

修士学位論文

重力場による超冷中性子の量子状態を利用した  
弱い等価原理の検証に向けた研究

Study for a Test of the Weak Equivalence Principle  
Using Quantum States of Ultracold Neutrons  
in a Gravitational Field

東京大学大学院  
理学系研究科 物理学専攻  
駒宮研究室

内田 健太

2017 年 1 月

# 概要

運動エネルギーが  $100\text{ neV}$  程度の中性子は超冷中性子と呼ばれ物質表面で全反射する性質を持つ。この超冷中性子は地球重力と床からなる系を考えた場合に量子力学的な束縛状態を形成することが知られており、2011年にフランスの ILL で行われた実験によってこの量子力学に固有の位置分布の測定が行われている。

本論文ではこの超冷中性子の重力束縛状態を利用した新しい実験手法について説明する。この実験では Schrödinger 方程式における弱い等価原理の初の直接検証を目指している。実験シミュレーション計算を行い、そこから弱い等価原理に対する検証精度を求め、実験を行うことで  $10^{-3}$  を切る精度で弱い等価原理の検証が行えることを示した。

また 2016 年の 11 月に J-PARC MLF の BL05 にて行った超冷中性子のガラス表面反射率の測定実験の結果について説明する。この実験は超冷中性子の重力束縛状態測定実験において重要となるコリメートガイドと呼ばれる要素の評価試験としての意味があり、またコリメートガイドにおいて未知となっている現象の実験による検証を目指したものであった。

# 目次

概要	1
第 1 章 序論	4
1.1 超冷中性子	4
1.2 中性子と基本相互作用	5
1.3 フェルミの擬ポテンシャル	6
1.3.1 低速中性子の散乱	6
1.3.2 フェルミポテンシャル	7
1.3.3 有効ポテンシャル	8
1.4 重力場による超冷中性子の量子状態	10
1.5 本論文の構成	12
第 2 章 地球重力場による超冷中性子の量子状態観測実験	13
2.1 実験セットアップ	13
2.1.1 コリメートガイド	13
2.1.2 拡大ロッド	14
2.1.3 ピクセル検出器	15
2.2 実験結果	18
第 3 章 弱い等価原理	20
3.1 弱い等価原理とは	20
3.2 弱い等価原理の検証	21
3.3 Schrödinger 方程式における弱い等価原理	21
3.4 Schrödinger 方程式における弱い等価原理の検証方法	22
第 4 章 実験シミュレーションによるセットアップの最適化と到達感度計算	23
4.1 実験セットアップ	23
4.1.1 検出器移動方式	24
4.1.2 チョッパー方式	24

4.1.3	両方式の比較 -長所と短所-	25
4.2	実験シミュレーションの方法	25
4.3	シミュレーション結果と実験パラメータの最適化	27
4.4	実験シミュレーション結果	31
4.5	弱い等価原理の検証精度	31
<b>第5章</b>	<b>J-PARC MLF での超冷中性子のガラス表面での反射率測定</b>	<b>37</b>
5.1	実験環境・施設	37
5.1.1	物質・生命科学実験施設 (MLF) BL05	37
5.1.2	ドップラーシフターによる超冷中性子の生成	38
5.2	反射率測定実験の目的	39
5.3	実験内容	43
5.3.1	実験概要	43
5.3.2	セットアップ	44
5.3.3	期待された実験結果	46
5.4	実験結果	48
5.4.1	中性子ビームモニター	48
5.4.2	表面粗さ依存性測定	48
5.4.3	角度依存性測定	49
5.5	まとめ	51
<b>第6章</b>	<b>まとめ</b>	<b>52</b>
	謝辞	53
	参考文献	54

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 超冷中性子

中性子はその運動エネルギーによって物理的な性質が大きく異なっている。

$\beta$ 崩壊などの核反応によって発生する中性子は数 MeV のエネルギーを持ったもので、水などの減速材を通過させることで数十 meV 程度まで運動エネルギーが落ち熱中性子 (Thermal neutrons) と呼ばれるものになる。熱中性子よりもさらに運動エネルギーが小さな中性子はそのエネルギー領域によって冷中性子 (Cold Neutrons)、極冷中性子 (Very cold neutrons, VCN)、超冷中性子 (Ultracold neutrons, UCN) に分類される (図 1.1)。

冷中性子よりもエネルギーの小さな中性子が感じる原子核ポテンシャルはフェルミの擬ポテンシャルと呼ばれる実効ポテンシャルによって表現されることがエンリコ・フェルミによって示されている。

物質ポテンシャルの大きさ  $V$  が中性子の運動エネルギー  $E$  よりも大きい ( $V > E$ ) とき、中性子は物質内部に入り込めず全反射する。一番大きなポテンシャルを持つ物質は Ni で  $V = 252 \text{ neV}$  であり、臨界速度 (全反射する最大の速度) は  $v_c = 6.8 \text{ m/s}$  である。一般に速度が  $6.8 \text{ m/s}$  よりも遅く物質表面で全反射する性質を持つ中性子を超冷中性子と定義する。

いくつかの物質に対するポテンシャルの大きさを表 1.1 にまとめている。

物質	ポテンシャル $V$ [neV]	臨界速度 $v_c$ [m/s]
$^{58}\text{Ni}$	335	8.0
Ni	252	6.8
Cu	168	5.7
Al	54	3.2

表 1.1 中性子が感じる物質のポテンシャルと臨界速度

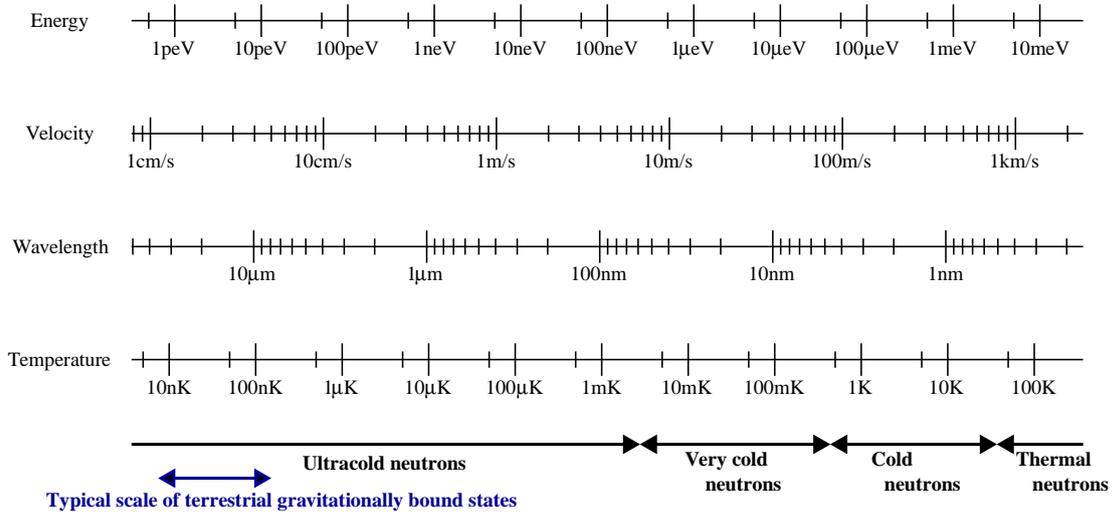


図 1.1 中性子の分類

## 1.2 中性子と基本相互作用

中性子は自然界に存在する 4 つの相互作用である重力、電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用による影響を受ける。

### 重力

地球重力によるポテンシャル  $V_g$  は以下で与えられる。

$$V_g = mgh \sim 102 \text{ neV/m} \cdot h \quad (1.2.1)$$

ここで  $m$  は中性子の質量、 $g$  は重力加速度、 $h$  は中性子の高さである。

したがって、例えば  $102 \text{ neV}$  の運動エネルギーを持ち鉛直上向きに動いている中性子は  $1 \text{ m}$  上昇して落下することが分かる。

### 電磁相互作用

中性子は電荷および電気双極子モーメントが実験的に観測されていないので電場から受ける力は無視できる。

一方、以下のような磁気双極子モーメントの大きさ  $\mu_n$  を持っている。

$$\mu_n \sim -1.91\mu_N \quad (1.2.2)$$

ここで  $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$  は核磁子である。したがって、磁場  $\mathbf{B}$  が存在するときのポテンシャル  $V_m$  は以下で

与えられる。

$$V_m = -\boldsymbol{\mu}_n \cdot \mathbf{B} \quad (1.2.3)$$

一様磁場の場合にはポテンシャルは定数であるが、磁場が非一様な場合にはポテンシャル差が生じる。磁場の勾配と中性子の磁気双極子モーメントが平行・反平行であるときポテンシャル差は最大となり

$$V_m \sim -60 \text{ neV/T} \cdot B \quad (1.2.4)$$

となる。

### 弱い相互作用

束縛されていない自由な中性子は不安定であり、寿命  $\tau = 880.2 \pm 1.0 \text{ s}$ [1] で以下のように  $\beta$  崩壊を起こす。



### 強い相互作用

中性子は原子核中で陽子とともに核力によって束縛されている。中性子が感じる原子核のポテンシャルは球面上の井戸型ポテンシャルで表現され、ポテンシャルの深さ  $V_0$  および半径  $R_0$  はそれぞれ以下のように与えられる。

$$V_0 \sim 40 \text{ MeV} \quad (1.2.6)$$

$$R_0 \sim 1.25 \text{ fm} \cdot A^{1/3} \quad (1.2.7)$$

ここで  $A$  は原子数である。束縛されていない自由な中性子が感じる原子核ポテンシャルは引力ポテンシャルと斥力ポテンシャルのいずれかである。斥力ポテンシャルを持つ原子核に中性子が入射した場合には散乱が生じ、引力ポテンシャルの場合には中性子捕獲反応が生じる。

## 1.3 フェルミの擬ポテンシャル

この節ではフェルミの擬ポテンシャルと呼ばれるポテンシャルを導入し、中性子が感じる物質ポテンシャルとしてみなせることを説明する。導出は文献 [2] に従う。

### 1.3.1 低速中性子の散乱

中性子の感じる原子核ポテンシャルとして以下のような井戸型ポテンシャルを考える。

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r \leq R) \\ 0 & (r > R) \end{cases} \quad (1.3.1)$$

ここではド・ブロイ波長  $\lambda$  が以下の条件を満たすような十分低速の中性を考える。

$$kR = \frac{2\pi R}{\lambda} \ll 1 \quad (1.3.2)$$

原子核ポテンシャルの外側 ( $r > R$ ) では波動関数  $\psi$  は以下のように表される。

$$\psi \sim \frac{e^{ikr}}{r} \quad (1.3.3)$$

原子核ポテンシャルの内側 ( $r < R$ ) では波動関数は  $\psi = u/r$  となる。ここで  $u$  は

$$u \sim A \sin Kr, K = \sqrt{\frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}} \quad (1.3.4)$$

である。低速中性子が1つの原子核によって散乱される時、波動関数としては入射平面波と散乱球面波を考えて以下のようなになる。

$$\psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (1.3.5)$$

ここで  $f(\theta)$  は  $r = R$  での境界条件によって決定される。今、低速中性子を考えていて  $kR \ll 1$  であるから、球面波は S 波 (軌道角運動量  $l = 0$ ) のみを考えればよい。このとき球面波は角度依存性を持たないため、

$$f(\theta) = \text{const.} = -a \quad (1.3.6)$$

となる。この  $a$  を散乱長と呼ぶ。 $R < r \ll 1/k$  で (1.3.5) は

$$\psi \sim 1 - a/r \quad (1.3.7)$$

となり、 $r = a$  で  $\psi = 0$  である。これは  $r < a$  の内部に波動関数が入り込めないことを意味している。多くの原子核に対して  $a > 0$  であり、このような原子核は中性子に対して斥力ポテンシャルを持つ。

### 1.3.2 フェルミポテンシャル

中性子の相対運動における Schrödinger 方程式は

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\boldsymbol{\eta}}^2 \psi - [E - V(\boldsymbol{\eta})] \psi = 0 \quad (1.3.8)$$

と書ける。ここで  $\boldsymbol{\eta}$  は原子核に対する相対位置 ( $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_n$ ) で  $\mathbf{r}_n$  は原子核の位置、 $\mu$  は換算質量である。

$V(\boldsymbol{\eta})$  として以下のような等価ポテンシャルを用いる。

$$U(\boldsymbol{\eta}) = \begin{cases} -U_0 & (\boldsymbol{\eta} \leq \rho) \\ 0 & (\boldsymbol{\eta} > \rho) \end{cases} \quad (1.3.9)$$

ここで  $\boldsymbol{\eta} = |\boldsymbol{\eta}|$  であり、 $\rho$  は  $\rho \ll \lambda_n, \rho \gg a, \rho \gg R$  を満たす量である。

等価ポテンシャルを使用した Schrödinger 方程式は

$$-\frac{\hbar}{2\mu}\nabla_{\boldsymbol{\eta}}^2\psi - [E - U(\boldsymbol{\eta})]\psi = 0 \quad (1.3.10)$$

となる。低速中性子に対する (1.3.10) の解は (1.3.5) で  $f(\theta) = \text{const.} = -a$  を満たす。ここで  $f(\theta)$  は Born 近似を用いると

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \mathbf{k}_f | U | \mathbf{k}_i \rangle = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int d^3\boldsymbol{\eta} U(\boldsymbol{\eta}) e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f) \cdot \boldsymbol{\eta}} \quad (1.3.11)$$

となる。 $\theta$  依存性を持たないために  $k\rho \ll 1$  である必要があり、このとき

$$f(\theta) = f = \frac{2\mu}{3\hbar^2} U_0 \rho^3 \quad (1.3.12)$$

となる。また  $f = -a$  を用いると

$$U_0 = -\frac{3\hbar^2 a}{2\mu\rho^3} \quad (1.3.13)$$

となる。空間積分は

$$\int d^3\boldsymbol{\eta} U(\rho) = -U_0 \frac{4\pi}{3} \rho^3 = 2\pi\hbar^2 \frac{a}{\mu} \quad (1.3.14)$$

のようになるので、1 次の Born 近似で行列要素 (1.3.11) を計算する場合には以下のポテンシャルを用いることができる。

$$U_F(\boldsymbol{\eta}) = \frac{2\pi\hbar^2}{\mu} a \delta^{(3)}(\boldsymbol{\eta}) \quad (1.3.15)$$

このポテンシャルをフェルミの擬ポテンシャルと呼ぶ。 $a > 0$  である物質に対しては  $U_F > 0$  であり斥力ポテンシャルとなる。

### 1.3.3 有効ポテンシャル

利便性のため、散乱長として新しく

$$b = \frac{m}{\mu} a \quad (1.3.16)$$

を定義する。この値を用いることで換算質量  $\mu$  を使う必要がなくなる。

(1.3.15) より中性子が感じる原子核ポテンシャルは次のように書かれる。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} b \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \quad (1.3.17)$$

このポテンシャルによって中性子が散乱されるとき、波動関数の散乱部分は次のようになる。

$$\psi_{\text{scatt}}(\mathbf{r}) = f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = \frac{a}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|} e^{ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|} e^{ik \cdot \mathbf{r}_n} \quad (1.3.18)$$

物質 (固体または液体) は原子核の集合であるので、そのポテンシャルは (1.3.17) の和として表現することができる。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \sum_i b_i \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (1.3.19)$$

ここで  $i$  はそれぞれの原子核を表す。(1.3.18) と同様の方法により、このポテンシャルによる入射平面波と散乱波を含めた波動関数は

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} - \sum_i b_i \frac{e^{i\mathbf{k}|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \quad (1.3.20)$$

と書ける。(1.3.20) は入射平面波が散乱波によって影響を受けないことを仮定している。より正確に書くと

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}} - \sum_i b_i \psi_i(\mathbf{r}_i) \frac{e^{i\mathbf{k}_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|} \quad (1.3.21)$$

となる。ここで  $\psi_i(\mathbf{r}_i)$  は  $i$  番目の原子核への入射波を表す。

$\psi_i(\mathbf{r}_i) = \psi(\mathbf{r}_i)$  という近似を用いると (1.3.21) は空間積分を使って以下のように書くことができる。

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_0\cdot\mathbf{r}} - \int d^3\mathbf{r}' \psi(\mathbf{r}') \frac{e^{i\mathbf{k}_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} [nb(\mathbf{r}')] \quad (1.3.22)$$

ここで  $[nb(\mathbf{r}')]d^3\mathbf{r}'$  は  $\mathbf{r}'$  周辺の無限小体積  $d^3\mathbf{r}'$  に含まれる散乱長の和を表す。(1.3.22) の両辺に  $\nabla^2 + k_0^2$  を作用させ、恒等式

$$(\nabla^2 + k_0^2) \frac{e^{i\mathbf{k}_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = -4\pi \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (1.3.23)$$

を用いると

$$(\nabla^2 + k_0^2)\psi(\mathbf{r}) = 4\pi[bn(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r}) \quad (1.3.24)$$

を得る。(1.3.24) の両辺に  $-\frac{\hbar^2}{2m}$  を作用させると

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla^2 + k_0^2)\psi(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m}[bn(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r}) \quad (1.3.25)$$

となり、これは

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r}) + \frac{2\pi\hbar^2}{m}[bn(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{2m}k_0^2\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (1.3.26)$$

と書ける。これは以下の有効ポテンシャルにおける Schrödinger 方程式とみなせる。

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m}[bn(\mathbf{r})] \quad (1.3.27)$$

このポテンシャルはフェルミの擬ポテンシャル (1.3.15) の空間平均と等しい。

## 1.4 重力場による超冷中性子の量子状態

地球重力場と床からなる系を考える。今、興味のある中性子の運動エネルギーに対して床のポテンシャルは十分に大きいので無限大とみなし(妥当性については後述する)、 $z$ 軸を鉛直上向きとして以下のようなポテンシャルをとる。

$$V(z) = \begin{cases} \infty & (z \leq 0) \\ mgz & (z > 0) \end{cases} \quad (1.4.1)$$

ここで  $m$  は中性子の質量、 $g$  は重力加速度である。このとき時間依存する Schrödinger 方程式は

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) \right] \Psi(z, t) \quad (1.4.2)$$

で与えられる。ポテンシャル  $V(z)$  は時間依存しないので波動関数  $\Psi(z, t)$  はエネルギー固有状態  $\psi_n(z)$  を用いて以下のように展開できる。

$$\Psi(z, t) = \sum_n a_n \psi_n(z) \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right) \quad (1.4.3)$$

ここでエネルギー固有値  $E_n$  とその固有状態  $\psi_n(z)$  は時間依存しない Schrödinger 方程式

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) \right] \psi_n(z) = E_n \psi_n(z) \quad (1.4.4)$$

の解で与えられる。今、ポテンシャルとして (1.4.1) を考えているので  $z \leq 0$  では  $\psi_n(z) = 0$  である。

$z > 0$  である場合、(1.4.4) は

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + mgz \right) \psi_n(z) = E_n \psi_n(z) \quad (1.4.5)$$

となる。以降の計算の簡単化のため以下の無次元量を導入する。

$$\zeta = \frac{z}{l_0}, \quad \epsilon_n = \frac{E_n}{E_0} \quad (1.4.6)$$

$l_0, E_0$  は以下のように定義される。

$$l_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2 g} \right)^{1/3} \sim 5.87 \mu\text{m} \quad (1.4.7)$$

$$E_0 = mgl_0 = \left( \frac{mg^2 \hbar^2}{2} \right)^{1/3} \sim 0.602 \text{ peV} \quad (1.4.8)$$

このとき (1.4.5) は

$$\left( \frac{d^2}{d\zeta^2} - \zeta + \epsilon_n \right) \psi_n(\zeta) = 0 \quad (1.4.9)$$

となる。(1.4.9) は Airy 関数を用いて解くことができる。Airy 関数は2階線型微分方程式

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} - x \right) y = 0 \quad (1.4.10)$$

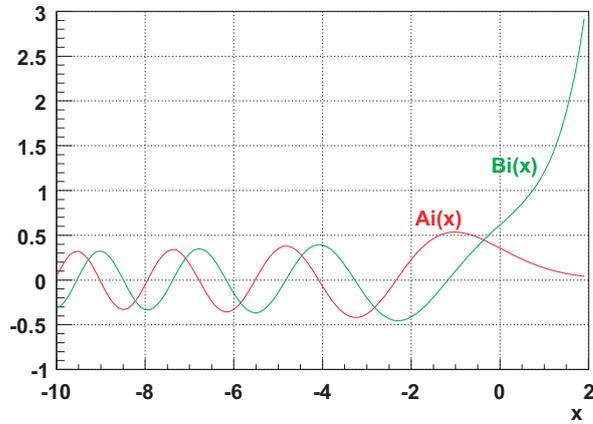


図 1.2 エアリー関数 [3]

$n$	$\epsilon_n$	$E_n$ [peV]
1	2.34	1.41
2	4.09	2.46
3	5.52	3.32

表 1.2 地球重力場と床からなる系の中性子の固有エネルギー

の解であり、 $x \rightarrow \infty$  で 0 に収束するものを  $\text{Ai}(x)$ 、その  $\text{Ai}(x)$  と  $x \rightarrow -\infty$  で位相が  $\pi/2$  異なるものを  $\text{Bi}(x)$  とする。 $\psi_n(\zeta)$  の束縛条件は

$$\psi_n(0) = 0 \quad (1.4.11)$$

$$\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \psi_n(\zeta) = 0 \quad (1.4.12)$$

なので (1.4.9) の解は

$$\psi_n(\zeta) = C_n \text{Ai}(\zeta - \epsilon_n) \quad (1.4.13)$$

となる。ここで  $\epsilon_n$  は  $\text{Ai}(x)$  の  $n$  番目のゼロ点であり、 $C_n$  は規格化定数で  $\int_0^\infty |\psi_n(\zeta)|^2 d\zeta = 1$  となるようにとる。(1.4.7) よりエネルギー固有値  $E_n$  と  $\epsilon_n$  の関係は

$$E_n = \left( \frac{mg}{2m^2g} \right)^{1/3} \epsilon_n \sim 0.602 \epsilon_n \text{ peV} \quad (1.4.14)$$

である。 $n = 1, 2, 3$  についてのエネルギー固有値を表 1.2 にまとめた。興味のある状態は基底状態などの低い準位であるので、エネルギー固有値は数 peV 程度であり、床の物質が 100 neV 程度の大きさを持つポテンシャルを考えた場合には (1.4.1) のような仮定は妥当であることが分かる。中性子の分類図 (図 1.1) にこの地球重力場による低準位の束縛状態に対するスケールを表記してある。

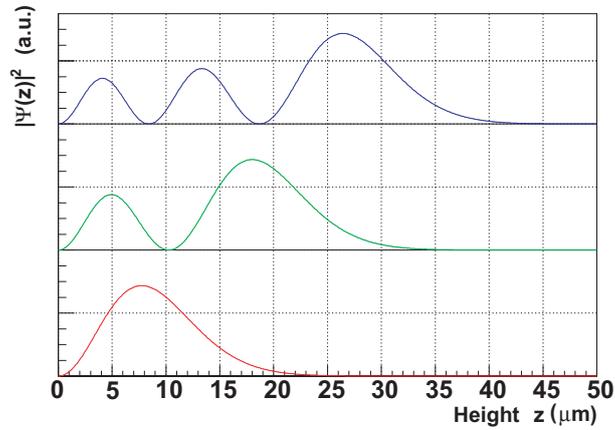


図 1.3 重力と床からなる系の低エネルギー束縛状態 ( $n = 1, 2, 3$ ) に対する存在確率分布 ( $|\psi_n(z)|^2$ )[3]

## 1.5 本論文の構成

第 1 章では超冷中性子の基本的な性質および地球重力場中で形成する量子力学的な束縛状態について説明する。

第 2 章では先行実験として 2011 年にラウエ・ランジュバン研究所 (ILL) で行われた超冷中性子の重力束縛状態の測定実験について説明する。

第 3 章では重力質量と慣性質量が等しいとする弱い等価原理の意味を古典的な Newton の運動方程式の場合と Schrödinger 方程式の場合で説明し、Schrödinger 方程式内での弱い等価原理の検証のために必要となる波動関数の時間発展の測定について説明する。

第 4 章では第 3 章で述べた波動関数の時間発展測定のための実験セットアップについて検出器移動方式とチョッパー方式の 2 つを説明し、どちらのセットアップが優れているのか、またそのセットアップにおけるセットアップパラメータについて実験シミュレーションを用いて最適化を行う。また決定された実験セットアップで実験を行った場合に予想される弱い等価原理の検証精度

第 5 章ではガラス表面での超冷中性子の反射率測定実験を J-PARC MLF の BL05 で行ったのでその実験内容と結果について説明する。

第 6 章では以上の結果についてまとめ、今後の展望についても述べる。

## 第 2 章

# 地球重力場による超冷中性子の量子状態観測実験

この章では先行研究として 2011 年にフランスのラウエ・ランジュバン研究所 (ILL) で行われた実験について説明する。この実験の目的は 1.4 節で説明した超冷中性子の地球重力場による量子束縛状態の観測である。

### 2.1 実験セットアップ

実験セットアップを図 2.1 に示す。実験セットアップの主要部 (Main components) はコリメートガイド (Collimating guide)、拡大ロッド (Magnification rod)、ピクセル検出器 (Pixelated detector) からなる。以下、これらの要素について個別に説明する。

#### 2.1.1 コリメートガイド

コリメートガイドは床と天井部からなる。素材はガラスであり、床と天井が  $100\ \mu\text{m}$  隔てて設置されている。

このガイド部に図 2.1 の左側から入射した超冷中性子は 1.4 節で説明したような束縛状態を形成する。ただし天井部があるため、超冷中性子が感じるポテンシャルは以下ようになる。

$$V(z) = \begin{cases} \infty & (z \leq 0) \\ mgz & (0 < z < h) \\ \infty & (z \geq h) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

ここで  $h$  は天井の高さで、今、 $h = 100\ \mu\text{m}$  である。ポテンシャルが異なるため、1.4 節で説明した床のみの場合と固有関数および固有エネルギーが変化する。表 2.1 に天井がない場合 (チルダなし) と天井がある場合 (チルダあり) の固有エネルギーについてまとめている。 $z_n$  は

$$z_n = \sqrt{\frac{2E_n}{m}} \quad (2.1.2)$$

で求められる量で古典的に考えた場合の到達高さである。

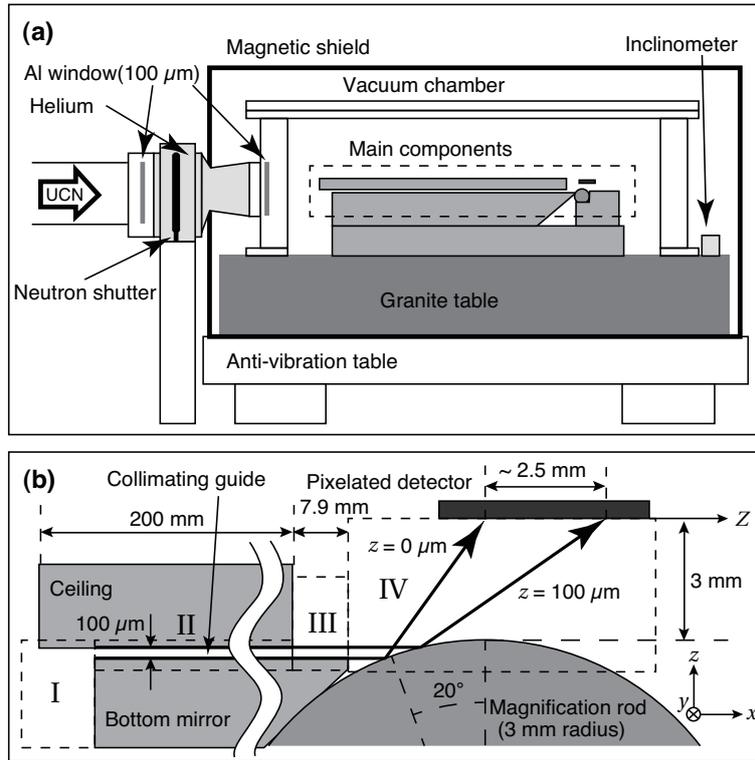


図 2.1 実験セットアップ 上図:全体のセットアップ。振動の除去のための除振台や磁気ノイズの除去のための磁気シールドなどが使われている。実験セットアップの主要部は真空チェンバー中に入れられ中性子に対するポテンシャルが低いアルミニウムを使った窓によって超冷中性子を引き入れる 下図: 実験主要部の図。主要要素としてコリメートガイド、拡大ロッド、中性子検出器がある。詳細について本文で述べている [4]。

低い準位に対しては天井の影響が少なく波動関数、固有エネルギーの変化は少ない。天井の影響が大きくなるのは到達高さ  $z_n$  が天井の高さと同程度になる  $n \geq 15$  の場合である。

コリメートガイドの天井には意図的に粗いガラスを用いている。天井表面が粗い場合、天井に到達するような高準位成分 ( $n \geq 15$ ) は天井表面による乱反射によって除去される。一方、天井に到達しないような低準位 ( $n \leq 15$ ) の成分はそのまま通過する。このように低エネルギーの成分のみを選別する役割を持つため、コリメートガイドと呼んでいる。コリメートガイド出口での超冷中性子の位置分布は低準位の分布が重なった状態となる。

## 2.1.2 拡大ロッド

超冷中性子の重力束縛状態は 1.4 節で説明したように、以下の長さ程度のスケールで構造を持っている。

$$l_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2g} \right)^{1/3} \sim 5.87 \mu\text{m} \quad (2.1.3)$$

$n$	Without ceiling		With ceiling	
	$E_n$ [peV]	$z_n$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\tilde{E}_n$ [peV]	$\tilde{z}_n$ [ $\mu\text{m}$ ]
1	1.41	13.7	1.41	13.7
2	2.46	23.9	2.46	23.9
3	3.32	32.4	3.32	32.4
4	4.08	39.8	4.08	39.8
5	4.78	46.6	4.78	46.6
6	5.43	53.0	5.43	53.0
7	6.04	58.9	6.04	58.9
8	6.62	64.6	6.62	64.6
9	7.18	70.0	7.18	70.0
10	7.72	75.3	7.72	75.3
11	8.24	80.4	8.24	80.4
12	8.74	85.3	8.74	85.3
13	9.23	90.0	9.23	90.1
14	9.71	94.7	9.73	94.9
15	10.17	99.2	10.25	100.0
16	10.63	103.6	10.81	105.5
17	11.07	108.0	11.43	111.5
18	11.51	112.2	12.10	118.0
19	11.94	116.4	12.82	125.0
20	12.36	120.1	13.58	132.5

表 2.1 地球重力場と床からなる系の中性子の固有エネルギー

この構造を検出器で直接測定するためには位置分解能が足りないと考えられたため、より精度の高い測定を行うために拡大ロッドを用いて分布を拡大して測定している。拡大ロッドは直径 3 mm の円柱状のガラスであり図 2.1(b) のようにコリメートガイドの出口に配置されている。このとき図 2.1(b) のように拡大ロッド表面に当たった超冷中性子は鏡面反射をするために、位置分布が拡大される。コリメートガイド出口で 100  $\mu\text{m}$  の高さで分布している超冷中性子は図 2.1 のように配置されている検出器の表面で 2.5mm に渡って分布するため、拡大ロッドによる拡大率はおおよそ 25 倍である。

### 2.1.3 ピクセル検出器

超冷中性子の位置分布測定のための検出器として CCD (Charge-coupled device) 検出器を用いている。入射中性子はそのままと CCD 検出器の有感部で反応をしないため、検出器表面に中性子の捕獲反応を起こす  $^{10}\text{B}$  を蒸着している。 $^{10}\text{B}$  は熱中性子 ( $v = 2200 \text{ m/s}$ ) に対して  $4.01 \times 10^3 \text{ barn}$  の吸収断面積を持っている。低速領域において断面積は  $1/v$  に比例するので、10 m/s の超冷中性子に

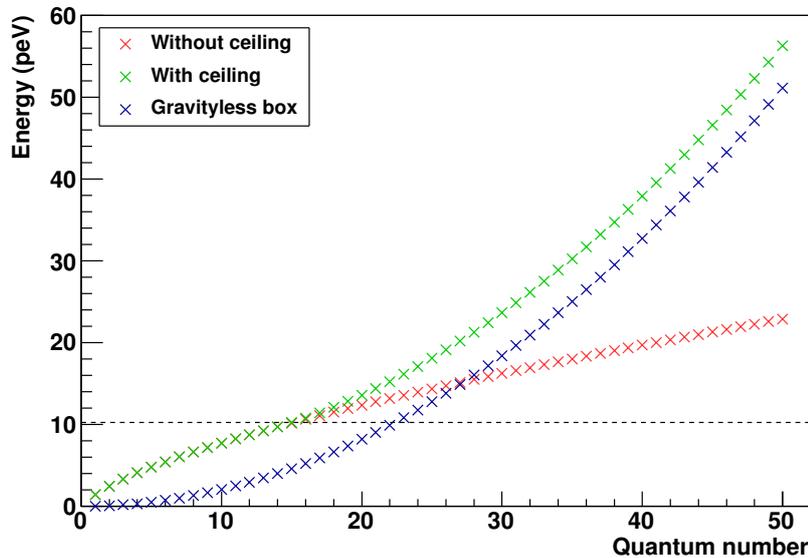
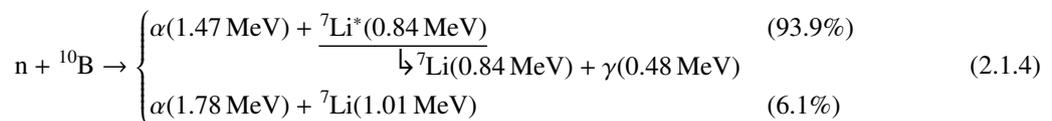


図 2.2 天井の有無による固有エネルギーの違い。低エネルギーでは天井の影響は小さく天井ありの場合と天井なしの場合で固有エネルギーは一致する [3]。

対する吸収断面積は  $8.8 \times 10^5$  barn 程度と大きな値である。中性子吸収後は以下のような反応が生じる。



93.9% の確率で  $\alpha$  線と励起された  ${}^7\text{Li}$  原子核 ( ${}^7\text{Li}^*$ ) を放出し、残りの 6.1% の確率で  $\alpha$  線と  ${}^7\text{Li}$  原子核を放出する。入射中性子として超冷中性子を考えている場合は、反応後の運動エネルギーに対して入射中性子の運動エネルギーが無視できるので、反応後に放出される荷電粒子は正反対に飛び出すことになる。励起された原子核  ${}^7\text{Li}^*$  が放出された場合には半減期約  $10^{-13}$  s で  $\gamma$  線を放出して基底状態になるが、 ${}^7\text{Li}$  の運動量はほとんど変わらないため、この場合も  $\alpha$  線と  ${}^7\text{Li}$  原子核は正反対の方向に出るとみなせる。

実際には、検出器表面に蒸着する  ${}^{10}\text{B}$  層が空気などに触れて劣化することを防ぐため、Ti 層を蒸着させ Ti(20 nm)- ${}^{10}\text{B}$ (200 nm)-Ti(18 nm) としている。また Ti は中性子に対して負のポテンシャル  $\sim -50$  neV を持っているため、中性子を引き込む役割も担っている。

## CCD

CCD 検出器は浜松ホトニクス (株) の FFT-CCD S7030-1008 を使用している。CCD は半導体ピクセル検出器の 1 種であり、この CCD 検出器のピクセル数は 1044(H)  $\times$  256(V)、ピクセルサイズは  $24\mu\text{m} \times 24\mu\text{m}$  である。CCD 検出器に入射した荷電粒子は Si 層でエネルギーを落とし電子・ホール

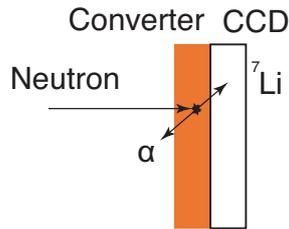


図 2.3 CCD 検出器表面の  $^{10}\text{B}$  層における荷電粒子への変換過程。核反応によって生じる  $\alpha$  粒子と  $^7\text{Li}$  原子核は反対方向に放出される [3]

対を生成する。Si 中における 1 対の電子・ホール対を生成するのに必要なエネルギーは 3.65 eV である。生成された電子は各ピクセルまで輸送され、一時的にピクセルに貯められる。CCD はこのようにして貯められた電荷を読み出し時に 1 ピクセルずつ輸送していき、一か所存在する読み出し口から読み出しを行う。

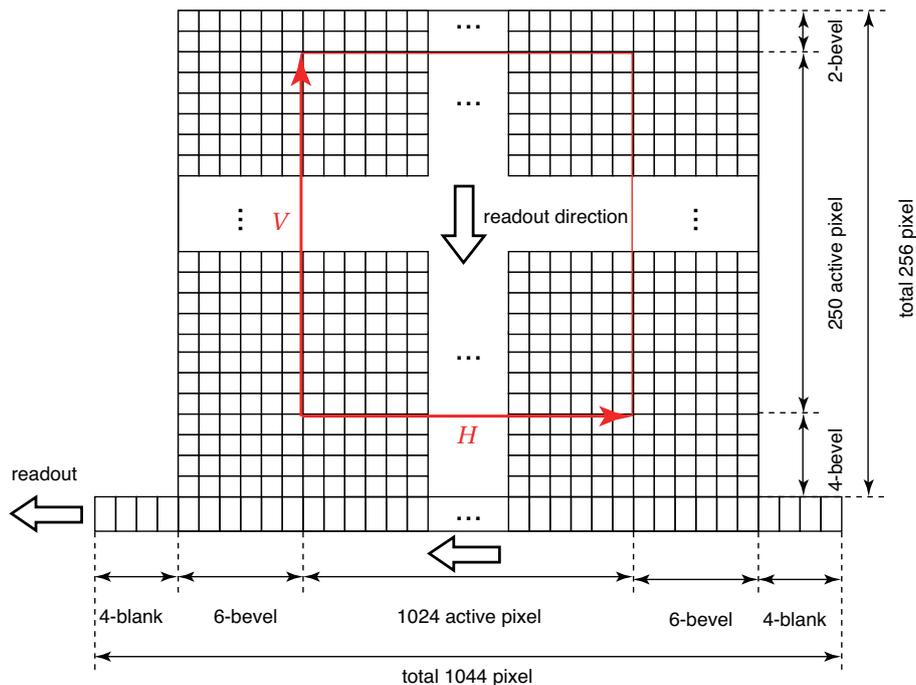


図 2.4 CCD 構造の簡易図 [3]

荷電粒子が CCD 検出器に入射したとき、測定される電荷は複数ピクセルにまたがったクラスター構造になっている。 $\alpha(1.47\text{ MeV})$  が入射した際のシグナルを図 2.5 に示す。この電荷のクラスター構造は入射場所を中心として広がっているため、電荷クラスターの重心を求めることでピクセルサイズ以上の位置分解能を達成することができる。実際、この CCD 検出器のピクセルサイズは  $24\mu\text{m}$  であるが、中性子に対する位置分解能は  $3.35\mu\text{m}$  と測定されている。

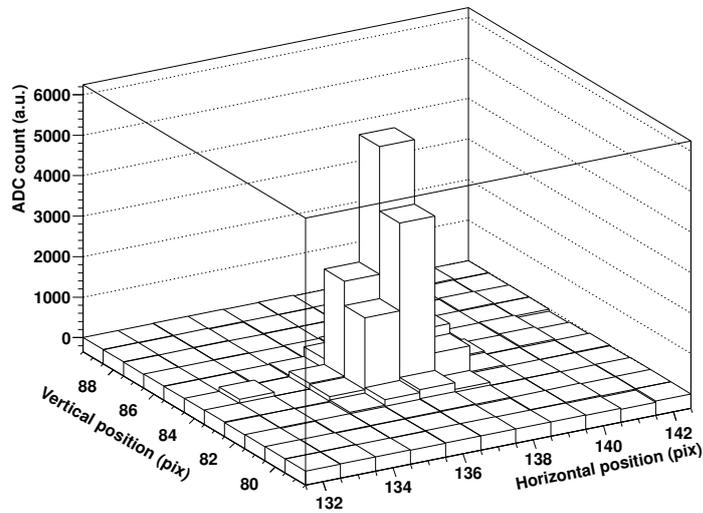


図 2.5 CCD 検出器で測定された  $\alpha(1.47 \text{ MeV})$  の電荷分布 [3]

## 2.2 実験結果

中性子検出器を用いて測定した超冷中性子の位置分布を図 2.6 に示す。図 2.6(a) が観測された中性子の全分布であり、図 2.6(b)(c) がその分布の立ち上がり部分を拡大したものである。図 2.6(b) に量子力学的にフィットした関数が示されていて、各準位の状態が足し合わさることで全体の凹凸を持った分布を構成しており、実験結果をよく再現していることがわかる。図 2.6(c) には古典的なフィットの結果が示されている。古典的なフィットには段差構造が見えているが、これはコリメートガイド出口における縦方向の速度  $v_z$  が  $v_z < 0$  であるか  $v_z > 0$  であるかの違いに由来するものであり、実験結果とは合っていない。

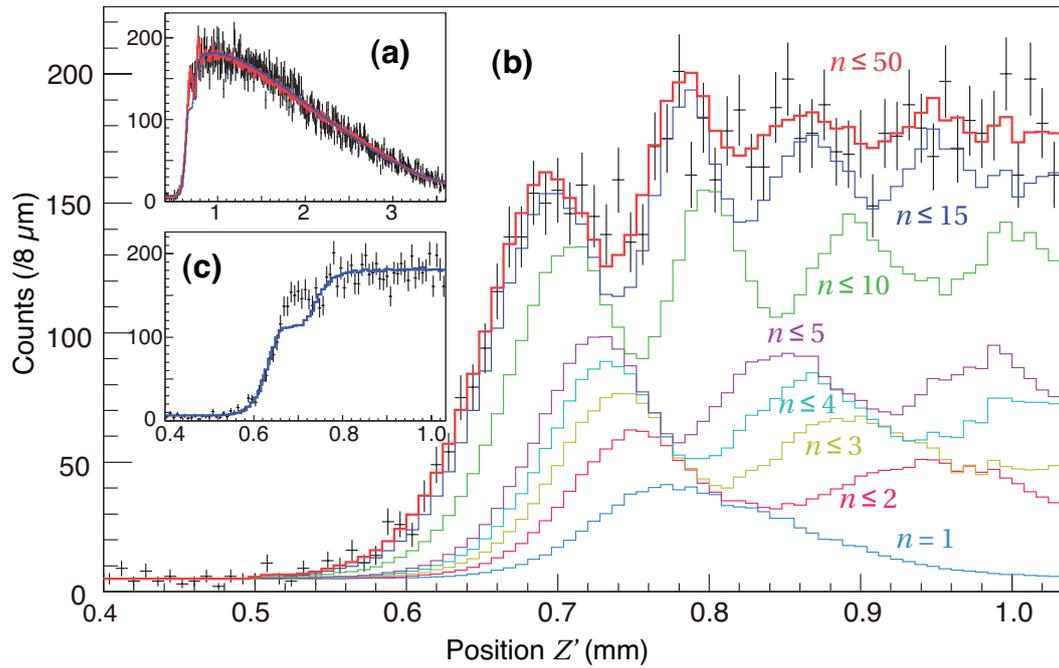


図 2.6 実験結果 (a) 観測された全体の中性子位置分布量子力学的なフィット結果 (赤線) と古典的なフィットの結果 (青線) が書かれている (b) 位置分布の立ち上がり部分を拡大したもの。量子力学的なフィットの結果が示されている。量子力学の固有状態が足し合わさって全体の凹凸が形成されている様子が分かる (c) 位置分布の立ち上がり部分と古典的にフィットしたもの [4]

## 第3章

# 弱い等価原理

### 3.1 弱い等価原理とは

弱い等価原理とは自由落下の普遍性としても知られるものである。

簡単のために  $z$  方向に一様な重力場中を落下する質点を考える。ニュートンの運動方程式は、

$$m_i \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z \quad (3.1.1)$$

と書ける。ここで  $m_i$  は慣性質量であり、 $F_z$  は質点にはたらく  $z$  方向の力である。今、 $z$  方向下向きに重力加速度  $g$  が働いているとすると、

$$F_z = -m_g g \quad (3.1.2)$$

となる。ここで  $m_g$  は重力質量である。したがって (3.1.1), (3.1.2) より  $z$  方向の加速度は

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{m_g}{m_i} g \quad (3.1.3)$$

となる。仮に慣性質量と重力質量が等しい ( $m_i = m_g$ ) とすると、物体によらず加速度が等しくなる。ニュートン力学では慣性質量と重力質量とは独立のパラメータであるが、実験によって両者が等しいことが分かっており、自由落下の普遍性として知られている。

次にこの質点の落下を同じように自由落下している  $x'$  座標系

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y \\ z' &= z + \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

を考える。この座標系から見ると、

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} = \frac{d^2 z}{dt^2} + g = 0 \quad (3.1.5)$$

となる。これは座標変換によって重力を消去できることを表している。アインシュタインはこの事実を一般相対性理論の構築原理としており、座標変換により重力を消去できることを等価原理と呼ぶ。

自由落下の普遍性が成り立つためには、慣性質量と重力質量が等しい必要があり、これを特に弱い等価原理と呼ぶ。

### 3.2 弱い等価原理の検証

弱い等価原理が成り立つ場合でも、実際に決まるのは慣性質量と重力質量が比例関係にあるということだけで重力加速度の定義の仕方に任意性が残る。通常は慣性質量と重力質量を等しいとして重力加速度を定義している。

したがって実験によって弱い等価原理を検証しようとするときは、1つの物体のみで検証することはできず少なくとも2つの物体に対して実験を行う必要がある。そのため弱い等価原理の検証においては Eötvös-parameter と呼ばれる以下の量を用いる。

$$\eta(A, B) = 2 \frac{(m_g/m_i)_A - (m_g/m_i)_B}{(m_g/m_i)_A + (m_g/m_i)_B} \quad (3.2.1)$$

これらは2つの物体 A,B の慣性質量と重力質量の比の差を両者の平均で割った量である。古典的には上記の Eötvös-parameter に対して  $10^{-13}$  の精度で検証された実験が報告されている [5]。

### 3.3 Schrödinger 方程式における弱い等価原理

先の例のように  $z$  方向下向きに一様な重力場 (重力加速度  $g$ ) が存在する場合、Schrödinger 方程式は

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + m_g g z \right] \psi(z, t) \quad (3.3.1)$$

となる。

$$m \equiv m_i = m_g \quad (3.3.2)$$

$$z' = z + \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.3.3)$$

$$\psi'(z', t) = \psi(z, t) e^{\frac{i}{\hbar} (m g t z + \frac{1}{6} m g^2 t^3)} \quad (3.3.4)$$

と座標変換を行うことで

$$i\hbar \frac{\partial \psi'}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \psi'(z', t) \quad (3.3.5)$$

となるから、座標変換によって重力を消去するためには、この場合も慣性質量と重力質量が等しい必要がある。これを Schrödinger 方程式における弱い等価原理と呼ぶが、単体の実験ではいまだ検証がなされていない。

### 3.4 Schrödinger 方程式における弱い等価原理の検証方法

以下のような長さ次元、時間次元を持つ量を導入する。

$$l_0 = \left( \frac{\hbar^2}{2m_i m_g g} \right)^{1/3} \quad (3.4.1)$$

$$t_0 = \left( \frac{2m_i \hbar}{m_g^2 g^2} \right)^{1/3} \quad (3.4.2)$$

これらを用いた無次元パラメータ

$$\zeta = \frac{z}{l_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_0} \quad (3.4.3)$$

を使って (3.3.1) を書き直すと

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \left[ -\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta \right] \psi(\zeta, \tau) \quad (3.4.4)$$

となる。これは (3.4.2) のような量を単位長さおよび単位時間とした場合の運動方程式である。これは逆に言えば、現実の系の運動は (3.4.2) のような長さスケールおよび時間スケールに従っていることを意味する。

先行研究において 2.2 節で説明したように量子力学に特徴的な構造を持った分布が測定されているが、この測定結果からフィッティングなどによって  $l_0$  を求めることができる。しかし、先行研究では鉛直方向の超冷中性子分布を測定したのみで、その時間発展の測定は行っていないため、 $t_0$  を決定することはできない。次章で説明するように、新規のセットアップ、実験手法を用いることで、波動関数 (存在確率分布) の時間発展の測定が可能となる。波動関数の時間発展の測定結果からフィッティングなどによって、 $l_0, t_0$  を決定することができ、さらにこうして決定した  $l_0, t_0$  から以下の量を計算することができる。

$$\frac{2l_0}{t_0^2} = \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{QM}} g \quad (3.4.5)$$

ここで Schrödinger 方程式内の慣性質量と重力質量の比であることを強調するために下付きの QM をつけている。古典的な手法 (たとえば物体の自由落下の加速度測定) によって重力加速度を測定した場合には、古典的な意味での慣性質量と重力質量の比を得ることができる。

$$a = \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{classical}} g \quad (3.4.6)$$

これらを用いることで以下のように Eötvös-parameter を求めることができるので、Schrödinger 方程式内での弱い等価原理の検証となる。

$$\eta(\text{QM, classical}) = 2 \frac{\left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{QM}} g - \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{classical}} g}{\left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{QM}} g + \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{classical}} g} \quad (3.4.7)$$

$$= 2 \frac{\left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{QM}} - \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{classical}}}{\left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{QM}} + \left( \frac{m_g}{m_i} \right)_{\text{classical}}} \quad (3.4.8)$$

## 第 4 章

# 実験シミュレーションによるセットアップの最適化と到達感度計算

3.4 節で説明したように地球重力場による超冷中性子の束縛状態の存在確率分布の時間発展を測定することによって弱い等価原理の検証を行うことができる。

波動関数の時間発展を測定する方法としては2つの方法が考えられた。チョッパー方式と検出器移動方式である。以下の節でそれぞれの方法について詳述する。またどちらの手法が弱い等価原理の検証を目指す上で優れているかを決定するために、実験シミュレーションを行った。その結果、チョッパー方式のほうが優れていることが分かった。この詳細についても述べる。

### 4.1 実験セットアップ

実験セットアップの内、超冷中性子が初めに入射するコリメートガイドについては2章で説明した先行実験と同様である。コリメートガイド中では重力と床の束縛状態の内、低準位に対応する成分のみが生き残る。

検出器については先行実験では CCD 検出器の表面に  $^{10}\text{B}$  を蒸着したものをを用いたが、今回も同様にベースとなる荷電粒子に対して位置分解能を持つ検出器の表面に  $^{10}\text{B}$  を蒸着して超冷中性子の検出器とすることを考えている。

波動関数の時間発展の測定のために、超冷中性子が進む床のガラス 1 箇所段差を施す。段差に到達した超冷中性子は古典的には落下することになるが、量子力学的にはこの段差によるポテンシャルの変化によって波動関数の時間発展が引き起こされる。

段差がない場合でももちろん Schrödinger 方程式に従って波動関数の時間発展をしているが、段差があることでより激しい波動関数の時間発展が起こる。また実験によって測定できるのは中性子の位置分布のみであるが、これは全中性子の存在確率分布 (波動関数の 2 乗) の平均に対応しているため、この位置分布は超冷中性子の速度のばらつきのためにしばらくすると定常状態になってしまい時間発展を測定できない。したがって時間発展の測定のためには段差の直後の位置分布を測定する必要がある。

### 4.1.1 検出器移動方式

検出器移動方式では段差から検出器までの距離を変えて測定を行う。超冷中性子はある速度を持っているため、段差と検出器の距離が変わると、段差を通過してから検出器に到達するまでの時間が変わるため、時間発展を測定することができる。超冷中性子の速度は分布を持っている(図 4.2)ため、実際に測定される分布はこの速度分布で平均したものになる。

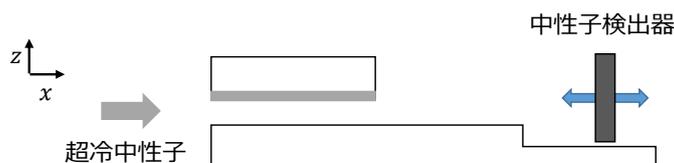


図 4.1 検出器移動方式のセットアップ

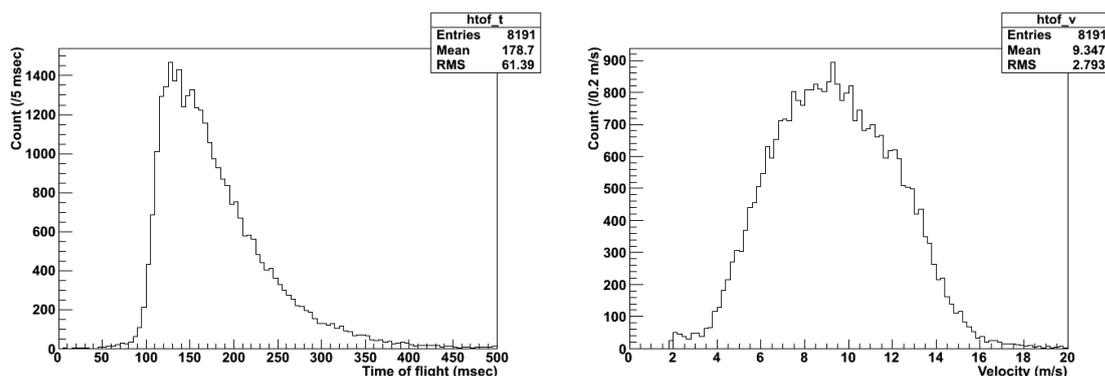


図 4.2 超冷中性子の速度分布の例: 2 章で説明した ILL での実験での超冷中性子の TOF 分布とそこから計算した速度分布 [3]

### 4.1.2 チョッパー方式

チョッパー方式では検出器移動方式と異なり段差と検出器の間の距離を一定にする。時間発展情報を得るために超冷中性子が持っている速度分布を利用する。異なる速度を持った超冷中性子は、段差を通過してから検出器に到達するまでの時間が異なるので両者を区別することができれば段差を通過後の波動関数の時間発展を追うことができる。このために新しく中性子チョッパーと時間分解能を持った超冷中性子検出器を用いることを考える。中性子チョッパーは超冷中性子の入射タイミングを制御するデバイスであり、5ms ほどの開口時間を持ったものが実用化されている。中性子チョッパーが開いている時間に通過した超冷中性子はその速度分布分布に従った速度のばらつきがあるため、段差を通過して検出器に到達するまでに広がりを持ち、検出器に到達するまでの時間も分布 (TOF 分布) を持つ。速い速度を持つ超冷中性子はより早く検出器に到達し、遅い速度を持つ超

冷中性子はより遅く到達する。したがって時間分解能を持つような検出器を用いることで超冷中性子の速度を区別することができ、波動関数の時間発展情報を得ることができる。

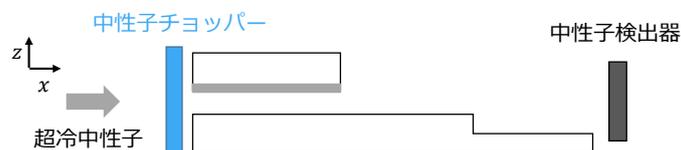


図 4.3 チョッパー方式のセットアップ

### 4.1.3 両方式の比較 -長所と短所-

検出器移動方式とチョッパー方式の両者を比較した場合の長所と短所について考える。

検出器移動方式の場合は中性子チョッパーを用いて超冷中性子の入射を制限しないため、ビームラインの中性子を余すところなく活用できるため、統計数はチョッパー方式の場合より多く得ることができる。検出器の位置をその都度変えて測定を行うわけだが、この場合、段差を通過してから検出器に到達するまでの時間は中性子の速度分布に従った分布を持つため、測定で得られる分布はこの速度分布で加重平均したものである。

チョッパー方式の場合は逆のことであるが、まずチョッパーを用いているために開口時間と閉口時間の比(デューティサイクル比)の分だけ、統計数を無駄にする。しかし実験では中性子チョッパーから検出器に到達するまでの時間を測定することができ、これから段差通過後の時間も決定することができる。これは時間発展の情報を得る目的に合致していて、検出器移動方式の場合より精度がよくなると考えられる。

このように検出器移動方式とチョッパー方式では長所と短所があるため、実験シミュレーションを用いて、両方式の弱い等価原理の検証精度を求めた。

## 4.2 実験シミュレーションの方法

実験シミュレーションは計算機を用いた数値計算によって行った。計算の概要について説明する。

### コリメートガイド入射時の超冷中性子

コリメートガイド内では 2.1.1 節で説明したように以下のポテンシャルの Schrödinger 方程式に従って波動関数は時間発展する。

$$V(z) = \begin{cases} \infty & (z \leq 0) \\ mgz & (0 < z < h) \\ \infty & (z \geq h) \end{cases} \quad (4.2.1)$$

このポテンシャルにおける固有関数 ( $\psi_n(z)$ ) および固有エネルギー ( $E_n$ ) を用いると波動関数は

$$\Psi(z, t) = \sum_n a_n \psi_n(z) \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right) \quad (4.2.2)$$

と書ける。存在確率分布はこの波動関数の絶対値の2乗であり、

$$|\Psi(z, t)|^2 = \sum_n |a_n|^2 |\psi_n(z)|^2 + \sum_{n \neq m} a_n a_m^* \psi_n \psi_m^* \exp\left(-i \frac{E_n - E_m}{\hbar} t\right) \quad (4.2.3)$$

と書ける。実際に測定される超冷中性子の位置分布は上記の存在確率分布の平均であるが、通常考えるようなインコヒーレントな (位相が揃っていない) 入射中性子を仮定したとき

$$\langle a_n a_m^* \rangle = 0 \quad (4.2.4)$$

となるから、結局、存在確率分布は

$$|\Psi(z, t)|^2 = \sum_n |a_n|^2 |\psi_n(z)|^2 \quad (4.2.5)$$

と書け時間発展項が落ちた形になる。さらにこの形は各固有状態の混合状態であるので、以後の計算はこれらの固有状態について個別に計算を行い、最終的に導き出される結果を足しあわせる。残る問題は  $|a_n|^2$  の決定であるが、今、興味のある低準位の状態はそのエネルギーが数 peV - 数十 peV であり超冷中性子が持っている運動エネルギー (数十 neV) よりも格段に小さいため、入射時は  $|a_n|^2$  が  $n$  に依らず、各束縛状態が一様に存在しているとする。

## コリメートガイド中の超冷中性子

2.1.1 節で説明したようにコリメートガイド中では天井に到達するような高準位の成分は天井の表面粗さに由来する乱反射によって除去される。この現象を定量的に扱うために、[4],[3] に準じて以下のような現象論的な手法を用いる。

コリメートガイドによる単位時間あたりの第  $n$  準位の減少割合が以下の量に比例するとする。

$$\int_{h-2\delta}^h |\psi_n(z)|^2 dz \quad (4.2.6)$$

ここで  $h$  は天井の高さ、 $\delta$  は天井の表面粗さの算術平均であり、 $2\delta$  は粗さ部の平均厚さに対応する。したがってこの量は、天井の粗さ部に存在する確率を表している。このときコリメートガイド入射時に存在した第  $n$  準位の成分が出口まで到達する確率は

$$\exp\left(-\gamma \frac{l}{v_x} \int_{h-2\delta}^h |\psi_n(z)|^2 dz\right) \quad (4.2.7)$$

となる。ここで  $l$  はコリメートガイドの長さ、 $v_x$  は水平方向の速度である。 $\gamma$  は減少レートの比例係数であり、シミュレーションには先行実験での値  $\gamma = 9.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [4] を使用している。

コリメートガイド出口から検出器まで

コリメートガイドの出口および時間発展の測定のために設置した段差部を超冷中性子が通過するとき、中性子が感じるポテンシャルが変化する。このポテンシャルの変化の取り扱いについては **sudden approximation** を適用する。**Sudden approximation** ではポテンシャル変化の前後で波動関数に変化しないとする。

一般にポテンシャル変化前 ( $t < 0$ ) のハミルトニアンを  $H$ 、ポテンシャル変化後 ( $t > 0$ ) のハミルトニアンを  $H'$  としてそれぞれの固有関数および固有エネルギーを以下のように書く。

$$H\psi_n(z) = E_n\psi_n(z) \quad (4.2.8)$$

$$H'\psi'_\mu(z) = E'_\mu\psi'_\mu(z) \quad (4.2.9)$$

このときポテンシャル変化前後の一般的な波動関数は以下のように書ける。

$$\Psi(z, t) = \begin{cases} \sum_n a_n \psi_n(z) \exp\left(-\frac{iE_n t}{\hbar}\right) & (t < 0) \\ \sum_\mu b_\mu \psi'_\mu(z) \exp\left(-\frac{iE'_\mu t}{\hbar}\right) & (t > 0) \end{cases} \quad (4.2.10)$$

**Sudden approximation** ではポテンシャル変化時 ( $t = 0$ ) に波動関数に変化しないことを要請するので

$$\sum_n a_n \psi_n(z) = \sum_\mu b_\mu \psi_\mu(z) \quad (4.2.11)$$

を満たす必要がある。またポテンシャル変化後の係数  $b_\mu$  をポテンシャル変化前の係数  $a_n$  を用いて表すと

$$b_\mu = \sum_n a_n \langle \mu | n \rangle \quad (4.2.12)$$

$$= \sum_n a_n \int \psi_\mu^{*'}(z) \psi_n(z) dz \quad (4.2.13)$$

となる。

### 4.3 シミュレーション結果と実験パラメータの最適化

前節で説明した手法を用いて検出器移動方式とチョッパー方式のそれぞれについてシミュレーションを行い得られる超冷中性子分布を求めた。検出器移動方式については、検出器の段差からの距離に応じて複数の分布を求め、チョッパー方式については実際の実験で得られるデータに対応するように連続的に時間変化する分布を求めた。両者ともに分布を求める際には入射中性子の水平速度分布を決める必要があるが、これは2011年のILLでの実験の際の分布(図4.2)を参考にし、平均速度が9.4 m/sで標準偏差が2.8 m/sの正規分布に従うとしている。

#### 最適化の指標 $\beta$

実験パラメータの最適化を行うために最適化の指標として  $\beta$  という量を定義する。

弱い等価原理の検証を目指すため、その最適化の指標としては、 $m_i = m_g$  の場合の分布と  $m_i \neq m_g$  の場合の分布の差異を定量的に評価できる量が望まれる。簡単のため、慣性質量と重力質量の比を

$$\kappa \equiv \frac{m_g}{m_i} \quad (4.3.1)$$

と定義する。 $\kappa$  を変化させたときの分布  $f(\mathbf{x}; \kappa)$  はシミュレーションによって求められている。ここで  $\mathbf{x}$  は高さ方向  $z$  のみでなく、検出器移動方式の場合は段差と検出器の距離  $d$ 、チョッパー方式の場合は時間  $t$  の自由度を含むことを意味する。弱い等価原理が成り立っている ( $\kappa = 1$ ) 場合の分布を

$$f_0(\mathbf{x}) \equiv f(\mathbf{x}; \kappa = 1) \quad (4.3.2)$$

として、 $f_0(\mathbf{x})$  と  $f(\mathbf{x}; \kappa)$  の間の差異を定量的に評価したい。このような量として、初めに尤度関数 (likelihood function) が考えられる。尤度関数を最尤推定 (maximum likelihood estimation) に用いるときは最大の  $L$  を取る理論を最も尤もらしいとする。今は  $L$  の代わりに  $-\log L$  を用いるが、この場合は尤もらしい分布に対する値は小さくなる。一般に  $n$  パターンある事象 (事象 1, 事象 2, ..., 事象  $n$ ) がそれぞれ  $N_1, N_2, \dots, N_n$  回ずつ起こったとき、ある理論でそれぞれの事象の起こる確率が  $p_1, p_2, \dots, p_n$  と予言されているとき、その理論の  $-\log L$  は

$$-\log L = -\sum_{i=1}^n N_i \log p_i \quad (4.3.3)$$

であるから、これを連続化した形として以下の量が  $f_0(\mathbf{x})$  と  $f(\mathbf{x}; \kappa)$  の間の差異を表している量と考えることができる。

$$-\int f_0(\mathbf{x}) \log f(\mathbf{x}; \kappa) d\mathbf{x} \quad (4.3.4)$$

弱い等価原理が成り立っているとき実験値は  $f_0(\mathbf{x})$  に従うので、この場合上記の量は  $-\log L$  の平均的な実現値だと考えられる外れな量ではないことが分かる。この量を用いて最適化の指標とするためにはより普遍的な量にする必要がある。まず弱い等価原理が成り立っている ( $\kappa = 1$ ) 場合の値を 0 としたいので、 $\mu = -\int f_0(\mathbf{x}) \log f_0(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$  で引いて

$$-\int f_0(\mathbf{x}) \log f(\mathbf{x}; \kappa) d\mathbf{x} - \mu \quad (4.3.5)$$

とする。次に統計的なふらつきを表す量で割って規格化を行いたい。統計的なふらつきを考えるために実際の実験によせて考える。 $f_0(\mathbf{x})$  の分布に従っている事象が  $N$  回観測するとする。このときそれぞれの事象が実現する値  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N$  は確率変数であり、( $f_0(\mathbf{x})$  の分布に従うという) 自身の理論に対する  $-\log L$  も以下のように確率変数となる。

$$-\log L = -\sum_{i=1}^N \log f_0(\mathbf{X}_i) \quad (4.3.6)$$

この  $-\log L$  の分散を求めると、確率変数  $X_1, X_2, \dots, X_N$  はそれぞれ独立だから

$$\begin{aligned}
 V[\log L] &= V\left[-\sum_{i=1}^N \log f_0(X_i)\right] \\
 &= \sum_{i=1}^N V\left[-\log f_0(X_i)\right] \\
 &= N \left\{ E\left[\left(-\log f_0(X_1)\right)^2\right] - E\left[-\log f_0(X_1)\right]^2 \right\} \\
 &= N \left\{ \int f_0(x) \left(\log f_0(x)\right)^2 dx - \left( \int f_0(x) \log f_0(x) dx \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{4.3.7}$$

となる。この結果から統計的なふらつきを表す量としては

$$\sigma = \sqrt{\int f_0(x) \left(\log f_0(x)\right)^2 dx - \mu^2} \tag{4.3.8}$$

を採用する。したがって最適化の指標としては

$$\frac{-\int f_0(x) \log f(x; \kappa) dx - \mu}{\sigma} \tag{4.3.9}$$

を用いることが考えられる。実際にはさらに、この式を  $\kappa = 1$  の近傍で Taylor 展開したときに 0 次、1 次の項が消えることから、 $\kappa = 1 + \delta\kappa$  として

$$\beta = \frac{-\int f_0(x) \log f(x; \kappa) dx - \mu}{\sigma \delta\kappa^2} \tag{4.3.10}$$

という  $\kappa$  に依存しない量を用いて最適化を行った。

### 実験方式の決定

上述した  $\beta$  をシミュレーションによって求めた超冷中性子分布を使って、チョッパー方式、検出器移動方式のそれぞれについて同様のセットアップのもとで計算した結果を示す。

$$\frac{\beta_{\text{チョッパー式}}}{\sqrt{40}} = 8.8 \tag{4.3.11}$$

$$\beta_{\text{検出器移動式}} = 1.6 \tag{4.3.12}$$

シミュレーションではチョッパー方式のチョッパーの時間サイクルとして開口時間 (5ms)-閉口時間 (195ms) を考えているので、 $\beta_{\text{チョッパー式}}$  をそのデューティ比 40 の平方根で除している。この値から  $\beta_{\text{チョッパー式}}/\sqrt{40} > \beta_{\text{検出器移動式}}$  であり弱い等価原理の検証精度を考えた場合、チョッパー方式のほうが検出器移動方式より優れていることが分かった。

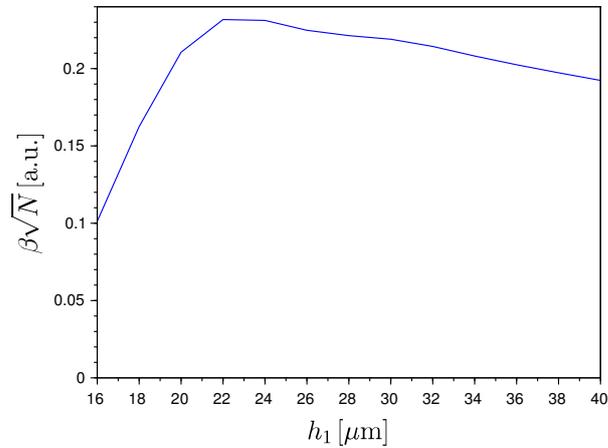


図 4.5  $h_1$  に対する最適化。 $h_1$  を変えると入射中性子数が変わるためそれを考慮して  $\sqrt{N}$  をかけている

#### 実験パラメータの最適化

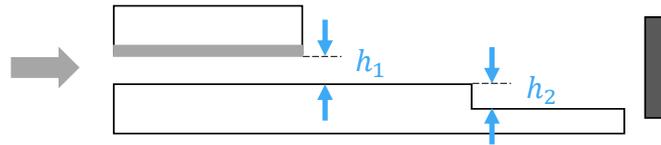


図 4.4 コリメートガイドの天井の高さ  $h_1$  と段差の高さ  $h_2$

この  $\beta$  を用いて、弱い等価原理の検証で重要なパラメータだと考えられるコリメートガイドの天井の高さ  $h_1$  および段差の高さ  $h_2$  (図 4.4) について最適化を試みた。 $\beta$  の  $h_1, h_2$  依存性のグラフを図 4.5、図 4.6 に示す。 $h_1$  を変えると、得られる分布の形だけでなく入ってくる超冷中性子の数も変化するため、それを考慮して図 4.5 については  $\beta\sqrt{N}$  ( $N$  は入射中性子数) を示している。図 4.5、図 4.6 より実験パラメータを

$$\begin{aligned} h_1 &= 22 \mu\text{m} \\ h_2 &= 40 \mu\text{m} \end{aligned} \tag{4.3.13}$$

と決定した。 $h_1$  については  $\beta\sqrt{N}$  が最大となる量を求めている。 $h_2$  については、ある程度段差が高い場合 ( $h_2 > 6 \mu\text{m}$ ) には  $\beta$  はあまり変化しなかったため、代表的な値を 1 つ選んで決定した。図 4.6 を見ると、 $\beta$  の  $h_2$  に対する依存性は  $6 \mu\text{m}$  程度のスケールの構造を持つが、これは (1.4.7), (3.4.1) のような  $m_i = m_g = 939.6 \text{ MeV}/c^2$  を仮定した場合の波動関数の高さスケールと同程度であり矛盾をきたさない。

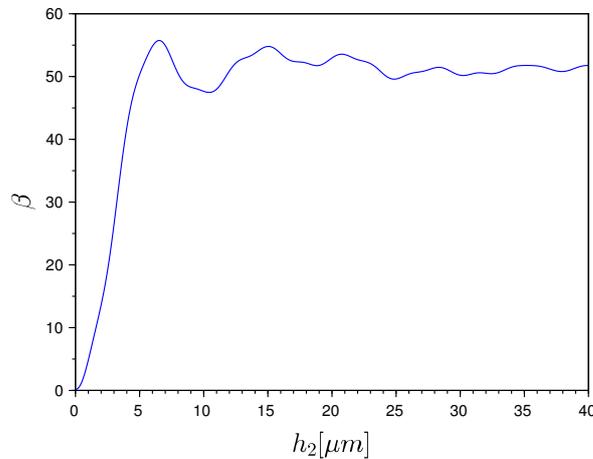


図 4.6  $h_2$  に対する最適化

#### 4.4 実験シミュレーション結果

実験シミュレーションで計算した超冷中性子の位置分布を検出器移動方式、チョッパー方式でそれぞれ一例ずつ示す (図 4.9, 図 4.10, 図 4.11, 図 4.12)。セットアップパラメータについては  $h_1, h_2$  については最適化の結果 (4.3.13) を用いている。その他のパラメータについては現実的なものを 1 つ選んだ。具体的にはコリメートガイドの長さを 20 cm、コリメートガイドの出口から段差までの距離を 60 cm、チョッパー方式におけるチョッパーの開口時間 5 ms、段差から検出器までの距離 20 cm などである。

#### 4.5 弱い等価原理の検証精度

前述のように実験シミュレーションを用いてチョッパー方式が検出器移動方式よりも弱い等価原理の検証精度が高いことを示し、さらに実験パラメータの最適化を行った。こうして決定した実験セットアップに対して、シミュレーションによって得られた超冷中性子の分布を用いて弱い等価原理の検証精度を求めた。精度の求め方についてはモンテカルロ・シミュレーションで生成したデータを実際の実験データの解析と同様にして 90% C.L. の信頼区間を構成してその平均値を求めた。信頼区間の具体的な構成の仕方については参考文献 [6] に従って行った。結果を図 4.7 に示す。超冷中性子の統計数としては  $N = 10^5$  として計算している。図 4.7 の横軸は検出器の位置分解能を表している。先行実験で使われてた CCD 検出器では位置分解能が  $3.35 \mu\text{m}$  であるので、この場合は  $5 \times 10^{-4}$  の精度で弱い等価原理を検証できることを示している。ただしチョッパー方式で実験を行う場合は、検出器に数 ms の時間分解能が求められるため、この CCD 検出器をそのまま用いることはできないことを注意しておく。

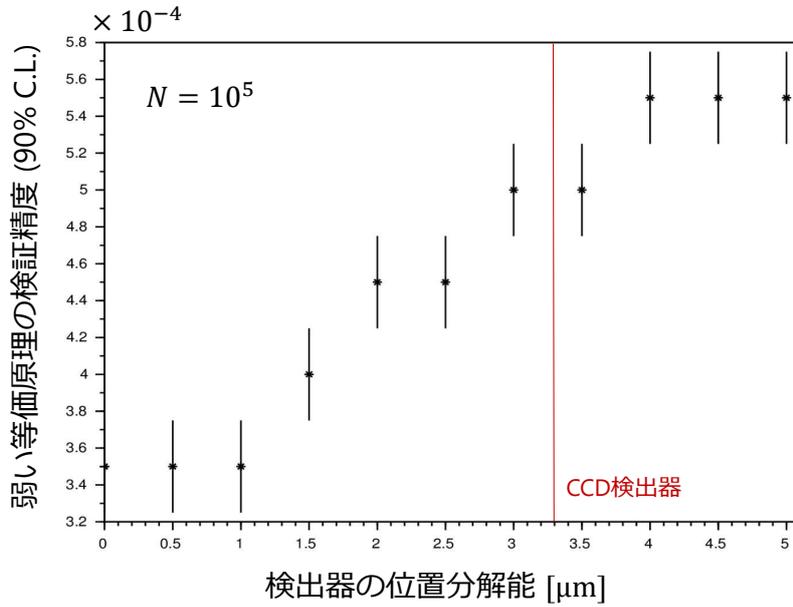


図 4.7 弱い等価原理の検証精度 統計数は  $N = 10^5$  を仮定した (エラーバーは計算の誤差を表す)

図 4.7 から検出器の位置分解能がよいほど弱い等価原理の検証精度がよいことがわかるが、それほど位置分解能依存性がないことが分かる。図 4.8 に  $m_i/939.6\text{MeV}-m_g/m_i$  を考えた場合の信頼区間の概形を示している。チョッパー方式の場合は実験による決定精度は  $m_g/m_i$  のほうが  $m_i$  より 2 倍程度よいことが分かる。

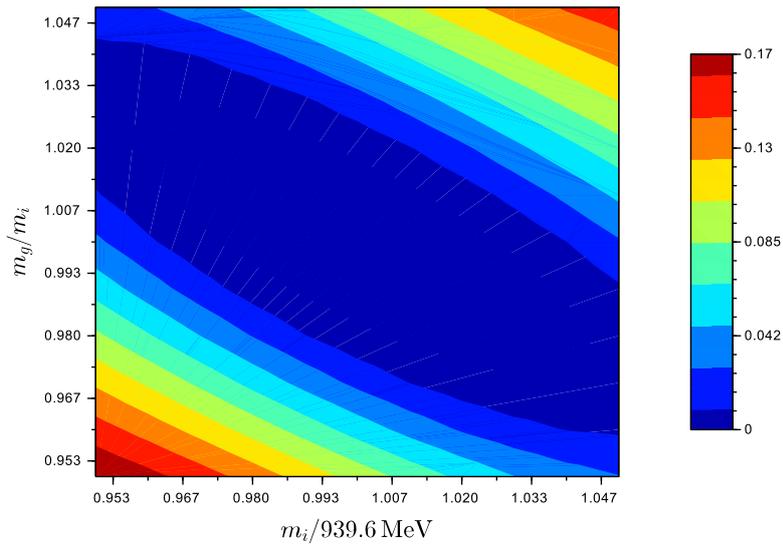


図 4.8 信頼区間の概形。z 軸の値は意味を持たない。

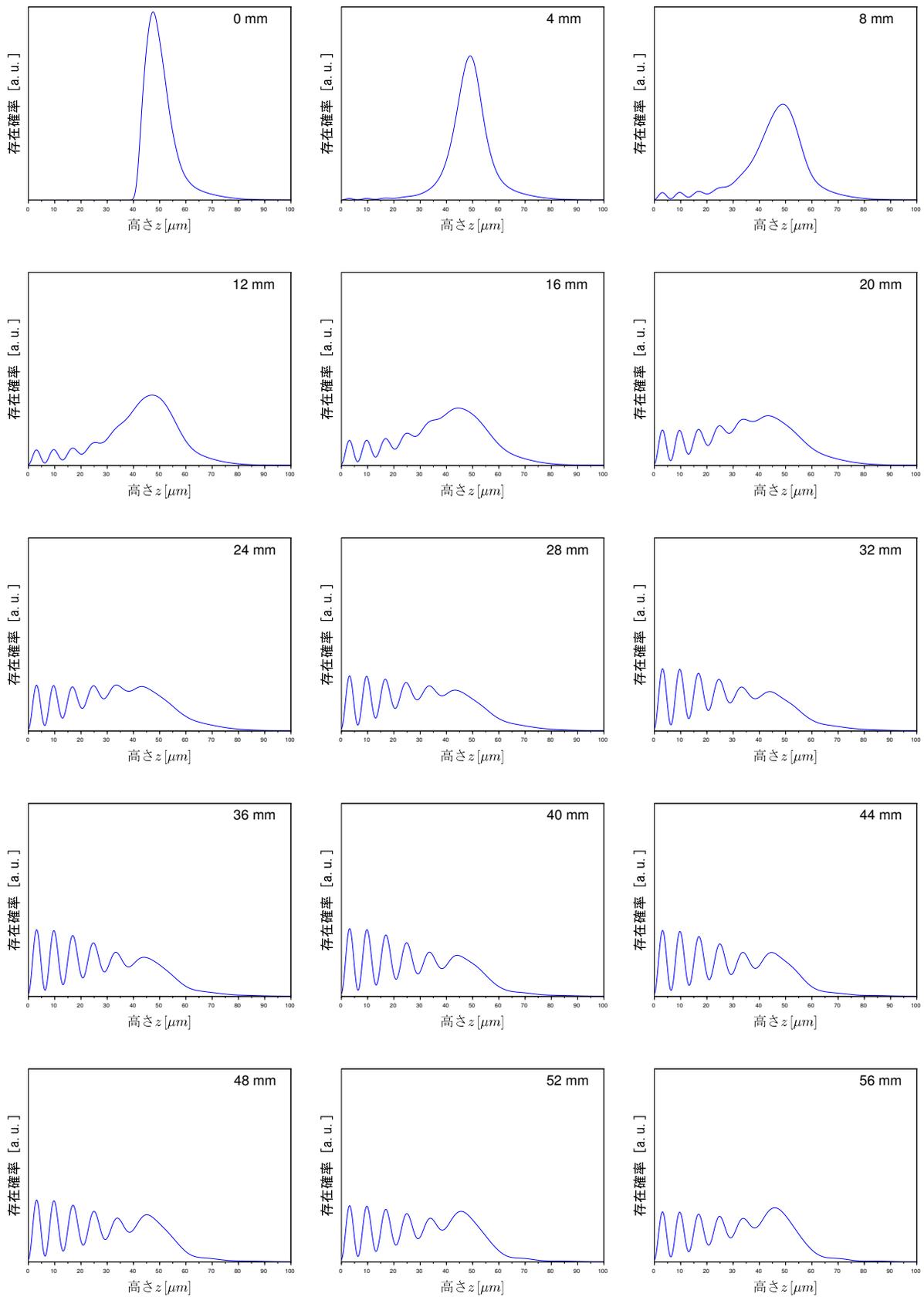


図 4.9 検出器方式の場合の実験シミュレーション (0 mm - 56 mm)

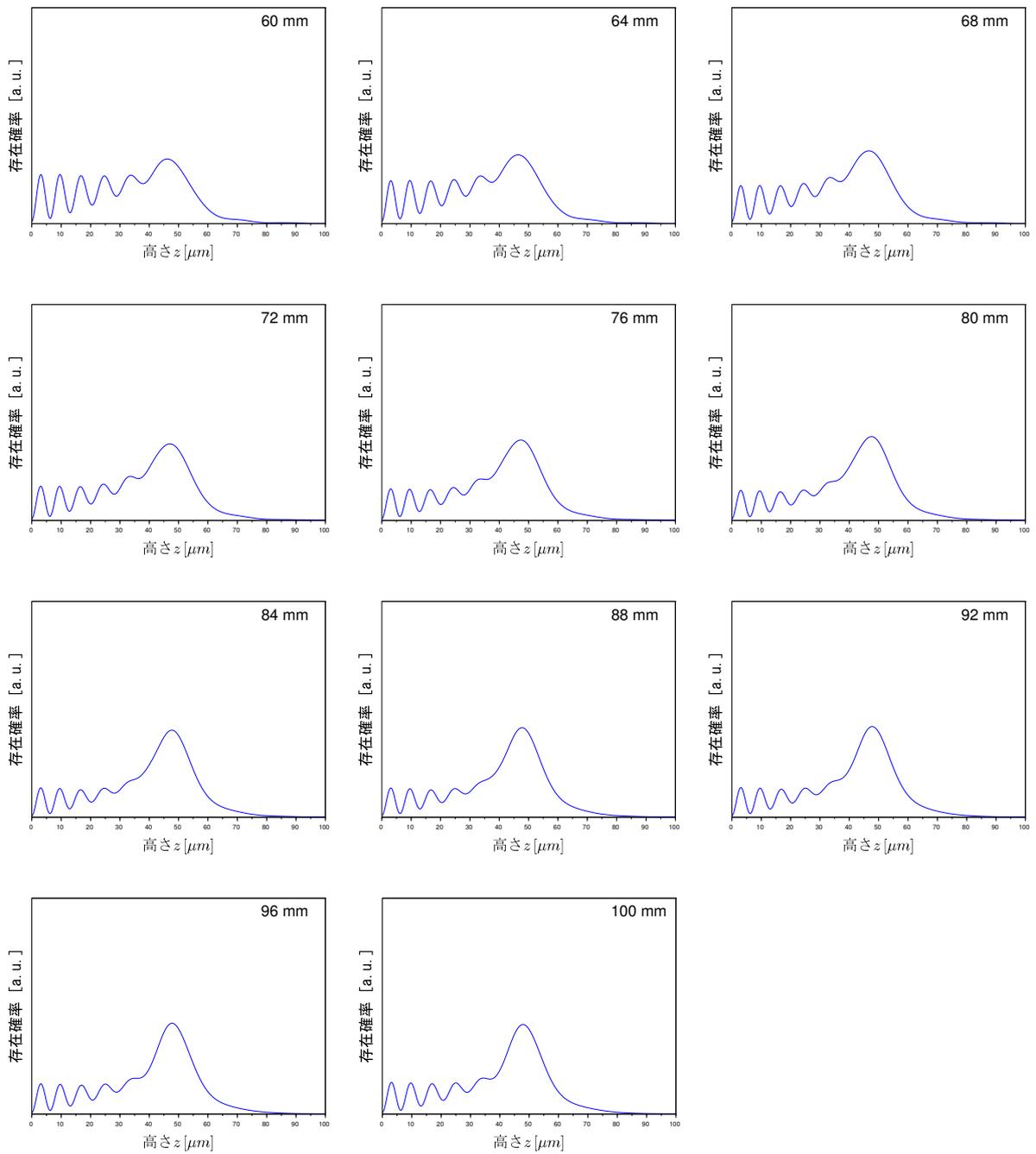


図 4.10 検出器移動方式の場合の実験シミュレーション (60 mm - 100 mm)

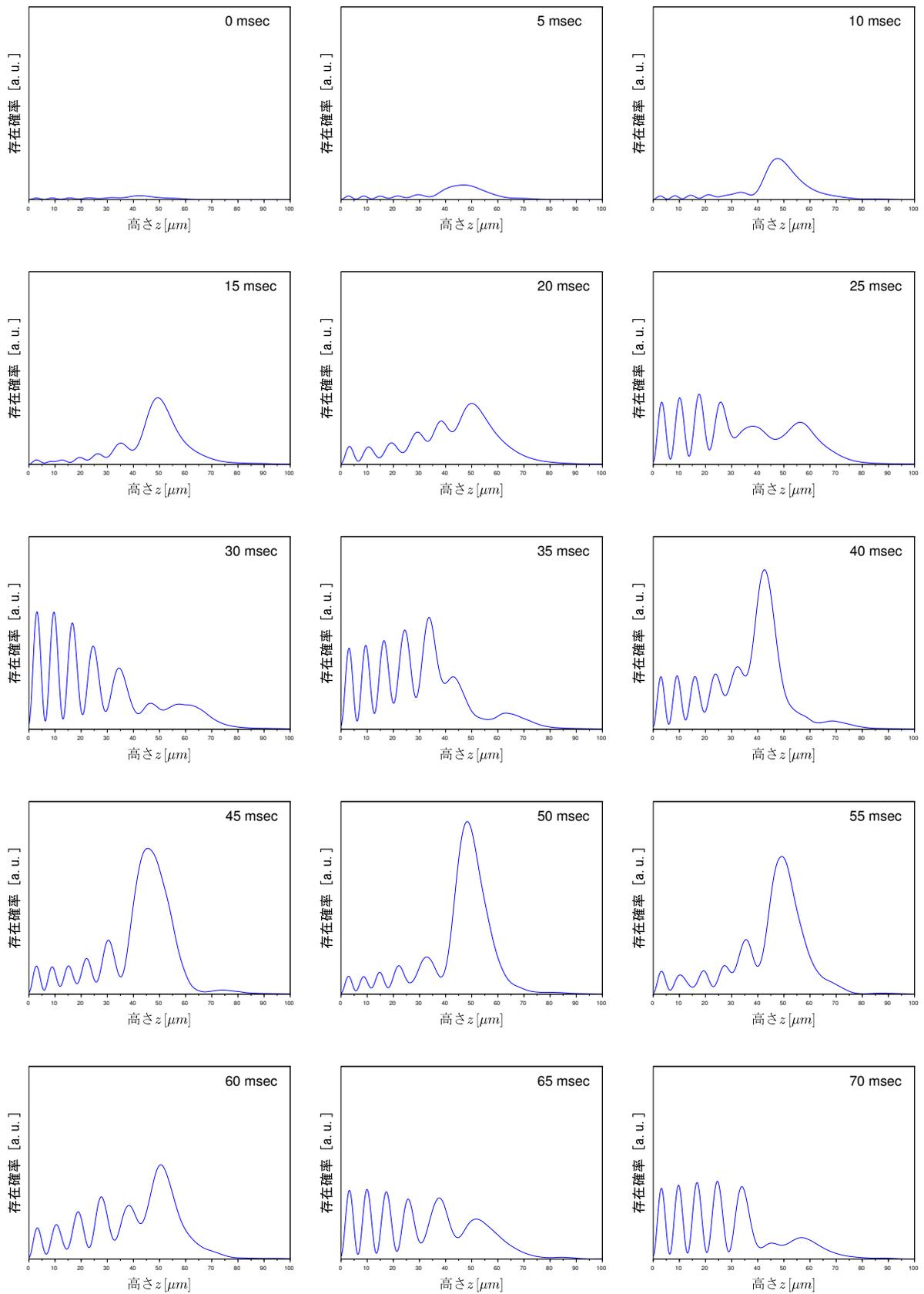


図 4.11 チョッパー方式の場合の実験シミュレーション (0 msec - 70 msec)

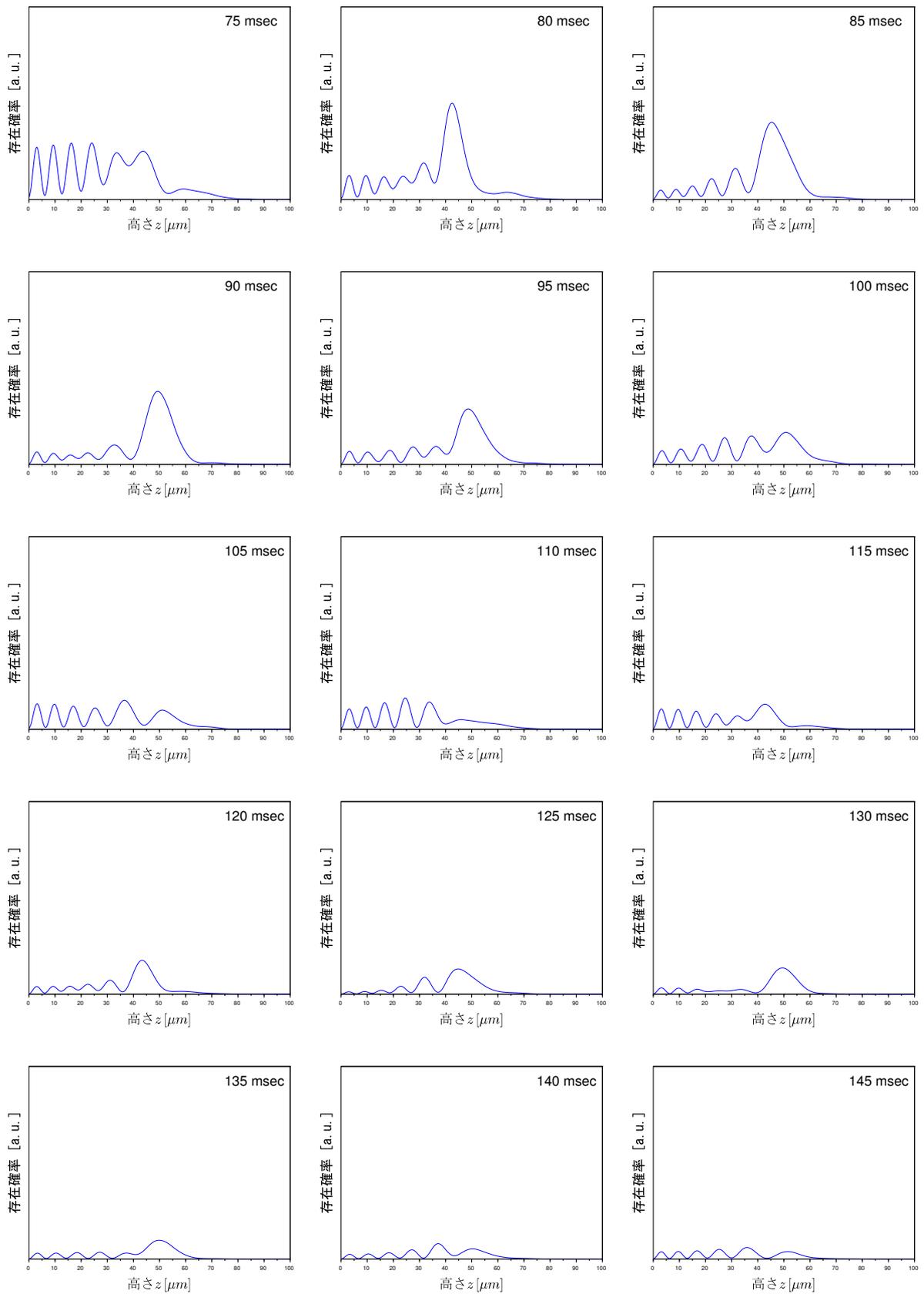


図 4.12 チョッパー方式の場合の実験シミュレーション (75 msec - 145 msec)

## 第 5 章

# J-PARC MLF での超冷中性子のガラス表面での反射率測定

茨城県那珂郡東海村にある大強度陽子加速器施設 J-PARC、物質・生命科学実験施設 (MLF) BL05 にて 2016 年 11 月の 3 日間、ガラス表面での超冷中性子の反射率測定を目的とした実験を行った。このガラスはコリメートガイドに使用するためのもので、ガラス表面での反射率の垂直速度依存性の測定と、ガラスの表面粗さによる反射率への影響を評価するために行った (5.2 節で詳細を述べる)。

### 5.1 実験環境・施設

#### 5.1.1 物質・生命科学実験施設 (MLF) BL05

J-PARC の物質・生命科学実験施設 (Materials and Life Science Experiment Facility, MLF) では 3GeV 陽子シンクロトロン RCS(Rapid Cycling Synchrotron) から来る 25 Hz のパルスビームをターゲットに当てスパレーション (核破砕) 反応によって中性子を生成、さらに液体水素などからなるモデレータ (減速材) によって減速させて利用している。

多層膜ミラーを用いた中性子ガイドによって BL05 まで輸送された中性子は多層膜ベンディングガイドによって偏極ライン、非偏極ライン、低発散ラインの 3 つに分岐される。今回の実験のようにドップラーシフターを使って超冷中性子を生成する際は非偏極ビームラインが使用される。図 5.1 に中性子輸送用の多層膜ガイドと非偏極ラインおよびドップラーシフターの配置図を示す。

非偏極ビームライン出口での中性子のフラックスを図 5.2 に示す [7]。これは図 5.1 の非偏極ビームのガイド出口に検出器を設置して測定されたもので、ガイドのみ (40 mm (幅)×50 mm(高さ)) の場合とコリメータ ( $\phi$  10 mm) を置いて測定した場合の 2 通りの測定結果が示されている。このフラックスの値は実際に測定されたフラックスではなく、J-PARC RCS の目標パワーである 1 MW の値に換算されていることを注意しておく。

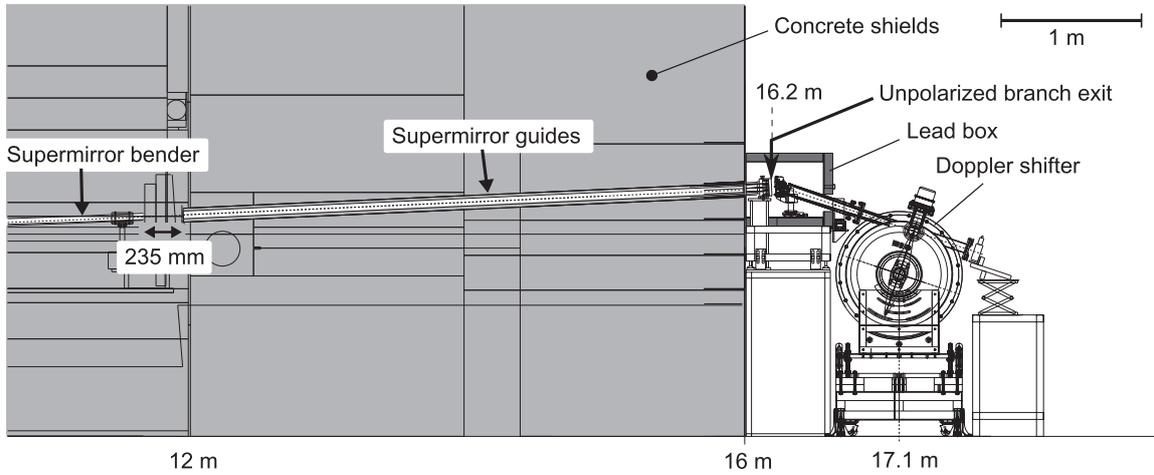


図 5.1 J-PARC MLF BL05 での多層膜ガイド出口とドップラーシフターの配置でモデレーターからの距離が付記されている。この図で中性子は左から右に輸送される。[7]

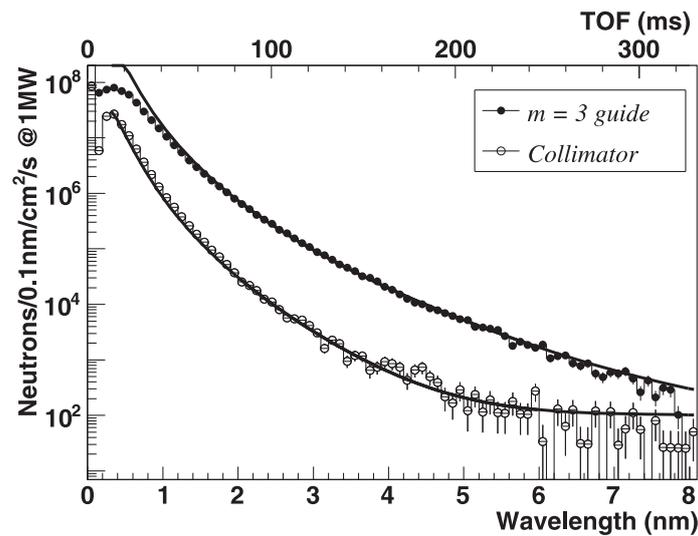


図 5.2 J-PARC MLF BL05 非偏極ビームラインでの中性子フラックス [7]

### 5.1.2 ドップラーシフターによる超冷中性子の生成

超冷中性子以上の速度を持つ中性子は通常の物質にあたった際は透過もしくは吸収されてしまう。しかし多層膜構造を持つ反射鏡(スーパーミラー)ではブラッグ反射が起きるため、超冷中性子よりも速度の速い中性子に対して反射を起こすことが可能である。一般に速度  $v$  を持つ中性子が速度  $v_m$  で移動する鏡の表面で反射したとき、鏡表面の法線ベクトルを  $n$  とすると、反射後の中性子の速度

$v_r$  は

$$v_r = v + 2|(\mathbf{v} - \mathbf{v}_m) \cdot \mathbf{n}| n \quad (5.1.1)$$

となる。したがって速度  $v$  を持つ中性子が  $v_m = v/2$  で移動する鏡表面に垂直に衝突した場合には、反射後の速度が 0 となる ( $v_r = 0$ )。このような原理で中性子の速度を 6.8 m/s 以下にして超冷中性子を生成するものをドップラーシフターという。

先述したように J-PARC MLF BL05 のドップラーシフターは非偏極ビームの出口に設置して使用する。このドップラーシフターを図 5.3 に示す。ドップラーシフターの内部に 325 mm の腕を持つブレードがありその先に多層膜ミラーがつけられていて、真空中で 2000 rpm で回転させることができる。多層膜ミラーの移動速度は 68 m/s であり、136 m/s の中性子の入射にタイミングを合わせることで、ミラー反射によって超冷中性子を生成する。入射する中性子パルスは 25 Hz(周期 40 ms) であり、ドップラーシフターのミラーは 30 ms/rotation である。両者のタイミングが合ったときに超冷中性子が生成されるため超冷中性子の生成周期は 120 ms である。

入射中性子パルスとミラーのタイミングを図示したものが図 5.4 である。中段図は入射中性子 (VCN, Very cold neutrons) 数の分布を表している。40 ms 毎のパルスが前後のパルスと重なるため、入射中性子の分布は時間的に連続となる。下図はミラーが反射点に来るタイミングを表しており、30 ms 毎に反射点を通る。上図は中性子ビームモニター (図 5.3 の Neutron beam monitor) でドップラーシフター内を通過してきた中性子数を測定したもので、入射中性子の連続的な分布から、ミラーが来るタイミングでミラー表面で中性子の反射が起き中性子数が減少していることが分かる。反射時の入射中性子の速度が 136 m/s であるのは 1 つ目の反射のみであり、超冷中性子が生成されるのはそのタイミングのみであることを注意しておく。

ドップラーシフターからの超冷中性子の取り出しは斜め上前方のものと横方向の 2 つがあり、今回は横方向取り出しの超冷中性子を利用した。図 5.5 に横方向取り出しの超冷中性子の速度分布を示す。この速度分布測定は実効断面積が 41 mm × 41 mm のガイドを用いて行われている。図の青線がシグナルを、赤線がバックグラウンドを表す。

## 5.2 反射率測定実験の目的

2.1.1 節で説明したように超冷中性子の重力場による量子力学的束縛状態の測定のためには、コリメートガイドによる高準位成分の除去が必要となる。コリメートガイドの天井部には表面の粗いガラスを使用しており、天井に到達するような大きな運動エネルギーを持つ超冷中性子はこの天井表面に衝突して乱反射を起こし実験システムから取り除かれる。また 4.2 節の実験シミュレーションの説明で、このコリメートガイドによる超冷中性子の除去メカニズムを現象論的に扱った式について説明した。このようにコリメートガイドは実験において重要な要素であり、理論的な理解が試みられているが、2 つの点で問題があった。

- 先行実験の結果からコリメートガイド内での低準位 (低エネルギー) 状態の損失率が大きいこ

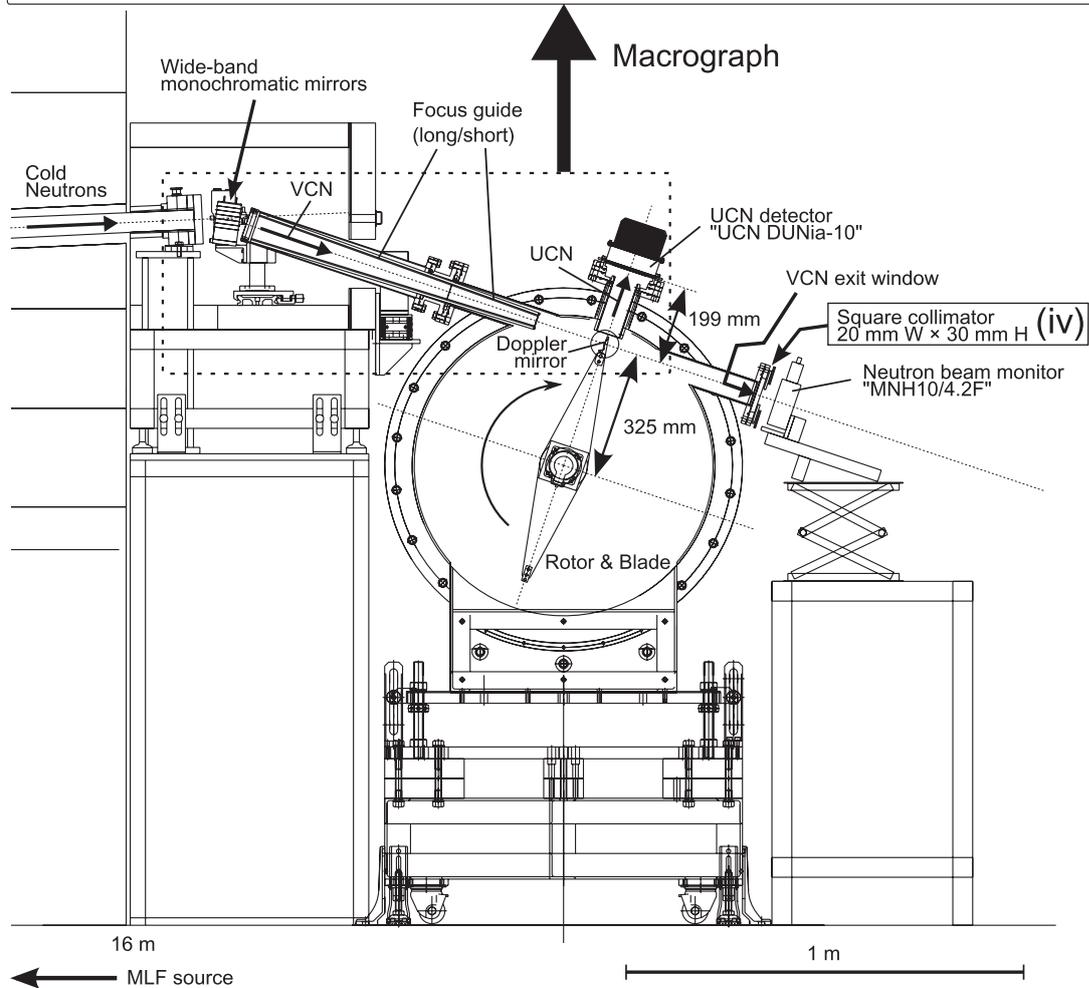
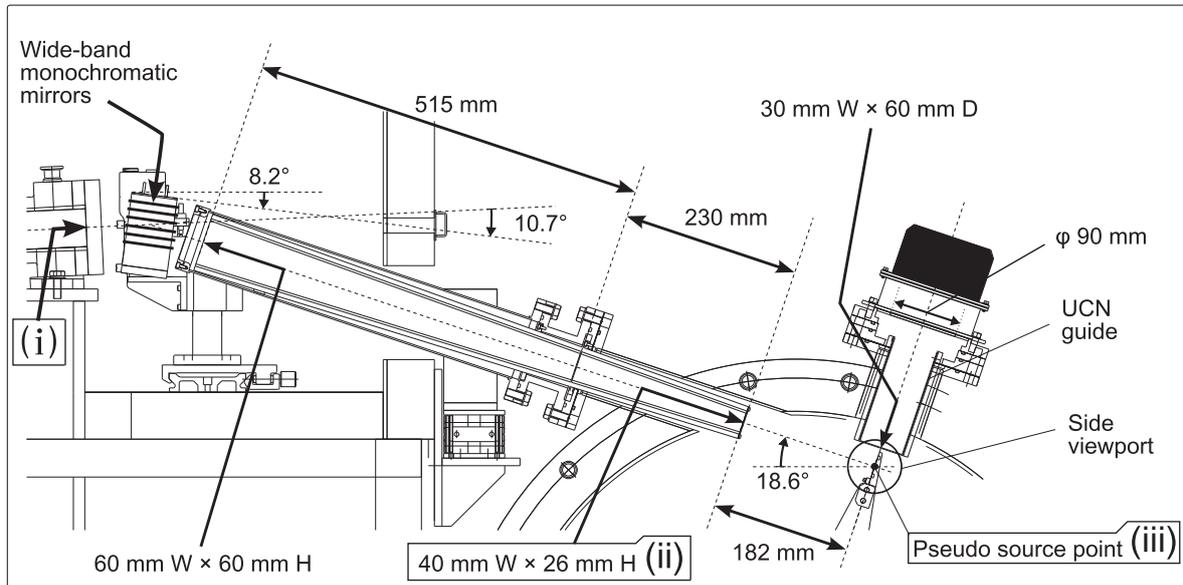


図 5.3 J-PARC MLF BL05 のドップラーシフターの構成 [7]

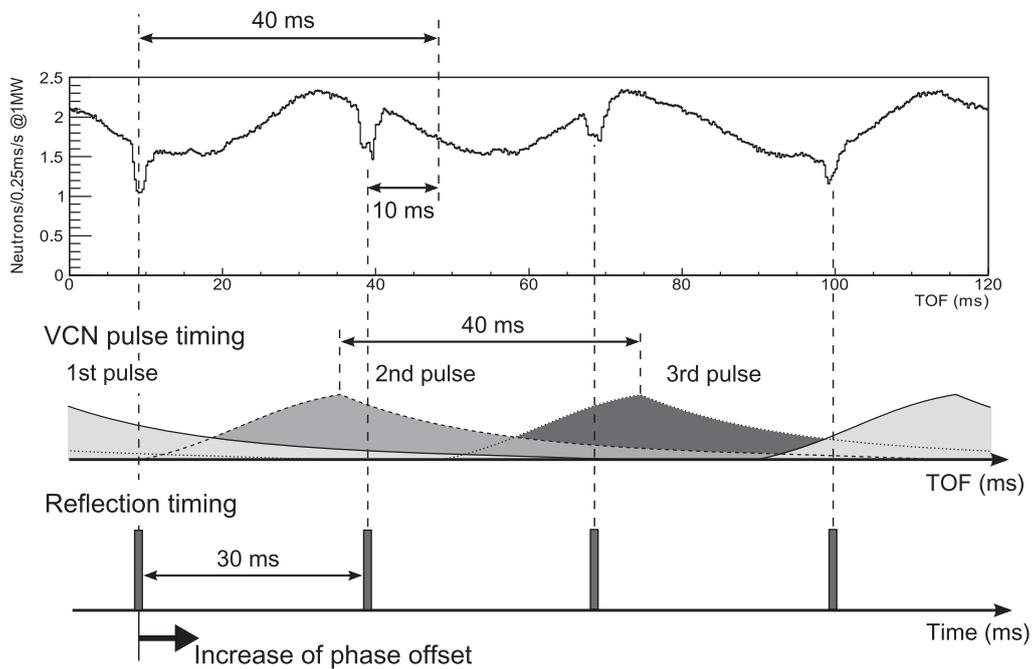


図 5.4 上: 中性子ビームモニターによるドップラーシフターを通過した中性子数 中: 入射中性子数。前後のパルスが重なっている様子を表す 下: 中性子ミラーのタイミング [7]

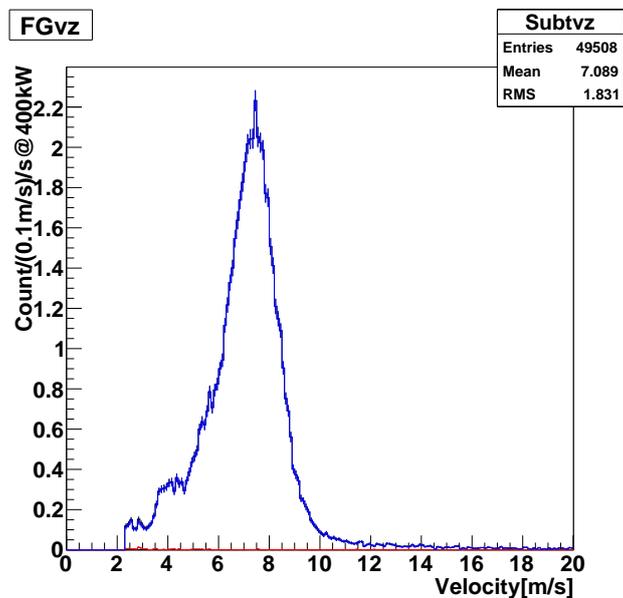


図 5.5 J-PARC MLF BL05 のドップラーシフター横方向取り出しの超冷中性子速度分布 (東大・片山さん提供)。青線がシグナル、赤線がバックグラウンドを表す。

とが分かっており、この原因が完全には解明されていない。

- コリメートガイド内の各準位の損失率にはフリーパラメータが含まれており、実験から決定していた。ガラスの表面粗さの大きさと損失率の関係性が未知であった。

以下、この2つの問題について詳しく説明する。

#### コリメートガイド内での低準位 (低エネルギー) 状態の損失率が大きい

先行実験において重力場に束縛された、超冷中性子の位置分布が測定され、そこからコリメートガイドを通過してきた各準位の割合が見積もられた (図 5.6)。図 5.6 の横軸は各準位の量子数を表しエネルギーの低い順に  $n = 1, 2, 3 \dots$  である。

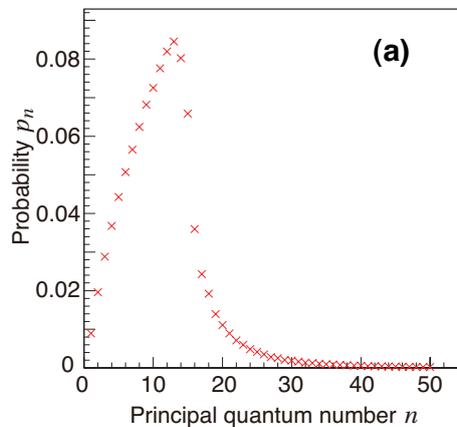


図 5.6 測定された超冷中性子分布から見積もられた各固有状態の割合。量子数  $n$  は固有エネルギーの低い順に  $n = 1, 2, 3 \dots$  [4]。  $n \geq 14$  の状態の減少は天井部での乱反射による除去が原因。この効果のみを考えた場合は低準位の状態の割合は平坦になる。実際には低準位 ( $n \leq 10$ ) でも状態が現象しており [4],[3] では床による吸収の影響だと考えている。

図 5.6 の  $n \geq 14$  で状態が含まれる割合が減少しているのは、先述したように天井部の表面粗さによる除去として理解されている現象である。一方、 $n \leq 10$  でも状態が含まれる割合が減少しており、全体としてピークを持った形を示している。これは [4],[3] では床による中性子の吸収として扱っているが、直接的に検証はされていないため、実験での検証が望まれていた。

$n \leq 10$  の状態の中性子が持つ鉛直方向の速度は数 10 mm/s であり、この程度の大きさの速度を持つ中性子の反射率を測定することで、この現象の理解につながることを期待された。

#### 表面粗さの大きさと反射率の関係性が知りたい

4.2 節でコリメートガイドによる除去機構を現象論的な式で扱った。この式中に天井による除去の大きさを表す  $\gamma$  というパラメータが存在した。このパラメータは先行実験において完全にフリーパラメータであり、実験結果をフィッティングによって決定していた。コリメートガラスに使用するガラスの選定やシミュレーションの精度向上などのため、ガラス表面の粗さと  $\gamma$  の関係を知ること

が重要であった。

またガラスの表面粗さを平坦な場合からのポテンシャルのずれとして摂動論的に扱い、コリメータガイドによる状態の除去を説明した Meyerovich らの理論があり [8]、この理論の検証も目指した。

## 5.3 実験内容

### 5.3.1 実験概要

超冷中性子は空気中を進むとき、空気中の原子核と散乱して数が減衰するため、すべての実験は 1 Pa 程度に真空引きした真空チェンバー内で行った。超冷中性子は空気中を数 10 cm 進むとその数が半減するので、1 Pa の真空内では超冷中性子の減衰は無視できる。

ドップラーシフターの運転時は振動と電気ノイズが発生するため、真空チェンバーはドップラーシフターに直接つけず、40 mm 離して設置した。真空チェンバーの入り口には中性子に対するポテンシャルが最も低いアルミニウムの 100  $\mu\text{m}$  板を張り真空を保ちながら超冷中性子を引き入れた。

実験の概念図を図 5.7 に示す。実験の概要は以下の通りである。

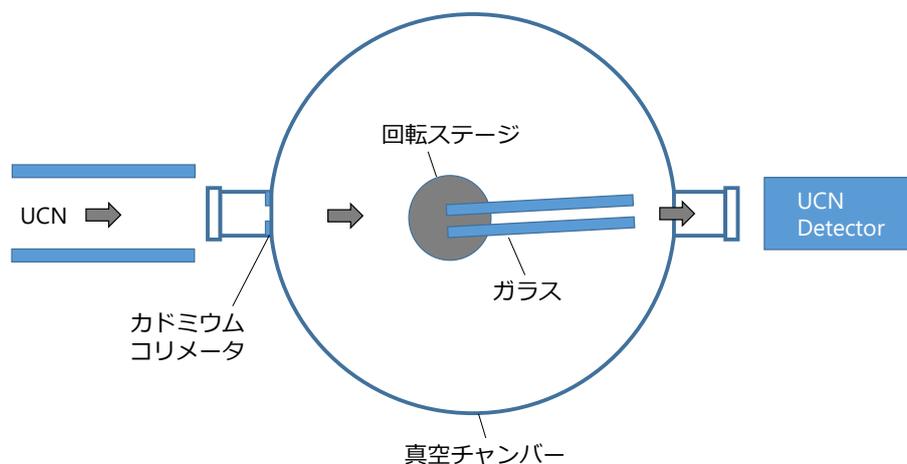


図 5.7 実験セットアップ: 概念図 実験セットアップを上から見ている

- 2 枚のガラス (長さ 152 mm) を互いに並行にして 5 mm 離して回転ステージの上に鉛直に設置する。
- ガラスの間に超冷中性子が入射すると、ガラス表面で反射を繰り返して反対方向から出てくる。
- 出てくるガラスの数を中性子検出器を用いてカウントする。
- 回転ステージを使ってガラスの角度を変えることでガラスに対する超冷中性子の垂直速度が、ガラスの種類を換えることでガラスの表面粗さが変わるため、それぞれの反射率への影響を調べる。

### 5.3.2 セットアップ

実験セットアップの概念図を図 5.7 に、全体写真を図 5.8 に、真空チェンバー内の写真を図 5.9 に示す。実験セットアップの主な構成要素はカドミウムコリメータ、ガラス、回転ステージ、中性子検出器の 4 つである。以下でそれぞれ説明する。

#### カドミウムコリメータ

カドミウムは熱中性子 ( $v = 2200 \text{ m/s}$ ) に対して  $2.5 \times 10^3 \text{ barn}$  の吸収断面積を持っており、 $0.5 \text{ mm}$  厚カドミウム板を利用して超冷中性子に対するコリメータを作成することができる。コリメータは幅  $5 \text{ mm}$  の縦長のスリットからなっており、これを設置することで超冷中性子の横方向の広がりを抑えることができる。

#### ガラス

ガラスは 2 枚 1 組を 3 セット用意した。その組をサンプル 1,2,3 と呼び、それぞれのガラスの種類および表面粗さの大きさを表 5.1 に示す。ここで表面粗さと言っているのは二乗平均平方根高さ  $R_q$  という量で以下で定義される。

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l |f(x)|^2 dx} \quad (5.3.1)$$

ここで  $l$  はプロファイルを見る長さで、 $x$  は測定する方向、 $f(x)$  は表面の高さで  $\int_0^l f(x) dx = 0$  を満たすように取っている。サンプル 2,3 のガラスの表面粗さについては共焦点レーザー顕微鏡を用いて測定を行い、サンプル 1 については共焦点レーザー顕微鏡の高さ分解能以下であったためメーカーの公称値を載せている。

サンプル	ガラス種類	表面粗さ $R_q$
1	石英ガラス	1 nm 2 枚
2	BK7	24 nm, 34 nm
3	BK7	471 nm, 465 nm

表 5.1 ガラスの種類および表面粗さ。サンプル 1 の表面粗さはメーカー公称値、サンプル 2,3 の表面粗さは共焦点レーザー顕微鏡での測定値

#### 回転ステージ

回転ステージは手動のステージで真空対応のものを用いた。回転ステージの上にガラス 2 枚を設置して、ガラスの角度を変化させる。

#### 中性子検出器

超冷中性子の数をカウントするための検出器としては DUNia-10 という  $^3\text{He}$  を封入した比例計数

管を用いた。比例計数管内部には  ${}^3\text{He}$  を  $2.7 \times 10^3 \text{ Pa}$  封入した後に、 $\text{CH}_4$  1%,  $\text{Ar}$ , 99% 混合気体を  $1.1 \times 10^5 \text{ Pa}$  まで充填して作成されている。 ${}^3\text{He}$  の密度が小さく作られているため、速い中性子に対しての感度が小さく、バックグラウンドを低減する効果がある。

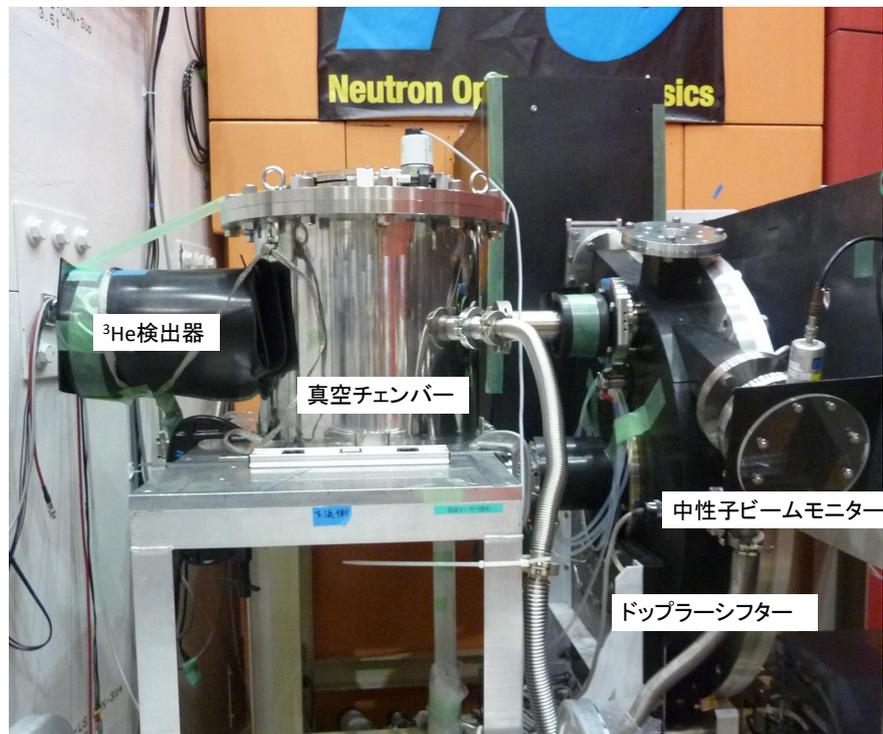


図 5.8 実験セットアップ: 外観



図 5.9 実験セットアップ: 真空チェンバーの中

### 5.3.3 期待された実験結果

実際の実験結果については次節で説明する。ここでは実験を行う前に実験で期待されていた結果について説明する。

事前のシミュレーションでは得られる超冷中性子数として最も理想的なものを仮定していた。すなわち過去に測定された超冷中性子数と同等の超冷中性子数がドップラーシフターによって生成され、尚且つガラス表面での反射時以外の超冷中性子の損失については無視していた。このような理想的な状態を仮定していたため、実際の実験で得られた超冷中性子数より 20 倍程多い超冷中性子数でシミュレーションを行っていた。実際の実験では統計数が少なかったため、ここで説明するような実験はそのまま行わず、実験内容を変更した上で行っている。

#### 数 10 mm/s スケールでの反射率速度依存性測定

先行実験で報告されていたコリメートガイド内での低準位状態の減少は、床での吸収による影響だと考えられていた。[4] ではこの床での吸収を定量的に扱うために、各状態の固有エネルギーを運動エネルギーだとみなして古典的な運動を計算し、床での反射の度に超冷中性子数が減少すると仮定していた。先行実験では床での反射一回当たりの損失割合は  $0.38^{+0.04}_{-0.03}$  と見積もられていた。

この床での吸収(とされている現象)によって状態が減少しているのは  $n \leq 10$  である。 $n = 10$  の状態の中性子の速度の平均は 38.4 mm/s であるから、数 10 mm/s の速度の中性子のガラス表面での反射率を測定することで吸収の効果を調べることが目的であった。図 5.10 はサンプル 1 のガラス(表面粗さが最も良い)を用いた場合のシミュレーション結果である。このときのセットアップはカドミウムコリメータの幅が 1 mm(実際の実験では 5 mm)、2 つのガラスの間が 1 mm(実際の実験では 5 mm) である。

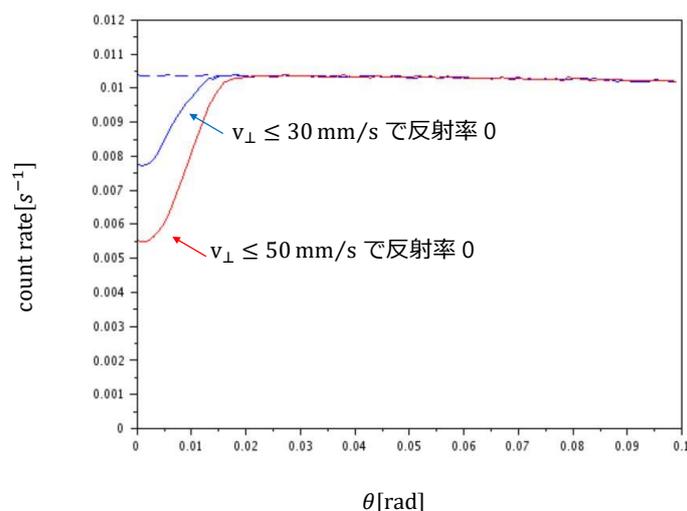


図 5.10 実験シミュレーション 数 10 mm/s スケールの速度で反射率が著しく低下していた場合、角度 0 付近で count rate が減少する。

図 5.10 の破線は追加の条件を仮定しない場合の count rate であり、角度依存性を示さない。一方、青 (赤) の実線は 30(50) mm/s 以下の速度の超冷中性子の反射率が 0 であるとした場合の count rate であり、角度が 0 のあたりで値の減少が見られる。実際の実験でこのような角度 0 付近での値の減少が認められた場合には、数 10 mm/s の低速度で反射率が減少することの実験的な証明となると考えていた。

#### 表面粗さの異なるガラスでの反射率角度依存性測定

コリメートガイドの天井のような表面粗さの粗いガラス表面での反射では、反射の際の損失が入射超冷中性子の垂直速度の 2 乗に比例するとされている。Meyerovich らの理論 [8] ではこの損失の大きさをガラス表面粗さから計算することができる。図 5.11 はこの Meyerovich らの理論を使って、異なる表面粗さに対して count rate の角度依存性をシミュレーションによって求めたものである。この実験のセットアップはコリメータの幅は 5 mm、2 つのガラスの間が 5 mm である。図 5.11 中の各実線に付記している  $l, R$  という値は表面粗さを表すパラメータであり、 $l$  が表面粗さの高さを  $R$  が表面粗さの横方向の広がりを表している。また図 5.11 の破線はそれぞれの色の実線を定数倍したもので形を比較するために載せている。

実験で count rate の角度依存性を測定すれば、損失が垂直速度の 2 乗に比例することの検証を行うことができ、また count rate の大きさと角度依存性の形から Meyerovich らの理論などとの定量的な比較が行って、これらの理論の妥当性を検証することができると考えられていた。

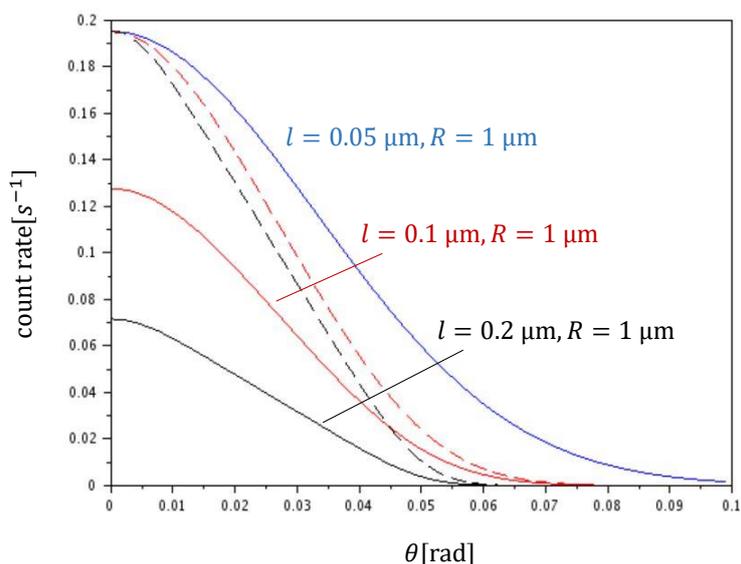


図 5.11 実験シミュレーション 表面粗さが異なると count rate の値とその角度依存性の形が異なる。

## 5.4 実験結果

### 5.4.1 中性子ビームモニター

ドップラーシフター後部にある中性子ビームモニターのカウント数を図 5.12 に示す。この結果は参考文献の結果(図 5.4)と同様の結果を示している。40 ms 毎の中性子パルスが重なり凹凸の構造を形成し、30 ms 毎にミラーが反射点を通るタイミングで中性子数の減少が見られる。

以後に示す超冷中性子のカウント数では、この中性子ビームモニターのカウント数を用いて規格化を行っている。これによりビームパワーの時間変動による影響を取り除くことができる。規格化に用いる中性子ビームモニターのカウント数は図 5.12 の網掛け部分を除いて評価している。これはバックグラウンド測定の際にはドップラーシフターを止めてへこみが無くなるので、シグナル測定とバックグラウンド測定で統一的手法で評価するためである。

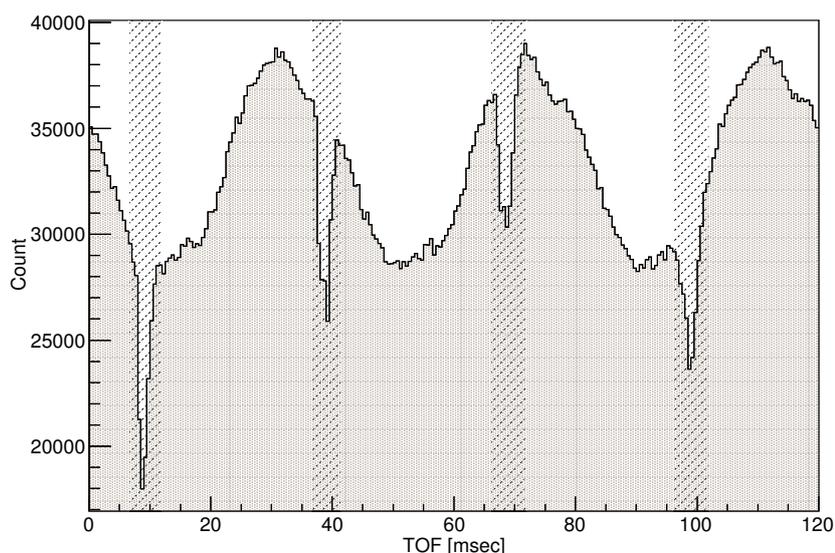


図 5.12 中性子ビームモニターによるカウント数

### 5.4.2 表面粗さ依存性測定

超冷中性子反射率の表面粗さ依存性の測定のために、ガラスサンプルを変えて通過超冷中性子数を測定した。この測定の際には、回転ステージの角度を 0 にして、カドミウムコリメータを外している。サンプル 1 の測定を行った後に、遮蔽物を増やしてバックグラウンド (BG) 環境を改善した後にサンプル 2、サンプル 3 の測定を行った。サンプル 2、サンプル 3 の TOF 測定結果と BG 測定結果を図 5.13 に示す。BG 測定はドップラーシフターを停止させて、ミラーが衝突点にないことを確認して測定を行っている。0 ms, 40 ms, 80 ms に鋭いピークが立っているのは陽子ビームがターゲット

に当たった瞬間にできる高速中性子が測定されていると考えられる。TOF 測定の原点 (0 ms) は中性子ビームの発生タイミングであり、超冷中性子の発生時間は 5 ms 遅れている。さらに今回の実験のセットアップではドップラーシフターのミラー中心部から超冷中性子検出器までの距離が 815 mm であったので、図 5.5 を用いて計算すると、超冷中性子の TOF のピークが 110 ms 付近にできることが分かる。図 5.13 を見ると、110 ms 付近に BG からの有意な超過があることが確認できる。

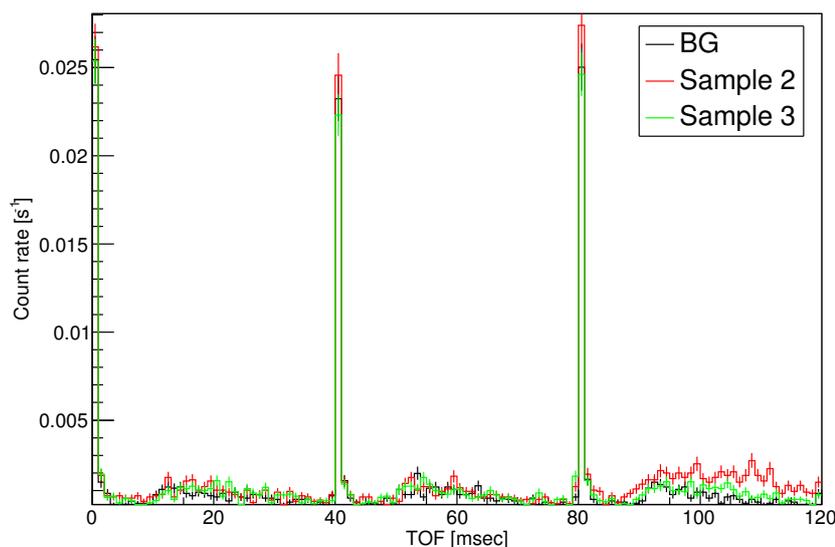


図 5.13 超冷中性子の TOF 分布 (シグナル +BG)

BG を差し引いてシグナルのみを示したものを図 5.14 に示す。図 5.14 にはサンプル 1 の結果も合わせて載せている。計算から予想される 110 ms 付近が最も中性子が多いことが分かる。図 5.14 において速度が 7.09 m/s より遅い中性子は TOF が 120 ms を超えてしまうので 0 ms - 40 ms の領域に存在していることを注意しておく。

図 5.14 から総中性子を決定する際に、統計誤差を小さくするため図 5.14 の網掛けを除いた部分のみの合計を求め、それに図 5.5 の速度分布から欠損割合を求めて、総中性子数を算出した。結果を図 5.15 に示す。最も表面粗さの小さいサンプル 1 が通過中性子数も最も多く (反射率が高い)、次に表面粗さの小さいサンプル 2 が続くといった結果が得られた。サンプル 1、2 と比べて表面粗さの大きいサンプル 3 は通過中性子数が少ない (反射率が小さい)。得られた結果は表面粗さが粗いほどガラス表面での超冷中性子の反射率が小さいという理論と合致している。

#### 5.4.3 角度依存性測定

ガラス表面での速度の垂直成分依存性を見るために、5 幅 mm 幅のカドミウムコリメーターを設置してガラスの角度を変えて測定を行った。

サンプル 1 に対する角度依存性測定の結果を図 5.16 に示す。コリメーターを設置しているため 2

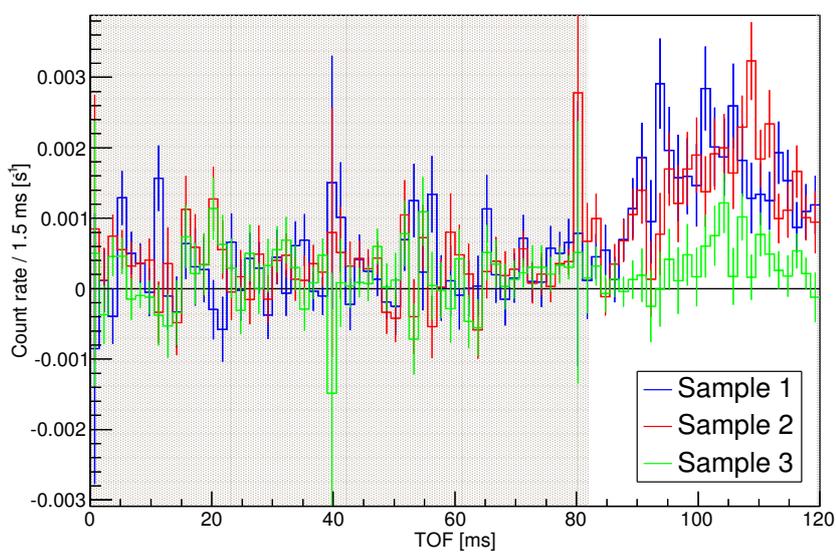


図 5.14 超冷中性子の TOF 分布 (シグナルのみ)

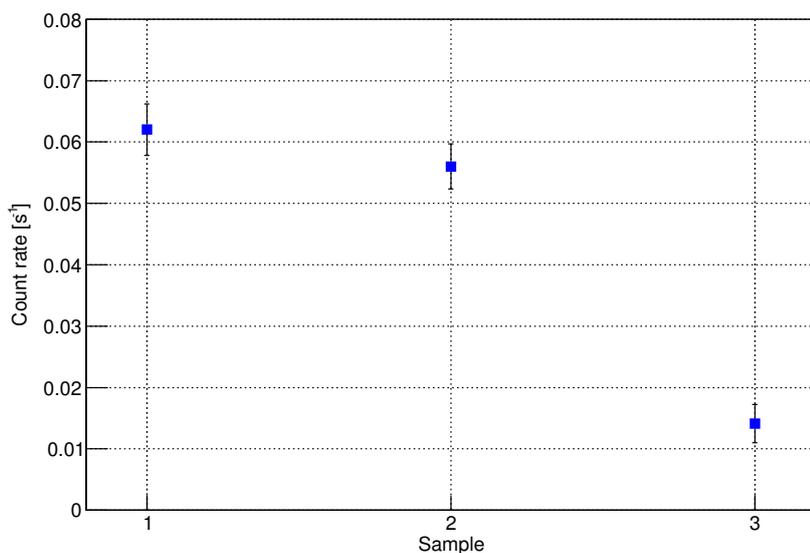


図 5.15 各ガラスサンプルに対する通過した超冷中性子数

枚のガラス間に入射する中性子は横方向の発散が小さく、回転ステージでガラスを回転させることは、(ガラス表面に対する中性子の入射角度が変わるので) ガラス表面に対する中性子の垂直速度を変えることに相当する。4.2 節で扱ったコリメートガイドのモデルや [8] の理論を適用すると、減少率は角度の二乗  $\theta^2$  に比例することが分かる。そこで実験結果を  $a_1 \exp(-a_2 \theta^2)$  ( $a_1, a_2 \geq 0$  はパラメータ) でフィットしている。フィットの結果は  $a_1 = 0.099 \text{ s}^{-1}$ ,  $a_2 = 0$  であり図 5.16 に赤線で示してい

る。サンプル 1 は表面粗さが小さく今回見た角度の範囲では反射率の変化が見えないと予測されており、理論との不整合は見られなかった。

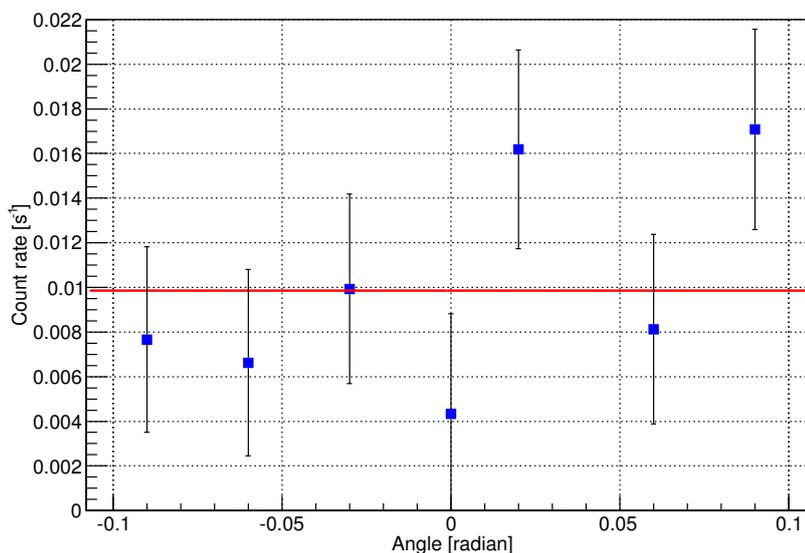


図 5.16 サンプル 1 に対する超冷中性子数 角度依存性測定

## 5.5 まとめ

超冷中性子のガラス表面での反射率測定を行った。表面粗さの異なるガラス 3 組を用いて通過中性子数をカウントするという手法で、表面粗さが大きいほど通過数が少ない、すなわち反射率が小さいという結果を得た。これは理論とも合致している。また回転ステージを用いて中性子の入射角度を制御することで、ガラス表面に対する中性子の垂直速度を変え、ガラス反射率の垂直速度依存性を測定した。こちらも理論との不整合は見られなかった。

今回の実験では得られた統計数が事前に想定していた統計数よりも 1 桁程度少なかった。このため事前に想定していた物理的な結果を得ることができなかった。特に 5.2 で説明した低準位での大きな反射率の検証、[8] の理論による表面粗さと反射率の関係の検証を行うことができなかった。統計数が少なかった理由としては、超冷中性子の空気中での減衰や、実験装置表面に中性子が当たった際の減衰などが考えられる。

今回の実験では回転ステージを使った反射率測定という新たな手法を考案し、実際に反射率を測定することができた。次回同様の実験を行う際には実験セットアップを改良し、より多くの統計数を得ることでより物理的意味のある結果を得たい。

## 第 6 章

### まとめ

2011 年に ILL で行われた実験では地球重力と床で束縛された量子力学的状態の観測がなされた。本論文ではその実験の発展系として、実施を目指している Schrödinger 方程式における弱い等価原理の検証実験について説明した。

この実験は床に段差によって引き起こされる波動関数の時間発展を観測するもので、中性子チョッパーおよび時間分解能を持った中性子位置検出器を使った新規の実験手法によって弱い等価原理の検証がなされることを説明した。また実験シミュレーションの結果を用いてセットアップパラメータの最適化を行い、コリメートガイドの天井高さが  $22\ \mu\text{m}$  で最も検証感度を持つことを示した。最適化を行ったセットアップを用いることで弱い等価原理を  $10^{-3}$  (90% C.L.) を切る精度で測定できることを示した。

また 2016 年 11 月に J-PARC MLF BL05 にてドップラーシフターで生成された超冷中性子を用いてガラス表面の反射率測定実験を行った。実験ではガラスの表面粗さに対する反射率を調べるためのガラスサンプルを変えた測定と、ガラス表面に対する超冷中性子の垂直速度依存性を見るためのコリメータと回転ステージを用いた測定を行った。どちらも理論との一致が確かめられた。この反射率の垂直速度依存性を調べる手法はまったく新規の手法であり、今後の数十 mm/s の速度スケールでの反射率測定につながると期待される。

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、たくさんの方の協力をいただきました。皆様に心より御礼申し上げます。

指導教官である駒宮幸男教授には研究室に配属されてから常に温かいご指導を頂きました。厚く御礼申し上げます。神谷好郎助教に物理的に的確なアドバイスをいただき、研究を進める上で常にサポートしていただきました。心からの謝意を表します。KEKの三島賢二准教授にはJ-PARCでの実験の際に何から何までお世話になりました。この場を借りてお礼申し上げます。同期の中西均君や研究室の先輩の皆様、後輩の皆様には物理的なディスカッションなどを行い、日々研究を進める上での原動力となりました。修士1年の山田耕史君にはJ-PARCの実験の際にも手伝っていただき実験を遂行することができました。ありがとうございました。

最後に、温かい励ましをいつも送り続けてくれた家族に心から感謝します。

## 参考文献

- [1] Particle data group, <http://www-pdg.lbl.gov/>.
- [2] R. Golub, D. Richardson, and S. K. Lamoreaux, *Ultra-Cold Neutrons* (Taylor & Francis, 1991).
- [3] G. Ichikawa, *Observation of Gravitationally Bound Quantum States of Ultracold Neutrons Using a Pixelated Detector*, PhD thesis, the Univ. of Tokyo, 2013.
- [4] G. Ichikawa *et al.*, Phys. Rev. Lett. **112**, 071101 (2014).
- [5] E. Adelberger, J. Gundlach, B. Heckel, S. Hoedl, and S. Schlamminger, Progress in Particle and Nuclear Physics **62**, 102 (2009).
- [6] G. Cowan, *Statistical Data Analysis* (Oxford University Press, 1998).
- [7] S. Imajo *et al.*, Progress of Theoretical and Experimental Physics **2016** (2016), <http://ptep.oxfordjournals.org/content/2016/1/013C02.full.pdf+html>.
- [8] M. Escobar and A. E. Meyerovich, Advances in High Energy Physics **2014**, 185414 (2014).