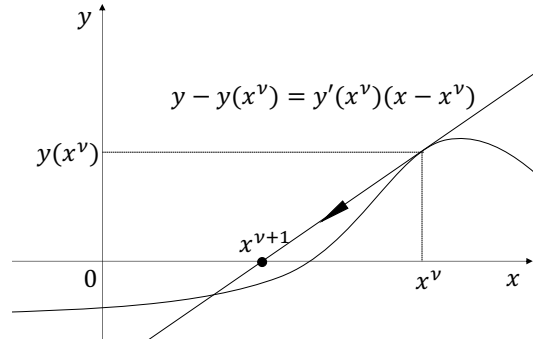


図 6.1: Newton 法の模式図

である。式 6.7 に当たる部分の非測定量変数 $\vec{\xi}$ は本研究では使用しないため、考慮しない。この方程式に Newton 法を用いると、

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \chi_A^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_1} + \lambda_k \frac{\partial^2 f_k}{\partial \eta_1 \partial \eta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \chi_A^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_N} + \lambda_k \frac{\partial^2 f_k}{\partial \eta_1 \partial \eta_N} & \frac{\partial f_1}{\partial \eta_1} & \cdots & \frac{\partial f_K}{\partial \eta_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \chi_A^2}{\partial \eta_N \partial \eta_1} + \lambda_k \frac{\partial^2 f_k}{\partial \eta_N \partial \eta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \chi_A^2}{\partial \eta_N \partial \eta_N} + \lambda_k \frac{\partial^2 f_k}{\partial \eta_N \partial \eta_N} & \frac{\partial f_1}{\partial \eta_N} & \cdots & \frac{\partial f_K}{\partial \eta_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_K}{\partial \eta_1} & \cdots & \frac{\partial f_K}{\partial \eta_N} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1^\nu - \eta_1^{\nu+1} \\ \vdots \\ \eta_N^\nu - \eta_N^{\nu+1} \\ \lambda_1^\nu - \lambda_1^{\nu+1} \\ \vdots \\ \lambda_K^\nu - \lambda_K^{\nu+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \chi_A^2}{\partial \eta_1} + \lambda_k^\nu \frac{\partial f_k}{\partial \eta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \chi_A^2}{\partial \eta_N} + \lambda_k^\nu \frac{\partial f_k}{\partial \eta_N} \\ f_1 \\ \vdots \\ f_K \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

を立式することができ、式 6.15 と同様に初期値 $\vec{\eta}^0$ 、 $\vec{\lambda}^0$ を設定し、 $\vec{\eta}^\nu$ 、 $\vec{\lambda}^\nu$ の導出と代入を繰り返すことにより近似解を得ることができる。

OPAL Fitter では一階微分係数のみを使用した計算を行っているが、式 6.18 では二階微分係数が使用されていることがわかる。従って Newton Fitter ではより高次までの近似が使用され、より精度の高い計算が可能となっていることがわかる。

6.2.3 収束条件

Newton 法を用いる場合、一定精度の近似解を得た段階で計算を終了させる必要がある。この終了の条件を収束条件と呼ぶ。Newton Fitter では以下三つの条件を同時に満たすことを収束条件としている。

- χ_T^2 の変化量が 0.001 未満となる。
- 全 Constraint 項の和が 0.001 未満となる。
- 全 Constraint 項の和が 10^{-6} 未満となるか、全 Constraint 項の和の変化が自身の 20% 未満となる。

これらの条件を満たさない状態で 200 回の計算過程が行われた場合、収束は失敗と判断されエラー出力がなされる。

6.3 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析への応用

本研究では前述の Newton Fitter を用いて Kinematic-fit を行った場合の $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊事象の測定精度向上について評価を行った。ここでは各信号事象ごとのフィットの適用方法と評価結果を説明する。

6.3.1 信号事象

本解析で使用する信号事象は図 6.2 に示した。左のファインマン図に関しては、クォーク対とニュートリノ対が入れ替わったものも信号事象となる。従って、信号事象は $e^-e^+ \rightarrow HZ \rightarrow ZZ\gamma$ 事象から ZZ が $\nu\nu q\bar{q}$ 及び $q\bar{q} q\bar{q}$ に崩壊した事象となる。

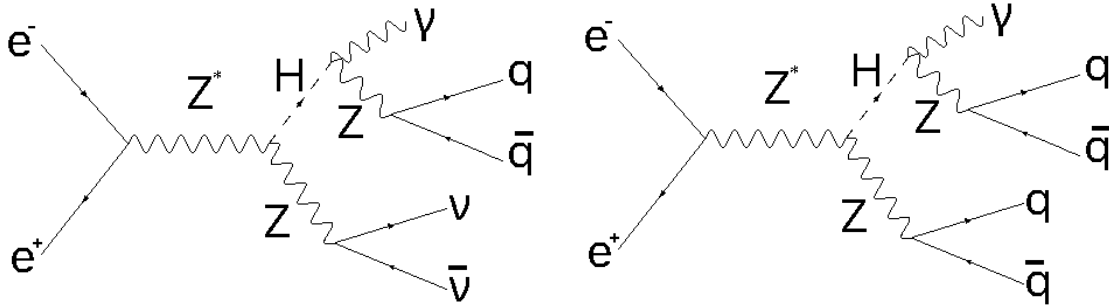


図 6.2: 本研究の信号事象

表 6.1 に使用したデータの生成事象数及び反応断面積を示した。これらデータは DBD と同様の設定を基に WHIZARD.1.95 及び PYTHIA を用いて事象生成を行い、Mokka にて検出器シミュレーション、Marlin の PandoraPFA にて事象再構成が行われた。ソフトウェアの特性により電子陽電子の偏極率が ± 1.0 においてのみのシミュレーションが行われているため、 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 1.0, \pm 1.0)$ 両データの足し上げにより、 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ の状態を再現している。また表 6.1 中のデータでは Higgs 由来の Z の崩壊は指定しておらず、前段階で生成時の情報により終状態が $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ 及び $q\bar{q} q\bar{q}\gamma$ の事象を選び出し解析を行った。 $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ 時の各事象の生成数を表 6.2 にまとめる。

シミュレーションにおいては $\nu\nu H \rightarrow \nu\nu Z\gamma \rightarrow \nu\nu q\bar{q}\gamma$ 及び $q\bar{q} H \rightarrow q\bar{q} Z\gamma \rightarrow q\bar{q} \nu\nu\gamma$ のそれぞれの事象は事象生成時の情報により、完全に分けることが可能である。しかし、実際の測定においてその判断は極めて難しくなる。図 6.3 は $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (-1.0, +1.0)$ における $\nu\nu H \rightarrow \nu\nu Z\gamma \rightarrow \nu\nu q\bar{q}\gamma$ 事象及び $q\bar{q} H \rightarrow q\bar{q} Z\gamma \rightarrow q\bar{q} \nu\nu\gamma$ 事象の再構成された $M_{jj\gamma}$ と $M_{\nu\nu\gamma}$ をプロットした散布図となっている。両データ共に $M_{jj\gamma}$ と $M_{\nu\nu\gamma}$ が同時に Higgs の質量近辺の値を取る事象を多く含んでいることがわかる。解析では有意度 (Significance)(詳

(P_{e-}, P_{e+})	$(-1.0, +1.0)$		$(+1.0, -1.0)$	
Process	Cross Section(fb)	Generated	Cross Section(fb)	Generated
$\nu\nu H_{-}Z\gamma$	0.199391954	35928	0.100902193	32934
$qq H_{-}Z\gamma$	0.536320274	49897	0.344024887	49377

表 6.1: Kinematic-fit 評価に用いたデータセット

(P_{e-}, P_{e+})	$(-0.8, +0.3)$	$(+0.8, -0.3)$
Process	Expect	
$\nu\nu H_{-}\nu\nu Z\gamma_{-}\nu\nu qq\gamma$	75.81	42.58
$qq H_{-}qq Z\gamma_{-}qq\nu\nu\gamma$	58.86	39.50
$qq H_{-}qq Z\gamma_{-}qqqq\gamma$	205.45	138.68

表 6.2: ILC 実験で設定される偏極率における事象生成数 ($\int Ldt = 900 \text{ fb}^{-1}$)

細は第7章にて説明) を用いて測定可能となる崩壊比の上限値を評価するが、同一事象を複数回数え上げた場合において有意度の導出が複雑化することが知られている。本研究では有意度の導出の複雑さを回避し、 $\nu\nu H_{-}\nu\nu Z\gamma_{-}\nu\nu qq\gamma$ 及び $qq H_{-}qq Z\gamma_{-}qq\nu\nu\gamma$ を終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象としてまとめたの評価を行った。

6.3.2 評価方法

二つの終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象及び $qqqq\gamma$ 事象に対し、それぞれに制約条件を適用し Kinematic-fit を行った。フィットとの対象はジェット及び光子とした。ジェットについては質量を測定値に固定し、エネルギー E 及び角度方向 θ, ϕ をフィット変数とした。各フィット変数の分解能は第5章にてまとめたジェットの測定分解能を利用し、測定値 E, θ から図 5.10、5.13、5.16 上の分解能を取り出し用いた。光子については質量を0とし、エネルギー E 及び角度方向 θ, ϕ をフィット変数とした。各フィット変数の分解能についてはジェットと同様にして図 5.1、5.4、5.7 上の値を使用した。

フィット後は以下の指標から $(P_{e-}, P_{e+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ それぞれに対してフィット状態の確認を行った。

- 収束率
- χ^2_T
- Fit probability

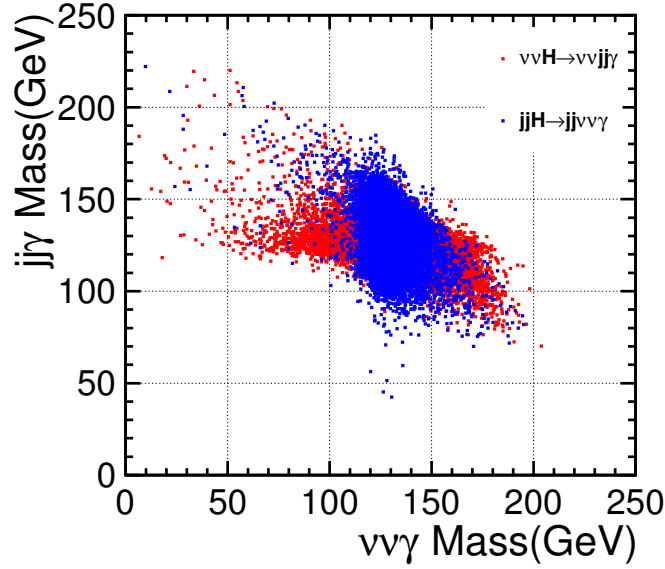


図 6.3: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象における $M_{jj\gamma}$ と $M_{\nu\nu\gamma}$ の再構成時の散布図

Fit probability は χ^2_T の値及びフィットの自由度 N_{dof} から、

$$probability = \int_{\chi^2_T}^{\infty} f_{\chi^2}(x; N_{dof}) dx \quad (6.19)$$

と定義される。 $f_{\chi^2}(x; N_{dof})$ は自由度 N_{dof} の χ^2 分布の確率密度関数を表している。理想的なフィッティングが行われた場合は一様な分布を示す。

またフィット変数と真の値との差も比較し、フィットの結果より正確な物理量を導けているかについても確認を行った。

6.3.3 終状態 $\nu\nu qq\gamma$

終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象に対しては M_{jj} に対してのみ制約条件を与えた。事象中の 2jet は Z 粒子の崩壊により生じているため、SoftConstraint を使用し、 M_{jj} の確率密度分布を最頻値を Z 粒子の質量 91.2 GeV、半値幅を 2.5 GeV とする Breit-Wigner 分布とした。従って $\nu\nu qq\gamma$ 事象は $N_{dof} = 1$ のもとでフィッティングを行なった。以下フィッティング後の各指標を列挙する。

収束率

収束条件の項目で述べた通り、200回の反復計算終了時に収束条件が満たされなかった場合はエラー出力が返される。エラー出力は1であり、回数内に収束条件を満たして終了した場合は0が出力される。図6.4は各偏極状態でのエラー出力のヒストグラムであり、 $(P_{e-}, P_{e+}) = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ 共に99.2%と高い収束率が得られた。以下エラー出力がされたイベントは取り除き評価を行った。

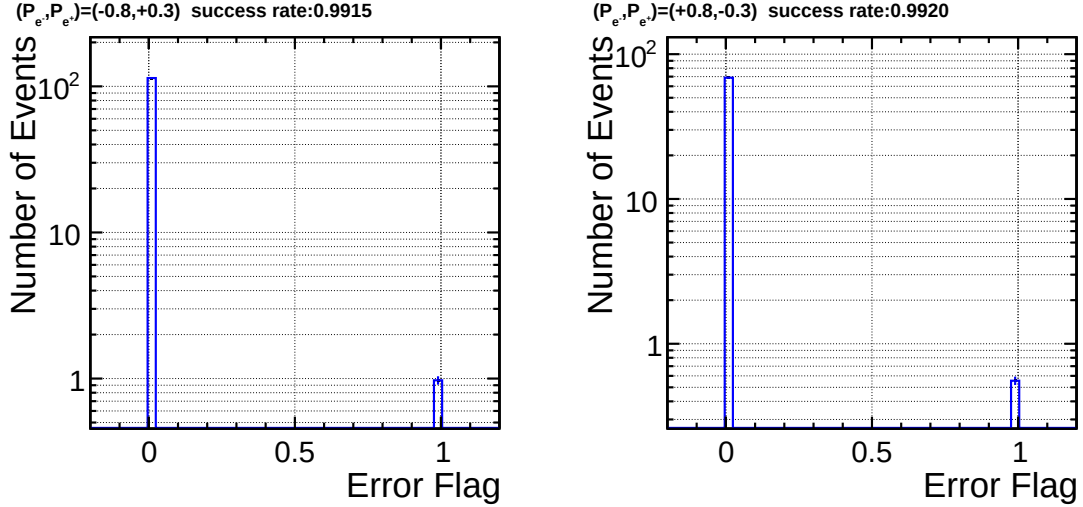


図 6.4: 終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ における NewtonFitter のエラー出力 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

 χ^2_T 及び Fit probability

図 6.5 はフィット後の χ^2_T の値である。図 6.6 は χ^2_T 及び自由度 1 をもとに算出した Fit probability の値である。図 6.6 から両偏極状態共にイベント数が 0 ~ 0.1 にかけて増加し、0.1 ~ 0.4 にかけての減少していることが分かる。原因としては 2 点考えられる。一つ目は SoftConstraint の使用によるフィット自由度の減少である。フィット自由度は SoftConstraint であるかにかかわらず、制約条件数がそのまま数え上げられている。しかしながら SoftConstraint を使用した場合、フィット変数に対する影響が値を一意に決定する制約条件に比べ小さくなり、自由度の増加も抑制される。従って、自由度を高く見積もったことにより Fit probability が増加し、0 近辺におけるイベント数が減少したものと考えられる。二つ目はジェット分解能の過小評価である。ジェット分解能の評価には u クォーク、d クォーク、s クォークの 3 種類のみを使用した。Z 粒子は c クォーク、b クォークへも崩壊することが知られている。c クォーク、b クォークから生成される D 中間子や B 中間子はニュートリノを含む崩壊を多く引き起こすと知られており、軽い 3 種のクォークに比べてジェット分解能が悪化する。また分解能の評価に使用したデータには Overlay といった背景事象が含まれておらず、実際の測定時に

比べて分解能が低く見積もられていると考えられる。分解能の過小評価は Fit probability を減少させるため、0.05 ～ 0.4 にかけてのイベント数増加が発生している。SoftConstraint のフィット自由度への影響と c クォーク、b クォーク及び背景事象が含まれる場合についてのジェット分解能の評価は今後の課題とする。

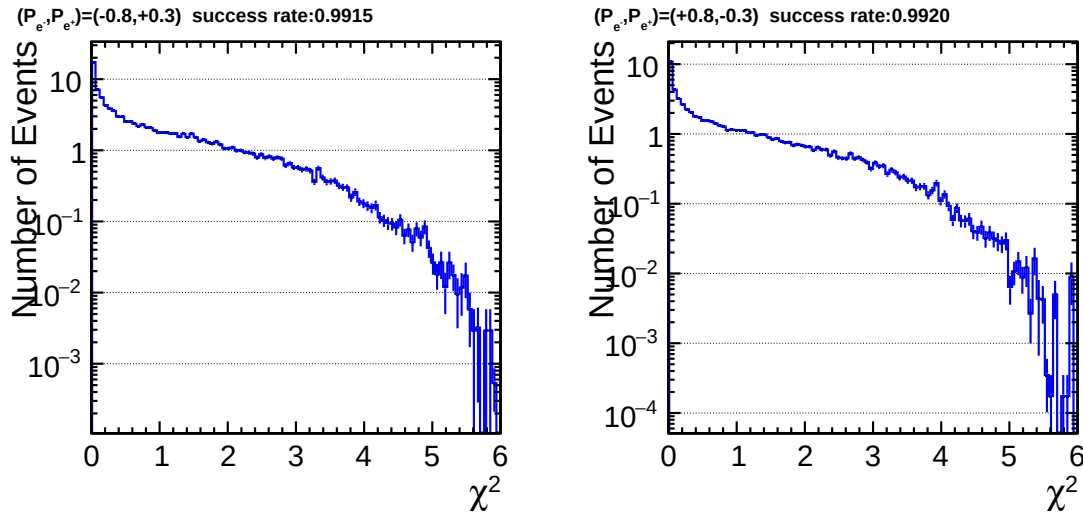


図 6.5: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ における χ^2_T の値 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

フィット変数と測定値及びモンテカルロとの比較

フィットにより各フィット変数が物理的に良い値に定まっているかの評価として、2jet を組んだ再構成粒子の質量、エネルギー、角度方向の変数のフィット前後における変化を確認した。質量はフィットの制約条件そのものであり、エネルギー及び角度方向はフィット変数にあたる。図 6.7 は左上が質量、右上がエネルギー、左下が角度方向 θ 、右下が角度方向 ϕ のプロットであり、左が $(-0.8, +0.3)$ 、右が $(+0.8, -0.3)$ の状態を表している。黒線がモンテカルロ情報、青線がフィット前の分布であり、赤線がフィット後のものである。質量のプロットはフィットによりモンテカルロの分布に近づいており、条件通りにフィットが行われたことが確認できる。残りのフィット変数については、角度の変数は大きな変化が見られないものの、エネルギーについては質量同様モンテカルロの分布に近づきピークが鋭くなっていることが確認できた。角度の変化がエネルギーに比べて小さい原因は角度の分解能がエネルギーの分解能に比べて小さいためである。図 6.8 は各変数のモンテカルロとの差をプロットしたものである。質量とエネルギーについては明確に 0 におけるピークが鋭くなり、角度についても 0 近辺のイベント数が僅かに上昇していることが確認できる。従って、ジェット自体の変数群はフィッティングにより良い値が取れていることが確認できた。

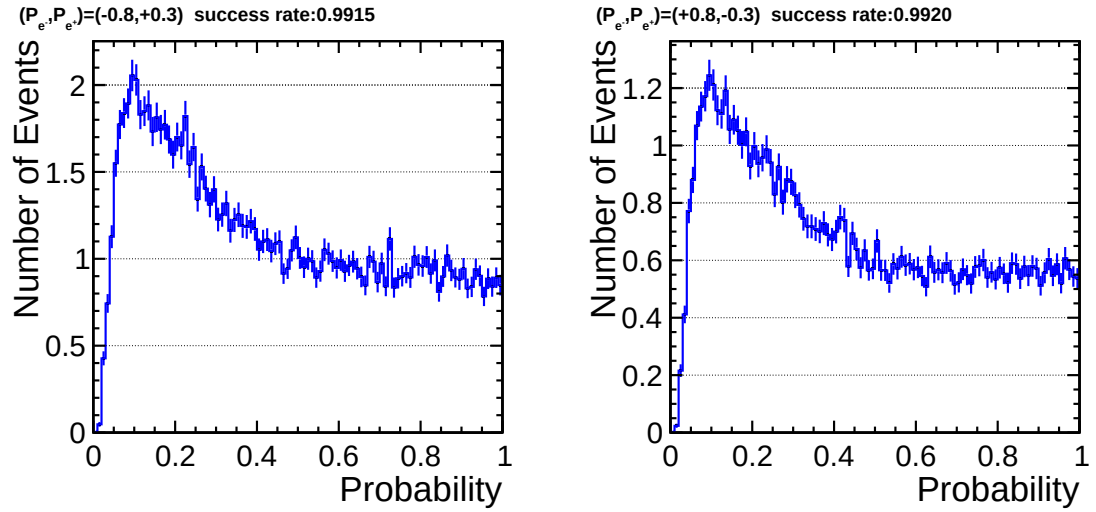


図 6.6: 終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ における Fit probability の値 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

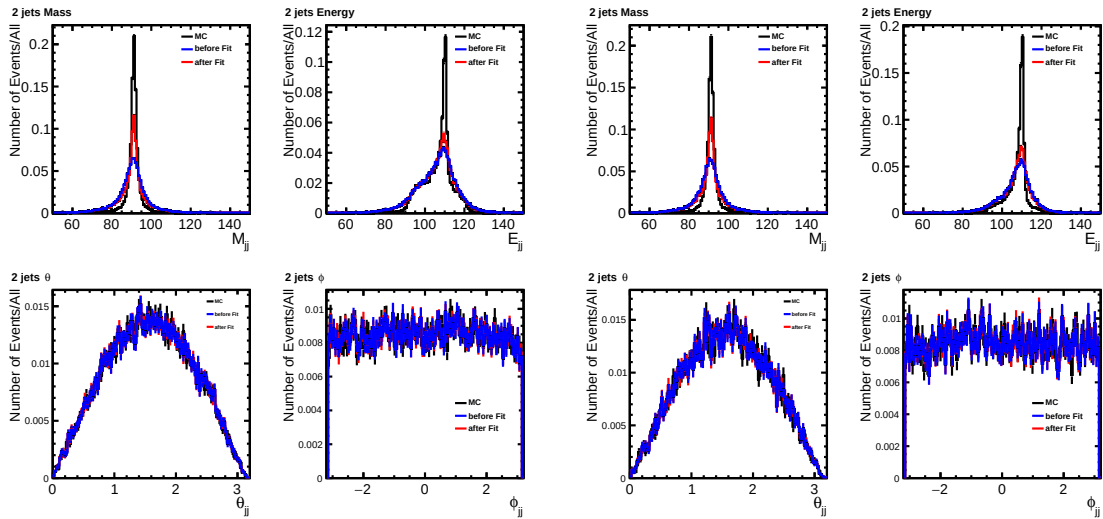


図 6.7: Z_{jj} のモンテカルロ及び測定値、フィット変数の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

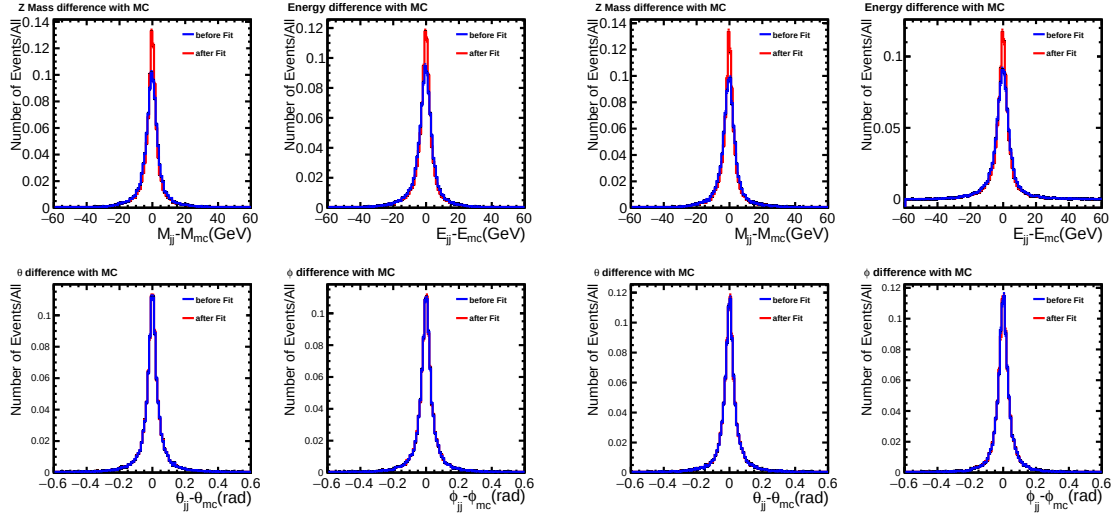


図 6.8: Z_{jj} のモンテカルロに対する相対誤差分布のフィット前後の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

ジェットへのフィッティングによるニュートリノへ崩壊した Z 粒子 (以下 Z_{inv}) の測定への影響も確認した。 Z 粒子がニュートリノへ崩壊した場合、その粒子の直接的観測は困難になる。解析では衝突時の中間状態の 4 元ベクトルと観測粒子された粒子全てを足し上げた 4 元ベクトルの差を Z_{inv} の 4 元ベクトルとする。従って、フィットによりジェットの物理量が変化すると Z_{inv} の物理量も連動して変化することになる。図 6.9 は図 6.7 と同様に Z_{inv} のフィット前後における質量、エネルギー、角度方向分布を示し、図 6.10 は図 6.8 と同様に各変数のモンテカルロとの差をプロットしたものである。図 6.9 においては、質量ではフィット後にモンテカルロ分布へと近づく傾向が見られるが、エネルギーでは低エネルギー側で値のずれが大きくなる傾向が見られている。これは ISR やビームビーム効果によって Higgs の生成過程とは別にエネルギーが失われていることに起因している。この影響を考慮するためには ISR やビームビーム効果の発生を仮定したフィッティングが必要となる。これは今後の課題とする。

6.3.4 終状態 $qqqq\gamma$

終状態 $qqqq\gamma$ 事象のフィッティングでは 4jet 事象であることを考慮し、jet の分解能を図 5.10、5.13、5.16 で示した値の 1.5 倍としてフィットを行なった。これはクラスタリングの段階での誤りの確率が増加することを考慮してである。

$qqqq\gamma$ 事象に対しては 6 つの制約条件を与えた。以下に列挙する。

- 測定粒子の x 方向の全運動量が 1.75 GeV

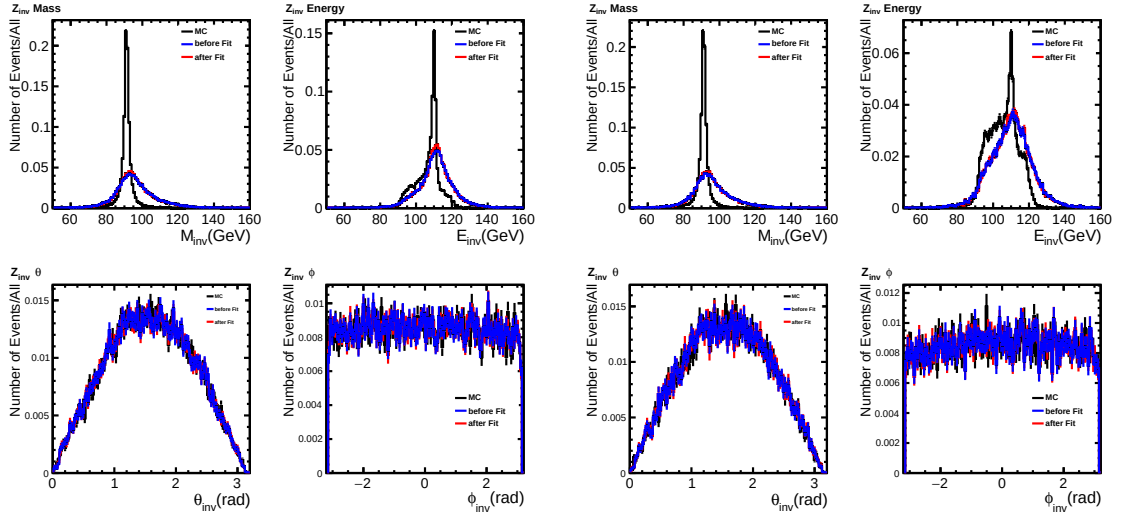


図 6.9: Z_{inv} のモンテカルロ及び測定値、フィット変数の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

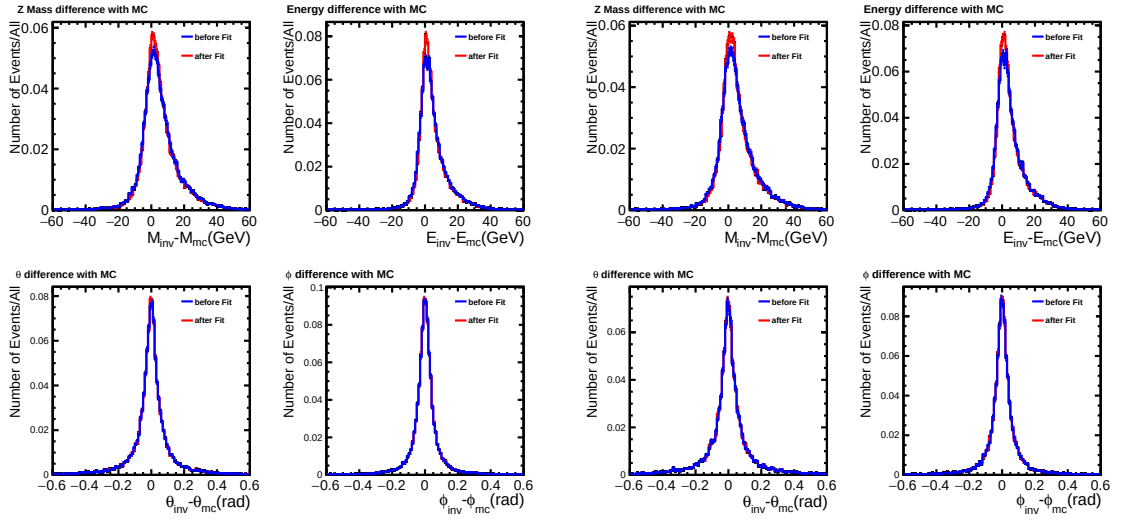


図 6.10: Z_{inv} のモンテカルロに対する相対誤差分布のフィット前後の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

- 測定粒子の y 方向の全運動量が 0
- 測定粒子の z 方向の全運動量の分布が平均 0 GeV、標準偏差 2.37 GeV の正規分布
- 2jet で組んだ再構成粒子の質量の分布が最頻値 91.2 GeV、半値幅 2.5 GeV の Breit Wigner 分布
- 残りの 2jet で組んだ再構成粒子の質量の分布が最頻値 91.2 GeV、半値幅 2.5 GeV の Breit Wigner 分布
- 2jet 及び孤立光子で組んだ再構成粒子の質量が 125 GeV

従って制約条件は Hard Constraint を 3 つと Soft Constraint を 3 つとなる。図 6.11 には終状態 $qqqq\gamma$ 事象のモンテカルロ情報で合計運動量と合計エネルギーが示されている。これを見ると x 方向 y 方向の運動量和は分散が小さく、値を一定値と仮定しても問題ないことがわかる。 x 方向について運動量が 0 GeV とならない理由はビームラインが僅かに角度 (14mrad) を持って交わるためである。 z 方向の運動量和については多方向に比べて大きな広がりを持っていることがわかる。これは ISR といった衝突前にビーム軸方向に光子が放射される事象による。本解析では広がりを用いるため、正規分布を仮定し条件とした。しかしながら、 z 方向の運動量和の分布は正規分布に比べてテールの長い分布を示しており、より正確なフィットを行うためには分布に対して十分な考察が必要であり、この部分については今後の課題とする。エネルギー和は左右非対称な分布をとり、分布の定義が困難であるため条件としては使用しない。

質量についての制約条件は 2 つの Z 粒子及び Higgs に対して適用した。Higgs の全崩壊幅は 0.013 GeV 以下と極めて小さいことが確認されているため Hard Constraint として使用した。それぞれの質量制約条件を適用するジェットの組合せ方は全部で 6 通りとなる。本解析では全ての組合せに対してフィッティングを行い、エラー出力をせず χ^2_T の値が最小となる組合せを最適なペアリングとして採用している。従って、この終状態事象では全ての組合せに対してエラー出力がされない限り、収束可能な事象と判断されるため収束率は高くなると考えられる。実際に今回の解析においては両偏極状態においても収束率が 100% となった。

χ^2_T 及び Fit probability

図 6.12 はフィット後の χ^2_T の値である。図 6.13 は χ^2_T 及び自由度 6 をもとに算出した Fit probability の値である。終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象と同様に一様分布とはならず、0 近傍及び 1 の近傍においてイベント数の増加が確認できる。原因についても終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象と同様であると考えられる。

フィット変数と測定値及びモンテカルロとの比較

2jet を組んだ再構成粒子の質量、エネルギー、角度方向の変数のフィット前後における変化を確認した。図 6.14 から読み取れるように質量は Soft Constraint にてフィッティングが行われたことの確

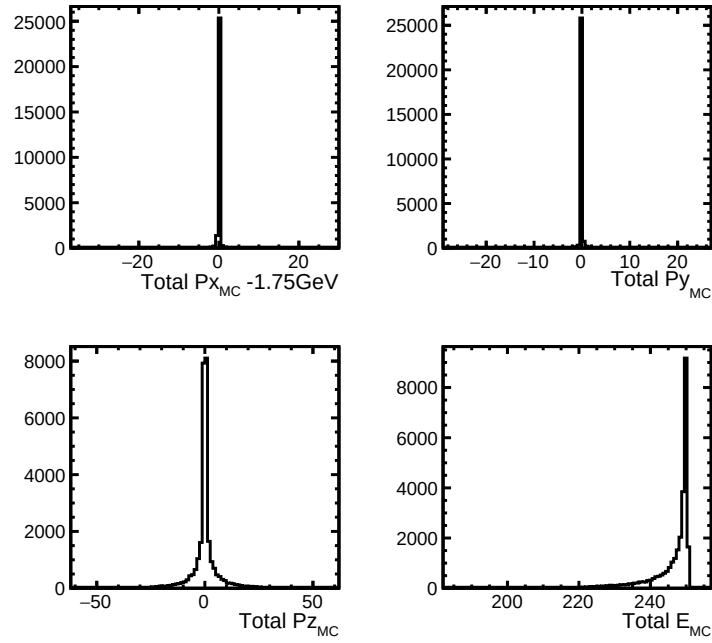


図 6.11: $qqH_qqqq\gamma$ 事象 ($-0.8, +0.3$) における 4jet 及び孤立光子の合計運動量と合計エネルギー

認ができる。またエネルギーについてもモンテカルロの分布の方向にピークが伸びていることも確認できる。図 6.15 は角度方向が再構成粒子ごとに角度方向の近い方のモンテカルロ Z 粒子を策定したものであると仮定し、各変数の差をプロットしたものである。全ての変数において 0 近辺でのピークが伸びており、フィッティングによりより良い物理量が得られたことが読み取れる。

孤立光子に対しても同様の確認を行った。図 6.16 が各変数ごとのモンテカルロとの差のプロットである。ジェットに比べてほとんど変化が見られないことがわかる。これは光子の測定精度が複数粒子が関わるジェットの測定に比べ極めて高いことによる。図 5.1、5.4、5.7 で示した分解能の値を確認しても光子の測定精度はエネルギー、角度共に良いことが読み取れる。

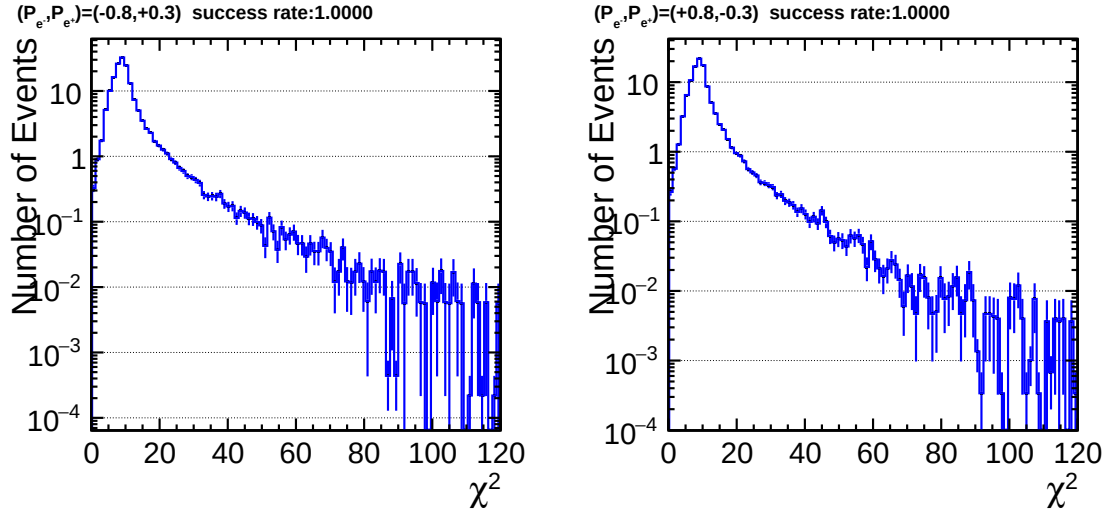


図 6.12: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ における χ^2_T の値 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

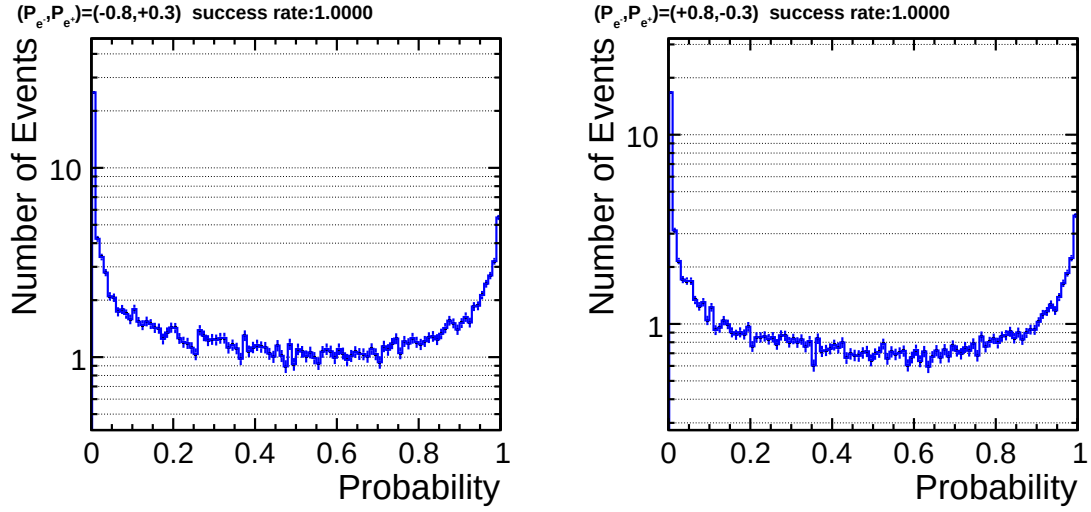


図 6.13: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ における Fit probability の値 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

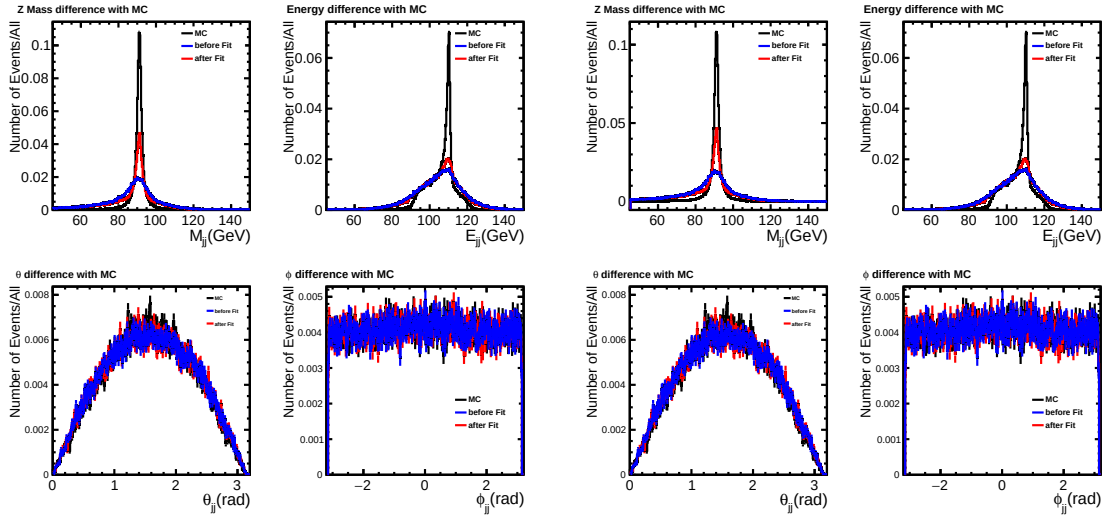


図 6.14: Z_{jj} のモンテカルロ及び測定値、フィット変数の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

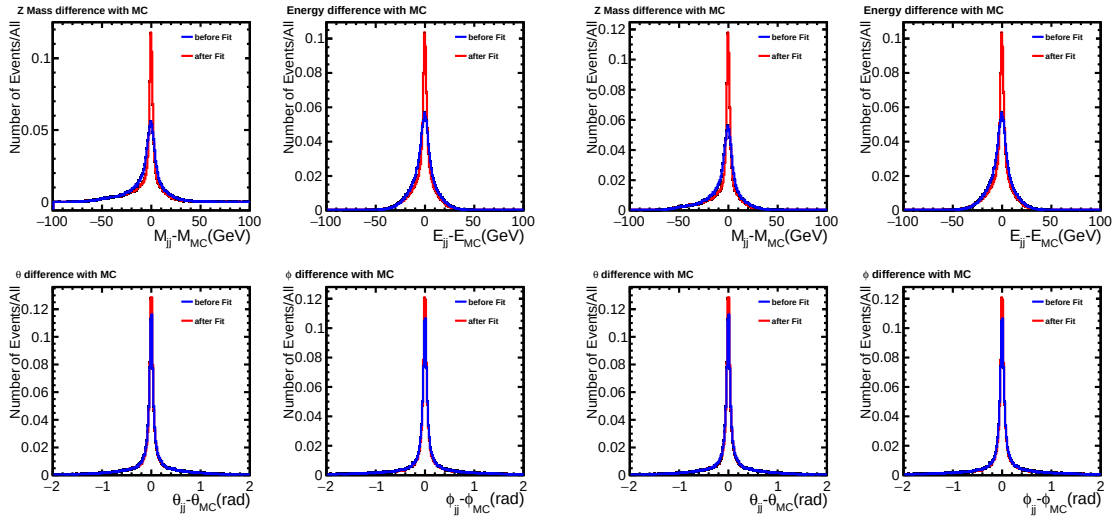


図 6.15: Z_{jj} のモンテカルロに対する相対誤差分布のフィット前後の比較 (左: $(-0.8, +0.3)$ 、右: $(+0.8, -0.3)$)

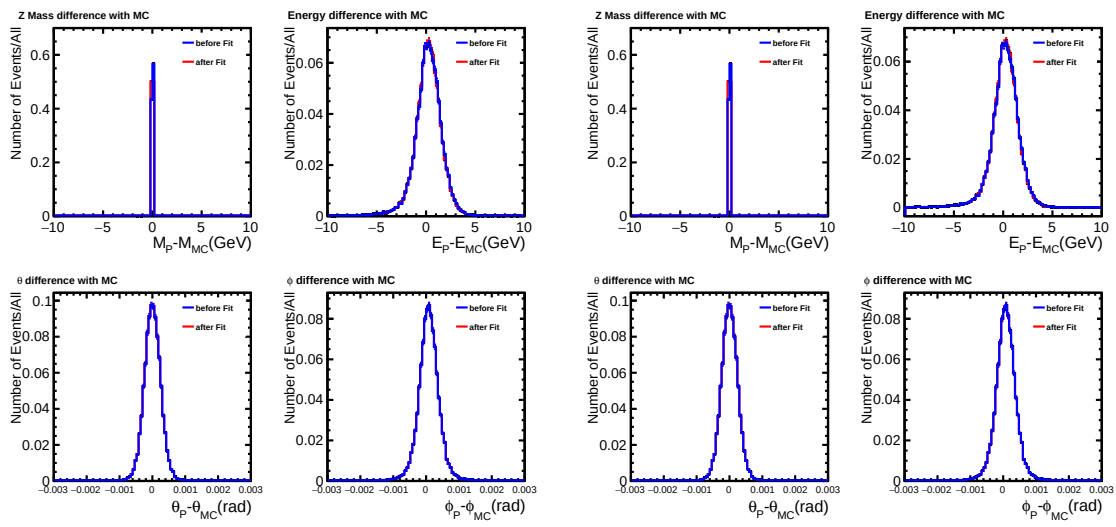


図 6.16: 孤立光子のモンテカルロに対する相対誤差分布のフィット前後の比較 (左 : $(-0.8, +0.3)$ 、右 : $(+0.8, -0.3)$)

第7章 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の評価

7.1 信号事象と背景事象

重心エネルギー 250 GeV の ILC 実験では $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の測定方法が二通り考えられている。一つ目は $e^-e^+ \rightarrow HZ$ 過程全ての観測を行い、中間状態の仮想粒子 γ 及び Z との HZ 結合定数を見積もる方法である。この手法では中間状態が γ と Z の重ね合わせになるため、モデル依存性が生じる。二つ目の手法は $e^-e^+ \rightarrow HZ$ 過程のうち $H \rightarrow Z\gamma$ を選定し、直接 $H \rightarrow Z\gamma$ の崩壊比を見積もる方法である。本研究では後者を単独で用いた場合の感度を評価している。

$e^-e^+ \rightarrow HZ \rightarrow ZZ\gamma$ を信号事象とした場合、終状態は Z の崩壊によって決定される。 Z 粒子は約 70% でクォーク対、約 20% でニュートリノ対、約 10% でレプトン対に崩壊することが知られており、 $ZZ\gamma$ から生じる主な終状態は $qqqq\gamma$ が 49%、 $\nu\nu qq\gamma$ が 28%、 $llqq\gamma$ が 14% となる。本研究では割合の大きい $qqqq\gamma$ 及び $\nu\nu qq\gamma$ を解析対象とした。

背景事象としては、重心エネルギー 250 GeV におけるヒッグス生成事象を除く標準理論由来のイベントを想定している。信号事象及び背景事象として使用したデータを表 7.1 にまとめる。背景事象項目の Process 名は各事象の終状態粒子により分類されている。それぞれ 3 種類の分類がされており、初めの数字と f が終状態に含まれるフェルミオン数を示している。二つ目の記号が代表的な中間状態の粒子を示しており、ww では二つの W 粒子の媒介、sze では Z 粒子一つ及び e^-e^+ 対を意味している。三つ目の記号は終状態粒子の種類を示しており、l は全てレプトン、h は全てクォーク、sl がレプトンとクォークの混在を意味している。これらサンプルデータは詳細技術設計書 (Detailed Baseline Design、以下 DBD) に基づき作成されており、ジェネレーターとして WHIZARD 1.95 を使用し、検出器シミュレーターには Mokka が使用されている (バージョンは ILD_01_v05)。なお使用したサンプルデータは完全偏極である。すなわち $P(e^-, e^+) = (\pm 1.0, \mp 1.0)$ の 2 種類のサンプルを同時に用いて、 $P(e^-, e^+) = (\pm 0.8, \mp 0.3)$ を作り出している。

多くの背景事象については以降の各終状態ごとの事象選別にて選択的に切り落とすことが可能となるが、切り分けが困難なプロセスも存在する。終状態ごとにまとめると表 7.1 のようになる。

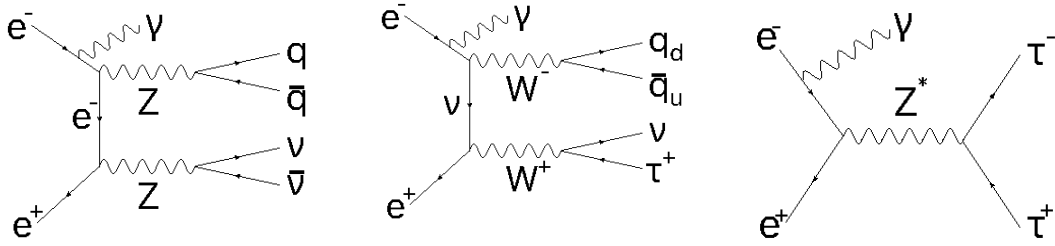
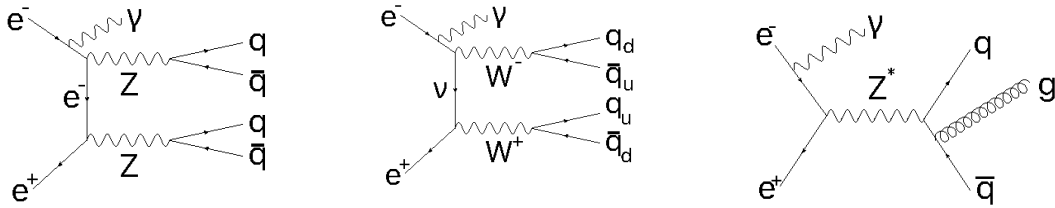
各事象の終状態はフェルミオンに加えて、ISR やビームビーム効果、ジェット生成過程といった様々な要因からの光子を含んでいる (図 7.1、7.2)。これら光子を信号事象でみられる孤立光子と混同することにより、切り分けが困難となるケースが多く存在する。そのため、検出された光子が Higgs の崩壊由来とみられるかどうか事象選別の上で重要な役割を果たす。

(P_{e^-}, P_{e^+})		$(-1.0, +1.0)$		$(+1.0, -1.0)$		$(-1.0, -1.0)$		$(+1.0, +1.0)$	
S or B	Process	Cross Section	Generated	Cross Section	Generated	Cross Section	Generated	Cross Section	Generated
Signal	nnh_az	0.199391954	35928	0.100902193	32934	0	0	0	0
	qqh_az	0.536320274	49897	0.344024887	49377	0	0	0	0
Background	2f_z_bhabhag	25286.933	507115	24228.041	483068	25108.525	503301	25128.282	503234
	2f_z_h	129148.58	1747094	71272.814	1426200	0	0	0	0
	2f_z_l	21226.352	2125992	16470.018	1646769	0	0	0	0
	4f_sw_l	3334.6576	835717	29.09778	10000	39.949886	10000	39.915123	10000
	4f_sw_sl	9999.5172	1927011	85.616028	22000	119.68261	30000	119.28943	30000
	4f_szeorsw_l	922.04811	231052	21.594145	8000	27.671291	8000	27.62513	8000
	4f_sze_l	1084.0873	272923	1019.5228	254967	1009.6032	255136	1008.4063	253111
	4f_sze_sl	459.05527	115417	316.5156	79188	259.75634	65871	258.95773	64741
	4f_sznu_l	192.75282	60000	39.31864	20000	0	0	0	0
	4f_sznu_sl	456.79981	114517	130.78916	33000	0	0	0	0
	4f_ww_h	14874.28	1074479	136.35687	34576	0	0	0	0
	4f_ww_l	1564.2091	399207	14.691728	10000	0	0	0	0
	4f_ww_sl	18780.976	1919148	172.73264	43501	0	0	0	0
	4f_zzorww_h	12383.299	1074452	224.84359	56562	0	0	0	0
	4f_zzorww_l	1636.0362	410208	53.955513	20000	0	0	0	0
	4f_zz_h	1402.0553	350647	604.97119	151328	0	0	0	0
	4f_zz_l	157.96041	40000	99.506102	30000	0	0	0	0
	4f_zz_sl	1422.1429	356465	713.52633	178638	0	0	0	0

表 7.1: 本解析で用いたデータセット

Final state	Main background
$\nu\nu q\bar{q}\gamma$	2f_z_l, 4f_sznu_sl, 4f_ww_sl, 4f_zz_sl
$q\bar{q}q\bar{q}\gamma$	2f_z_h, 4f_ww_h, 4f_zzorww_h, 4f_zz_h

表 7.2: 終状態と主な背景事象の組み合わせ

図 7.1: 終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ の主な背景事象図 7.2: 終状態 $qqqq\gamma$ の主な背景事象

7.2 Significance

本解析の目的は、重心系エネルギー 250 GeV の ILC 実験において $e^-e^+ \rightarrow HZ \rightarrow ZZ\gamma$ を信号事象とした場合における $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の測定精度の評価である。本解析では精度評価の指標として、Significance を使用する。Significance の定義は

$$significance \equiv \frac{N_S}{\sqrt{N_S + N_B}} \quad (7.1)$$

である。 N_S は信号事象の発生イベント数の期待値、 N_B は背景事象の発生イベント数の期待値を表している。信号事象と背景事象の合計測定イベント数を n とした時、 $\frac{n-N_B}{N_S}$ 分布の標準偏差の逆数が Significance となる。 $\frac{n-N_B}{N_S}$ は信号事象が仮定通りに発生する場合には平均値が 1 となるのに対し、信号事象が発生し得ない場合には平均値が 0 となる変数である。従って Significance の増加は $\frac{n-N_B}{N_S}$ 分布の標準偏差の減少と同義であり、測定精度を判断する際に重要な指標となる。

7.3 事象選別：粒子選定

表 7.1 で示したデータは全て PandoraPFA により、再構成及び粒子識別が完了している。これら全てのデータに対し、Significance の向上を目的とした信号事象の選別を行った。事象選別は二段階に大別することができ、前半が粒子選定であり、後半が背景事象排除である。本解析では対象となる終状態ごとに信号事象に含まれる粒子は決まっているため、再構成粒子から対応する粒子を選び出すことにより、信号事象とみなせる事象を絞り込むことが可能である。粒子選定は以下の方法で行った。

1. 孤立レプトン選定
2. 孤立光子選定
3. ジェットクラスタリング
4. Kinematic-fit

本解析で対象とした終状態は $\nu\nu q q \gamma$ 及び $q q q q \gamma$ であるため、初めに孤立レプトンが含まれていない事象であることを確認する。次に再構成粒子から孤立光子を選定し、残りの粒子に対してジェットクラスタリングを行った。この段階で各事象ごとに粒子の選定が終了する。その後、選定後の粒子に対して Kinematic-fit を行うことでより精度の高い物理量を構成した。以下で各段階の詳細を説明する。

7.3.1 孤立レプトン選定

終状態 $\nu\nu q q \gamma$ 、 $q q q q \gamma$ では孤立レプトンを含まないことが事象選別で要求される。本研究では [24] で使用された選定方法を採用しており、以下この選定方法について説明する。

孤立レプトンの背景事象としては以下のものが考えられる。

1. b クォーク、c クォークの崩壊由来のレプトン (例: $b \rightarrow cl\nu$, $c \rightarrow sl\nu$)
2. W 粒子の崩壊由来のレプトン
3. ECAL で反応し $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 崩壊を起こした $\pi^\pm$
4. 高エネルギーで HCAL でエネルギーを落としきらず yoke に到達した $\pi^\pm$

1、2、3 の誤って識別される粒子は孤立レプトンに比べて運動量が小さく、ハドロンシャワーの影響により周辺に多くの粒子が存在している。これら粒子との識別のため粒子の飛跡と衝突点の xy 平面に投影した距離 d0 や z 方向での距離 z0 を利用することで衝突点由来の粒子のみの選定が可能となる。また粒子に対して円錐角を定義することにより、円錐内の粒子についての物理量を取り出し選定に使用することも可能である。これにより周辺粒子が多い粒子を取り除くことができる。選定に使用した変数とその定義は以下の通りである [24]。

- Cone energy:円錐角によって定義された選定粒子の円錐内に存在する粒子のエネルギーの総和
荷電粒子と中性粒子をそれぞれにまとめて算出した
- Momentum:選定粒子の運動量
- $\cos\theta_{cone}$:円錐角によって定義された選定粒子の円錐内に存在する粒子の全体運動量と選定粒子
自体の運動量のなす角
- Energy ratio:円錐角によって定義された選定粒子の円錐内に存在する粒子と選定粒子自体のエ
ネルギーの総和に対する選定粒子自体のエネルギーの比率
- nsigd0:d0 の分散に対する d0 の比率
- nsigz0:z0 の分散に対する z0 の比率
- Ratio Ecal:カロリメーターで測定されたエネルギーに対する ECAL で測定されたエネルギーの
比率、電子の選定に使用されている
- Yoke energy:Yoke で測定されたエネルギー、ミューオンの選定に使用されている。

Cone energy、 $\cos\theta_{cone}$ 、Energy ratio を計算する際に使用した円錐角は、それぞれ $\cos\theta = 0.98$ 、 0.95 、 0.95 である。これら変数に対して多変量解析を行うことにより、孤立レプトンらしさを一変数として算出した。多変量解析には ROOT 内の解析ツールである Toolkit for Multivariate Data Analysis with ROOT(TMVA)[25] を使用した。孤立レプトン選定ではアルゴリズムとして Multi-Layer Perceptron(MLP) を使用した。学習データとして使用したデータは、信号事象が重心系エネルギー 250 GeV(-0.8 , $+0.3$) における $ZH \rightarrow eeH$ 事象及び $ZH \rightarrow \mu\mu H$ 事象、背景事象が重心系エネルギー 250 GeV(-0.8 , $+0.3$) における $4f_{zz}h$ 事象である。3つのデータとも表 7.1 で示したデータ群と同様の条件でシミュレーションが行われている。図 7.3、7.4 は各変数の信号事象及び背景事象の分布であり、前者が孤立電子選定、後者が孤立ミューオン選定に使用したものである。学習により得られ

た信号事象及び背景事象の出力が図 7.5 である。左が孤立電子選定、右が孤立ミューオン選定の出力結果であり、それぞれで出力が 0.5 以上、0.7 以上を孤立レプトンとして選定することとした。

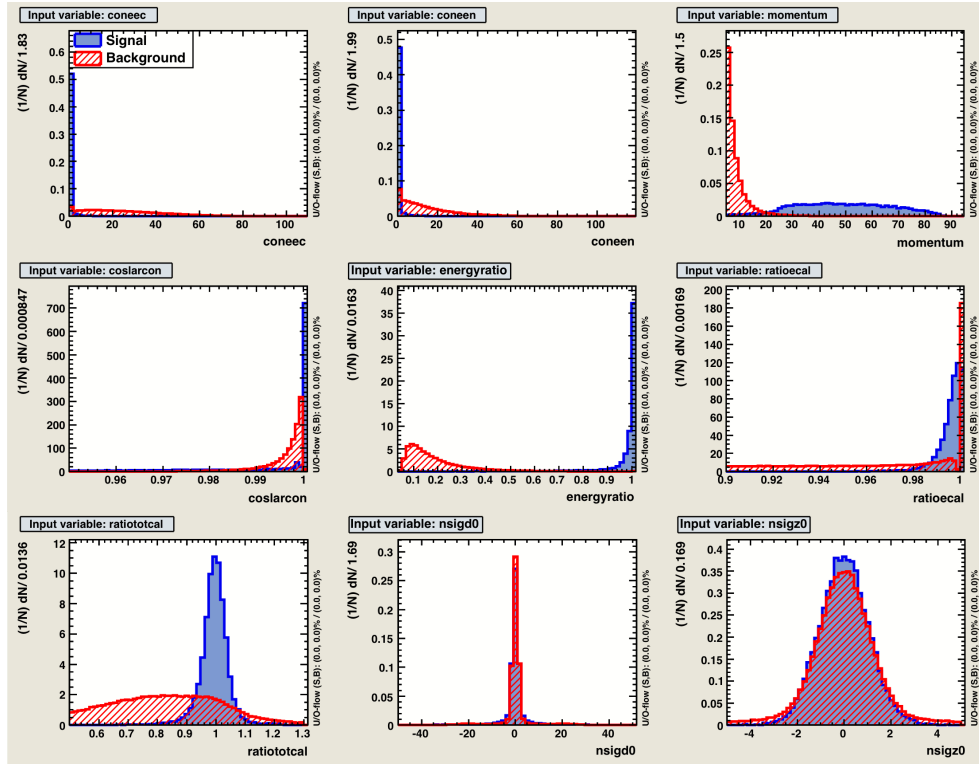


図 7.3: 孤立電子選定に使用した変数分布 (青：信号事象、赤：背景事象)

終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ 及び $q\bar{q}q\bar{q}\gamma$ の信号事象に対し、孤立レプトンと思われる粒子が含まれていた事象の排除を行った。その際の残されるイベント数の割合を表 7.3 にまとめた。全てのプロセスにおいて 97% 以上のイベントが残されることが確認された。

7.3.2 孤立光子選定

本研究の信号事象は $H \rightarrow Z\gamma$ 過程由来の孤立光子を含んでいる。そのため、孤立光子を選定することにより事象選別を行うことが可能である。

はじめに 1 事象中の全再構成粒子から最大エネルギーを有する光子を選定する。PandoraPFA 中では一つの Cluster を一つの光子と定義しており、同一光子由来の電磁シャワーからの信号であっても、飛跡やシャワーの広がりによって複数の Cluster と定義され、複数光子として再構成される場合がある。この誤りを修正するために光子に対して円錐角 $\cos\theta=0.998$ を定義し、この円錐内に含まれる光

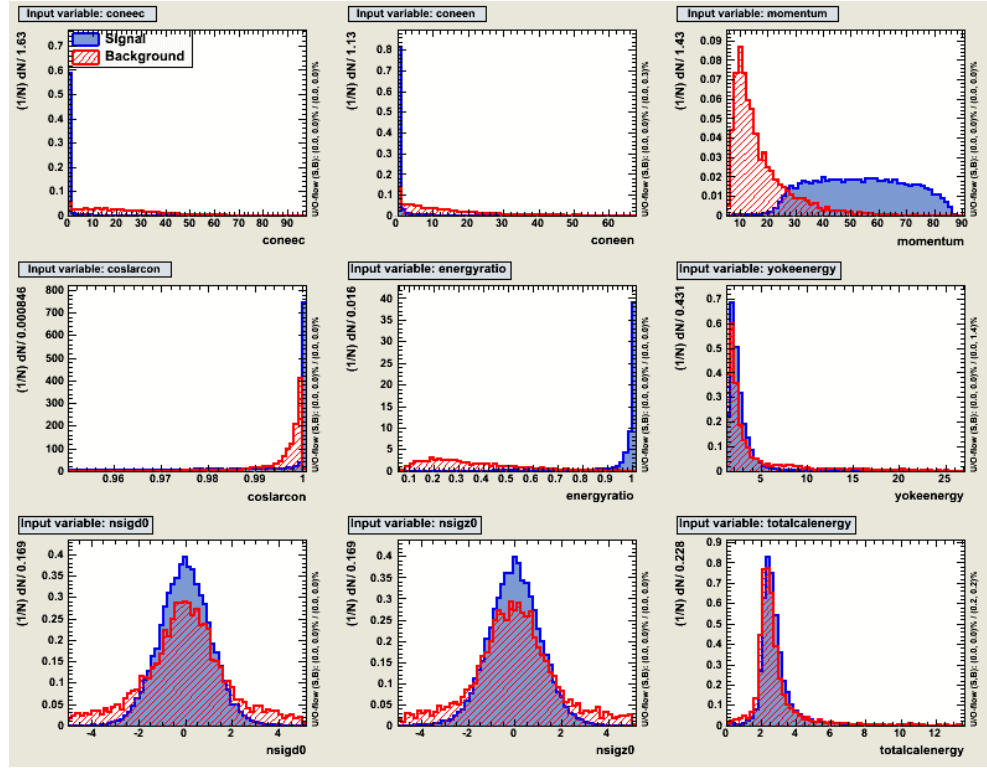


図 7.4: 孤立ミューオン選定に使用した変数分布 (青：信号事象、赤：背景事象)

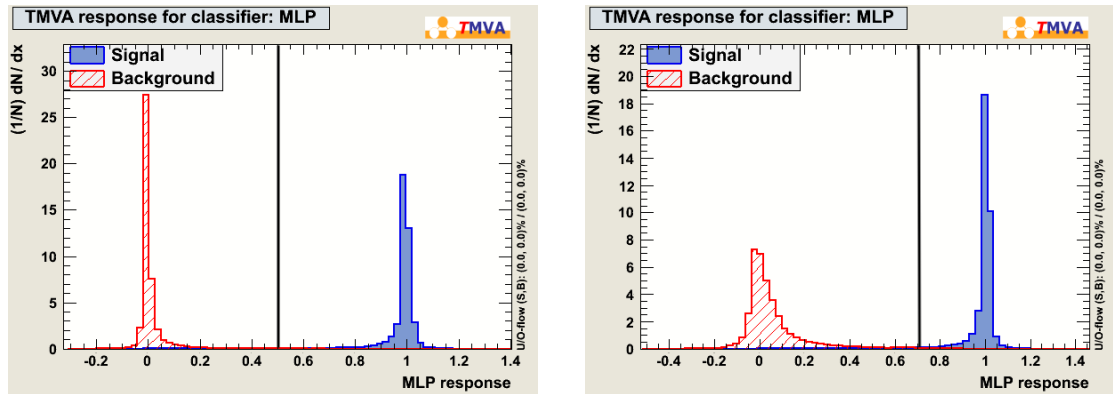


図 7.5: MLP による孤立レプトン事象及び背景事象の出力 (左：電子、右：ミューオン)

(P_{e-}, P_{e+})	$(-0.8, +0.3)$	$(+0.8, -0.3)$
Process	Remaining event rate	
$\nu\nu qq\gamma$	97.37%	97.39%
$qqqq\gamma$	97.21%	97.27%

表 7.3: 孤立レプトン検出時を除いた場合の信号事象の残存率

子をリカバリーとしてはじめに選定した光子にエネルギーと運動量を加える。本研究ではこのプロセスを孤立光子の再構成手法として採用した。

次に光子による事象選別である。孤立光子の背景事象は、

- ISR や beamstrahlung によって生じる光子
- ハドロンジェット由来の光子
- $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 由来の光子

が挙げられる。これら粒子と信号由来の光子を区別するために以下の選定条件を設定する。

1. $10 \text{ GeV} < \text{光子のエネルギー} < 70 \text{ GeV}$
2. $\text{Energy ratio} > 0.7$
3. $\cos\theta_{\text{光子}} < 0.99$
4. 光子の質量 $< 0.1 \text{ GeV}$

Energy ratio の円錐角は孤立レプトン選定と同様に $\cos\theta = 0.95$ とした。表 7.1 に示したデータを用いて選定条件に使用した変数の $(-0.8, +0.3)$ における分布を図 7.6、7.7、7.8、7.9 に示す。二体崩壊により生成された Higgs は極めて狭い領域のエネルギーをもつことにより、その崩壊粒子である光子も $10 \sim 70 \text{ GeV}$ のように一定の領域に集中するため、1 の選定条件を設定した。背景事象の光子の一部はハドロンジェット由来することにより信号事象の光子に比べて低い Energy ratio を示すため、2 の選定条件を設定した。また ISR 等の背景事象光子はビーム軸方向に飛び出すため、3 も選定に有効な条件となる。また背景事象光子が π^0 由来である場合、光子の再構成により質量 135 MeV 付近にピークを持つ信号が見られる。この事象を取り除くには 4 が有効となる。

7.3.3 ジェットクラスタリング

孤立光子を除いた測定粒子に対してジェットクラスタリングを行った。クラスタリングは LCFIPlus を用いて Durham 法により行った。終状態 $\nu\nu qq\gamma$ に対しては 2jet、終状態 $qqqq\gamma$ に対しては 4jet になるまでクラスタリングを行った。この際、測定粒子が目標となるジェットの数に満たない場合、そのイベントは以降の解析から除いた。

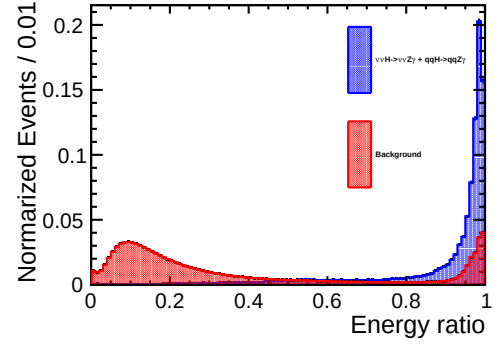
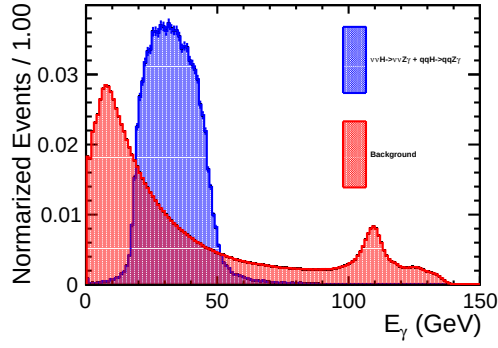


図 7.6: 孤立光子エネルギー分布の信号事象と背景 図 7.7: 孤立光子 Energy ratio 分布の信号事象と背景事象の比較

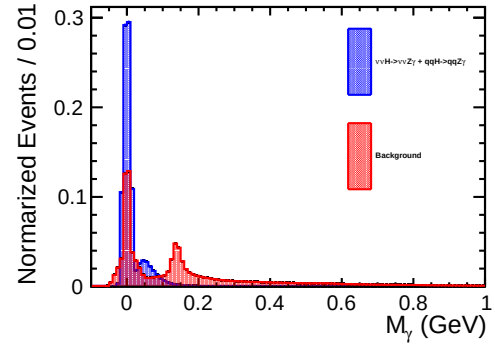
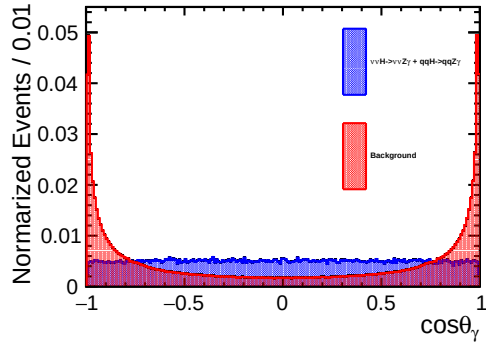


図 7.8: 孤立光子角度分布の信号事象と背景事象の比較 図 7.9: 孤立光子質量分布の信号事象と背景事象の比較

7.3.4 Kinematic-fit

ジェットクラスタリング後、各終状態ごとに第6章で述べた制約条件のもとで Kinematic-fit を行った。この際にエラー出力がなされたイベントについては以降の解析から除いた。

7.4 事象選別：背景事象排除

粒子選定後についても多くの背景事象が残されている。従って、更なる Significance の向上のためには信号事象を残しながら背景事象を多く排除すること要求される。本解析では各終状態ごとに信号事象と背景事象の切り分けに適した変数を選びだし、前段で軽めのカットを行った後、TMVA を用いた多変量解析により更なる背景事象排除を行った。多変量解析に用いたアルゴリズムは Boosted Decision Tree with Gradient boost(BDTG) である。以下終状態ごとに使用した変数の説明と偏極率ごとの事象選別の結果をまとめる。

7.4.1 共通部分

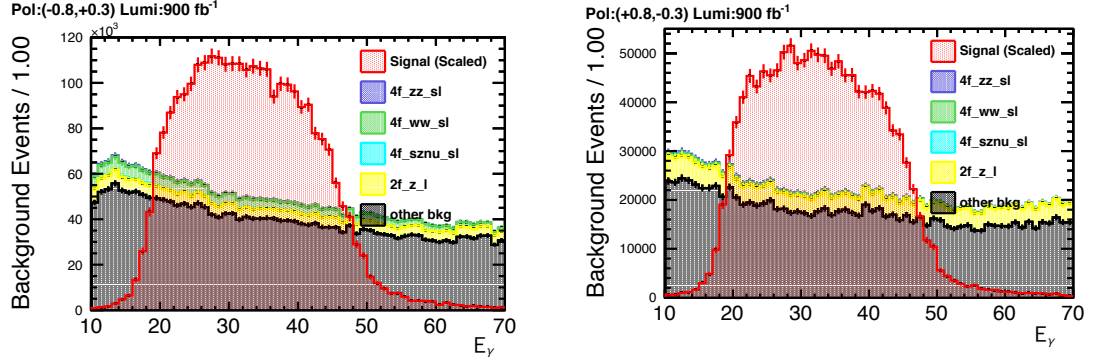
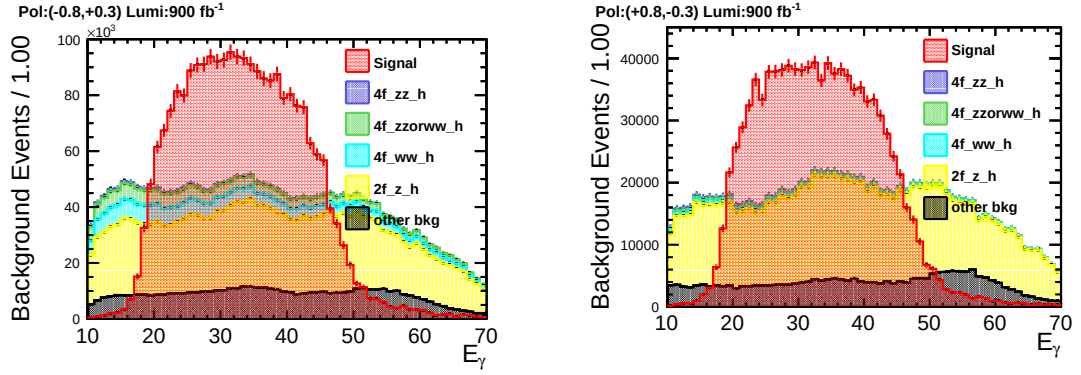
両終状態選別で共通して使用している変数について説明する。多変量解析の前にカットに使用した変数については各終状態ごとにカット領域について言及する。また各変数の分布図は、見易さのために粒子選定後の背景事象のイベント数で信号事象のイベント数を規格化したものである。

光子エネルギー

孤立光子のエネルギーを多変量解析の変数として使用した。光子選定時も言及したが、全 $ZH \rightarrow ZZ\gamma$ 過程では、崩壊のもとである Higgs が二体崩壊により生じているため、信号事象の光子のエネルギーは図 7.10、7.11 のように一定の領域に集中した分布を示す。背景事象の分布に比べ、信号事象では領域の端に行くほど急激にその発生度合いが減少するため、事象の切り分けに有効となる。

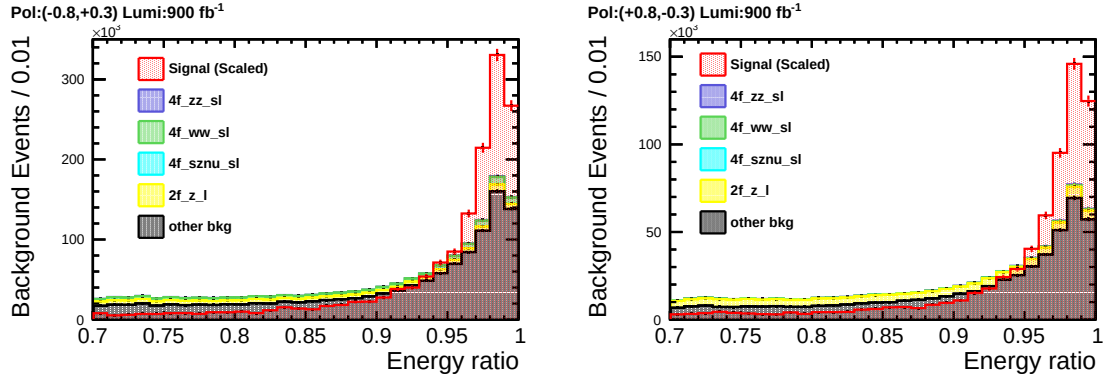
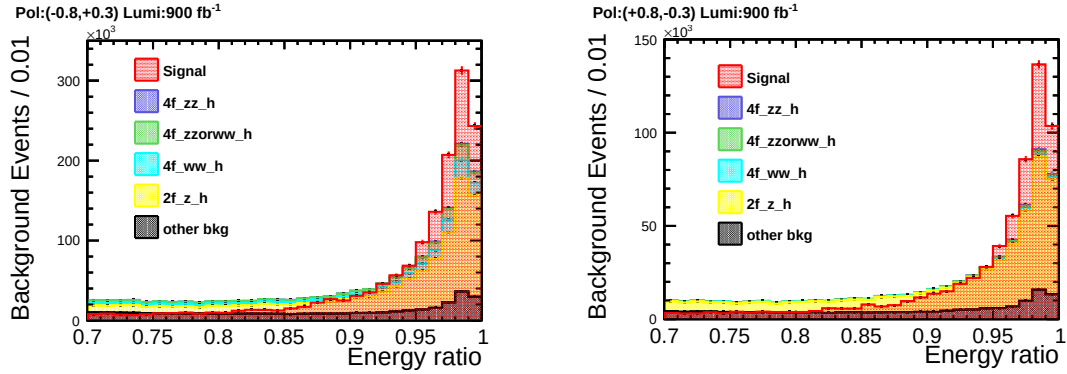
Energy ratio

孤立光子の Energy ratio を多変量解析の変数として使用した。信号事象、背景事象共に値が 1 付近に集中する分布となっているが、図 7.12、7.13 では共に低い値の領域ではジェット由来の光子により背景事象の割合が多くなっており切り分けに有効となる。

図 7.10: 終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ 選定時の孤立光子のエネルギー分布図 7.11: 終状態 $q\bar{q}q\bar{q}\gamma$ 選定時の孤立光子のエネルギー分布

2jet エネルギー

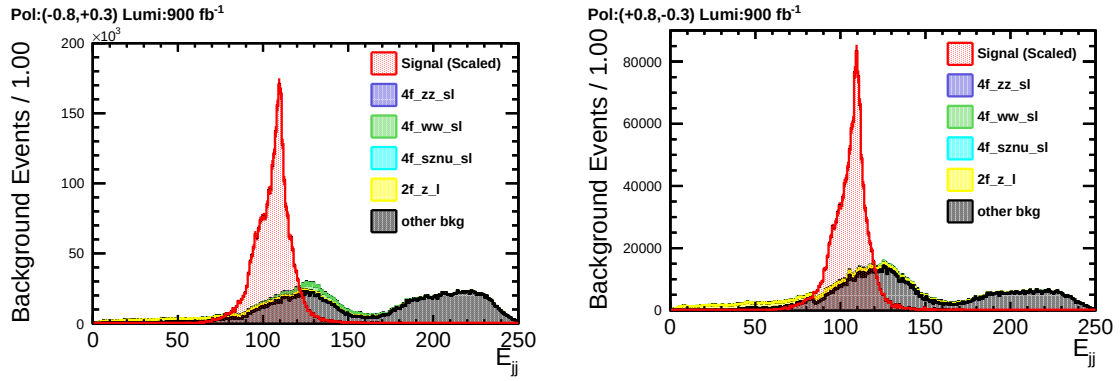
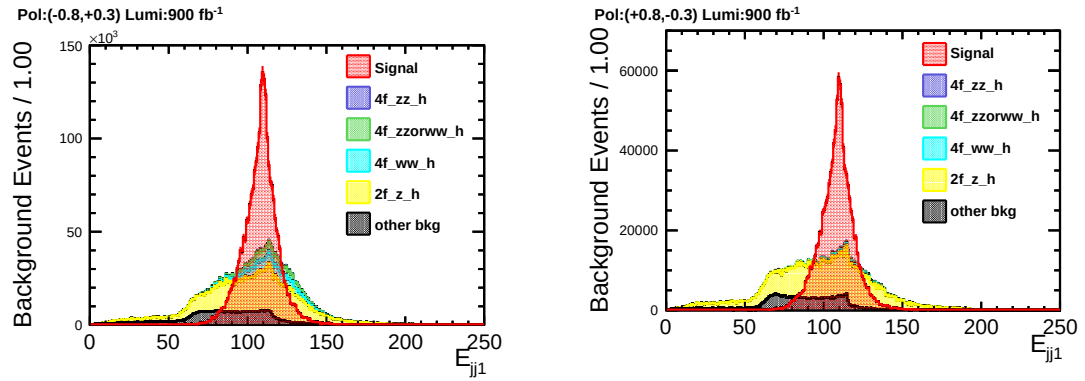
本解析ではジェットは Kinematic-fit の対象であり、質量については制約条件として使用したため、背景事象についても質量の収束が発生しており選定の変数としては意義が弱まっている。従って、フィットにより改善したエネルギーの合計値を多変量解析の変数として使用した。 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ 選別では図 7.14 より、信号事象の 2 ジェットのエネルギーは 60 GeV $\sim$ 150 GeV の領域に分布する事がわかるため、事前カットとしてこの領域外の事象を排除した。また $q\bar{q}q\bar{q}\gamma$ 選別では、4jet 事象であるため、2つの 2jet エネルギーが定義され、一方を E_{jj1} 、もう一方を E_{jj2} と定義した。それぞれの変数に対し、図 7.15 より 65 GeV $< E_{jj1} < 150$ GeV、図 7.16 より 40 GeV $< E_{jj2} < 150$ GeV をカット条件とした。カットが組み合わせによって不均等となる原因は E_{jj1} のもととなるの組み合わせに 4 ジェットでもっともエネルギーが高いジェットが含まれることによる。

図 7.12: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の Energy ratio(Photon) 分布図 7.13: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の Energy ratio(Photon) 分布

$\cos \theta$

角度方向についての変数は $\nu\nu qq\gamma$ 選定では孤立光子、2 ジェット合成粒子、非測定粒子、 $qqqq\gamma$ 選定では孤立光子、2つの2 ジェット合成粒子の $\cos \theta$ を使用した。信号事象の孤立光子は一様方向に飛び出すのに対し、背景事象としては ISR 等を含むことによりビーム軸方向に飛ぶイベント数が増える事が知られている。図 7.17、7.20 をみると、背景事象では $|\cos \theta_\gamma|$ が 1 付近で急激にイベント数の増加が起きている事がわかる。

両過程でも残り 2 つの粒子は共に Z 粒子由来のものであるが、図 7.1、7.2 でもわかるように背景事象には t-channel イベントが含まれている。t-channel イベントの特徴として、粒子がビーム軸方向に飛び出す事が知られており、図 7.18、7.19、7.4.1、7.4.1 の全てにおいて背景事象の多くの粒子がビーム軸方向に運動している事がわかる。事前カットでは明確に背景事象が多い領域を取り除くため、 $\nu\nu qq\gamma$ 選定では $|\cos \theta_\gamma| < 0.96$ 、 $|\cos \theta_{jj}| < 0.96$ 、 $|\cos \theta_{inv}| < 0.98$ を、 $qqqq\gamma$ 選定では $|\cos \theta_\gamma| < 0.96$ 、 $|\cos \theta_{j1}| < 0.98$ 、 $|\cos \theta_{j2}| < 0.98$ をカット条件とした。

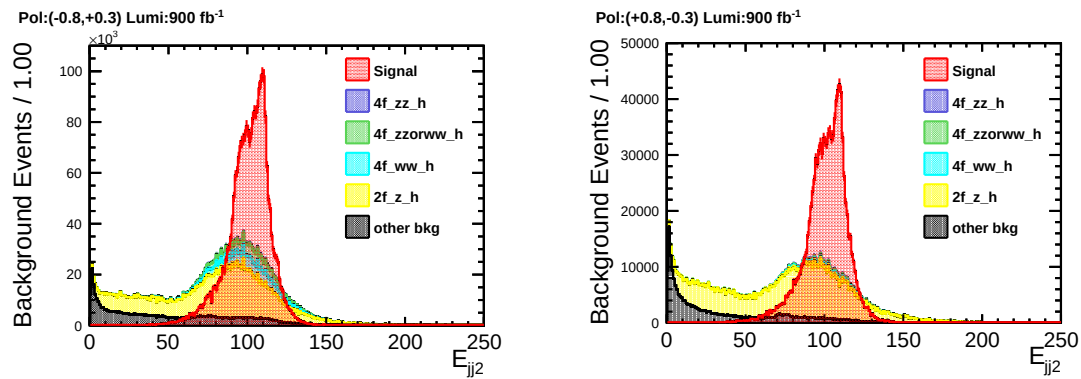
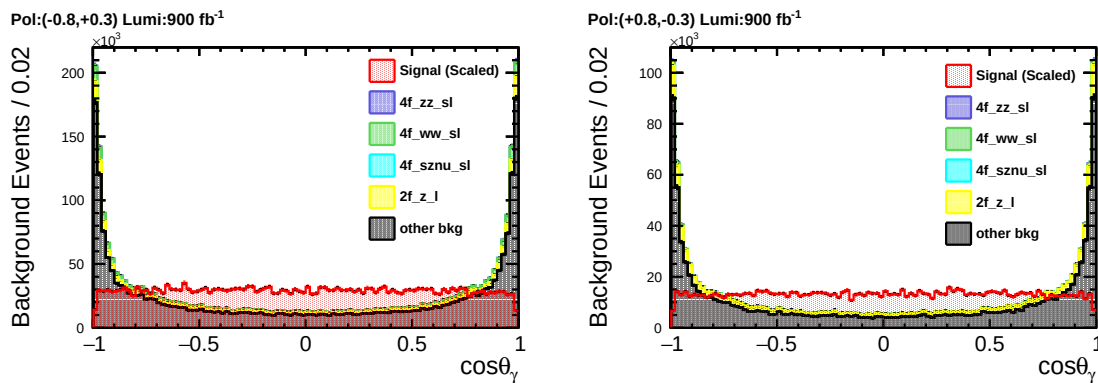
図 7.14: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の 2jet エネルギー分布図 7.15: 終状態 $qq qq\gamma$ 選定時の 2jet エネルギー分布 1

7.4.2 終状態 $\nu\nu qq\gamma$

終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選別にのみ使用したまたは特徴的な変数について説明を行う。カット条件及び分布についても先述と同様に行う。また事象選別の結果についてもまとめる。

$$\chi_T^2$$

Kinematic-fit 時に算出した χ_T^2 を多変量解析の変数として使用した。 χ_T^2 の値は測定値とフィット変数の全体としての差を表しており、2jet の質量の制約条件化では Z 粒子を媒介せずに発生するジェットを含む事象は χ_T^2 が増加するため、信号事象の選定に有効である。図 7.23 をみると、信号事象では 5 以上の値を取ることがほとんどない事がわかる。従って、事前カットとして $\chi_T^2 < 5$ を採用した。

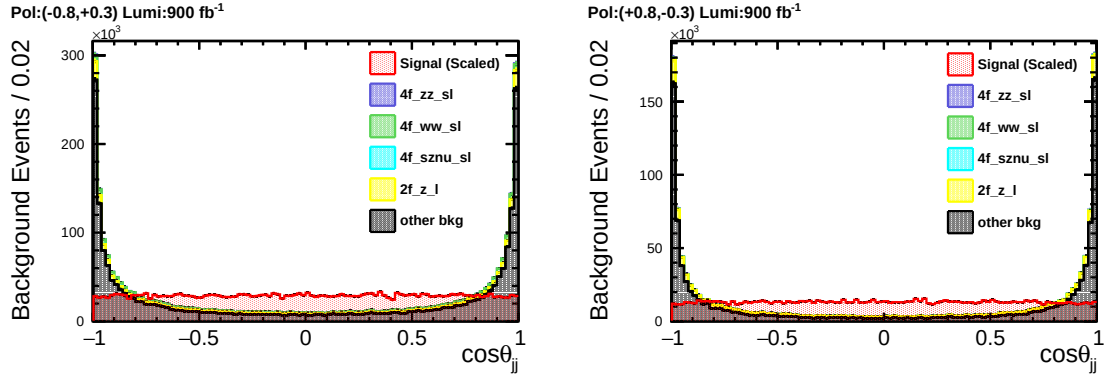
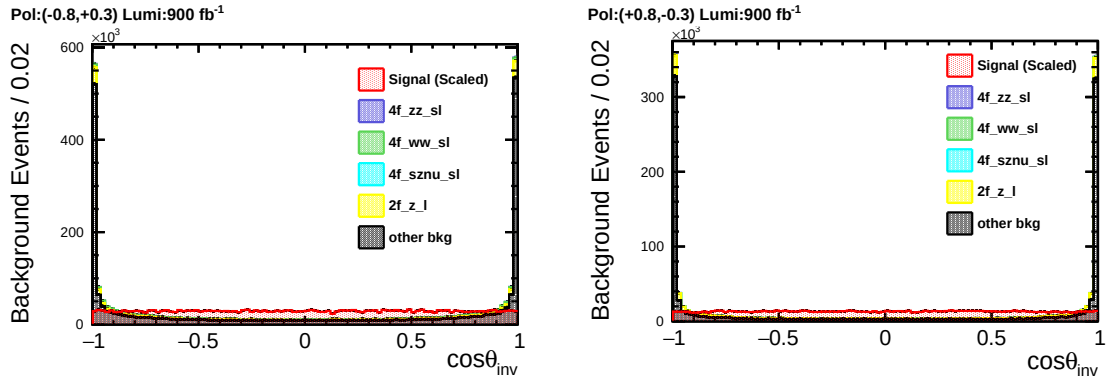
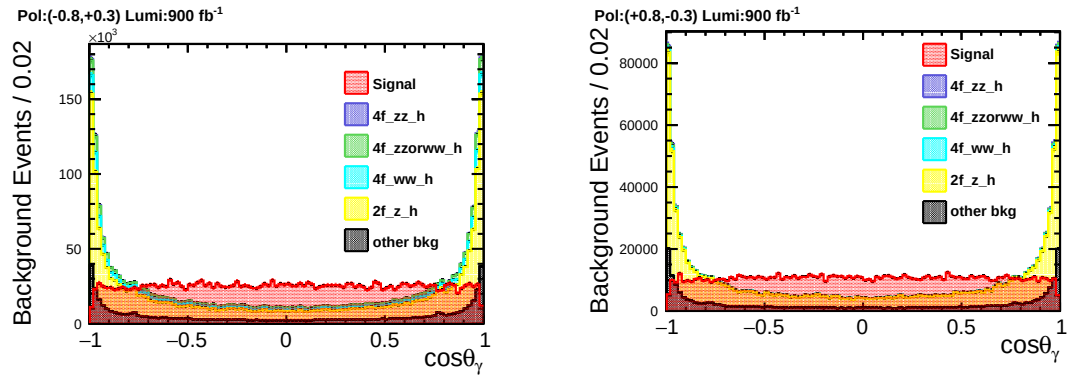
図 7.16: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の 2jet エネルギー分布 2図 7.17: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の孤立光子の $\cos\theta$ 分布

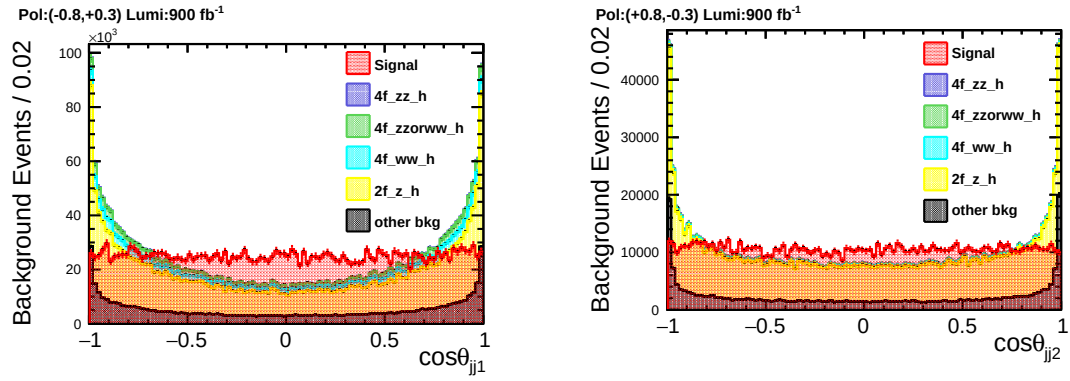
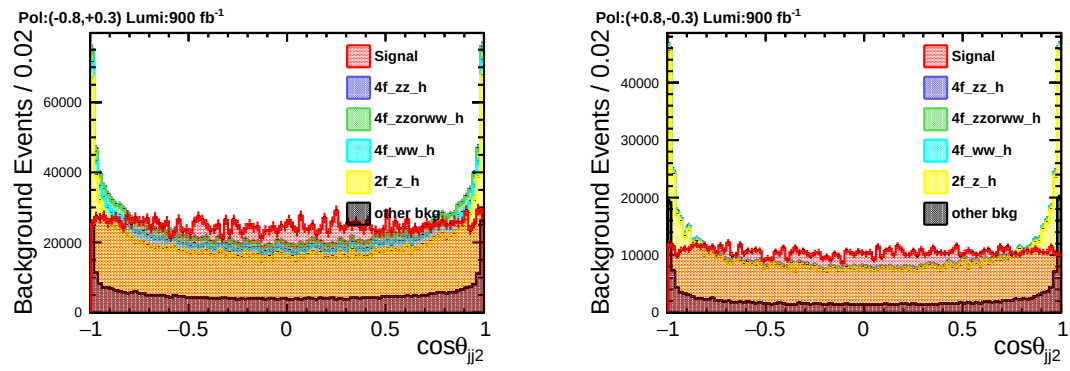
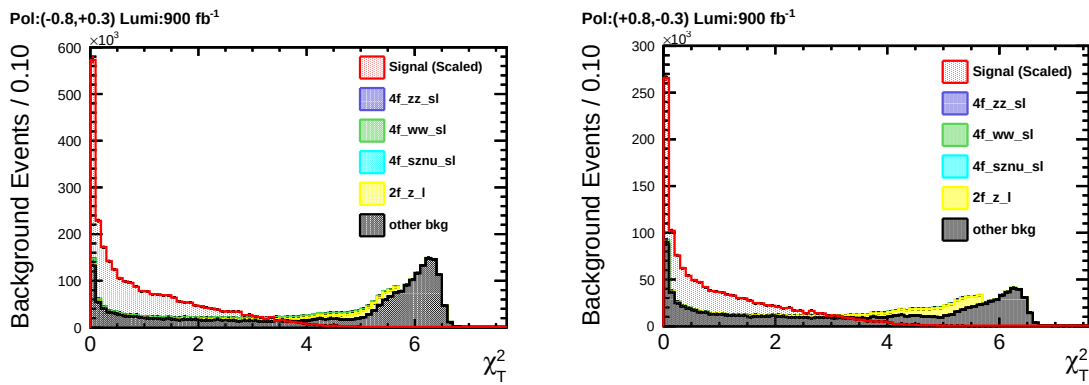
y 値

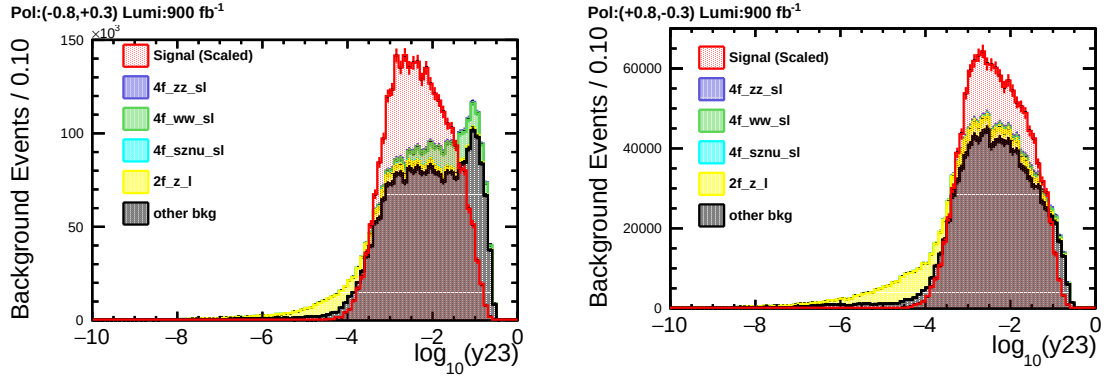
y 値は式 5.3 で定義されるジェットクラスタリングの際に決定される量であり、ジェットの広がりを表す指標となる。y23 は 3 本のジェットを 2 本にクラスタリングした際の y 値である。終状態 $\nu\nu qq\gamma$ の選定では信号事象は背景事象の 4jet 事象に比べて、y23 が小さな値をとる。図 7.24 は $\log_{10}(y23)$ の値の分布図である。-4.2 以下の領域をみると 2f_z_l を含む背景事象のみが多く分布している事がわかる。これは制動放射を起こしたレプトンによる信号と考えられる。従って、事前カットとして $-4.2 < \log_{10}(y23) < 0$ を採用した。

非測定質量

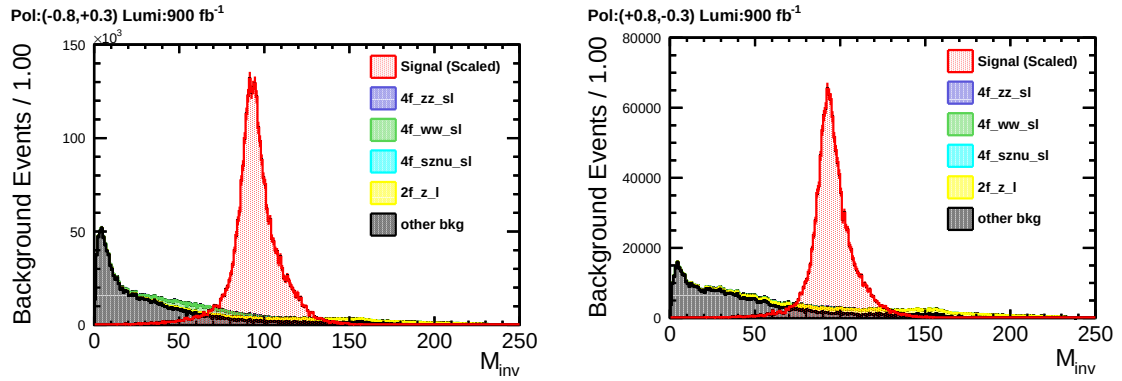
本選別における非測定質量は電子陽電子の衝突点を持つエネルギー運動量ベクトルから 2 ジェット及び孤立光子のエネルギー、運動量を差し引いたベクトルから算出される質量である。本選定では信

図 7.18: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の 2jet の $\cos\theta$ 分布図 7.19: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の非測定粒子の $\cos\theta$ 分布図 7.20: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の孤立光子の $\cos\theta$ 分布

図 7.21: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ 選定時の 2jet の $\cos \theta$ 分布図 7.22: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ 選定時の 2jet の $\cos \theta$ 分布図 7.23: 終状態 $\nu\nu q\bar{q}\gamma$ 選定時の χ^2_T 分布

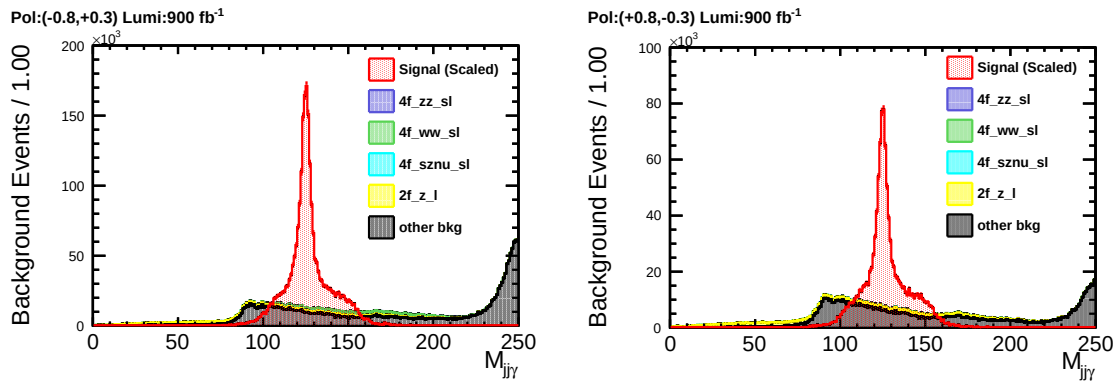
図 7.24: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の y_{23} 値分布

号事象における観測されない終状態粒子は2つのニュートリノであり、両粒子は同一の Z 粒子から崩壊したものである。従ってその分布は Z 粒子の質量分布に相当する。

図 7.25: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の非測定質量分布

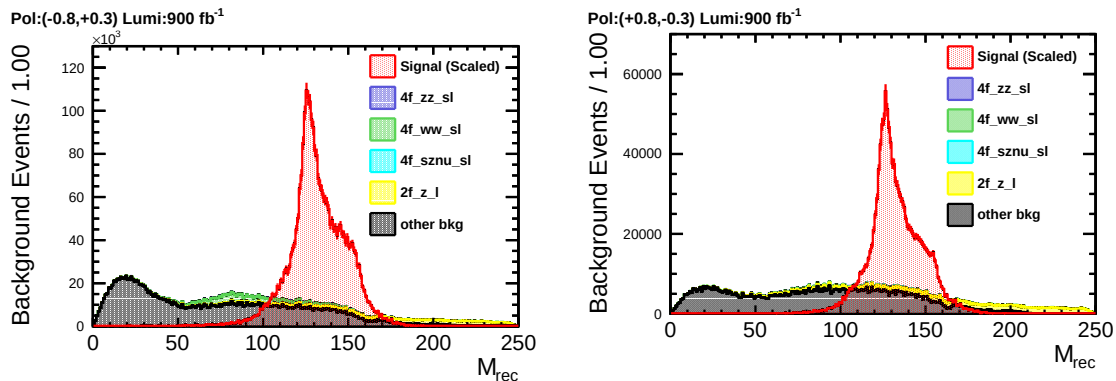
2jet 光子合成質量

2 ジェット及び光子を合わせることで、 $\nu\nu H$ 過程において Higgs の再構成粒子となる。そのため図 7.26 中信号事象の鋭いピークの成分は $\nu\nu H$ 過程による分布である。しかしながら、 qqH 過程においては特別な共鳴状態には当たらないため、質量分布は広がったものとなり、図 7.26 中信号事象の横に広がる分布を作っている。事前カットではこの両方の過程が残るよう、 $80 \text{ GeV} < M_{j\gamma} < 170 \text{ GeV}$ と広めの領域を残した。

図 7.26: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の 2jet+ γ の質量分布

2jet 反跳質量

反跳質量とは衝突点エネルギー運動量ベクトルから再構成の対象となる粒子に反跳した粒子のエネルギー及び運動量を差し引いたベクトルから算出される質量を指す。本選別では、2 ジェットの反跳質量が2つのニュートリノと孤立光子の合成粒子の再構成を意味し、 qqH 過程において Higgs の再構成質量となる。そのため図 7.27 中信号事象の鋭いピークの成分は qqH 過程による分布である。しかしながら、 $\nu\nu H$ 過程においては特別な共鳴状態には当たらないため、質量分布は広がったものとなり、図 7.27 中信号事象の横に広がる分布を作っている。事前カットではこの両方の過程が残るよう、 $70 \text{ GeV} < M_{rec} < 190 \text{ GeV}$ と広めの領域を残した。

図 7.27: 終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 選定時の 2jet の反跳質量分布

多変量解析

上記までの事前カット後に残ったイベントのうち、信号事象と背景事象ともに半数を用いて TMVA の BDTG による学習を行った。 $(-0.8, +0.3)$ では左巻き粒子の反応が多いために、 $4f_{sznu_{sl}}$ 及び $4f_{ww_{sl}}$ 事象が多く発生し、信号事象との切り分けが困難となるイベントが多い。この困難さから BDTG で多くの枝分けを行った場合に過学習を示す傾向があった。従って、本解析では枝分けは2回を条件とした学習を行った。一方で $(+0.8, -0.3)$ では右巻き粒子の反応が多く W やニュートリノが介在する事象が抑制され切り分けが $(-0.8, +0.3)$ に比べ容易となる。切り分けのしやすさにより過学習の発生率も低下する傾向が見られたため、 $(+0.8, -0.3)$ では枝分けを3回までとし学習を行った。図 7.28 は学習結果の出力及び test データにより適合度の検証結果を示している。両極率とも過学習の兆候がない事が確認できる。

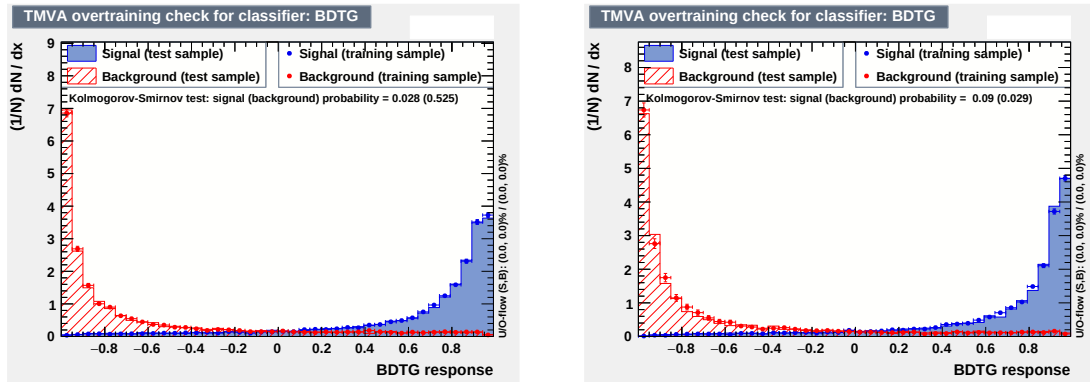


図 7.28: BDTG を用いた時の信号事象及び背景事象の出力 (左 : $(-0.8, +0.3)$ 、右 : $(+0.8, -0.3)$)

結果

事前カットに加えて、図 7.28 の BDTG の出力値によるカットの結果を偏極率ごと、表 7.4.2、7.4.2 にまとめた。

7.4.3 終状態 $qqqq\gamma$

終状態 $qqqq\gamma$ 選別にのみ使用したまたは特徴的な変数について説明を行う。カット条件及び分布についても先述と同様に行う。また事象選別の結果についてもまとめる。

χ^2_T

Kinematic-fit 時に算出した χ^2_T を多変量解析の変数として使用した。 $qqqq\gamma$ 選別では6つの制約条件と15個のフィット変数を用いており、図 7.29 からわかるように $\nu\nu qq\gamma$ 時に比べて、大きな値を

Cut condition	Signal	2f_z_l	4f_szm_u_sl	4f_ww_sl	4f_zz_sl	other bkg	all bkg	Significance
No cut	164.39	11694500	244625	9893620	771234	118768000	141372000	0.00909658
Particle selection	114.97 ± 0.55	279259	6841	220108	20975	2398370	2925550 ± 8420	0.0672 ± 0.0003
Success Kinematic-fit	114.00 ± 0.55	277420	6811	219262	20878	2375320	2899700 ± 8384	0.0669 ± 0.0003
$\chi_T^2 < 5.0$	113.82 ± 0.55	174138	6348	193956	16168	1050320	1440930 ± 6069	0.0948 ± 0.0005
$-4.2 < \log 10(y23) < 0$	113.69 ± 0.55	92201	6338	193936	16157	1012220	1320850 ± 5984	0.0989 ± 0.0005
$60 \text{ GeV} < E_{jj} < 150 \text{ GeV}$	113.21 ± 0.55	65612	6142	171961	14121	931584	1189420 ± 5752	0.1038 ± 0.0006
$60 \text{ GeV} < M_{inv} < 150 \text{ GeV}$	111.59 ± 0.55	53456	5975	123220	11683	230380	424714 ± 2925	0.171 ± 0.001
$ \cos \theta_\gamma < 0.96$ $ \cos \theta_{jj} < 0.96$ $ \cos \theta_{inv} < 0.98$	102.31 ± 0.53	32244	4307	85598	7857	24125	154131 ± 1044	0.261 ± 0.002
$80 \text{ GeV} < M_{jj\gamma} < 170 \text{ GeV}$	101.91 ± 0.53	27735	4244	73974	7423	20551	133927 ± 955	0.278 ± 0.002
$70 \text{ GeV} < M_{rec} < 190 \text{ GeV}$	101.86 ± 0.53	27589	4240	72041	7390	20438	131700 ± 948	0.281 ± 0.002
$BDTG \text{ Cut} < 0.8250$	51.44 ± 0.41	192	532	676	847	112	2358 ± 87	1.05 ± 0.02

表 7.4: 終状態 $\nu\nu q q \gamma$ 事象選別の結果 (P_{e_-}, P_{e_+}) = (-0.8, +0.3)

Cut condition	Signal	2f_z_l	4f_szm_u_sl	4f_ww_sl	4f_zz_sl	other bkg	all bkg	Significance
No cut	102.23	9340090	83250	682544	420469	67120700	77647100	0.0067
Particle selection	69.36 ± 0.34	224417	2659	15279	11487	1079750	1333600 ± 4950	0.0601 ± 0.0003
Success Kinematic-fit	68.80 ± 0.34	223100	2647	15222	11441	1059160	1311570 ± 4906	0.0601 ± 0.0003
$\chi_T^2 < 5.0$	68.71 ± 0.34	140248	2472	13579	8840	660229	825367 ± 3997	0.0756 ± 0.0004
$-4.2 < \log 10(y23) < 0$	68.61 ± 0.34	70447	2471	13578	8835	628443	723773 ± 3877	0.0806 ± 0.0005
$60 \text{ GeV} < E_{jj} < 150 \text{ GeV}$	68.37 ± 0.34	51525	2420	12099	7582	585684	659309 ± 3743	0.0842 ± 0.0005
$60 \text{ GeV} < M_{inv} < 150 \text{ GeV}$	67.75 ± 0.34	41731	2383	8591	5980	148414	207099 ± 1923	0.149 ± 0.001
$ \cos \theta_\gamma < 0.96$ $ \cos \theta_{jj} < 0.96$ $ \cos \theta_{inv} < 0.98$	62.04 ± 0.33	25991	1680	6088	3886	9197	46842 ± 574	0.286 ± 0.002
$80 \text{ GeV} < M_{jj\gamma} < 170 \text{ GeV}$	61.78 ± 0.33	21713	1651	5309	3585	7590	39849 ± 521	0.309 ± 0.003
$70 \text{ GeV} < M_{rec} < 190 \text{ GeV}$	61.77 ± 0.33	21563	1651	5179	3569	7529	39490 ± 518	0.311 ± 0.003
$BDTG \text{ Cut} < 0.8582$	30.77 ± 0.25	65	152	74	360	10	661 ± 36	1.17 ± 0.03

表 7.5: 終状態 $\nu\nu q q \gamma$ 事象選別の結果 (P_{e_-}, P_{e_+}) = (+0.8, -0.3)

とる。本来であれば Fit probability(式 6.19 参照) により共通の指標としたいが、第6章でも述べたように SoftConstraint の影響によりフィット自由度の判断が十分にできなくなっており、それぞれで χ^2_T の値の使用が必要となっている。図 7.29 からは背景事象の分布が高い値の領域までテールが伸びていることと、信号事象が両偏極で 60 以上の値をほとんど撮らない事が確認できるため、事前カットとして $\chi^2_T < 60$ を採用した。

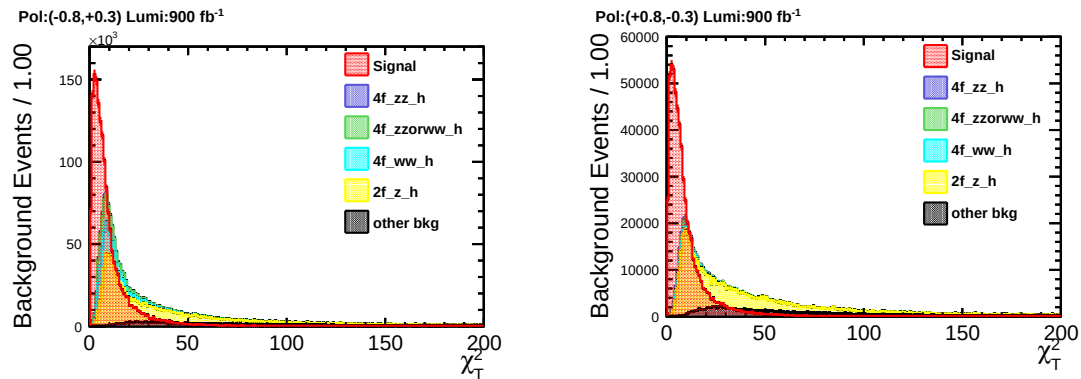


図 7.29: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ 選定時の χ^2_T 分布

y 値

$qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ 事象は 4 ジェットを含んでいるため、 y_{45} 及び y_{23} の両指標を解析に使用した。図 7.30、7.31 は $\log_{10}(y_{45})$ 及び $\log_{10}(y_{23})$ の分布である。信号事象は両分布において、他の背景事象に比べて大きい値をとる。これは背景事象の多くが 2 ジェットもしくはそれ以下の事象であることによる。とりわけ、図 7.31 においては $2f_{z_h}$ 過程と大きくずれ込んでいる事がわかる。事前カット条件は、 $-4.4 < \log_{10}(y_{45}) < 0$ と $-2.4 < \log_{10}(y_{23}) < 0$ と定めた。

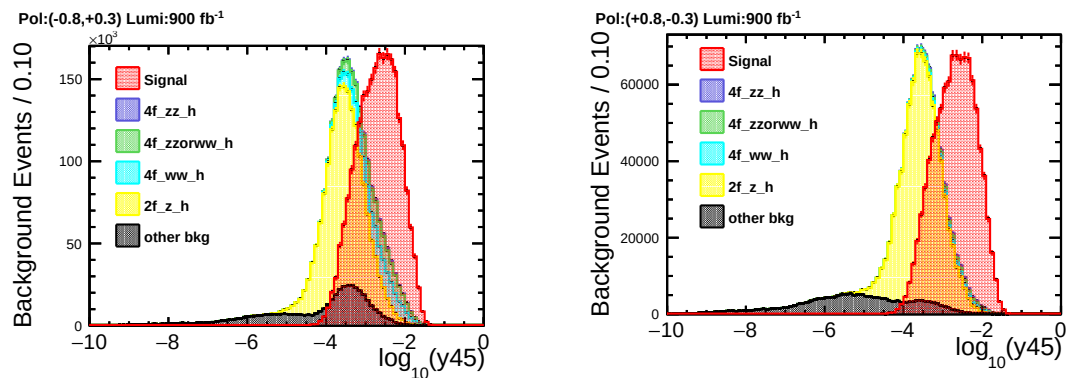
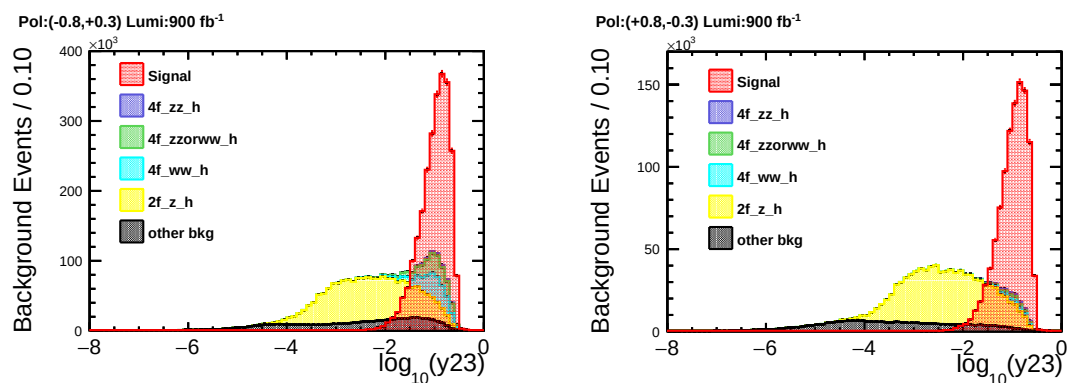
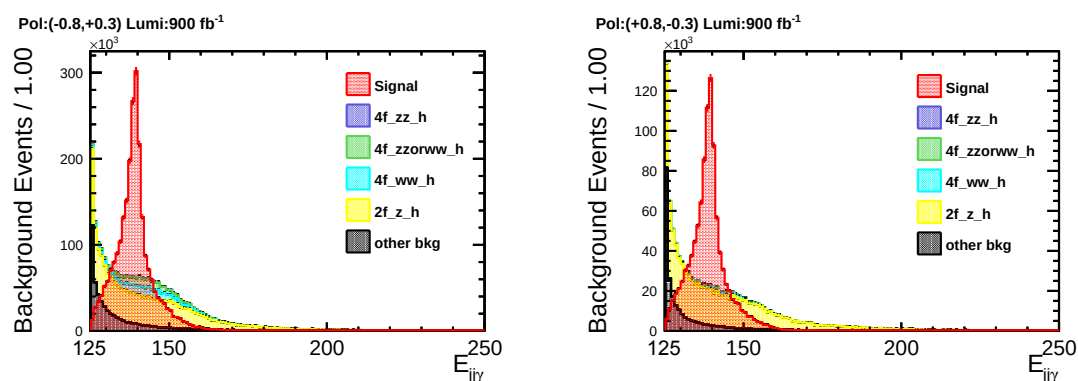


図 7.30: 終状態 $qq\bar{q}\bar{q}\gamma$ 選定時の y_{45} 値分布

図 7.31: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の y_{23} 値分布

2jet 光子合成エネルギー

$qqqq\gamma$ 選別では2つのジェットと光子の質量がフィット対象となっており、エラー出力と χ^2_T の値から Higgs 由来のジェットについても決定されている。従って Higgs の質量を利用した選別の効果がないため、エネルギーを使用している。図 7.32 を見ると 125 GeV に背景事象が集まっており、無理やりにフィットが行われたイベントが集中していると考えられる。また、170 GeV 以上に信号事象が見られないことと合わせて、事前カット条件を $126 \text{ GeV} < E_{jj\gamma} < 170 \text{ GeV}$ とした。

図 7.32: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の 2jet+ γ のエネルギー分布

2jet 反跳質量

Kimematic-fit により Higgs 由来となるジェットが確定されるため、残りの2ジェットにより反跳質量を組む事ができる。信号事象ではジェットの物理量が真の値に近ければ近いほど Higgs の質量に近

い値をとるため、選別の変数とした。図 7.33 より、事前カット条件は $50 \text{ GeV} < M_{\text{rec}} < 180 \text{ GeV}$ とした。

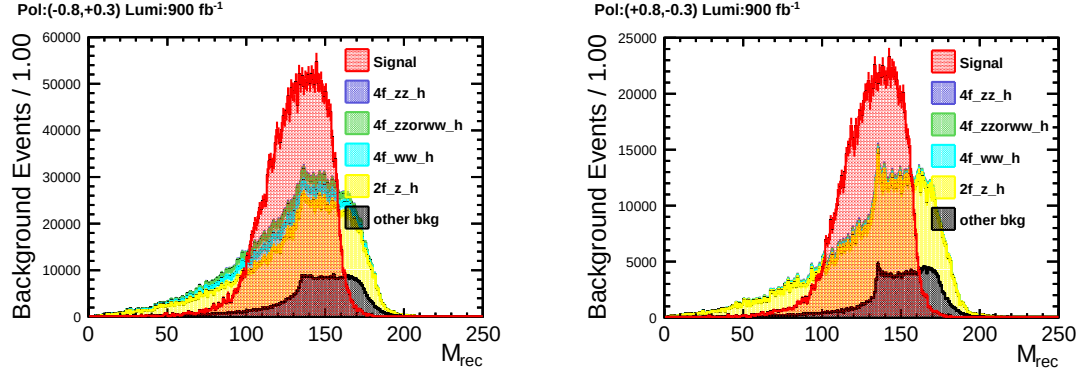


図 7.33: 終状態 $qqqq\gamma$ 選定時の 2jet の反跳質量分布

多変量解析

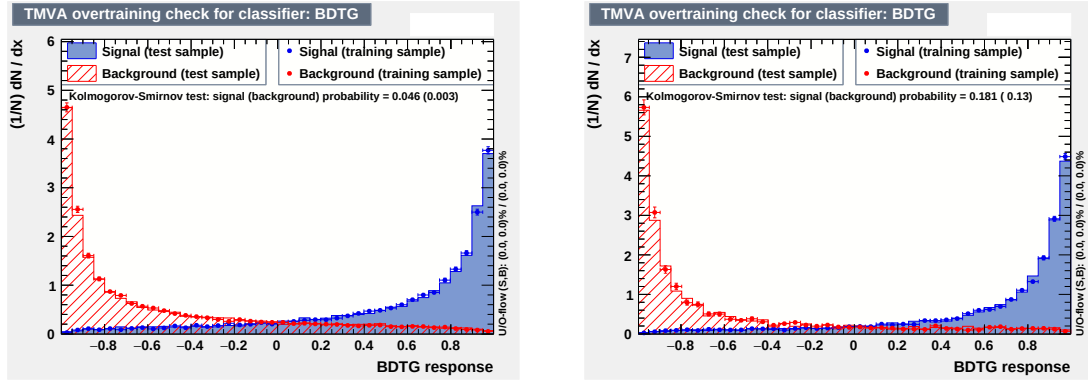
$\nu\nu qq\gamma$ 選別同様、事前カット後に残ったイベントのうち、信号事象と背景事象ともに半数を用いて TMVA の BDTG による学習を行った。学習に使用した変数は上記のものに加えて、LCFIPlus により算出される各ジェットの b クォーク由来らしさの指標である b_{tag} を使用した。4jet の b_{tag} のうちで二番目に高い値のみを学習させた。二番目の b_{tag} の値が大きいことは信号事象においては 2b もしくは 4b 事象らしさを示し、背景事象としては WW 由来のイベントと切り分けをたやすくすることを目的としている。また b_{tag} の使用により、他の変数の使用度を下げないために枝分けは 3 回まで可能とした。図 7.34 において、学習の結果と test データの適合度合いを示す。(+0.8, -0.3) においては良い適合度を示したが、(-0.8, +0.3) については背景事象側が過学習の兆候が出ていた。本解析はこの学習結果を用いるが、学習の最適化も今後の課題として残った。

結果

事前カットに加えて、図 7.34 の BDTG の出力値によるカットの結果を偏極率ごと、表 7.4.3、7.4.3 にまとめた。

7.5 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊分岐比上限の推定

終状態ごとに得られた significance の値を表 7.8 にまとめる。

図 7.34: BDTG を用いた時の信号事象及び背景事象の出力 (左 : $(-0.8, +0.3)$ 、右 : $(+0.8, -0.3)$)

Cut condition	Signal	2f_z_h	4f_ww_h	4f_zzorww_h	4f_zz_h	other bkg	all bkg	Significance
No cut	205.45	70241800	7835600	6526890	757239	56010200	141372000	0.0246602
Particle selection	165.88 ± 0.63	1941710	253826	211670	24267	376985	2808460 ± 8363	0.0990 ± 0.0004
Success Kinematic-fit	165.88 ± 0.63	1679350	253760	211584	24252	333194	2502140 ± 7817	0.1049 ± 0.0004
$\chi^2_T < 60$	163.91 ± 0.63	783947	242115	201690	23249	81450	1332450 ± 5698	0.1420 ± 0.0006
$-4.4 < \log 10(y_{45}) < 0$	163.91 ± 0.63	751258	242100	201672	23223	13084	1231340 ± 5524	0.1477 ± 0.0007
$-2.4 < \log 10(y_{23}) < 0$	163.78 ± 0.63	487761	241510	201198	23126	9156	962751 ± 4542	0.1669 ± 0.0008
$65 \text{ GeV} < E_{jj1} < 150 \text{ GeV}$ $40 \text{ GeV} < E_{jj2} < 150 \text{ GeV}$	163.29 ± 0.63	432052	237805	198154	22918	5671	896599 ± 4335	0.1724 ± 0.0008
$ \cos \theta_\gamma < 0.96$ $ \cos \theta_{jj1} < 0.98$ $ \cos \theta_{jj2} < 0.98$	151.91 ± 0.63	287558	177027	147812	17357	3990	633744 ± 3569	0.191 ± 0.001
$126 \text{ GeV} < E_{jj\gamma} < 170 \text{ GeV}$	151.14 ± 0.63	283939	175524	146343	17217	3891	626913 ± 3549	0.191 ± 0.001
$50 \text{ GeV} < M_{rec} < 180 \text{ GeV}$	150.55 ± 0.63	266015	168392	140367	16836	3801	595411 ± 3441	0.195 ± 0.001
$BDTG \text{ Cut} < 0.8951$	48.00 ± 0.47	1153	1007	858	1338	45	4400 ± 244	0.72 ± 0.02

表 7.6: 終状態 $qqqq\gamma$ 事象選別の結果 $(P_{e-}, P_{e+}) = (-0.8, +0.3)$

Cut condition	Signal	2f_z_h	4f_ww_h	4f_zzorww_h	4f_zz_h	other bkg	all bkg	Significance
No cut	138.68	41593300	540332	508454	362682	34642300	77647100	0.0067
Particle selection	111.68 ± 0.41	955524	17572	16587	11936	239337	1240950 ± 4863	0.1002 ± 0.0004
Success Kinematic-fit	111.67 ± 0.41	790106	17568	16571	11927	219464	1055640 ± 4444	0.1087 ± 0.0005
$\chi^2_T < 60$	110.44 ± 0.41	333224	16776	15823	11437	72410	449670 ± 2898	0.1647 ± 0.0008
$-4.4 < \log 10(y_{45}) < 0$	110.43 ± 0.41	318892	16775	15822	11425	8602	371515 ± 2716	0.1811 ± 0.0009
$-2.4 < \log 10(y_{23}) < 0$	110.33 ± 0.41	212285	16740	15777	11377	5577	261756 ± 2222	0.216 ± 0.001
$65 \text{ GeV} < E_{jj1} < 150 \text{ GeV}$ $40 \text{ GeV} < E_{jj2} < 150 \text{ GeV}$	110.00 ± 0.41	181055	16483	15538	11264	3148	227488 ± 2047	0.231 ± 0.001
$ \cos \theta_\gamma < 0.96$ $ \cos \theta_{jj1} < 0.98$ $ \cos \theta_{jj2} < 0.98$	102.51 ± 0.41	113630	12362	11588	8322	2120	148022 ± 1617	0.266 ± 0.002
$126 \text{ GeV} < E_{jj\gamma} < 170 \text{ GeV}$	101.92 ± 0.41	111945	12248	11483	8266	2074	146015 ± 1604	0.267 ± 0.002
$50 \text{ GeV} < M_{rec} < 180 \text{ GeV}$	101.64 ± 0.41	104843	11767	11047	8098	2024	137778 ± 1553	0.274 ± 0.002
$BDTG \text{ Cut} < 0.8624$	45.04 ± 0.34	475	327	404	948	21	2176 ± 108	0.96 ± 0.02

表 7.7: 終状態 $qqqq\gamma$ 事象選別の結果 $(P_{e-}, P_{e+}) = (+0.8, -0.3)$

(P_{e-}, P_{e+})	$(-0.8, +0.3)$	$(+0.8, -0.3)$
Process	Significance	
$\nu\nu qq\gamma$	1.05 ± 0.02	1.17 ± 0.03
$qqqq\gamma$	0.72 ± 0.02	0.96 ± 0.02

表 7.8: 各選別方法ごとの Significance の値

同一の評価対象に対して複数の解析が行われた場合、解析に使用されているイベントに重複がなければ全解析における Significance は各解析における Significance の二乗和の平方根となる。本研究の解析では十分な事象選別が行われており、最終状態において重複はない。従って、全解析の Significance は、

$$total\ significance = 1.98 \pm 0.02 \quad (7.2)$$

となる。

本解析では $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の分岐比は標準理論の予測値である 0.154% を仮定している。この値を中央値とし、Significance の逆数を正規化標準偏差、測定数の分布を確率分布とした場合、ILC250 GeV 実験における分岐比の測定精度は

$$\Delta BR = 0.154\% \times \frac{1}{1.98} = 0.078\% \quad (7.3)$$

となる。従って、崩壊分岐比の 95% 信頼区間における上限値は

$$UL_{95\%} = 0.154\% + 0.078\% \times 1.65 = 0.283\% \quad (7.4)$$

と評価する事ができる。この値は標準理論の 1.84 倍に当たる。

$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊の測定は LHC を使用して行われている。ATLAS 検出器の積分ルミノシティー 36.1fb^{-1} を使用した解析結果では、 $pp \rightarrow H \rightarrow Z\gamma$ 過程の反応断面積と崩壊分岐比の積の 95% 信頼区間における上限値が標準理論の 6.6 倍と報告されている。現在 LHC 実験では積分ルミノシティー 300fb^{-1} までのデータ取得が予定されており、将来的には報告のデータの 8.3 倍のデータにより解析が行われる。統計精度としての結果の向上はデータ量の平方根におよそ比例するため、単純計算では標準理論の 2.3 倍まで上限が引き下げられると考えられる。この予測値と本研究による評価を比較した場合、現状のままであれば ILC250 GeV 実験によりより精度の高い Higgs の測定が可能となる事が示唆されている。また、LHC 実験は陽子陽子衝突実験である性質上、 $pp \rightarrow H$ の生成断面積を独立に計測する事が困難であるため、純粋な崩壊分岐比の測定ができるという観点からも ILC の重要性が強調される。

第8章 終論

8.1 結論

本研究では ILC 実験に向けて ILD 測定器による $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊事象に対する測定性能の評価を行なった。評価は ILC グループで広く使用されている iLCSoft による ILD full simulation を使用し、事象選別後の信号事象及び標準理論において想定し得る主要な事象のイベント数の期待値から Significance を算出する事で行なった。

はじめに事象選別の際に Kinematic-fit を導入することを目指し、モンテカルロ情報を利用した光子及び uds ジェットのエネルギー及び角度方向の分解能の評価を行なった。これにより、光子及びジェットごとにエネルギーと角度方向性からそれぞれに分解能を定義する事が可能となった。

この分解能の定義方法を導入し、 $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析への Kinematic-fit の適用を行なった。Newton 法に基づく Newton Fitter を使用することにより、Soft Constraint を用いて収束値に幅をもたせ物理的に正しいフィットを行える事が確認できた。今後の課題としては、Soft Constraint によりフィット自由度が変化する事が確認された。また、一部事象におけるジェット分解能の過小評価も確認し、ジェット分解能評価においてさらなる向上が必要であると判明した。しかしながら、フィット対象となったジェット及び光子の物理量についてはフィットにより精度向上が確認できたため、Kinematic-fit の一定の効果を確認し、ILD フルシミュレーションへ導入した。

$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析は ILC250 GeV 実験における $ee \rightarrow ZH \rightarrow ZZ\gamma$ 過程のうち、発生確率の高い終状態 $\nu\nu qq\gamma$ 事象及び終状態 $qqqq\gamma$ 事象を信号事象とし、 $(-0.8, +0.3)$ と $(+0.8, -0.3)$ の偏極率が各 900 fb^{-1} ずつ行われていることを仮定して行なった。各終状態ごとに異なる条件の Kinematic-fit を行い十分な収束が確認できた。フィット後にフィット時に生成された変数も用いた事象選別を行い、全体としては $\text{significance} = 1.98 \pm 0.02$ を得る事ができた。これにより2つの終状態過程のみの解析で $UL_{95\%}$ が標準理論の 1.84 倍となる精度で測定が行えることを確認し、LHC 実験に対して相補的な ILC 実験の重要性も確認できた。

8.2 今後の課題

今後の課題については Kinematic-fit の性能向上と $H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析の精度向上の2つの観点について議論する。

Kinematic-fit は現在も多くの性能向上の余地を残している。いくつかを以下に列挙する。

1. Soft Constraint として適用可能な確率分布の増強
2. invisible particle object への Soft mass constraint の導入
3. ジェット分解能の向上
4. Soft Constraint のフィット自由度への影響評価

このうち、優先度が高いものとしては1と3が挙げられる。1については適用対象としてISRがある事が重要である。ILCではISRによりビーム軸方向に対して大きなエネルギーを放射してしまうため、エネルギー保存則や運動量保存が成り立たない事象が発生する。これら事象に対して、確率分布が適応できればより正確な解析が可能となる。ビーム軸方向の運動量は0を平均として左右対称に分布すると考えられるため、比較的簡単に精度向上が可能となる可能性がある。

3についてはジェットの分類をできる限り多くしていく事と Overlay を含む背景事象が存在する場合のジェット分解能評価を行うことの2つの方向性からのアプローチが可能である。本研究で使用方法をc、bジェットデータ及びbkgありデータに適用することにより性能向上効果の評価が可能となる。

$H \rightarrow Z\gamma$ 崩壊解析においての目標は Significance の上昇である。1つ目の方法は解析プロセスを増やす事である。今回扱ったプロセスの次に発生確率が高い過程として終状態 $llqq\gamma$ が挙げられる。このプロセスは現在解析を行っており、Significance の増加させる事が可能である。2つ目が孤立光子選定精度の向上である。本研究では孤立光子選定として高エネルギー光子を選び出しただけであったが、孤立レプトン選定と同様に MVA により孤立光子の指標を作り、もっとも適合する粒子を選ぶ機構を導入することにより、より精度の高い選定が可能となり得る。3つ目はタウ粒子の識別の導入である。ニュートリノ事象においては τ 粒子が多くの背景事象を生じさせていたと考えられる。 τ 粒子の識別によりこの効果の抑制が可能となる可能性がある。また、 τ 粒子を含むプロセスを解析することで、Significance の直接的な増加も可能となる。

プロセスごとの精度向上と汎用的アルゴリズムの改良の両側面からのアプローチにより、さらなる測定精度の向上を目指したい。

謝辞

最後に本研究を行うにあたりサポートをしてくださった方々への感謝の意を表します。

はじめにご多忙にも関わらず本研究に取り組む機会と的確なご指導、ご助言を与えて下さった指導教員である山下了特任教授に多大な感謝を述べたいと思います。田俊平特任助教には、ILC 解析に必要な知識や技術を一から教えていただき、私の拙い英語力にも関わらず、多くの質問にも時間をかけて丁寧に答えてくださりました。また田辺友彦特任助教には長時間議論をしていただき、解析について多く意見をいただきました。本論文の執筆にあたっても、物理のみならず研究の進め方から文章の構成まで細部にわたる指導をしていただきました。本研究はお二人のご協力によりここまでにいたったと考えております。本当にありがとうございました。

藤井恵介さん、宮本彰也さん、倉田正和さん、与那嶺亮さん、Daniel Jeans さんをはじめとする ILC 物理解析グループの皆様には、毎週のミーティングにおいて物理や解析、ソフトウェアについての多くのご助言をいただきました。この場を借りて皆様に感謝申し上げます。

山下研究室の先輩方にも、研究スキルの指導や貴重な助言の数々をいただきました。長倉直樹さんには入学前から筑波大でのワイヤーチェンバー増幅飽和性のモデル検証実験に参加させていただき、研究の基礎から教えていただきました。ソフト面だけでなくハード面での知識にも触れる機会を得ることができ、私の知見が大きく広がったと感じております。また加藤悠さんには ILC 解析について多くの議論を議論をしていただき、筑波の実験でも最も多くの時間一緒に作業させていただきました。私が研究に不安を感じている際も励ましの言葉をかけてくださりいました。お二人とも本当にありがとうございました。

研究室の後輩である梶原昇吾さんと茂木駿紀くんとも川越高校への出張授業や日頃のゼミを通して多くの議論をかわし、多くの学びを得ることができました。

ICEPP 秘書の皆様も出張を始めとする様々な手続きを円滑に進めてくださり、大変お世話になりました。

最後に大学院までの 25 年間を支え続けてくれた両親へ心からの感謝を捧げ、この論文の結びとさせていただきます。本当にありがとうございました。

関連図書

- [1] 大学共同利用機関高エネルギー加速器研究機構. <https://www.kek.jp/ja/newsroom/2012/08/31/1800>.
- [2] Mark Thomson. *Modern particle physics*. Cambridge University Press, New York, 2013.
- [3] Morad Aaboud et al. Measurement of the Higgs boson mass in the $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\ell$ and $H \rightarrow \gamma\gamma$ channels with $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collisions using the ATLAS detector. *Phys. Lett.*, B784:345–366, 2018.
- [4] Combined measurements of Higgs boson production and decay using up to 80 fb^{-1} of proton–proton collision data at $\sqrt{s} = 13$ TeV collected with the ATLAS experiment. Technical Report ATLAS-CONF-2018-031, CERN, Geneva, Jul 2018.
- [5] Keisuke Fujii et al. Physics Case for the 250 GeV Stage of the International Linear Collider. 2017.
- [6] A. Denner, S. Heinemeyer, I. Puljak, D. Rebuzzi, and M. Spira. Standard Model Higgs-Boson Branching Ratios with Uncertainties.
- [7] ILC が開く科学の未来. <https://ilc-symposium.jp/ilc> とは.
- [8] Chris Adolphsen, Maura Barone, Barry Barish, Karsten Buesser, Philip Burrows, John Carwardine, Jeffrey Clark, Hlne Mainaud Durand, Gerry Dugan, Eckhard Elsen, et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 3.II: Accelerator Baseline Design. 2013.
- [9] Halina Abramowicz et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 4: Detectors. 2013.
- [10] J. S. Marshall and M. A. Thomson. Pandora Particle Flow Algorithm. In *Proceedings, International Conference on Calorimetry for the High Energy Frontier (CHEF 2013): Paris, France, April 22-25, 2013*, pages 305–315, 2013.
- [11] I. G. Knowles and G. D. Lafferty. Hadronization in Z^0 decay. *J. Phys.*, G23:731–789, 1997.

- [12] M G Green, S L Lloyd, and P N Ratoff. *Electron positron physics at the Z*. Studies in high energy physics, cosmology and gravitation. IOP, Bristol, 1998.
- [13] F. Gaede. iLCSoft Overview and Status. [https://indico-lcagenda-201605.s3.cern.ch/event/7520/contribution/38808/47408-46541-gaede_ilcsoft_status.pdf?response-content-disposition=inline%\\$%3B\\$%\\$20filename\\$%\\$3Dgaede_ilcsoft_status.pdf&response-content-type=application%\\$%2Fpdf&AWSAccessKeyId=4QR6RYTNSYF07BN3I43N&Expires=1546573430&Signature=BwE08UvFHkAtvg90behAYCoyucI\\$%\\$3D](https://indico-lcagenda-201605.s3.cern.ch/event/7520/contribution/38808/47408-46541-gaede_ilcsoft_status.pdf?response-content-disposition=inline%$%3B$%$20filename$%$3Dgaede_ilcsoft_status.pdf&response-content-type=application%$%2Fpdf&AWSAccessKeyId=4QR6RYTNSYF07BN3I43N&Expires=1546573430&Signature=BwE08UvFHkAtvg90behAYCoyucI$%$3D).
- [14] Wolfgang Kilian, Thorsten Ohl, and Jurgen Reuter. WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC. *Eur. Phys. J.*, C71:1742, 2011.
- [15] Torbjorn Sjostrand, Stephen Mrenna, and Peter Z. Skands. A Brief Introduction to PYTHIA 8.1. *Comput. Phys. Commun.*, 178:852–867, 2008.
- [16] W. Kilian, F. Bach, T. Ohl, and J. Reuter. WHIZARD 2.2 for Linear Colliders. In *International Workshop on Future Linear Colliders (LCWS13) Tokyo, Japan, November 11-15, 2013*, 2014.
- [17] Mokka. <http://ilcsoft.desy.de/portal>.
- [18] A. Sailer, M. Frank, F. Gaede, D. Hynds, S. Lu, N. Nikiforou, M. Petric, R. Simoniello, and G. Voutsinas. DD4Hep based event reconstruction. *J. Phys. Conf. Ser.*, 898(4):042017, 2017.
- [19] Geant4. <http://geant4.cern.ch>.
- [20] ILD-DESY Confluence. <https://confluence.desy.de/display/ILD/Simulation>.
- [21] S. Catani, Yuri L. Dokshitzer, M. Olsson, G. Turnock, and B. R. Webber. New clustering algorithm for multi - jet cross-sections in $e^+ e^-$ annihilation. *Phys. Lett.*, B269:432–438, 1991.
- [22] Taikan Suehara and Tomohiko Tanabe. LCFIPlus: A Framework for Jet Analysis in Linear Collider Studies. *Nucl. Instrum. Meth.*, A808:109–116, 2016.
- [23] Benno List and Jenny List. MarlinKinfit: An Object-Oriented Kinematic Fitting Package. 2009.
- [24] Claude Fabienne Dürig. *Measuring the Higgs Self-coupling at the International Linear Collider*. PhD thesis, Hamburg U., Hamburg, 2016.
- [25] Toolkit for Multivariate Data Analysis with ROOT. <http://tmva.sourceforge.net>.