

修士論文  
半導体光検出器 PPD の基本特性の解明と、  
実践的開発に向けた研究

生出 秀行

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻  
東京大学素粒子物理国際研究センター 山下了研究室  
oide@icepp.s.u-tokyo.ac.jp

平成 21 年 1 月 8 日

## 概要

Pixelated Photon Detector (PPD) は“ガイガーモード”と呼ばれる領域で駆動し、 $10^5 \sim 10^6$  程度という光電子増倍管に匹敵する増倍率をもつ半導体光検出器であり、近年素粒子実験・実験核物理の分野において最も注目をされている光検出器である。光電子増倍管に比べて極薄型、安価、磁場耐性、高い光子検出効率といった点で光電子増倍管をも凌駕する可能性を持つが、高いノイズレートや、ダイナミックレンジ（ピクセル数）と増倍率がトレードオフであるために、これを克服するためなお一層の開発が必要である。

本研究では主として以下の4つの課題に取り組んだ：

1. PPD のノイズの精密測定。
2. PPD のパルス発生メカニズムの再構築。
3. TCAD 技術を用いたデバイス開発の可能性の追究。
4. 現状の PPD の性能を凌駕しうる新しい構造の提案。

1. ではノイズの  $\Delta V$  の増加に伴う劇的な増加はアフターパルスとクロストークの相乗効果に起因することが定量的に明らかになった。ノイズの実態を正しく把握することによって、4. における開発の方向性を定めることが可能になった。2. では低温中におけるパルスのスパイク成分に端を発して、従来のパルス生成メカニズムを脱却し、新しいモデルを構築した。3. ではデバイス設計とデバイスの性能を結びつける TCAD 技術を PPD 開発へと応用するべく、その実用性について調査研究を行った。4. において内部物理への考察から新しい構造の提案を行った。これについては今後のデバイス試作による実証が望まれる。

# 目次

|       |                        |    |
|-------|------------------------|----|
| 第 1 章 | 序論                     | 1  |
| 第 2 章 | PPD の基本概念              | 3  |
| 2.1   | PPD の性能と特徴             | 3  |
| 2.2   | Si APD の設計             | 8  |
| 2.3   | PPD の基本設計              | 9  |
| 2.4   | PPD のノイズ               | 11 |
| 2.5   | PPD の課題と本研究の目的         | 13 |
| 第 3 章 | PPD のノイズの測定            | 17 |
| 3.1   | 目的                     | 17 |
| 3.2   | 測定方法                   | 18 |
| 3.3   | 波形解析システムの構築            | 23 |
| 3.4   | ランダム・ノイズ               | 38 |
| 3.5   | 総和ノイズ                  | 38 |
| 3.6   | 降伏電圧と増倍率               | 40 |
| 3.7   | アフターパルスの解析             | 41 |
| 3.8   | クロストークの解析              | 47 |
| 3.9   | 総和ノイズの再構成              | 49 |
| 第 4 章 | PPD のパルス発生メカニズムの再構築    | 51 |
| 4.1   | 前提                     | 51 |
| 4.2   | 新しいモデルの構築              | 52 |
| 4.3   | 検証                     | 64 |
| 4.4   | まとめ                    | 67 |
| 第 5 章 | シミュレータを用いた PPD の開発について | 69 |
| 5.1   | TCAD を用いた開発の可能性        | 69 |
| 5.2   | 濃度分布と電場分布の計算           | 70 |
| 5.3   | 降伏電圧                   | 76 |
| 5.4   | ガードリングの検討              | 78 |
| 5.5   | 総括と展望                  | 80 |
| 第 6 章 | 高性能 PPD の開発に向けて        | 81 |
| 6.1   | アバランシェ確率のシミュレーション      | 81 |
| 6.2   | 相対 PDE の測定             | 84 |
| 6.3   | アバランシェ確率に関する議論         | 85 |
| 6.4   | アフターパルスについて            | 85 |
| 6.5   | PDE の波長依存性の理論計算        | 86 |
| 6.6   | ノイズの削減の効果              | 87 |
| 6.7   | 議論のまとめ                 | 88 |
| 6.8   | 新しい構造の提案               | 88 |
| 第 7 章 | 結論                     | 91 |

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 付録 A 半導体光検出器の内部物理 | 93  |
| A.1 ダイオードの電場分布    | 93  |
| A.2 光子の吸収         | 94  |
| A.3 キャリアのドリフト     | 95  |
| A.4 熱励起           | 96  |
| A.5 ツェナー・トンネリング   | 98  |
| A.6 衝突電離とキャリアの増倍  | 98  |
| 参考文献              | 104 |
| 謝辞                | 105 |

# 目次

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | MPPC の光子検出効率 [1] . . . . .   | 5  |
| 2.2  | 1600px MPPC の外観図 . . . . .   | 5  |
| 2.3  | 1600px MPPC の素子部 . . . . .   | 6  |
| 2.4  | 1600px MPPC の各ピクセルのレーザー顕微鏡による撮像 . . . . .  | 6  |
| 2.5  | 顕微鏡写真から書き起こした 1600px MPPC セルの幾何学形状 . . . . .   | 7  |
| 2.6  | 長い空乏層領域を確保した APD の模式図と電場分布 . . . . .   | 8  |
| 2.7  | S8664-55 の概観図 . . . . .  | 9  |
| 2.8  | 光パルスを入射したときの PPD の波高の分布 [1] . . . . .  | 10 |
| 2.9  | ダークノイズの波形のパーシステンス . . . . .  | 12 |
| 2.10 | PPD における線形性と占有率の関係 . . . . .   | 14 |
| 2.11 | PPD の製造と、PPD の性能の関連 (概念図) . . . . .  | 16 |
| 3.1  | 持続的にノイズ・パルスが発生している状態の例 . . . . .   | 17 |
| 3.2  | (a) ひとつのパルスを契機として、アフターパルスとクロストークによって持続的にパルスが放出される様子のダイヤグラム . (b) (a) のようにパルスが放出された場合に観測される波形の模式図 . . . . . | 18 |
| 3.3  | HV および読み出し系の回路図 . . . . .  | 20 |
| 3.4  | ノイズレート測定用の論理回路図 . . . . .  | 21 |
| 3.5  | スローコントロールおよびオシロスコープの波形取得システム . . . . .   | 22 |
| 3.6  | さまざまな電圧値における MPPC の 1 p.e. の波形 . . . . .   | 24 |
| 3.7  | 図 3.6 の波形をそれぞれの波高で規格化したもの . . . . .  | 24 |
| 3.8  | トリガーされた波形の 2 次元ヒストグラム . . . . .  | 28 |
| 3.9  | オシロスコープで取得した信号波形データのパワースペクトル . . . . .   | 28 |
| 3.10 | 1p.e. 信号波形データの平均パワースペクトル . . . . .   | 29 |
| 3.11 | 信号波形データの平均パワースペクトルと雑音の波形データの平均パワースペクトル . . . . .   | 29 |
| 3.12 | 図 3.11 に対応するウィナーフィルタ . . . . .   | 29 |
| 3.13 | ウィナーフィルタを通した後の波形のパワースペクトル . . . . .  | 30 |
| 3.14 | (左): 取得された波形のパルス部 (右): ウィナーフィルタを通したのちの同じ部分 . . . . .   | 30 |
| 3.15 | (上): デジタルオシロスコープで取得した波形 (下): たたみこみ分解を行った後の波形 . . . . .   | 32 |
| 3.16 | デコンボリューションした後の波形データの振幅の分布 . . . . .  | 33 |
| 3.17 | 回復過程と不感時間, $\tau_{BW}$ の関係 . . . . .   | 33 |
| 3.18 | $\tau_{BW}$ を変化させたときの $S/N$ の変化 . . . . .  | 33 |
| 3.19 | $\tau_{BW}$ を変化させたときの不感時間および FWHM の変化 . . . . .  | 34 |
| 3.20 | デコンボリューションを行った後のパルスの形成するピーク ( $\tau_{BW} = 2.0$ ns) . . . . .  | 34 |
| 3.21 | デコンボリューションによるパイルアップ除去の例 . . . . .  | 36 |
| 3.22 | デコンボリューションによって求めた増倍率の線形性 . . . . .   | 37 |
| 3.23 | ランダム・ノイズレートの電圧依存性 . . . . .  | 38 |
| 3.24 | 総和のノイズレートの電圧依存性 . . . . .  | 39 |
| 3.25 | 増倍率の電圧依存性 . . . . .  | 40 |
| 3.26 | アフターパルスの度数分布 . . . . .   | 41 |
| 3.27 | 短時間におけるアフターパルスの頻度分布 . . . . .  | 44 |
| 3.28 | 1600px MPPC の回復過程 . . . . .  | 44 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.29 | アフターパルス確率の電圧依存性 . . . . .  | 46 |
| 3.30 | (左) $V = 76.00 \text{ V}$ ( $\Delta V = 2.54 \text{ V}$ ) (右) $V = 78.00 \text{ V}$ ( $\Delta V = 4.54 \text{ V}$ ) における増倍率の分布 . . . . . | 47 |
| 3.31 | 各ピーク間の境界を決定する 2 つの場合 . . . . .   | 47 |
| 3.32 | クロストーク確率 $C_2$ および $C_3$ の電圧依存性 . . . . .  | 48 |
| 3.33 | アフターパルスとクロストークの相乗効果をもとにした, ノイズレートの再構成 . . . . .  | 50 |
| 4.1  | 従来のクエンチとパルス波形のモデル . . . . .  | 52 |
| 4.2  | 温度によって変化する MPPC の波形 . . . . .  | 53 |
| 4.3  | 降伏電圧の温度変化 [2] . . . . .  | 54 |
| 4.4  | 増倍率-印可電圧の温度依存性 [2] . . . . .   | 55 |
| 4.5  | ダイオード中で空間電荷とキャリアが電場を形成する模式図 . . . . .  | 56 |
| 4.6  | ドリフトのモデルの模式図 . . . . .   | 59 |
| 4.7  | $R_q = 100 \Omega$ のときの単位時間あたりの増倍電荷 $\dot{q}(t)$ の計算結果 . . . . .   | 61 |
| 4.8  | $R_q = 100 \text{ M}\Omega$ のときの単位時間あたりの増倍電荷 $\dot{q}(t)$ の計算結果 . . . . .  | 61 |
| 4.9  | $R_q = 200 \text{ k}\Omega$ のときの出力波形 $I(t)$ . . . . .  | 62 |
| 4.10 | クエンチング抵抗と並列に寄生容量をもつ等価回路 . . . . .  | 62 |
| 4.11 | 寄生容量 $C_q$ をもつ系の出力波形 $I(t)$ . . . . .  | 63 |
| 4.12 | モデルによって求めた増倍率の電圧依存性 . . . . .  | 64 |
| 4.13 | $V_{op} = 58.0 \text{ V}$ と $V_{op} = 62.0 \text{ V}$ のモデル波形のスパイク部 . . . . .   | 65 |
| 4.14 | プリアンプとケーブルのカットオフ周波数よりも鋭いパルスの出力波形は鈍る . . . . .  | 65 |
| 4.15 | ガウス関数によって鈍らせたスパイク部の比較 . . . . .  | 65 |
| 4.16 | 300 K, 200 K, 77 K に対する測定された平均波形 (点線) と, モデルによって作られた波形 (実線) の比較 . . . . .  | 66 |
| 5.1  | ITC-first の計算による BJ-SiPM の不純物分布および電場分布 . . . . .   | 70 |
| 5.2  | 各テストにおいて $-15 \text{ V}$ のバイアスを印可したときの濃度分布 (黒) および電場分布 (赤) (1) . . . . .   | 74 |
| 5.3  | 各テストにおいて $-15 \text{ V}$ のバイアスを印可したときの濃度分布 (黒) および電場分布 (赤) (2) . . . . .   | 75 |
| 5.4  | 試験番号 5 の場合の, インバクトイオン化を考慮に入れた場合 (黒) および, 考慮しなかった場合 (緑) における IV 曲線 . . . . .  | 77 |
| 5.5  | 整合ガードリングのコンセプト . . . . .   | 78 |
| 5.6  | ガードリングに不純物を注入しないときの濃度分布 (左), およびそのときの電場分布 (右) . . . . .  | 79 |
| 5.7  | ガードリングに $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ の p 不純物 (B) を注入したときの濃度分布 (左), およびそのときの電場分布 (右) . . . . .                                      | 79 |
| 6.1  | アバランシェ増幅の確率のシミュレーションの概念図 . . . . .   | 82 |
| 6.2  | シミュレーションに基づく, アバランシェ確率の電圧依存性 . . . . .   | 83 |
| 6.3  | 相対 PDE 測定の論理回路セットアップ . . . . .   | 84 |
| 6.4  | 相対 PDE の電圧依存性 . . . . .  | 84 |
| 6.5  | p-on-n 型の PPD の構造 . . . . .  | 85 |
| 6.6  | 理論的に求められた PDE の波長依存性 . . . . .   | 86 |
| 6.7  | アフターパルス確率やクロストーク確率を様々に変更したときの, 予測されるノイズ・パルスの量 . . . . .  | 87 |
| 6.8  | 新しい PPD の構造の等価回路 . . . . .   | 90 |
| 6.9  | 新しい PPD の概念図 . . . . .   | 90 |
| A.1  | Si 結晶のバンド構造 [3] . . . . .  | 94 |
| A.2  | Si の第一ブリルアン・ゾーンとバンド構造を計算するためのサンプリング領域 . . . . .  | 94 |
| A.3  | (左): 運動量の変化しない直接遷移 (右): フォノンと結合して運動量の変化する間接遷移 . . . . .  | 94 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| A.4  | Si 単結晶の 300 K および 77 K における光の吸収係数 [4] . . . . .               | 95  |
| A.5  | 半導体の空乏層における内的光電効果の模式図 . . . . .                               | 95  |
| A.6  | Si 結晶中の $\langle 111 \rangle$ 方向における電子およびホールのドリフト速度 . . . . . | 97  |
| A.7  | APD の増倍機構の概念図 . . . . .                                       | 100 |
| A.8  | PPD の増倍機構「ガイガーモード」の概念図 . . . . .                              | 100 |
| A.9  | 一様電場の Si の APD における空乏層の厚さを様々に変化させたときの増倍率の発散点 . . . . .        | 101 |
| A.10 | 図 A.9 における設定のときの電場に対する増倍率の変化 . . . . .                        | 101 |



# 表 目 次

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | 浜松ホトニクス社製 PPD(MPPC) の基本性能 [1] . . . . .                   | 3  |
| 2.2 | 浜松ホトニクス社製 APD S8664-55 の諸性能 [5] . . . . .                 | 9  |
| 3.1 | 菊水電子 PAN110-1.5A の主な仕様 [6] . . . . .                      | 20 |
| 3.2 | LeCroy WavePro 7300A の基本性能 [7] . . . . .                  | 22 |
| 5.1 | ENEXSS で BJ-SiPM の濃度分布および電場分布を計算したときのパラメータ値のリスト . . . . . | 71 |
| 5.2 | 各試験番号に対応する降伏電圧 . . . . .                                  | 77 |
| 5.3 | ガードリングの効果の計算でを使用したガードリング注入濃度のリスト . . . . .                | 79 |



## 第1章 序論

放射線や荷電粒子がある種の物質中を通過するときに発する極めて微弱な光を利用してこれらを検出することは、素粒子実験・実験核物理の分野において非常に古くから行われてきた粒子検出法である。物質中から発された微弱な光パルスを何らかの方法で電気的パルスに変換する装置、すなわち光検出器の存在によって始めて、この検出法は放射線の計数やエネルギー測定、粒子弁別などに応用することができる。時代が下るにつれて、より高性能の光検出器が求められると同時に強磁場、温度環境、限られた寸法、放射線環境など検出器の置かれる実験環境が厳しくなり、それに応じてそのような環境のもとで要求性能を発揮するような光検出器の開発が進められてきた。

現在に至るまで、このような微弱な光をとらえる高感度光検出器の主流は光電子増倍管であった。光電子増倍管の加工の自由度は非常に高く、Super KamiokaNDE に使用されるような 50cm 径の巨大なものから 1cm 径程度のもので、用途に応じて実に様々な大きさ・形状・種類のものがある。一方で、光電子増倍管は真空中の高電場で電子を加速するため、磁場中では光電子増倍管の性能は一般に著しく低下する。あるいはある寸法よりは小さくできないというサイズの問題がある。さらに、光電子増倍管の製作工程は複雑であるため単価が高価であり、また量産に向かない。

このような光電子増倍管のカウンターパートとなりうるものが半導体光検出器である。従来用いられてきた半導体光検出器にはフォトダイオードやアバランシェフォトダイオード (APD) などが挙げられる。これらは光電子増倍管に比べて小型、安価、磁場耐性、高い光子検出効率といった点で光電子増倍管にはない利点を持っている一方で、光電子増倍管の  $10^6$  以上という高い増倍率は持ち合わせず、単光子検出能力という面では光電子増倍管には及ばなかった。また、亜種として光電子増倍管のダイノード部を APD に置き換えたハイブリッド・フォトダイオード (HPD) も存在する。

近年、Pixelated Photon Detector (PPD)、あるいは SiPM、MPPC 等と呼ばれる新しい型の半導体光検出器が開発されている。“ガイガーモード” と呼ばれる領域で駆動するこの半導体光検出器は  $10^5 \sim 10^6$  程度の増倍率をもち、光電子増倍管に匹敵する。加えて PPD は上述した半導体光検出器のもつ一般的な特性も引き継いでいるため、既存の光電子増倍管をも凌駕する可能性をもつ。このため、まず欧州を中心として、ついで日本においても PPD の基礎的な研究開発が活発に進められてきた。PPD はダイナミックレンジをあまり必要としない用途の応用にはすでに要求水準を満たす性能を持ち、浜松ホトニクス社の開発する MPPC は T2K 実験に採用され、前置検出器に組み込まれている。今後の研究開発を押し進めることによって、PPD はこの分野において汎く浸透していくと考えられる。その一方で PPD では一定面積下でダイナミックレンジ（ピクセル数）と増倍率がトレードオフの関係になっているので、単光子検出能力を保持しながら広いダイナミックレンジを確保することが求められるカロリメータに向けた応用では、なお一層の開発が必要である。また PPD の高いノイズレートは、S/N を下げるのみならず、PPD の大面積化を阻む主要因となっている。これらは、カロリメータや、単光子信号を検出しなければならない Aerogel-RICH などの用途においては問題となる。

現在、PPD の増倍率は光電子増倍管と比べて典型的に数分の一から一桁程度小さいが、この事情は最初期の PPD の開発以来あまり変わっていない。これは PPD においては従来の APD などでは見られなかった新しい種類のノイズであるアフターパルスやクロストークが、増倍率の増加すなわち印可電圧の増加に伴って顕著に増加するためだということが、これまでにおおよそ理解されていた。しかしノイズが印可電圧の増加に伴ってどのように増加していくのか、定量的な理解には至っていなかった。すでに PPD の基本的な製法は確立しており、工業製品として市場に流通していたものの、PPD の基礎的な特性の理解は不十分であったと言える。

われわれは光電子増倍管に匹敵するような次世代の PPD の開発のためには、PPD のメカニズムや特性を定量的に理解することが不可欠であると考え、これらの測定と理解に努めてきた。特に PPD のノイズを押さえ込みつつ高い増倍率を実現するような PPD がダイナミックレンジの増加や大面積化を達成

しうると考え、ノイズの実態の理解に取り組んだ。また、PPDの基礎特性を理解していく過程で、われわれは低温下においてPPDは特異なパルス波形を生ずることを突き止めたが、この特異な波形は従来のパルス発生過程として説明されてきたメカニズムを揺るがすものであり、その解明が急務であった。われわれはこれらの課題に取り組み、新しいパルス発生モデルを構築した。われわれは、これらの研究の結果から、現状の性能の限界を打ち破りうるような新しいPPDの構造を提案する。

一方で、半導体製品の研究開発に投じる多大なコストを抑えるために、TCADと呼ばれるシミュレータを用いた半導体設計の手法が、近年半導体製造設計の分野で注目を浴びている。われわれは、TCADを用いたPPDの設計が、これからのPPDの実際開発に資すると考え、これを使用した半導体の設計の可能性を探っている。本研究では、この取り組みの現在までの進展状況もあわせて報告する。

本論文の構成を以下に示す。

第2章は、PPDの導入であり、以後の議論で前提となるPPDの基本的な構造と特性について概説する。

第3章ではPPDのノイズの詳細な測定について詳述する。特に波形解析を用いた研究によって、ノイズの特性をその原因ごとに追求し、それらが総合されてPPDの全体のノイズレートに寄与している様子について議論する。

第4章ではPPDのパルス発生メカニズムの再構築について述べる。そして、PPDの内部物理と、そこから得られた開発に有益な知見について述べる。

第5章では、半導体デバイスシミュレータTCADを用いたシミュレーションに基づくデバイスの開発の可能性を追究する。

第6章では、研究の結果をもとに、PPDの性能を向上するための新しい構造の提案を行う。

付録には、本研究のために必要な物理的背景、予備的知識などを掲載した。

## 第2章 PPDの基本概念

Pixelated Photon Detector (PPD) はガイガーモードで動作する APD を多数並列に配置した半導体光検出器の総称である<sup>1</sup>。広い意味で PPD は APD の一種であると考えられるが、設計やクエンチ機構の存在など、APD と異なる部分も多くあるため、一般には APD とは別のカテゴリーの光検出器として扱われている。

本章でははじめに PPD の基本的な特徴とその構造を説明する。次に、従来から用いられている APD を例にとり、半導体の基礎物理をもとに、半導体光検出器ではどのようなデバイスの設計が行われるのかについて説明する。続いて、ガイガーモードという APD とは異なる増倍メカニズムで動作する PPD ではどのような構造が施されているのかを述べる。さらに、現在の PPD が抱える課題を挙げ、本論文の主題である課題の解決のための取組みについて導入する。なお、前提とする半導体物理の知識については、付録 A を参照されたい。

### 2.1 PPDの性能と特徴

本論文でわれわれが研究を行うにあたって用いたデバイスは、浜松ホトニクス社製の 1600px MPPC(S10362-11-025) である。以下、PPD の基本的な特性を述べるが、典型的な数値などは MPPC の性能をもとに議論していることをはじめに断っておく。

表 2.1: 浜松ホトニクス社製 PPD(MPPC) の基本性能。データシート [1] による (N/A はデータなし)。

| 項目                         | S10362-11             |                       |                       | S10362-33           |                     |                     |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                            | -025                  | -050                  | -100                  | -025                | -050                | -100                |
| チップサイズ [mm <sup>2</sup> ]  | 1.5 × 1.5             |                       |                       | N/A                 |                     |                     |
| 受光面サイズ [mm <sup>2</sup> ]  | 1.0 × 1.0             |                       |                       | 3.0 × 3.0           |                     |                     |
| ピクセル数                      | 1600                  | 400                   | 100                   | 14400               | 3600                | 900                 |
| ピクセルサイズ [μm <sup>2</sup> ] | 25 × 25               | 50 × 50               | 100 × 100             | 25 × 25             | 50 × 50             | 100 × 100           |
| 開口率 [%]                    | 30.8                  | 61.5                  | 78.5                  | 30.8                | 61.5                | 78.5                |
| 感度波長範囲 [nm]                | 270 ~ 900             |                       |                       | 320 ~ 900           |                     |                     |
| 最大感度波長 [nm]                | 400                   |                       |                       | 440                 |                     |                     |
| 量子効率 [%]                   | Min.70                |                       |                       | N/A                 |                     |                     |
| 光子検出効率 [%]                 | 25                    | 50                    | 65                    | N/A                 |                     |                     |
| 動作電圧 [V]                   | ~ 70                  |                       |                       | ~ 70                |                     |                     |
| ダークノイズ [Hz]                | 1.0 × 10 <sup>5</sup> | 2.7 × 10 <sup>5</sup> | 4.0 × 10 <sup>5</sup> | 4 × 10 <sup>6</sup> | 6 × 10 <sup>6</sup> | 8 × 10 <sup>6</sup> |
| 端子間容量 [pF]                 | 35                    |                       |                       | 320                 |                     |                     |

ここでは、現在の PPD の典型的な性能と、光検出器の中で PPD がどのような特徴を持っているかを述べる。

<sup>1</sup>このデバイスの一般名称として、“PPD” という呼称は 2009 年 1 月現在、まだ十分に定着しているとは言いがたい。PPD の開発されてきた歴史的経緯によって開発元各社が好きな名前を使っているというのが現状である。代表的な名前を挙げると、SiPM (Silicon Photomultiplier), MPPC (Multi-pixel Photon Counter), SPAD (Single Photon Avalanche Diode), SSPM (Solid State Photo Multiplier), … 等である。これらの多くは商標であることもあり、物理的にはほぼ同様のメカニズムで動作しているこれらのデバイスを統一的に呼ぶ名称が必要とされていた。PPD という呼称は、2007 年に神戸で行われた国際会議 PD07 にて幅淳二氏によって提唱され、採択された。

### 1. 高い増倍率

PPD の増倍率は  $10^5 \sim 10^6$  程度である。フォトダイオードは増倍率 1, APD が  $50 \sim 1000$  程度の増倍率なので、半導体光検出器としては他を圧倒する増倍率を誇るが、PMT は  $10^6 \sim 10^7$  の増倍率なので、それにはまだ及ばない。

### 2. 低い動作電圧

PPD の動作電圧は、種類によって異なるものの、おおよそどの製品も降伏電圧は  $30 \sim 100$  V の範囲である。降伏電圧から  $+1.5 \sim +4$  V の範囲で安定に動作する。PMT の動作電圧が  $1000 \sim 2000$  V, APD が数百 V, HPD が十数 kV 程度の HV を印可することを考えると、かなり低い動作電圧である。低い HV で済むということは実験系の消費電力の低下につながり、また建設・メンテナンスにおける安全性も高いというメリットがある。

### 3. 高い光子検出効率

可視光領域の光子は Si 表面から数  $\mu\text{m}$  程度までで吸収されるため、高い量子効率を持つ。このため PPD の光子検出効率は、後述する開口率の問題があるため APD には及ばないものの、PMT を凌駕する。

### 4. 優れた時間特性

MPPC の場合、信号波形の時定数は種類によって異なるが、数 nsec から数十 nsec 程度である。他のタイプの PPD では数十から数百 nsec 程度である。いずれも立ち上がり時間は  $O(100 \text{ psec})$  であり、優れた時間特性を示す。

### 5. 受光面積

現在実用化されている最大の素子面積は  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  程度である。ただし開口率の問題で実効的な受光面積はこの  $30 \sim 80\%$  程度である。APD では、最大面積のものは  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  程度であるので、素子あたりでは PPD はその  $1/10 \sim 1/20$  の面積しかない。PPD の大面積化は今後の課題である。

### 6. 極薄型

他の半導体光検出器と同様にきわめてコンパクトに製作することができる。

### 7. 磁場耐性

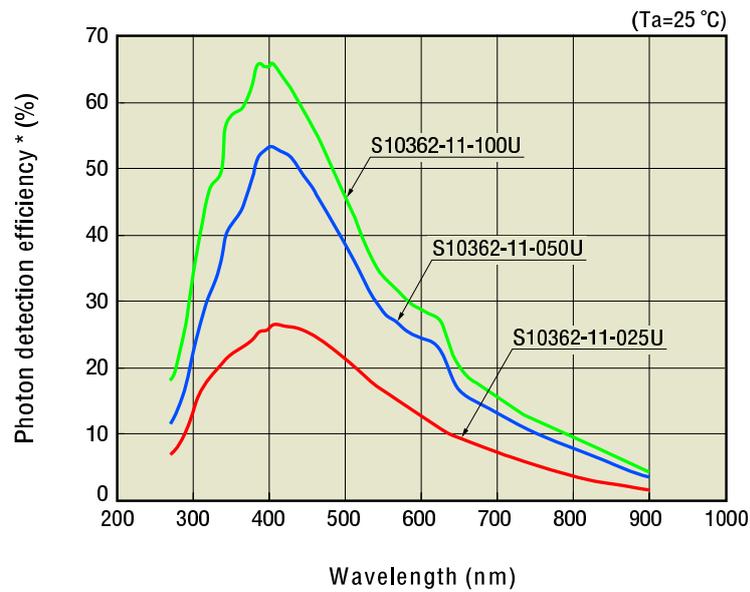
半導体光検出器全般にわたって言えることだが、前述の薄型であるという特性から、PPD の磁場耐性は PMT よりもはるかに強い。

### 8. 放射線耐性

現在までの研究によると、PPD の放射線耐性はあまり高くないことが知られている。ガンマ線照射の試験ではノイズレートの増加が見られるほか、チャージアップのために起こると推測されている通常のパルスの 10 倍にもおよぶ高波高パルスが観測されるという報告がある [8]。また、中性子照射の試験では、照射量の増大とともにノイズレートの著しい増加が認められる [9]。

## 2.1.1 外観形状

例として、浜松ホトニクス社製の 1600px MPPC (S16352 シリーズ) の外観を紹介する。素子の全面積は  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  である。縦横の各辺が 40 ずつに分割され、1600 個のピクセルを構成している。1つのピクセルあたりの面積は  $25 \times 25 \mu\text{m}^2$  である。パッケージングとしては、モールドまたは缶、およびプラスチックのパッケージが存在する。図 2.2 に MPPC の外観図を示す。また、素子部の拡大画像を図 2.3 に示す。さらに、レーザー顕微鏡による個々のピクセルの精細な画像を図 2.4 に示す。



\* Photon detection efficiency includes effects of crosstalk and afterpulses.

図 2.1: MPPC の光子検出効率 . データシート [1] より引用 . ただし , 電流モードによる測定のため , アフターパルスやクロストークの影響を含んでいる .

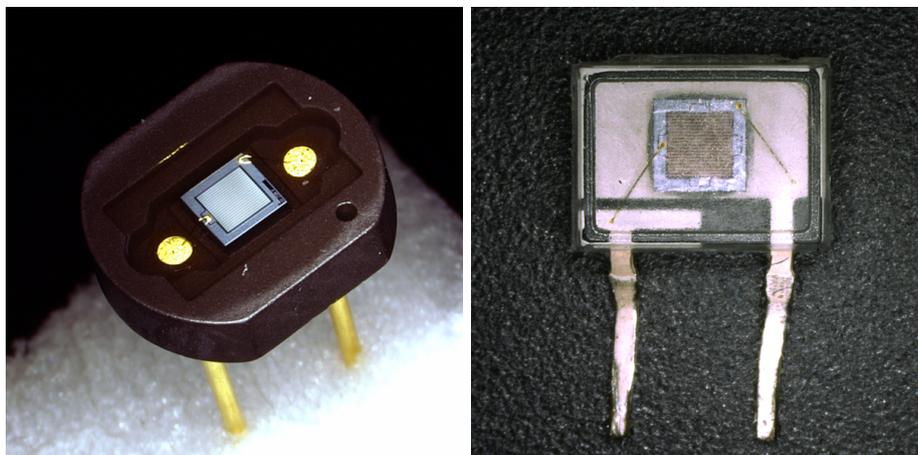


図 2.2: 1600px MPPC (S10361/S10362-11-25) のセラミックパッケージ (左) およびプラスチックパッケージ (右) の外観図 (撮影協力: 物理学専攻相原研究室) .

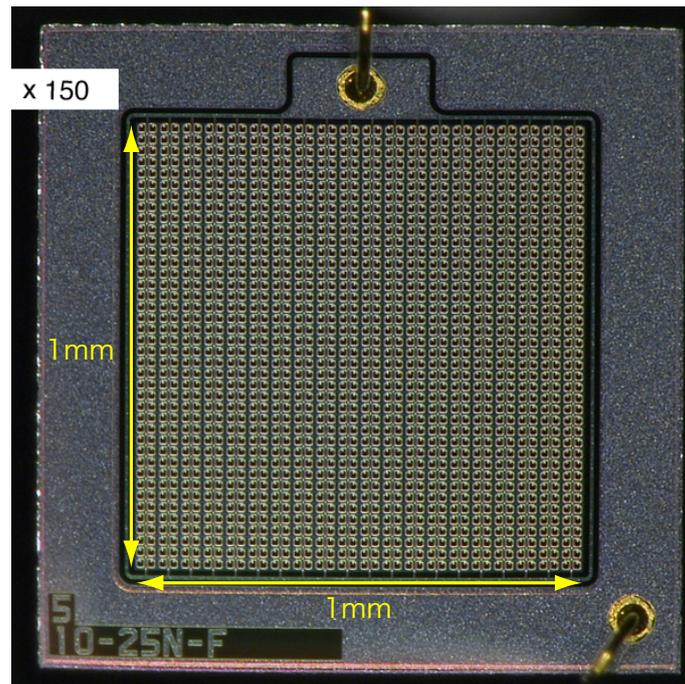


図 2.3: 1600px MPPC の素子部 (撮影協力: 物理学専攻相原研究室) .

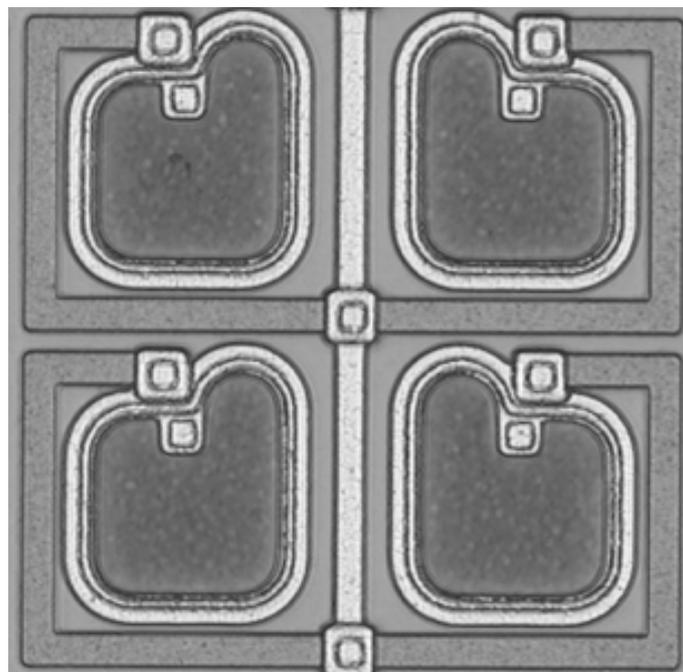


図 2.4: 1600px MPPC の各ピクセルのレーザー顕微鏡による撮像 (協力: キーエンス社) .

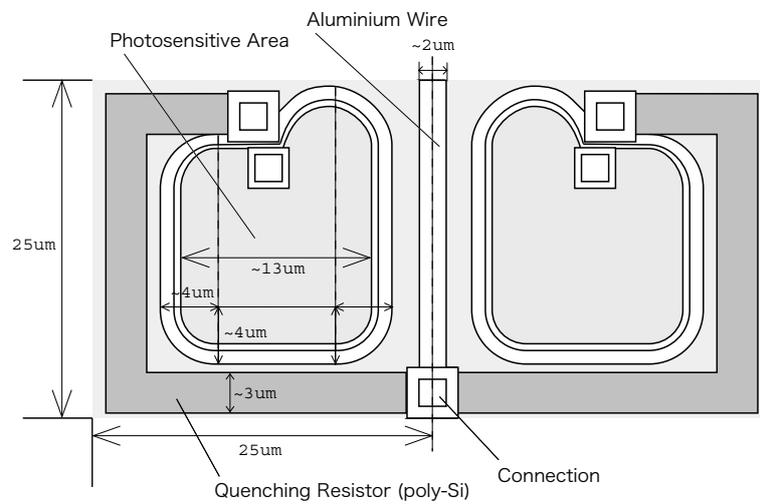


図 2.5: 顕微鏡写真から書き起こした 1600px MPPC セルの幾何学形状 (2 ピクセル) .

## 2.2 Si APD の設計

ここでは、Si の APD を例にとって、半導体光検出器においてどのような設計が施されるのかを述べる。

### 2.2.1 空乏層と吸収長

まずどの波長の光を受けるのかを選択する必要がある。図 A.4 の Si における光の吸収係数を見ると分かるように、たとえば 420 nm の青い波長の光に対しては吸収長は  $0.5 \mu\text{m}$  程度であるのに対し、700 nm の赤い波長に対しては  $5 \mu\text{m}$  程度であり、ここに約一桁の開きがある。空乏層以外で光電変換を起こした場合には、光電子に電場が印可されないので、増倍を起こさない。これは光の検出効率を下げる。したがって、高い検出効率のためには、できるだけ空乏層の厚さが大きいように工夫した方がよい。一方で空乏層を厚くするとドリフトに時間がかかるようになる。また、空乏層の体積の増加に応じて熱励起ノイズも増加する。このことから、光の検出効率の追究と低ノイズ・高時間分解能の追究はトレードオフの関係にあることが分かる [10]。特に 700 nm より長い波長に対しては吸収長は急激に長くなるので、赤外域に感度を持たせようとする場合には  $10 \sim 100 \mu\text{m}$  程度の空乏層が必要になる。また、ドリフト時間が長くなるとキャリアの再結合の確率が高くなって検出効率が落ちるといった側面にも注意する必要がある。

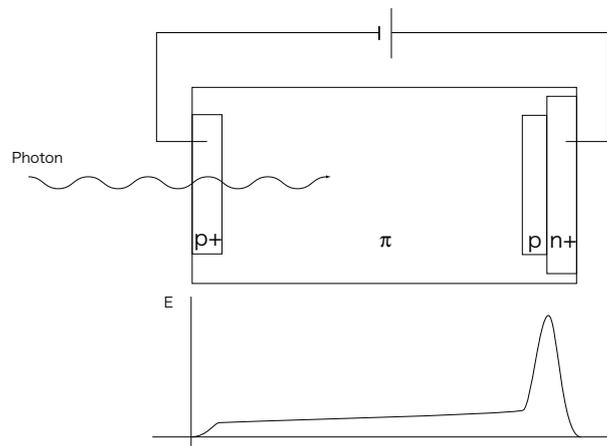


図 2.6: 長い空乏層領域を確保した APD の模式図と電場分布。図中の  $\pi$  はエピタキシャル層であることを示す。

### 2.2.2 入射面の選択

Si の APD では光電変換によって生成される電子ホール対のうち、電子によって増倍を起こす。このため、光電子が生成されたのちドリフトした先に増倍領域があるように電場分布を設計しなくてはならない。APD は逆バイアスを印可するので、電子は p 型から n 型に向かうようにドリフトする。ひとつの方法は、図 2.6 のように光の入射面を p 型にして陰極にし、ドリフトする先の陽極の直前に pn 接合を設けるものである。逆に、n 型の陽極側を入射面にする場合には、陰極の直前に pn 接合を設けるようにする。電子をドリフトさせる領域はエピタキシャル成膜などの方法によって不純物濃度の低い領域を形成することで、比較的一様な電場でドリフトさせることが可能になる。

### 2.2.3 増倍率のコントロール

図 A.10 を見ると、一様電場の形状では増倍率が 10 以上でかつ発散しないような領域の電場の領域は非常に狭いことが分かる。このように狭い電場の範囲で急激に増倍率が変わることはデバイスの安定な動作という面から見て好ましくない。より緩やかに増倍率が上昇していくような電場の形状が求められる。図 A.10 では、増倍領域の厚さが薄いほど、増倍率の増加が緩やかになる傾向が見える。このことから、pn 接合において、濃度分布の変動が急激になるように設計することで、より安定性が高く高増倍率の APD が作成できると考えられる。

### 2.2.4 APD の性能

今挙げたような点に注意して APD の設計を行う必要がある．本論文ではこれ以上 APD の設計について触れないが，典型的な APD の性能について，表 2.2 にまとめる．

表 2.2: 浜松ホトニクス社製 APD S8664-55 の諸性能．データシート [5] による．

|             |                         |             |           |
|-------------|-------------------------|-------------|-----------|
| 有効受光面       | 5 mm × 5 mm             | 動作温度 [°C]   | -20 ~ +60 |
| 感度波長範囲 [nm] | 320 ~ 1000              | 最大感度波長 [nm] | 600       |
| 量子効率 [%]    | 70 @ $\lambda = 420$ nm | 降伏電圧 [V]    | ~ 400     |
| 端子間容量 [pF]  | 80                      | 増倍率         | 50        |

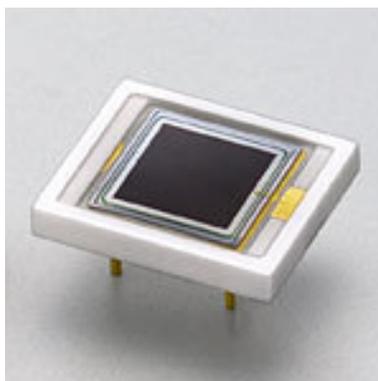


図 2.7: S8664-55 の概観図．

## 2.3 PPD の基本設計

PPD はガイガーモードで駆動する半導体光検出器である．APD と同様に半導体光検出器であるので，設計にあたって考慮すべき点については APD と共通点を多く持つ．しかし PPD はガイガーモードで駆動するという APD とは異なる信号発生機構のため，その設計にあたっては従来の APD とは全く異なる点について考慮する必要がある．

### 2.3.1 ガイガーモードでの駆動とクエンチ

第一に問題になる点は，付録 A.6 に詳述されるように，ガイガーモードでは増倍率が発散するため，何らかの増倍を止める機構が必要になることである．この増倍を止める機構はクエンチ機構と呼ばれる．ガイガーモードで駆動する APD のクエンチ機構には，大きく分けて二つの方法がある．

- 受動クエンチ (passive quench)

ダイオードに直列に高い抵抗値を持つ抵抗を接続することによって自発的にクエンチが発生するもの．単純な構造を持つので製作が簡単な上，開口率を高く保てるという利点がある一方で，増倍率や時間分解能という性能はダイオード - 抵抗系による物理で決定されるので，設計に際してはデバイスの物理についてよく理解する必要がある．本論文では主にこのタイプの PPD を扱う．

- 能動クエンチ (active quench)

ダイオードがガイガーモードで信号を発生したことを外部回路が認識して，ダイオードに印可している電圧を増倍が起こらないレベルにまで強制的に下げるもの．受動クエンチと比べると外部回路を通して電圧をコントロールするため，不感時間の長さなど時間特性で受動クエンチに劣るが，高いシグナルレベルを出力することができる．外部回路の存在のためその構造は複雑になる．

受動クエンチの場合、 $10^5 \sim 10^6$  個の電子ホール対に相当するパルスが出力される。このパルスの大きさは、信号として検知するのに十分な大きさであるため、単光子がピクセルに入射した場合でも、その信号を検知することが可能である。この意味で PPD は単光子検出能力をもつデバイスである。APD の増倍率が  $50 \sim 100$  程度であることを考えると、この増倍率は圧倒的であり、また PMT のそれに比肩する量である。しかし、PPD では 1 ピクセルに入射した光子の個数に関係なく、一定の出力をもつ。

4章で詳述するが、受動クエンチの PPD の増倍率  $G$  は動作電圧を  $V_{op}$ 、降伏電圧を  $V_0$  とおくと、実験的に

$$G = \frac{C}{e}(V_{op} - V_0) \quad (2.1)$$

の関係がある。ただし、 $e$  は電荷素量であり、 $C$  はキャパシタンスの次元を持つ定数である。 $C$  はピクセルキャパシタンスと呼ばれる。 $C$  の値はピクセルあたりの面積などに依存するが、 $25 \times 25 \mu\text{m}^2$  の大きさのピクセルのもので  $20 \text{ fF}$  程度である。この式に表されているように、PPD の増倍率はピクセルキャパシタンスと降伏電圧からの電位差  $\Delta V \equiv V_{op} - V_0$  によって決まっている。

### 2.3.2 並列配置

1 ピクセルのみの PPD では入射する光子の量を測ることはできない。光子の量を計測するためには、このような検出器を多数並列に配置すれば良い。1 つのピクセルの面積が十分に小さければ、2 つ以上の光子が同時に 1 つのピクセルに入射する確率を小さく抑えることができ、事実上、並列配置された  $N$  個のピクセル全体で、同時にヒットしたピクセルの数を数えることによって、入射光子の量を測ることが可能になる。これが“Pixelated”と呼ばれる所以である。

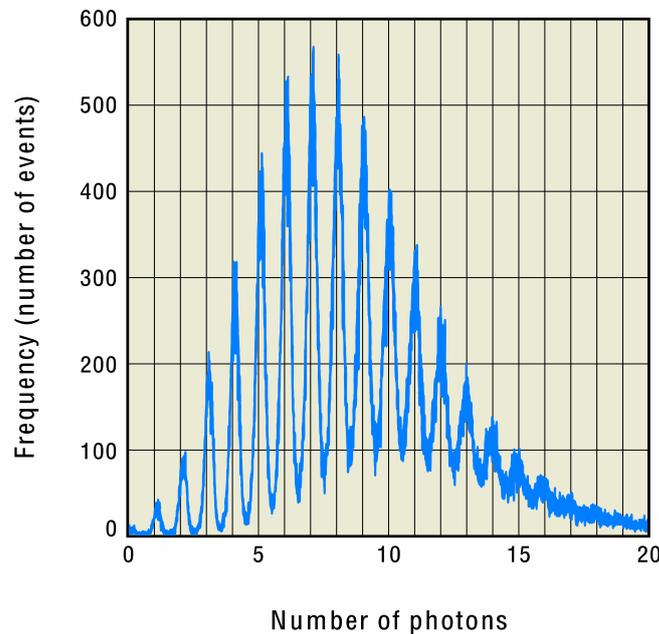


図 2.8: 光パルスを入射したときの PPD の波高の分布。ヒットしたセルの数が「検出したフォトン数」に対応し、波高分布は離散化する。MPPC のデータシート [1] より引用。

ふつう PPD では各ピクセルの読み出しは共通である。このためどのピクセルがヒットしたかを読み出して区別することはできない。PPD では、 $n$  個のピクセルが同時にヒットすると、1 つのピクセルだけがヒットした場合に比べて  $n$  倍の波高と積分電荷を出力する。このため、一定の光量に対して波高分布をとると、光量に応じたポアソン分布状の分布<sup>2</sup>が離散化されて取得される。そして、 $n$  個のピクセルがヒットしたときの信号を  $n \text{ p.e}$  という単位で呼ぶ。この離散化した波高分布が PPD の最大の特長である。このような波高分布の例を図 2.8 に示す。

<sup>2</sup>後述するクロストークおよびアフターパルスの影響のため、厳密には分布はポアソン分布からずれる。

### 2.3.3 ケンチング抵抗

MPPC は受動ケンチの PPD で、各ピクセル毎にケンチング抵抗と呼ばれる抵抗が直列に付与されている。このため各ピクセルは独立の素子として機能し、あるピクセルがヒットして不感であるとしても他のピクセルは機能する。MPPC のケンチング抵抗は高不純物濃度の poly-Si からなる。ケンチング抵抗の大きさは 1600px MPPC で 200 k $\Omega$  程度であることが知られている。

## 2.4 PPD のノイズ

PPD におけるノイズは、空乏層中で自由キャリアが発生するとそれがガイガーモードのアバランシェ増幅を起こすので、たった一つのノイズ源となる電子あるいはホールが空乏層に発生しただけで、光電子による信号波形と見かけ上区別できないパルスとして観測される。このような PPD のノイズ・パルスにはいくつかの種類があることが分かっている。それぞれのノイズのふるまいと、考えられている発生メカニズムについて以下に述べる。

### 2.4.1 ランダム・ノイズ

他のパルスと無相関に発生するノイズ・パルスを総称してランダム・ノイズと呼ぶ。これには次のようなメカニズムがあると考えられている。

#### 熱励起ノイズ

主として空乏層において半導体じしんの持つ温度による黒体輻射を吸収して電子が励起し、自由キャリアが生成される。逆バイアスダイオード中における熱励起では、伝導帯と不純物の間の遷移における生成が支配的になる。熱励起ノイズの発生率  $r$  は真性半導体のキャリア密度  $n_i$  に比例し、

$$r \propto n_i \equiv 2 \left( \frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp \left( -\frac{\phi_g}{2kT} \right) \quad (2.2)$$

であることが知られている（付録 A.4）。ここで  $m_e$ ,  $m_h$  はそれぞれ電子およびホールの有効質量、 $\phi_g$  は半導体のバンド間エネルギーである。常温においてはランダム・ノイズはそのほとんどが熱励起によるものである。

#### トンネル効果

高電場の逆方向バイアスをかけられたダイオードでは、位置  $z$  で価電子帯にある電子が位置  $z + \delta z$  へトンネル効果で移り、その際に伝導帯に遷移する、ということが発生する（付録 A.5）。トンネル効果によるキャリアの発生は電場に依存するが、温度に依存しない。常温では熱励起ノイズのためその寄与は観測できないが、77K など低温下に残留するランダム・ノイズは主にトンネル効果による寄与であると考えられている。

### 2.4.2 アフターパルス

アバランシェ増幅の途中で、増倍されたキャリアが一時的に捕獲され、暫時の後に再放出されるという現象が発生することがある。捕獲から再放出までの時間は数 nsec から数百 nsec におよぶので、再放出されたキャリアは再度アバランシェ増幅を起こし、二次的なパルスを発生する。この二次パルスはアフターパルスと呼ばれる。アフターパルスは、それを発生させる捕獲キャリアを生成した一次パルスと同一のピクセルで発生するのが特徴である。

アフターパルスの発生する要因については、以下のような説明がある [11, 12]。

- アフターパルスは、シリコン結晶中の格子欠陥によって捕獲され、ある時間ののちに再放出されたキャリアがアバランシェ増幅を引き起こすことによって発生する。
- キャリアを捕獲する各トラップにはそれぞれ固有の準位が存在する。格子欠陥の種類の違いにより、いくつかの時定数の異なるアフターパルスが存在する。
- キャリアが捕獲される確率は非常に稀で、ひとつのキャリアが捕獲される確率は  $10^{-7}$  の程度である。1つのパルスあたりでは  $O(0.01 - 0.1)$  程度である。

### 2.4.3 クロストーク

アバランシェ増幅の発生している途中に制動放射や再結合などの過程によって二次光子が放出される。この二次光子は半導体中を伝播し、ある割合で他のピクセル中で光電吸収され、そのピクセルにおいて二次的なアバランシェ増幅を引き起こす。これはクロストークあるいは光学クロストーク (optical crosstalk) と呼ばれる現象である。二次光子が発生してから二次パルスが誘発されるまでの時間は 1 nsec よりはるかに短いと見積もられており、測定ではあたかも通常の信号の 2 倍の波高および増倍電荷を伴うパルスが発生したように観測される。同時に複数のピクセルでクロストークが発生することもある (3 p.e. 以上)。

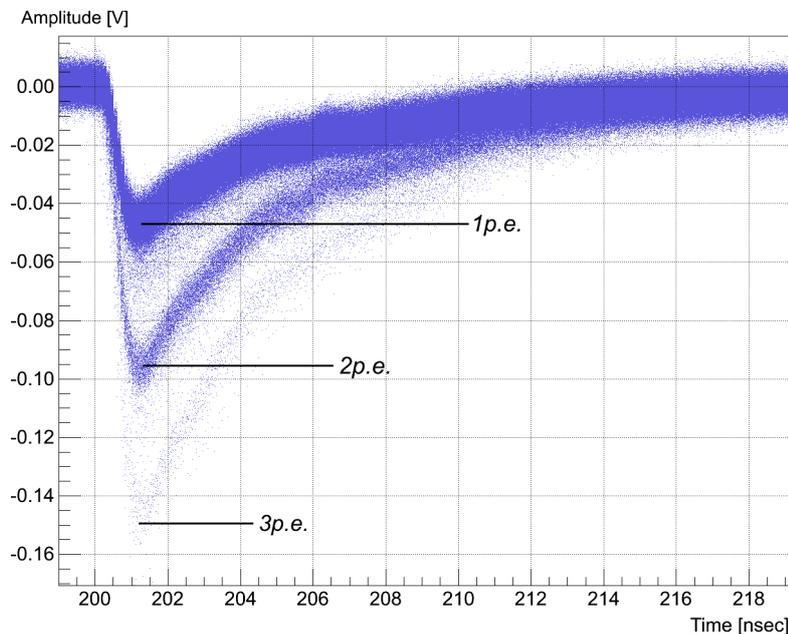


図 2.9: ダークノイズの波形のパーシステンスをとるとクロストークイベントが観測される。

$n$  個の光子が PPD に入射するとき、理想的には PPD の波高分布はポアソン分布に従う。しかしアフターパルスとクロストークの存在のために、分布はポアソン分布からずれを引き起こす。このため、入射光量を見積もるためには、アフターパルスとクロストークを考慮して補正を行う必要がある。

## 2.5 PPD の課題と本研究の目的

ここで、本論文の主題である PPD の解決すべき課題について述べる．PPD の開発における課題は大きく二点あり、それは

1. 性能向上を頭打ちにしている問題の解決
2. 開発手法の迅速化・効率化

である．

### 2.5.1 性能向上を頭打ちにしている問題の解決：カロリメータへの応用としての PPD

ここでは PPD の応用が強く期待されている、コライダー実験に使われるカロリメータで PPD を用いる場合に課題となっている点について述べる．カロリメータの読み出しとして要求される一般的な要請は、

1. 読み出し系がカロリメータの密封性 (hermeticity) を阻害しないこと．
2. 読みだし系の時間・位置・エネルギー分解能への影響が少ないこと．
3. 十分な放射線耐性があること．
4. 磁場耐性があること．
5. 低消費電力、低コストなど建設・運転を行う上での総合的な取り扱いやすさ

などである [13]．本論文ではこれらのうち主に 2. について焦点を当てる．なお、1. および 4. については PPD は PMT などの他の検出器に対して十分なアドバンテージがある．3. は重要な要請であるが、本論文では扱わない．5. は実際の実験の具体的な要請に依拠するので、本論文の範囲を超える．

2. についてさらに詳しくみる．カロリメータの性能を評価する上では、

1. 応答の線形性
2. エネルギー分解能

の 2 点が特に重要な要素になる．いずれの要素もシンチレータのみならず、読み出しである光検出器の性能にも依存する．

応答の線形性の追求 1. については光検出器の飽和が効いてくる．応答というのは入射する粒子のエネルギーで規格化した信号の大きさを定義し、例えば 1 GeV の電子入射に対する応答を 1 で規格化する．検出器が飽和してくると、応答は 1 から低下する．これは高エネルギー粒子に対する分解能を低下させる．PPD の場合はガイガーモードで駆動するので、応答の線形性を決めるのは全ピクセルに占めるヒットしたピクセルの割合、すなわち占有率 (occupancy) である． $N$  ピクセルの素子に、同時に実効的に (光子検出効率を考慮して)  $n$  個の光子が入射するときのヒットしたピクセル数  $N_{\text{hit}}$  は、解析的には

$$N_{\text{hit}}(n) = N \left[ 1 - \exp\left(-\frac{n}{N}\right) \right] \quad (2.3)$$

で与えられる．あるいは線形性  $L \equiv N_{\text{hit}}/n$  と占有率  $\alpha \equiv N_{\text{hit}}/N$  の関係に直せば、

$$L = -\frac{\alpha}{\log(1-\alpha)} \quad (2.4)$$

である．これは占有率  $N_{\text{hit}}/N = 0.5$  のとき、線形性は約 3 割低下することを示す．非線形性を 5% に留めようとする場合、全ピクセル数  $N$  は光子検出効率を考慮した最大光量  $n_{\text{max}}$  の 10 倍程度を確保する必要がある．実際にはアフターパルスとクロストークの寄与を加える必要がある．この場合、見かけの光量が増加するため見かけ上線形性が向上するなど、その関係は複雑になる．

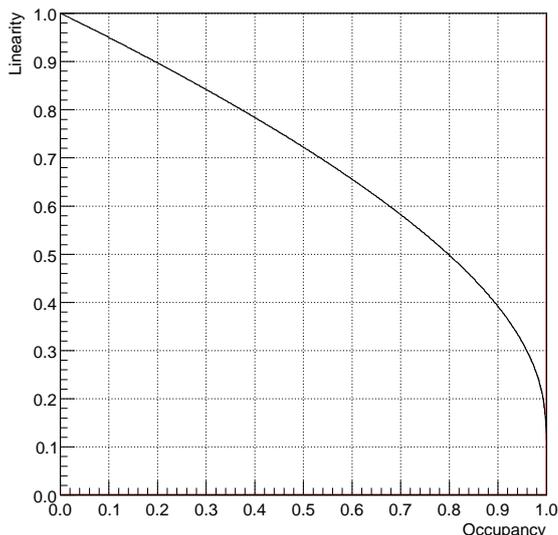


図 2.10: PPD における線形性と占有率の関係 .

このことから、入射光量に対して占有率が低いほど線形性が増すので、カロリメータとして使われる PPD はピクセル数が多いことが要請される。したがって、ピクセルの稠密度 (granularity) を上げること、そして大面積化が基本的な開発の方向性である。信号入射に対してピクセルが占有されている時間は不感時間 (dead time) と呼ばれるが、入射光が時間的に幅を持っていて不感時間よりも長い場合には、実効的な占有率が増加することがある。この場合には、ピクセルの不感時間は短い方が望ましい。

エネルギー分解能の追求 2. については、第一に同一の入射光量に対する信号のゆらぎが少なく、かつ時間的に安定して動作することが求められる。PPD では安定性は PMT や APD と比べると比較的高いと言える。環境によって左右されるのは主に降伏電圧が温度依存性を持つことで、約  $+50 \text{ mV/K}$  程度の勾配で降伏電圧が変化する。一方でピクセルキャパシタンス  $C$  の温度依存性はほとんどない [14] ため、降伏電圧からの電位差  $\Delta V$  に対する増倍率の関係 (2.1) は維持される。この意味で PPD の基本的な安定性は高い。

第二に、高い光子検出効率を持つことが求められる。半導体光検出器の量子効率は APD と同様に PMT の光電面よりも高く、この点で基本的に優れている。一方で、受光面に不感領域が存在するため、実質的な光子検出効率は量子効率よりも低くなる。

第三に、各ピクセルの増倍率を動作中に精度良くモニターして較正 (calibration) を行う必要がある。増倍率を精度良く測定するためには、単光子に対する応答信号を測定できることが重要である。単光子信号を検出するためには、現状の PPD の増倍率では高い利得を持つ高価な読み出しアンプを必要とする。PPD のすべてのチャンネルにこのようなアンプを設置すれば、装置全体のコストを大幅に押し上げる上、回路の実装・作動もはるかに複雑になる。読み出しアンプへの要求が一桁程度下がれば、これはずっと容易になる。このため PPD の増倍率を PMT 並みの  $10^6$  程度にまで増加させることが要求される。

PPD に対する要請 まとめると、PPD に対する要請は以下の点に集約できる。

1. ピクセルの稠密度の増加・大面積化
2.  $10^6$  の増倍率
3. 高い光子検出効率
4. 短い不感時間

解決すべき課題 PPD の開発にあたっては、上に挙げた 4 つの要請のうち、特に 1. と 2. の両立が重要な課題となっている。ピクセルの稠密度を増加させるためには、基本的にピクセルあたりの面積を小さくする必要がある。ピクセルキャパシタンスの大きさは基本的にはピクセルの面積に比例するので、稠密度を増加させるとピクセルキャパシタンスが低下して、 $\Delta V$  に対して増倍率が稼げない。実際、表 2.1 にあるように、稠密度の高いタイプの MPPC ほど典型的な増倍率が低くなっている。そこで、高い増倍率を達成するために、(2.1) に従って高い  $\Delta V$  における制御を行うことを試みるが、 $\Delta V$  を大きくしていくと、あるところでノイズレートが急激に増加し、パルスのない静穏な時間が存在しないほどにまでなってしまう。このため、許容できるノイズレートでの動作を行おうとすると、増倍率が制限されてしまう。したがって、ノイズレートを低く保ちながら高い増倍率を達成するような PPD が求められている。

この問題に対する解決を与えるためには、われわれはまずどのようにしてノイズが増加していくのか、そのメカニズムを明らかにする必要がある。これに関して、これまでランダム・ノイズ、アフターパルス、クロストークはすべて  $\Delta V$  の増加に伴って増大する傾向があることが分かっている。これらの個々のノイズ要因の相乗効果によってノイズレートの総和が多くなっていると考えられるが、これに関して定量的かつ詳細な研究は行われてこなかった。われわれは、高い  $\Delta V$  においてノイズレートがなぜ急激に増加するのかを詳細に調べた。その内容は第 3 章に詳述されている。

また、1. と 4. との両立も重要な課題である。図 2.4 にあるように、MPPC の表面には有感領域の周りを巡らせるようにクエンチング抵抗が配置されている。このような抵抗の配置のため、全面積に占める有感領域の割合（開口率）が制限されている。開発されている MPPC の開口率をみると、ピクセルサイズの小さいタイプの MPPC で開口率が小さい（表 2.1 参照）。これは主として、クエンチを生じるのに必要な抵抗の大きさのピクセルサイズに占める割合が、ピクセルサイズが小さくなるにつれて急激に大きくなっているからである。25  $\mu\text{m}$  角のピクセルで 30% 程度しか開口率がないので、これよりもピクセルサイズを小さくしようとすると、不感領域の割合が極端に大きくなってしまい、光子検出効率を著しく下げってしまうと考えられる。

その一方で、製品の製作にあたって選択されているクエンチング抵抗の値は半経験的に選ばれていると推察される。これは、受動クエンチのメカニズムがいまだ正確には把握できていないという理由による。従来説明されてきたクエンチのメカニズムは、クエンチング抵抗の値を選ばないものであった。低温における MPPC の波形の測定から、従来のクエンチのモデルに対する破れが観測された。われわれはこの低温中における波形を説明する新しいクエンチのモデルの構築に取り組んだ。これについての詳細は第 4 章で論ずる。

## 2.5.2 デバイス開発手法の迅速化・効率化

半導体デバイスは「プロセス」と総称されるさまざまな加工技術の組み合わせによって製造されている。デバイスの基本的な構造と特性は不純物の濃度分布によって決定されるが、これはイオン注入と熱処理（アニール）、およびエッチングなどの組み合わせによって成立している。注入したイオンは、熱処理に伴う不純物の拡散や活性化によって結晶中に不純物濃度分布を形成する。

デバイス開発における「設計」とは、デバイスを完成させるまでの工程の手順を決定することを意味する。これは、現実のデバイスは実現可能な製作工程に裏付けされる必要があるからである。要求されるデバイスの性能を満たす設計を見出すためには、少なくとも、ある設計を行ったときにそのデバイスの性能がどのようになるかを知る必要がある。

従来、これは莫大な労力と時間をかけた「条件出し」と呼ばれる実測と経験に基づく手法が主流であった。しかし、デバイスの設計と性能とは、本来的にはプロセスの物理とデバイスの物理によって橋渡しされている（図 2.11）。TCAD (Technology Computer Aided Design) は、上述した半導体のプロセス、および電気特性を物理的および化学的なモデルに基づいて計算機上で数値シミュレーションを行う技術である。TCAD の目標は、膨大な労力と時間、および予算を消費するデバイス設計を、数値シミュレーションによって代替することで、開発の加速と低コストを実現することにある。

TCAD における数値シミュレーションは、3 次元の場の方程式などの複雑な計算をいくつも組み合わせで行うために非常に計算コストのかかるものであるが、近年の計算機能力の向上と数値計算の信頼性の向上に

伴い、さまざまな半導体メーカーにおいて TCAD の導入が進みつつある状況である [15]。しかし、特にわが国における PPD の開発においては、物理的観点からは動作原理にまだ未解明の点があり、PPD として安定動作するための条件が十分に確立されてないため、また商業的観点からは開発規模とマーケティングとの折り合いのため、メーカーにおいては従来からの蓄積された経験と「条件出し」に基づく手法が採用されているのが現状である、

われわれは、TCAD の技術を用いて PPD の数値シミュレーションを様々なレベルで行うことによって、現在の PPD の性能を凌駕するような新しいデバイスの探索や開発を行う迅速かつ効率的に行うことができると考え、TCAD を用いてどのような開発が可能であるか、現在調査研究を進めている。これについての詳細は第 5 章で報告する。

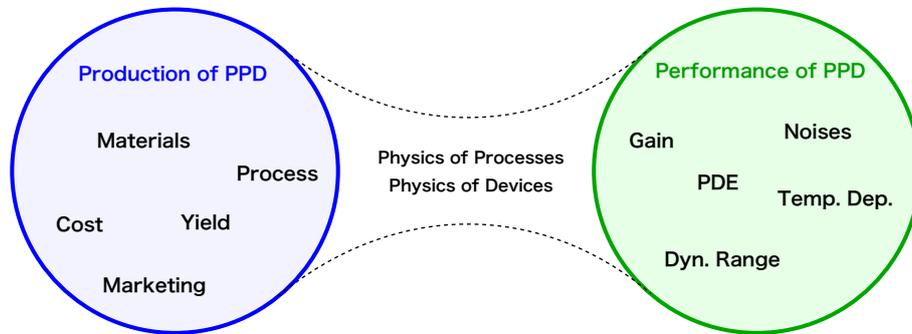


図 2.11: PPD の製造と、PPD の性能の関連 (概念図)。

## 第3章 PPDのノイズの測定

### 3.1 目的

前章で述べたように、PPDにはランダムノイズに加えて、アフターパルス、クロストークという現象が生じる。アフターパルスやクロストークは元になるパルスに対して（元のパルスが入射光子に対する信号であるか、ノイズ・パルスであるかに関わらず）付随的に生じる。特に高い $\Delta V$ で動作させると、アフターパルスによって第2次のアフターパルスが発生したり、アフターパルスにクロストークが付随するような現象が顕著になる。非常に高い $\Delta V$ では、一つのランダム・ノイズを起源として、いくつものアフターパルスやクロストークが次々と発生し、ノイズレートが非常に高くなるということが起こる（図3.1）。

この状況は図3.2に示すようなダイヤグラムによって直観的に理解することができる。図3.2(a)で、白丸はパルスの発生を表している。同じピクセルの中で結ばれている白丸は前のパルスを契機としてアフターパルスが発生する様子を表し、同時刻におけるピクセル間のパルス同士を結合する波線がクロストークを表している。

このように考えると、一つのランダム・ノイズパルスに対して、それに付随して平均的に発生するパルスの個数 $\xi$ という量を考えることができる。ここでパルスの個数とは、波形を取得したときに、観測される信号波形の数を指す。クロストークを起こした場合の信号波形はほぼ完全に2つの信号が重なって一つの信号として認識されるので、これはパルスの個数としては一つとする。ランダム・ノイズレートを $N_{\text{rand}}$ とすれば、すべてのランダム・ノイズのパルスは独立事象だから、総和のノイズレート $N_{\text{tot}}$ は $N_{\text{tot}} = N_{\text{rand}} \cdot \xi$ と表される。本章では、この平均パルス個数 $\xi$ がどのようにして決まるか、またそれによってPPDの総和のノイズレートが電圧に対してどのように変化するかを調べ、PPDのノイズがより基本的なノイズ要素からどのように決定されるかを解明することを目的とした。

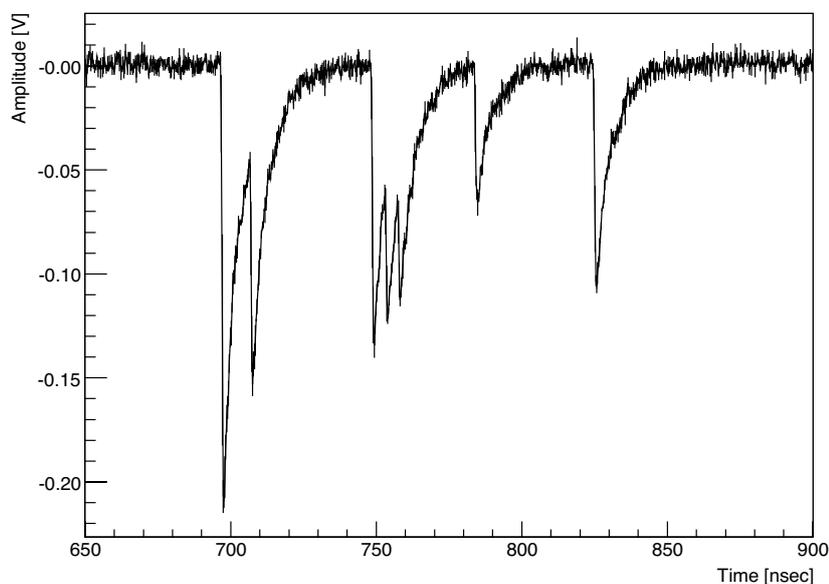


図 3.1: 持続的にノイズ・パルスが発生している状態の例。

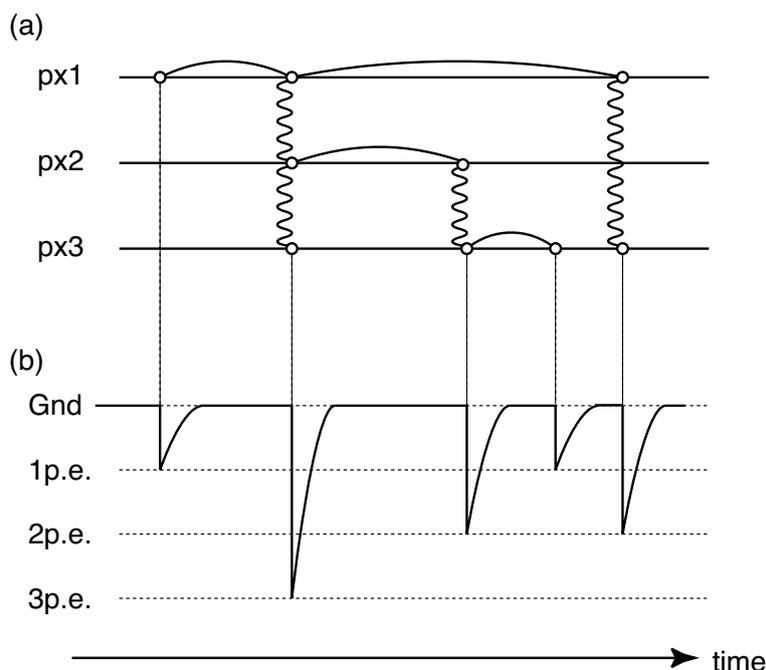


図 3.2: (a) ひとつのパルスを契機として、アフターパルスとクロストークによって持続的にパルスが放出される様子のダイヤグラム。(b) (a) のようにパルスが放出された場合に観測される波形の模式図。

## 3.2 測定方法

### 3.2.1 アプローチ

1600px MPPC のダークノイズを詳細に測定する。アフターパルス確率とクロストーク確率を独立に測定し、その結果を用いて平均パルス個数  $\xi$  を再構成する。

このためにわれわれ行った測定項目は以下の通りである。

- ランダム・ノイズの電圧依存性
- 総和のノイズレートの電圧依存性
- アフターパルス確率の電圧依存性
- クロストーク確率の電圧依存性

そして、これらの結果を総合して、

- 総和のノイズレートの電圧依存性の、基本的なノイズ要素からの再構成

を行った。アフターパルスを詳しく解析するために、われわれは MPPC の波形を取得して詳しく分析するという基本的な指針とした。波形はデジタルオシロスコープによって取得し、オフライン解析を行うことでアフターパルスの実態を詳しく解析する。

波形を用いた測定の特徴としては、

- オフラインでの複雑なデータ処理が可能
- 大きなデータサイズ
- 低い DAQ レート
- 限られたタイム・ウィンドウ

が挙げられる。一方で、従来測定に用いられてきた NIM-CAMAC を用いた測定方法の特徴として、

- 比較的単純な論理によるパルスの弁別

- 少ないデータサイズ
- 高い DAQ レート

が挙げられる。ランダム・ノイズおよび総和のノイズの測定については、従来の論理回路を用いた測定の方が波形解析よりも有利であるため、これらについては従来の NIM-CAMAC を用いて測定することとした。アフターパルスは波形解析を行う。また、クロストークについても、パイルアップによる影響を除去してこれを求めるために、同じく波形解析を使用した。

### 3.2.2 測定セットアップ

#### 測定環境

MPPC は暗箱の中に置かれ、ノイズの測定は外部光源を用いずダークノイズを測定した。温度は常温（約 300 K）である。

#### スローコントロール

Kikusui の電源 PAN110-1.5A はフロントエンド PC からシリアル通信によってリモートコントロールされる。電圧は環境温度によって多少変動するので、測定の前にキャリブレーションを行う。環境温度は Pt100 温度計によって測定中はモニターされるが、温度によるキャリブレーションは行っていない。測定の間にはわたって大きな温度変化のないことを確認している。

#### 電源の安定性

温度変化と、高電圧源 PAN110-1.5A の安定性を考慮した電圧精度は  $\pm 0.04$  V であった。

#### 読み出し

図 3.3 に測定に使用した読み出し回路の模式図を示す。以下にその概要を述べる。

- MPPC は電源 (菊水電子 PAN110-1.5A) から  $-HV$  を供給される。
- MPPC に  $HV$  を供給する手前に、 $10\text{ k}\Omega$ - $0.047\text{ }\mu\text{F}$  からなるローパスフィルタを設けて整流してある。
- MPPC のアウトプットは GND 線とともにボルテージアンプ (浜松ホトニクス C5594[16]) に接続されている。
- C5594 の入力は AC 結合であり、 $50\text{ kHz} \sim 1.5\text{ GHz}$  の帯域にわたって 36 dB の利得 (63 倍) の増幅をする。動作電圧は  $+12 \sim +16\text{ V}$  の範囲であるが、全測定にわたり  $+15\text{ V}$  で動作させた。
- C5594 への入力および出力インピーダンスはともに  $50\text{ }\Omega$  である。
- C5594 からの出力は DC 結合でデジタルオシロスコープに取り込まれるか、あるいは論理回路モジュールに入力される。
- $HV$  から MPPC の設置してある基盤、基盤から C5594、および C5594 からオシロスコープあるいは論理回路モジュールへはすべて QLA コネクタ ( $Z = 50\text{ }\Omega$ ,  $\text{bandwidth} = 1.4\text{ GHz}$ ) を使用した同軸ケーブルで接続されている。

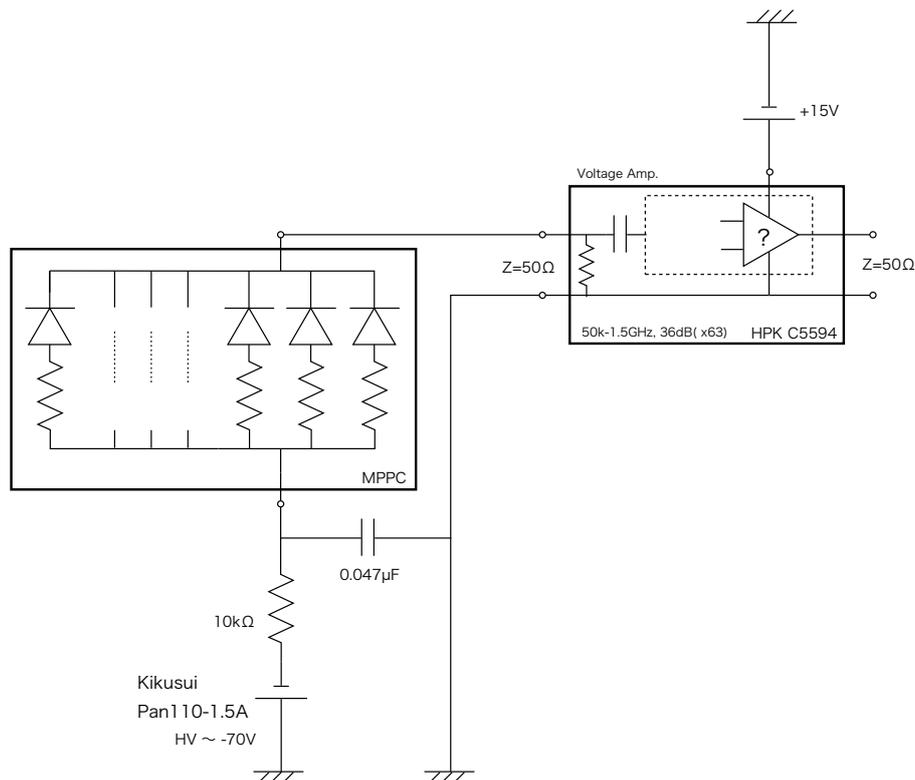


図 3.3: HV および読み出し系の回路図 .

表 3.1: 菊水電子 PAN110-1.5A の主な仕様 [6] .

| 出力                             |       |             |
|--------------------------------|-------|-------------|
| 電圧                             | 定格電圧  | 110 V       |
|                                | 可変範囲  | 0 ~ 110 V   |
|                                | 設定分解能 | 20 mV       |
| 定電圧特性                          |       |             |
| リップルノイズ ((5 Hz ~ 1 MHz) × RMS) |       | 0.5 mV      |
| 電源変動 (電源電圧の ±10% に対して)         |       | 0.005%+1 mV |
| 負荷変動 (出力電流 0% ~ 100% に対して)     |       | 0.005%+1 mV |
| 過渡応答 (標準値)                     |       | 50 μs       |
| 温度特性 (typ)                     |       | 100 ppm/°C  |

### 3.2.3 論理回路モジュールを用いた測定

論理回路モジュール (NIM および CAMAC) を用いた測定では, ランダム・ノイズおよび総和のノイズを測定する.

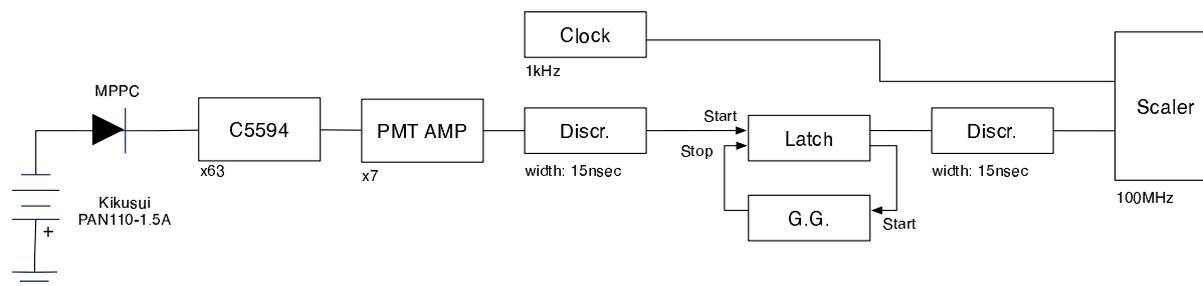


図 3.4: ノイズレート測定用の論理回路図.

### 3.2.4 波形の測定

ここではデジタルオシロスコープを用いた波形データ取得の方法について述べる. 本測定でわれわれが用いたデジタルオシロスコープは LeCroy WavePro 7300A[7] (以下, WavePro と呼ぶ) である. このデジタルオシロスコープの基本的な性能を表 3.2 に示す.

WavePro は Ethernet を通じて外部からリモートコントロールし, TCP/IP でコマンドとクエリを送ることができる. この操作は GPIB 規格におけるデバイスのリモートコントロールを Ethernet でエミュレートしたものである. WavePro に波形取得のコマンドを送ると, トリガーした波形データを内蔵するハードディスクに溜めていく. このハードディスクは SMB (Server Message Block) を介してストレージ用 PC にファイル共有されている. 一定数の波形データが蓄積されると一旦波形取得を休止し, データをストレージ用 PC にコピーし, WavePro 内蔵のハードディスク中のデータは消去される. コピーが完了すると, 波形の取得を再開する. この手順を繰り返しながら, 必要な数の波形を取得する. 1 秒間に取得できる波形の数は, 波形あたりのデータ点の数が 10,000 個程度の場合, 平均で 10 個程度である.

WavePro を用いた測定システムの模式図を図 3.5 に示す.

波形は, 一つの波形につき, トリガーされる 200 ns 前から 800 ns 後までの 1000 ns にわたって取得した. 波形のサンプリングは 10 GSamples/s すなわち 0.1 ns 間隔で行った. 一つの波形あたりのデータ点の数は 10,000 である.

波形データはヘッダ行に続いて各サンプリング時間における電圧値が 2byte で出力される. 波形の再現に必要なサンプリング間隔やオフセットの情報はヘッダ行に書かれる. したがって, 10,000 のデータ点を取得した場合, 一つの波形のデータ量は 20kB 程度である. 波形は 1000 個単位で一つのファイルに束ねられる.

測定は,  $V_{op} = 75.0$  V から  $V_{op} = 78.5$  V まで, 0.25 V 刻みで計 15 の電圧点に対して行った. それぞれの電圧点において, 100,000 個の波形を取得した.

表 3.2: LeCroy WavePro 7300A の基本性能 [7] .

|                 |                            |
|-----------------|----------------------------|
| 帯域              | 3 GHz @ 50 Ω               |
| 立ち上がり時間         | 150 ps                     |
| 電圧分解能           | 8 bit                      |
| 感度              | 2 mV/div ~ 1 V/div         |
| DC 利得の精度        | full scale に対し ±1.5%       |
| 時間レンジ           | 20 ps/div ~ 10 s/div       |
| クロック精度          | ≤ 5 ppm (0 ~ 40 °C の範囲で)   |
| 補間分解能           | 1.2 ps                     |
| サンプリング (単チャンネル) | Max. 20 GSamples/s         |
| トリガーモード         | Normal, Auto, Single, Stop |
| カップリング          | DC 50 Ω, DC 1 MΩ, AC 1 MΩ  |
| トリガージッタ         | 2.5 ps rms                 |

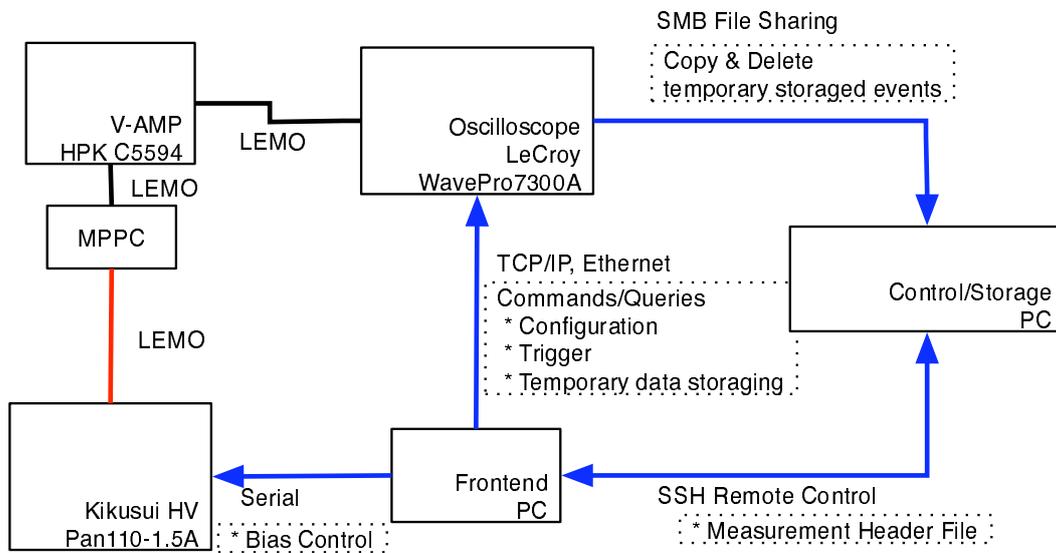


図 3.5: スローコントロールおよびオシロスコープの波形取得システム .

### 3.3 波形解析システムの構築

ここでは、前節で取得した波形データを解析する手法について述べる。語法の注意であるが、以下ではアナログの波形は単に「波形」という言葉を用い、アナログ波形を表す関数の変数は連続量をとるものとして、parenthesis“( )”内に記述する(例： $s(t)$ )。また、オシロスコープで取得したサンプリングされた離散的な波形は「波形データ」という言葉を用いて前者と区別し、変数は整数をとるものとして、bracket “[ ]”内に記述する(例： $s[j]$ )。

#### 3.3.1 MPPC の波形の線形性

MPPC の測定において波形解析が有効である大きな理由として、MPPC の波形が線形であることが挙げられる。MPPC の信号のゲインと印可電圧のあいだには、(2.1) 式で示したような線形の関係があるが、波形も印可電圧に対して線形であることがこれまでの観測事実から分かっている。図 3.6 にさまざまな電圧値における MPPC の平均波形を示す。これをそれぞれの波高に対して、波高の最小値を  $-1$  に規格化して図示したものが図 3.7 である。これからわかるように、MPPC の波形じたいは、その波高を除いては印可電圧によって変化しない。これは、クロストークや、回復過程の途上でアフターパルスが放出される場合も同様である。したがって、この規格化された波形を  $f(t)$  とおくと、MPPC の波形  $s(t)$  は一般に、

$$s(t) = a_1 f(t - t_1) + a_2 f(t - t_2) + \dots = \sum_m a_m f(t - t_m) \quad (3.1)$$

と書くことができる。われわれの波形解析の目的は、波形  $s(t)$  からそれぞれのパルスを識別し、各パルスの発生時刻と大きさを抽出することである：

$$s(t) \longrightarrow \{(a_0, t_0), (a_1, t_1), (a_2, t_2), \dots\} . \quad (3.2)$$

(3.2) の操作を個々の取得した多数の波形に対して行い、それを二次的に統計処理することによって、アフターパルスやクロストークなどの情報を引き出す。われわれは、MPPC の波形の線形性を利用して、たたみこみ分解(デコンボリューション; deconvolution)と呼ばれる手法 [17, 18] を用いて (3.2) の操作を行った。この手法はパイルアップの除去に対してきわめて有効である。

#### 3.3.2 デコンボリューション

ここでは、デコンボリューションについて説明する。デコンボリューションは、振動数空間で考えると都合が良い。連続波形  $x(t)$  に対してフーリエ変換と逆フーリエ変換を、

$$X(\omega) \equiv \int dt x(t) e^{-i\omega t} \quad (3.3)$$

$$x(t) \equiv \frac{1}{2\pi} \int d\omega X(\omega) e^{+i\omega t} \quad (3.4)$$

で定義する。二つの波形  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  があるとき、演算

$$c(t) = \int dt' x_1(t') x_2(t - t') \equiv (x_1 \otimes x_2)(t) \quad (3.5)$$

を  $x_1(t)$  と  $x_2(t)$  のたたみこみ(convolution) という。(3.5) の両辺をフーリエ変換すると、

$$C(\omega) = X_1(\omega) \times X_2(\omega) \quad (3.6)$$

が成り立つ。すなわち、実空間におけるたたみこみは振動数空間では二つの波形の積に等しい。これをたたみこみ定理という。

また、離散的な波形データ  $x[j]$  に対して離散フーリエ変換と逆フーリエ変換を、

$$X[k] \equiv \sum_{j=0}^{N-1} x[j] e^{-2\pi i j k / N} \quad (3.7)$$

$$x[j] \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{+2\pi i j k / N} \quad (3.8)$$

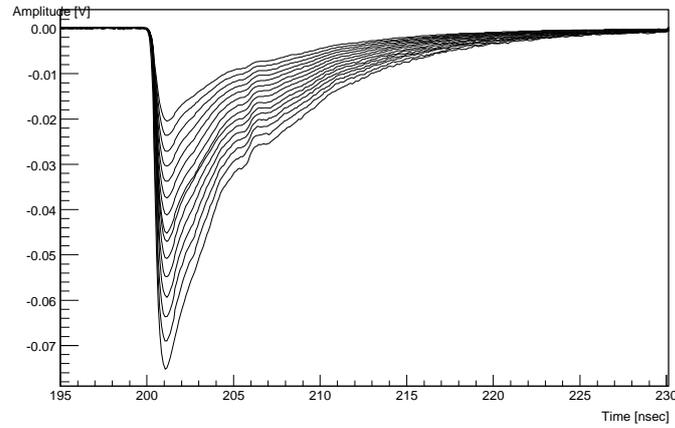


図 3.6: さまざまな電圧値における MPPC の 1 p.e. の波形 .

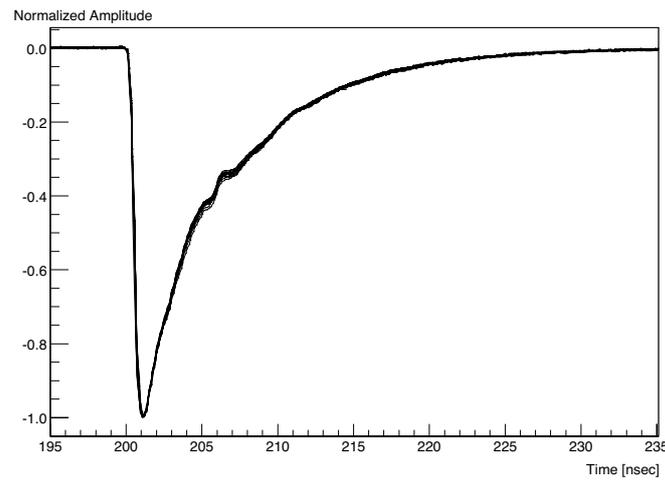


図 3.7: 図 3.6 の波形をそれぞれの波高で規格化したもの .

で定義する．また，連続波形と同様にして， $x_1[j]$ ,  $x_2[j]$  に対して，たたみこみ演算

$$c[j] = \sum_{l < j} x_1[l]x_2[j-l] \equiv (x_1 \otimes x_2)[j] \quad (3.9)$$

が定義できる．また，離散波形データに対しても，(3.6) と同様の定理

$$C[k] = X_1[k] \times X_2[k] \quad (3.10)$$

が成り立つ．

前節で述べたように MPPC の波形は線形なので，MPPC の波形  $s(t)$  は，信号の  $\delta$  関数列状の入力  $x(t)$  に対して平均パルス波形データ  $f(t)$  をたたみこんだものとして考えることができる．すなわち，

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_m a_m f(t - t_m) = \sum_m \int dt' a_m f(t - t') \delta(t' - t_m) \\ &= \int dt' \left( \sum_m a_m \delta(t' - t_m) \right) f(t' - t) \\ &= (x \otimes f)(t), \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$x(t) = \sum_m a_m \delta(t - t_m). \quad (3.12)$$

測定される波形データ  $s[j]$  は，これがサンプリングされたものである．そこで， $s[j]$  および， $f(t)$  をサンプリングして得られる  $f[j]$  に対して，

$$S[k] = \hat{X}[k] \times F[k] \quad (3.13)$$

となる  $\hat{X}[k]$  を考える．ここで  $S[k]$ ,  $F[k]$  はそれぞれ  $s[j]$ ,  $f[j]$  の離散フーリエ変換である． $\hat{X}[k]$  を入力， $S[k]$  を出力として考えると， $F[k]$  はフィルタ

$$\mathcal{F}: \hat{X}[k] \longrightarrow S[k]$$

の核 (kernel) としてとらえることができる．また  $F[k]$  を指して単にフィルタともいう． $\hat{X}[k]$  は離散的な量なので連続量である  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(\omega)$  とは厳密には対応しない．

デコンボリューションでは， $S[k]$  を入力とし，(3.13) でフィルタを別の  $F'[k]$  に置き換えた

$$S'[k] \equiv \hat{X}[k] \times F'[k] \quad (3.14)$$

に変換する．この変換  $\mathcal{D}: S[k] \longrightarrow S'[k]$  は

$$\begin{aligned} S'[k] &= \hat{X}[k] \times F'[k] = \left( S[k] \times \frac{1}{F[k]} \right) \times F'[k] \\ &= \frac{F'[k]}{F[k]} \times S[k] \end{aligned} \quad (3.15)$$

で表される．(3.15) がデコンボリューションの基本的な概念である．

$F'[k]$  に対応する  $f'[j]$  の選択は任意であるが，もとの波形  $f[j]$  よりもパルスの幅が小さいパルス状の関数を選ぶ．よく用いられるのはブラックマン窓関数 (Blackman window function) と呼ばれる波形で，これは

$$BW(t; \tau_{BW}) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos(2\pi t / \tau_{BW}) + 0.08 \cos(4\pi t / \tau_{BW}) & (0 < t < \tau_{BW}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.16)$$

で与えられる．われわれの方法でもこのブラックマン窓関数を採用した．パラメータ  $\tau_{BW}$  はブラックマン窓関数の幅を決める要素で，波形解析の時間分解能および  $S/N$  と関係する． $\tau_{BW}$  の選択については，後述する．

### 3.3.3 ウィナーフィルタ

現実の波形は理想的な1パルス波形のシグナルの線形和のみで構成されているのではなく、熱雑音など測定系全体から生じるパルス成分以外の成分も含む。ここでは、われわれの測定すべきノイズ・パルス以外の成分を総称して「雑音」と呼ぶ。そして、われわれの測定するパルス成分を「信号」と呼ぶ。測定される波形データのうち信号の成分  $s[j]$  で表し、雑音成分を  $n[j]$  で表す。 $n[j]$  は長時間で平均を取ると、0のまわりに分布するような量である。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} n[j] = 0. \quad (3.17)$$

このとき、実際に観測される波形データ  $y[j]$  は信号  $s[j]$  と雑音  $n[j]$  の和

$$y[j] = s[j] + n[j] \quad (3.18)$$

で与えられるとする。

ここで、 $y[j]$  とそのフーリエ変換  $Y[k]$  に対し、以下の量で定義されるパワースペクトルを導入する：

$$P(Y[k]) \equiv Y^*[k]Y[k] = |Y[k]|^2. \quad (3.19)$$

パワースペクトルは各振動数  $k$  における振幅の絶対値の二乗であり、振動数ごとのエネルギーの大きさを表す量である。

信号  $s[j]$  と雑音  $n[j]$  のパワースペクトルを考える。MPPCの場合1パルス波形  $f(t)$  は大雑把には急激に立ち上がり指数関数的に減衰する形状をしている：

$$f(t) \sim A \exp(-t/\tau)\theta(t - t_0). \quad (3.20)$$

このような波形の場合、そのパワースペクトルはおおまかに

$$P(F[\omega]) \propto \frac{1}{\omega^2[1 + (\omega\tau)^{-2}]} \quad (3.21)$$

に従う。このような振る舞いから、 $(F[k])^{-1}$  は高振動数側を増幅する、ハイパスフィルタとして振る舞うことがわかる。

一方で雑音  $n[j]$  のパワースペクトルを一般的に論ずることはできないが、雑音のモデルとしてよく使われるホワイトノイズでは振動数に対してパワーは一樣である。また、ピンクノイズではパワーは振動数に反比例する。しかし現実の雑音がどのように振る舞うにせよ、実際には高振動数側では信号のパワーは0に向かって減衰し、雑音のパワーが信号のパワーを上回ることが多い。実際に、図3.11に本測定で得られた信号 ( $S + N$ ) と雑音 ( $N$ ) の平均のパワースペクトルを示すが、1 GHz以上の成分はそのほとんどが雑音で構成されている。このため、単純に観測波形  $Y[k]$  に対して  $(F[k])^{-1}$  を演算することは結果的に高振動数の雑音成分を増幅してしまうことになってしまう。すなわち、雑音を含む波形を単純にたたみこみ分解すると、分解後の波形  $d[j]$  は激しく振動する<sup>1</sup>。

この問題に対処するには、何らかの形で高振動数側に存在する雑音成分を抑制すればよい。単純な方法は例えばローパスフィルタ

$$LPF[k] \equiv \frac{1}{1 + (k/k_c)^2} \quad (3.22)$$

を用いることであるが、カットオフ周波数  $k_c$  の選び方に任意性が残る。カットオフが低すぎれば時間分解能を下げ、高すぎると  $S/N$  を下げる。

<sup>1</sup>デコンボリューションでは  $F'[k]$  も乗ずる。 $F'[k]$  としてわれわれが採用したブラックマン窓関数は一種のローパスフィルタとして機能するので、 $(F[k])^{-1}$  と合わせるとバンドパスフィルタのように振る舞い、 $(F[k])^{-1}$  のみの場合よりも雑音成分の増幅はずつと抑制される。とはいえ、ブラックマン窓関数による雑音抑制は必ずしも最適ではないため、ウィナーフィルタを使用した方がより効果的である。

ウィナーフィルタ (Wiener filter) を用いると、与えられた信号  $S[k]$  と雑音  $N[k]$  のスペクトルに対し、つねに  $S/N$  を最適化することができる。ウィナーフィルタ  $F_W[k]$  は、

$$F_W[k] \equiv \frac{P(S[k])}{P(S[k]) + P(N[k])} = \frac{|S[k]|^2}{|S[k]|^2 + |N[k]|^2} \quad (3.23)$$

与えられる。これは以下のようにして証明される。

測定された一次波形データを  $y[j]$ 、そのうちの信号成分を  $s[j]$ 、雑音成分を  $n[j]$  とすると、

$$y[j] = s[j] + n[j] . \quad (3.24)$$

ウィナーフィルタとデコンボリューションフィルタをそれぞれ  $F_W[k]$ 、 $F_D[k]$  とすると、

$$Y'[k] = F_W[k] \times F_D[k] \times Y[k] , \quad (3.25)$$

$$F_D[k] \equiv F'[k] \times \frac{1}{F[k]} . \quad (3.26)$$

要請される波形は  $f'[j]$  である。このとき、ウィナーフィルタの条件は、

$$L \equiv \sum_j |y'[j] - s'[j]|^2 \quad (3.27)$$

が最小値をとることである。これは、雑音のない理想的な波形と、雑音を含む波形をウィナーフィルタを通したものが最も一致する条件を表している。

パーセバルの関係式と、 $S[k]$  と  $N[k]$  が無相関であることを利用すると、(3.27) は

$$\begin{aligned} L &= \frac{2}{N} \sum_k \left| Y'[k] - S'[k] \right|^2 \\ &= \frac{2}{N} \sum_k \left| F_W[k] F_D[k] Y[k] - F_D[k] S[k] \right|^2 \\ &= \frac{2}{N} \sum_k \left| F_W[k] F_D[k] (S[k] + N[k]) - F_D[k] S[k] \right|^2 \\ &= \frac{2}{N} \sum_k |F_D[k]|^2 \left| (F_W[k] - 1) S[k] + F_W[k] N[k] \right|^2 \\ &= \frac{2}{N} \sum_k |F_D[k]|^2 \left[ |F_W[k] - 1|^2 |S[k]|^2 + |F_W[k]|^2 |N[k]|^2 \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

と変形できる。ここで、ウィナーフィルタでは  $L$  が最小値をとる条件

$$\frac{\partial L}{\partial F_W[k]} = 0 \quad (3.29)$$

を要請すると、ウィナーフィルタ

$$F_W[k] = \frac{|S[k]|^2}{|S[k]|^2 + |N[k]|^2} \quad (3.30)$$

を得る。ウィナーフィルタはデコンボリューションフィルタ  $F_D[k]$  の形、つまり  $F'[k]$  の選択によらず、与えられた  $F'[k]$  のもとで  $S/N$  を最適化する。

#### ウィナーフィルタの計算

ウィナーフィルタを計算するためには、 $S[k]$  および  $N[k]$  のパワースペクトルが既知であればよい。 $N[k]$  のパワースペクトルは、電圧を MPPC に印可しない状態で、ランダムトリガーで  $n$  個の波形データを取得し、それぞれの波形データのパワースペクトルの平均をとることによって求めた。すなわち、

$$|N[k]|^2 = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} |N^{(m)}[k]|^2 . \quad (3.31)$$

ここで、 $N^{(m)}[k]$  は測定された波形の個々のフーリエ変換を表す．添字 ( $m$ ) は波形の番号を表すラベルである．

$|S[k]|^2$  は、1 p.e. パルスの平均波形を印可電圧ごとに作成し、そのパワースペクトルを用いた．1 p.e. パルスの平均波形は次のように求めた．多数の波形をトリガーし、波形データの時刻と電圧 ( $t_j, V_j$ ) を二次元ヒストグラムに詰める．このように作成した二次元ヒストグラムの例を図 3.8 に示す．最も度数の高い赤の帯が 1 p.e. の波形を表し、その 2 倍の波高を持つ緑の帯が 2p.e. を表している．各時刻ごとに電圧の最頻値を求め、それを平均波形とした．(3.6) における平均波形はこのようにして求められたものである．

作成された平均波形のパワースペクトルを図 3.10 に示す．さらに、 $|S[k]|^2$  および  $|N[k]|^2$  から (3.30) によって求めたウィナーフィルタを図 3.12 に示す．

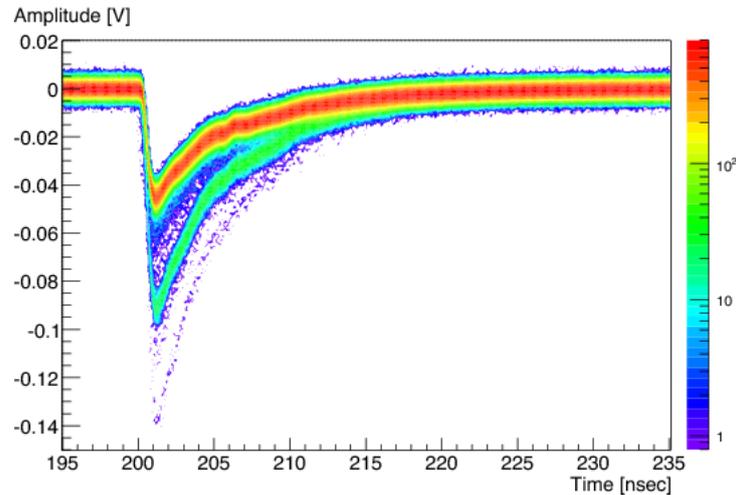


図 3.8: トリガーされた波形の 2 次元ヒストグラム．

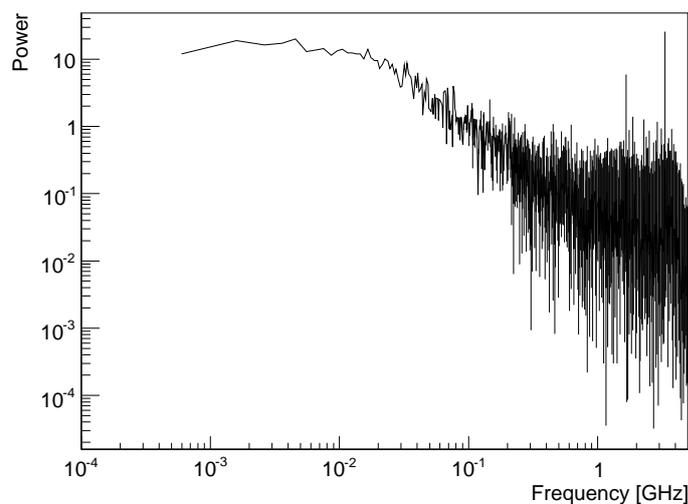


図 3.9: オシロスコープで取得した信号波形データのパワースペクトル．

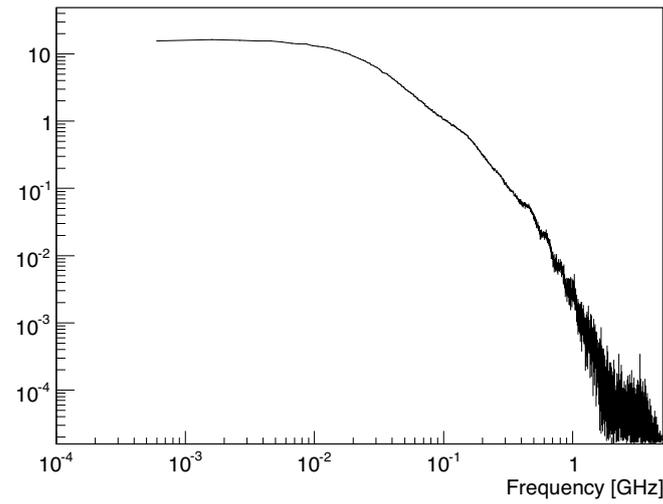


図 3.10: 1p.e. 信号波形データの平均パワースペクトル .

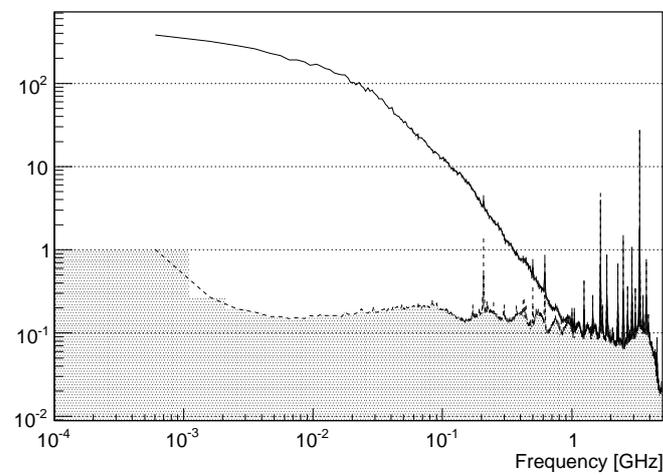


図 3.11: 信号波形データの平均パワースペクトル ( $S + N$ : 実線) と雑音の波形データ ( $N$ : 点線 + 網掛け) の平均パワースペクトル .

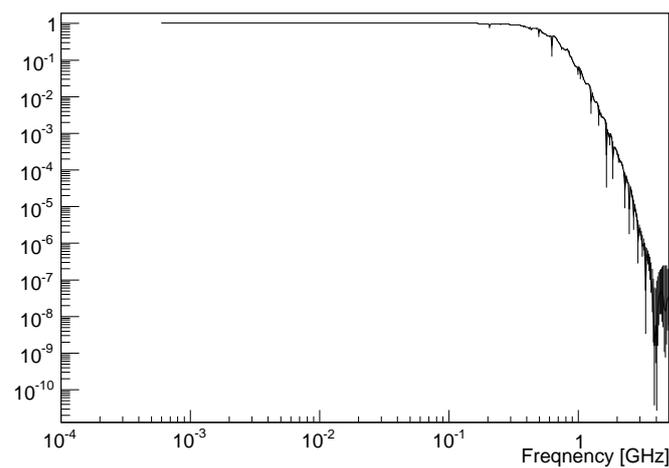


図 3.12: 図 3.11 に対応するウィナーフィルタ .

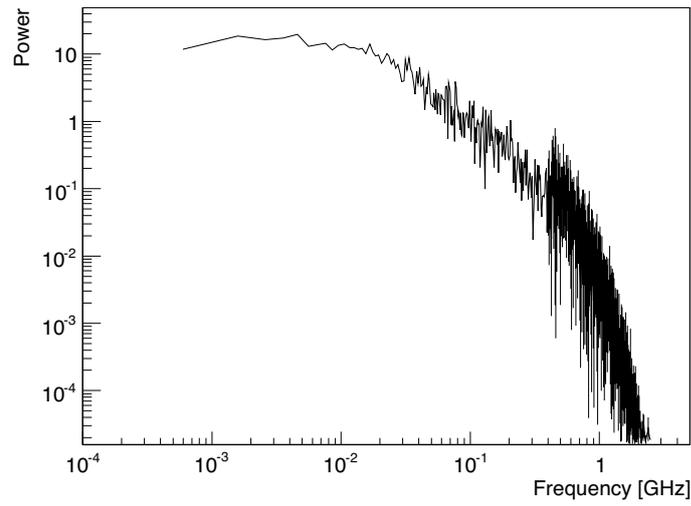


図 3.13: ウィナーフィルタを通した後の波形のパワースペクトル．図 3.10 と比較せよ．

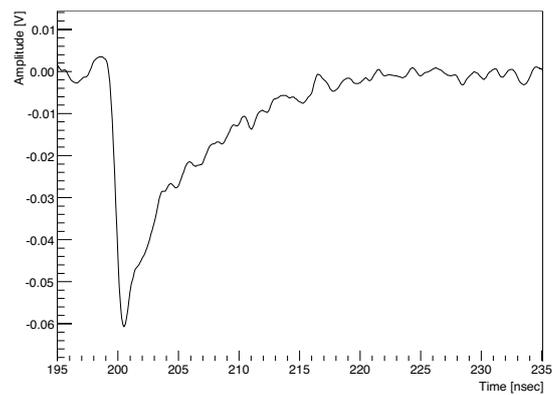
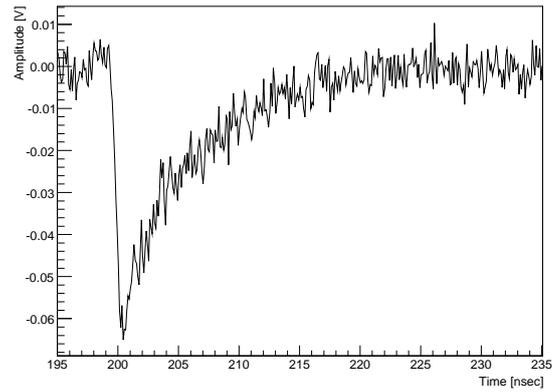


図 3.14: (左): 取得された波形のパルス部 (右): ウィナーフィルタを通したのちの同じ部分．

### 3.3.4 $\tau_{BW}$ の選択について

このようにして、最終的なデコンボリューションとウィナーフィルタを組み合わせたフィルタは (3.25) と (3.26) で与えられる。これにより、測定された波形データ  $y[j]$  を変換した  $y'[j]$  の例を図 3.15 に示す。この例では、200 ns 付近と 600 ns 付近に元の波形データではパルスのパイルアップがみられるが、デコンボリューションを行ったのちの波形データではこれらのパルスが分離されていることがわかる。

この整形後のパルスの形状はブラックマン窓関数 (3.16) によって決めていた。そして、この窓関数の幅はパラメータ  $\tau_{BW}$  によって決められていた。 $\tau_{BW}$  の選択にあたっては、 $\tau_{BW}$  が大きいとデコンボリューションによって整形した後の波形の  $S/N$  が向上するが、その一方でパルスの時間分解能が悪化するというトレードオフの関係にあることに注意する。整形された後の波形データ点は、基本的に GND(0) のまわりに分布し、信号パルスのあるところで大きなピークをもつ。整形後の波形データ点の分布を図 3.16 に示す。この分布はガウス関数でよくフィットできるので、フィットの結果から GND のまわりのデータの標準偏差  $\sigma$  を測定する。信号と雑音を分離するためにある振幅のところに信号と雑音を分離する閾値を設ける必要がある。われわれの基準では、 $+5\sigma$  を超えるようなピークを信号として識別することにした。

パルスが出力された後の回復過程の途中でアフターパルスが出力されると、その波高は 1 p.e. よりも小さくなる。このため、1 p.e. よりも小さい信号に対しても感度を持つようにしなければならない。そこで、われわれの  $S/N$  の要求基準として、 $+5\sigma$  のラインが 1 p.e. の 25% の波高のつくるピークよりも小さいことを設定した。これは、1 p.e. の信号の波高を信号レベル  $S$ 、雑音レベル  $N$  を  $\sigma$  としたときに、 $S/N > 20$  であることを要求する。

今回測定した 1600px の MPPC の場合、回復過程の時定数  $\tau_r$  は  $\tau_r \simeq 4$  ns である<sup>2</sup>。パルスが閾値のレベルまで回復するのに要する時間を不感時間と定義する。閾値レベルと 1 p.e. レベルの比を  $R$  とすると、不感時間  $t_{\text{dead}}$  は、

$$t_{\text{dead}} \simeq -\tau_r \log(1 - R) \quad (3.32)$$

である。 $+5\sigma \simeq 0.25 \times 1$  p.e. のとき、 $t_d$  は 1.2 ns 程度である。整形後のパルスの半値全幅 (FWHM) は  $\sim 0.4\tau_{BW}$  である。ただし、非常に小さい  $\tau_{BW}$  の場合には、ウィナーフィルタ側の制限から来るパルス幅の方が効いてくるので  $\tau_{BW} \rightarrow 0$  のとき FWHM はある有限の値に収束する (図 3.19)。不感時間より後にきたパルスを分解できるためには、FWHM は不感時間よりも短いことが望ましい。

したがって、 $\tau_{BW}$  に対する要求は次の二つである。

1.  $S/N > 20$
2.  $t_{\text{dead}} > 0.4\tau_{BW}$

ただし、優先順位としては、上記 1. の方を優先することにする。

図 3.18 と図 3.19 に、ある電圧値において  $\tau_{BW}$  をさまざまに変化させたときの、 $S/N$  および  $t_{\text{dead}}$ 、FWHM の変化を示す。この例では、 $S/N$  が 20 を超えるのは  $\tau_{BW} \gtrsim 1.4$  ns なので、これよりも大きい  $\tau_{BW}$  であれば上の条件 1. をクリアする。しかし、 $\tau = 1.4$  ns では不感時間の方が FWHM よりも大きいので、もっと高い  $S/N$  を実現できる。最適な  $\tau_{BW}$  は  $\tau_{BW} \simeq 2.0$  ns のときである。このとき、不感時間と FWHM が一致し、 $S/N \simeq 27$  である。

ここに述べたのは一般的な測定を行う場合の  $\tau_{BW}$  の選択である。アフターパルスには興味はないが高い時間分解能を求める場合には、 $S/N$  への要求を緩めて小さな  $\tau_{BW}$  を選択することができるし、逆に短時間における時間分解能を犠牲にすれば、高い  $S/N$  を実現できる。

<sup>2</sup>100px や 400px の MPPC では  $\tau_r$  はもっと長いことが知られている。この場合、窓関数の FWHM が不感時間より短くなることは容易に達成される。

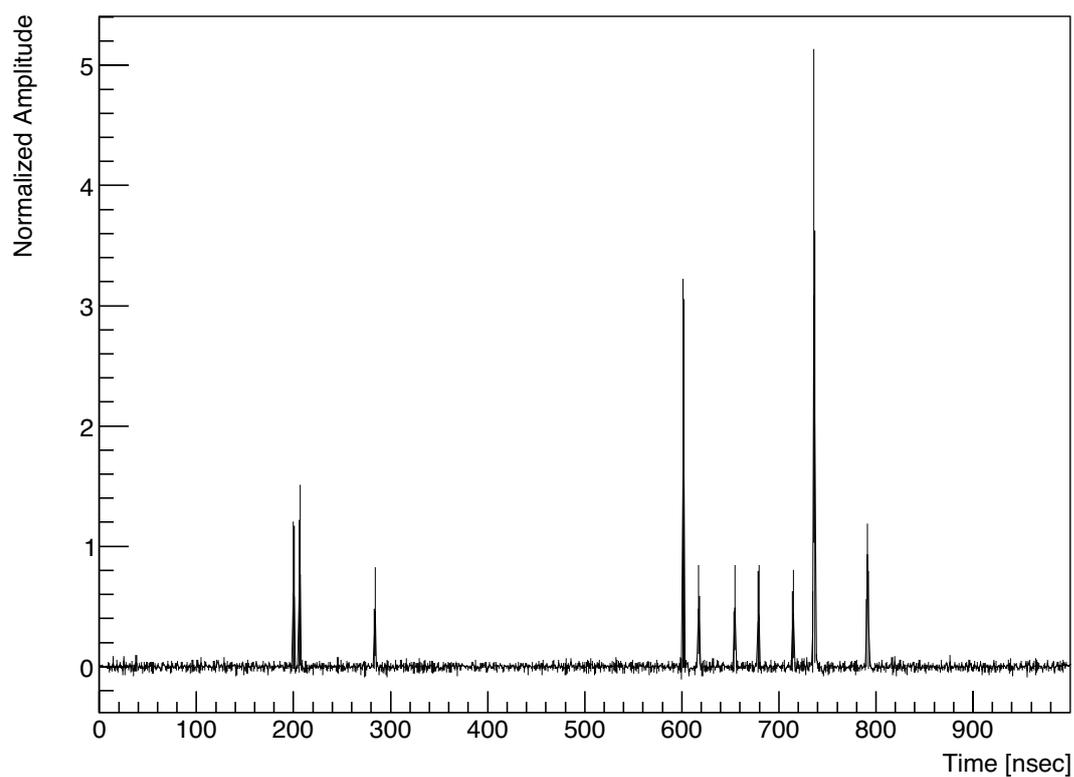
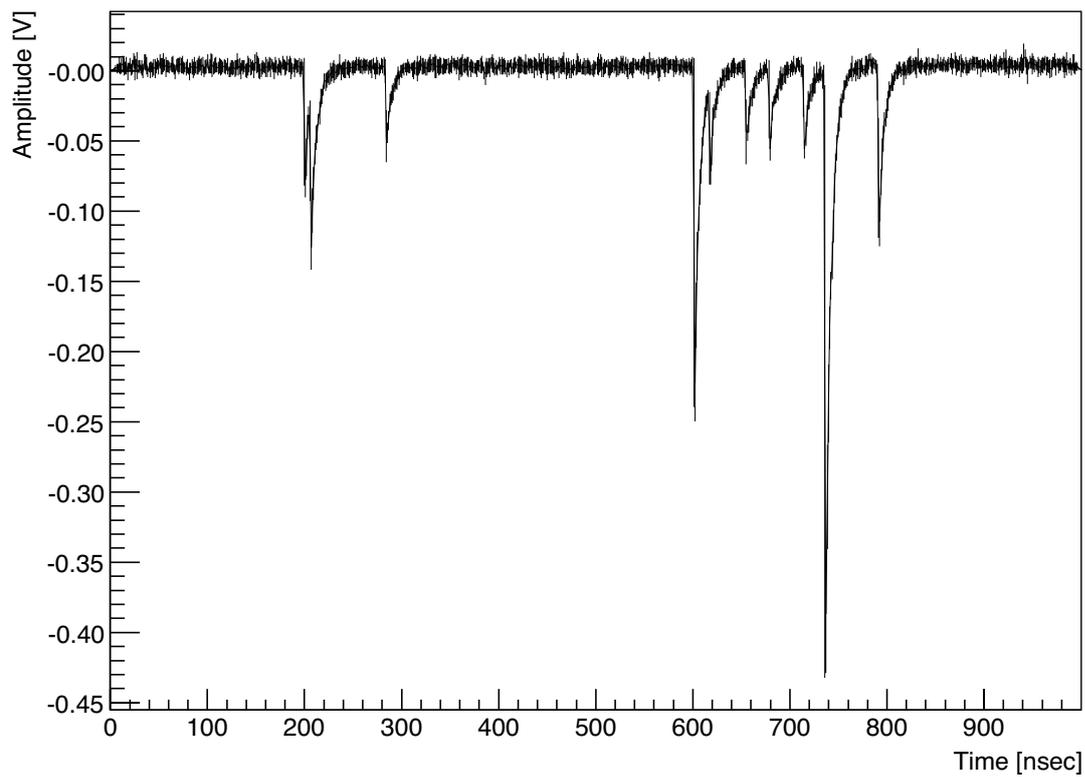


図 3.15: (上): デジタルオシロスコープで取得した波形 (下): たたみこみ分解を行った後の波形 .

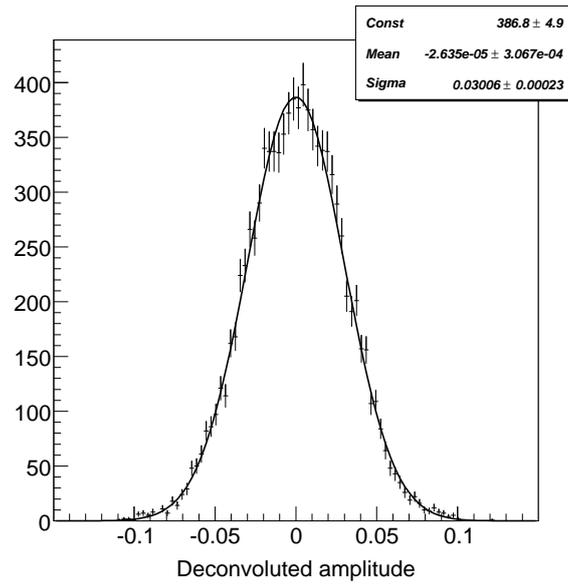


図 3.16: デコンボリューションした後の波形データの振幅の分布 .

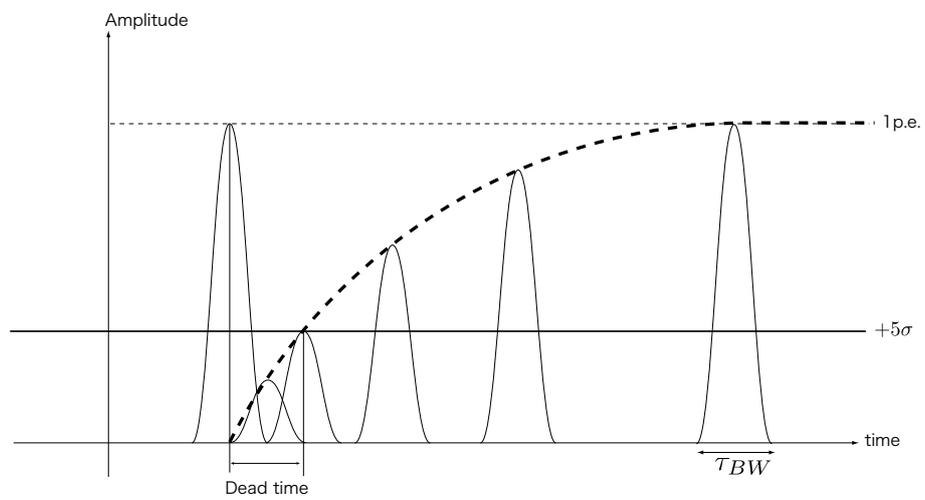


図 3.17: 回復過程と不感時間,  $\tau_{BW}$  の関係 .

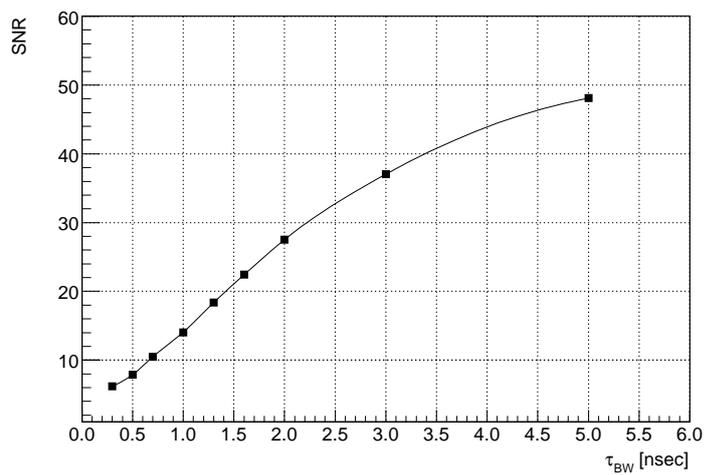


図 3.18:  $\tau_{BW}$  を変化させたときの  $S/N$  の変化 .

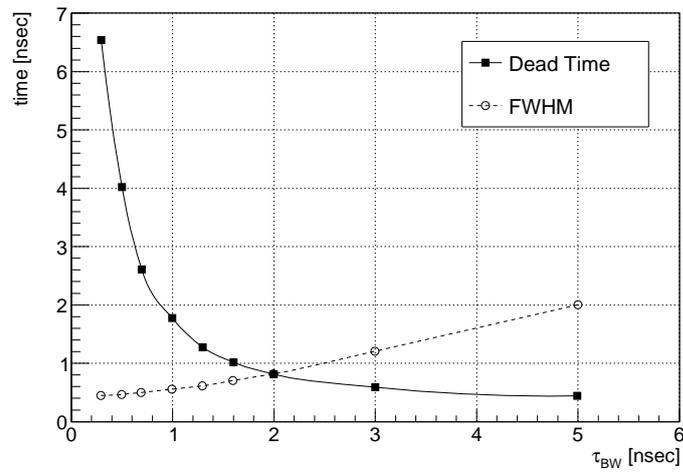


図 3.19:  $\tau_{BW}$  を変化させたときの不感時間および FWHM の変化 .

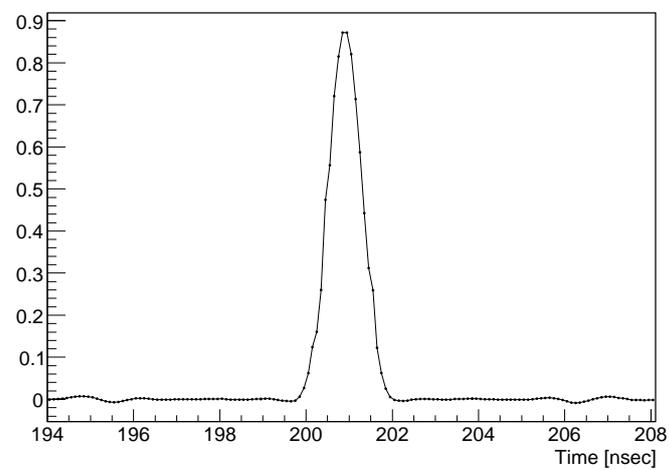


図 3.20: デコンボリューションを行った後のパルスの形成するピーク ( $\tau_{BW} = 2.0$  ns) .

### 3.3.5 ピーク検出とパルス情報の抽出

デコンボリューションを行った後の波形からのピーク検出は、ROOT<sup>3</sup>に実装されている TSpectrum というクラスを使用した。このクラスに含まれる関数 TSpectrum::Search() を使用すると、波形に含まれるピークの個数、およびそれぞれのピークの高さ  $a_j$  とピークの時間  $t_j$  を得ることができる。各波形についてこの操作を行い、結果を処理後のファイルに記録する。この結果をアフターパルスとクロストークの解析を行うための基本的なデータとした。すなわち、与えられた波形データ  $y[j]$  につき、対応する  $(a_m, t_m)$  を求める操作

$$y[j] \longrightarrow \{(a_0^{(y)}, t_0^{(y)}), (a_1^{(y)}, t_1^{(y)}), (a_2^{(y)}, t_2^{(y)}), \dots\} \quad (3.33)$$

が行えたことになる。

### 3.3.6 デコンボリューションによるパルスの増倍率の構成

平均波形を平均波形自身でデコンボリューションを行うと、図 3.20 のような波形を得る。この波形の最大値は、1 p.e. の波形の大きさを表す指標になる。この値を  $\bar{a}$  と定義する。波形  $y[j]$  の  $m$  番目のパルスにおけるピーク値  $a_m^{(y)}$  と  $\bar{a}$  の比  $a_m^{(y)}/\bar{a}$  は、1 p.e. のパルスに対する大きさの比を表している。そこで、p.e. 数  $r_{\text{dec},m}^{(y)}$  を以下のように定義する：

$$r_{\text{dec},m}^{(y)} [\text{p.e.}] \equiv a_m^{(y)}/\bar{a} \quad (3.34)$$

1 p.e. の平均波形  $\bar{y}[j]$  から 1 p.e. の増倍率  $G$  が求められる。

$$G = \frac{1}{eMZ} \sum_j \bar{y}[j] \Delta t \quad (3.35)$$

ここで、 $e$  は電荷素量、 $M$  はプリアンプ C5594 の増倍率、 $Z$  は同軸ケーブルの特性インピーダンス、 $\Delta t$  は波形データのサンプリング時間である。各パルスの「増倍率<sup>4</sup>」 $G_m^{(y)}$  を、

$$G_{\text{dec},m}^{(y)} \equiv G \cdot r_{\text{dec},m}^{(y)} \quad (3.36)$$

で定義する。(3.36) を「デコンボリューションしたときの増倍率」と定義する。特に、トリガー直後のパルスの増倍率  $G_{\text{dec},1}^{(y)}$  は以下に述べる「積分による増倍率」と比較する上で重要になる。

一方で、各波形データを積分することによって得られる量も、パイルアップを起こしていないものについては、増倍率あるいは積分電荷を表す。このため、オシロスコープのトリガー時間  $j_{\text{trg}}$  の 5 ns 以前から 200 ns にわたって波形を積分して換算した量

$$G_{\text{int}}^{(y)} \equiv \frac{1}{eMZ} \left( \sum_{j=j_{\text{trg}}-5 \text{ ns}}^{j_{\text{trg}}+195 \text{ ns}} y[j] \Delta t \right) \quad (3.37)$$

を「積分による増倍率」と定義する。

$G_{\text{dec},1}$  と  $G_{\text{int}}$  は、パイルアップのない波形に関しては、同一の物理量を与えるものである。ADC などを用いた従来のパルスの増倍率の分布の測定は、 $G_{\text{int}}$  を測定することにほぼ対応する。波形解析では、 $G_{\text{dec}}$  と  $G_{\text{int}}$  という 2 種類の量を測定することができる。パイルアップが発生している場合、二つの測定でどのように違いが見られるかを示したのが図 3.21 である。パイルアップのないイベントは、 $G_{\text{dec}} = G_{\text{int}}$  の直線上に分布するが、パイルアップを起こしているイベントはそれよりも下側の領域に分布している。積分による増倍率の分布をとると、たとえば 2p.e. の全体に占める量などを多く見積もってしまう結果になる。デコンボリューションを行うことによって、このようなパイルアップによる悪影響を効果的に除去することができる。ことがわかる。

<sup>3</sup><http://root.cern.ch/>

<sup>4</sup>より厳密には、クロストークを伴うパルスは、二つ以上のピクセルが同時にヒットした結果であるから、この用法は「一つのピクセルがヒットしたときの信号がつくる電子ホール対の数」という意味での増倍率ではない。ここでは、「各パルスの大きさを生成された電子ホール対の数で表す」という意味で、増倍率という語を用いる。

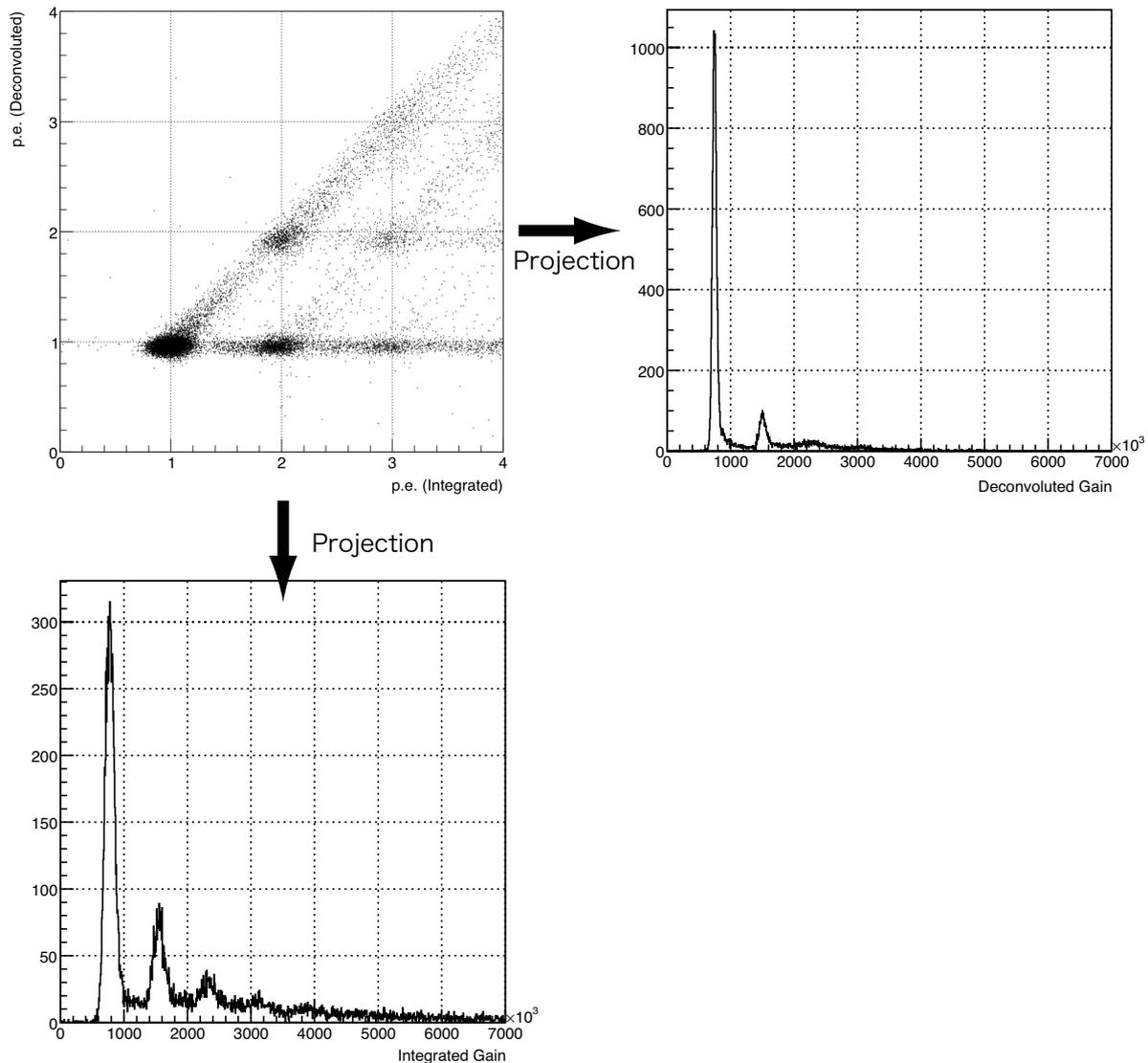


図 3.21: デコンボリューションによるパイルアップ除去の例．左上は、オシロスコープのトリガーした波形を 200 ns の区間で積分して求めた増倍率 (p.e. 換算) と、同じ波形をデコンボリューションによって求めた最初のピークの大きさから求めた増倍率 (p.e. 換算) を散布図で表したものである．積分では 2p.e. に位置しているが、デコンボリューションでは 1 p.e. に位置している点は、二つの 1 p.e. パルスが 200 ns のあいだに到来してパイルアップしているようなイベントを表す．左下のようにこれを積分波形側に投影すると、従来 ADC など測定されていたのと同様な分布が得られるが、これは右上にあるようなデコンボリューション側に投影した分布と比較して、パイルアップの影響を受けるため、2p.e. の全体に占める量などを多く見積もってしまう．デコンボリューションを行うことによって、このような影響を効果的に排除し、より正確なクロストーク確率などを求めることが可能になる．ただし、ADC を用いてクロストーク確率などを求めようとする場合は、パイルアップを可能な限り除去するために、積分ゲート区間を 10 ns 以下に設定するのが通例である [2] ため、ここに示した図ほどパイルアップの影響は大きくない．

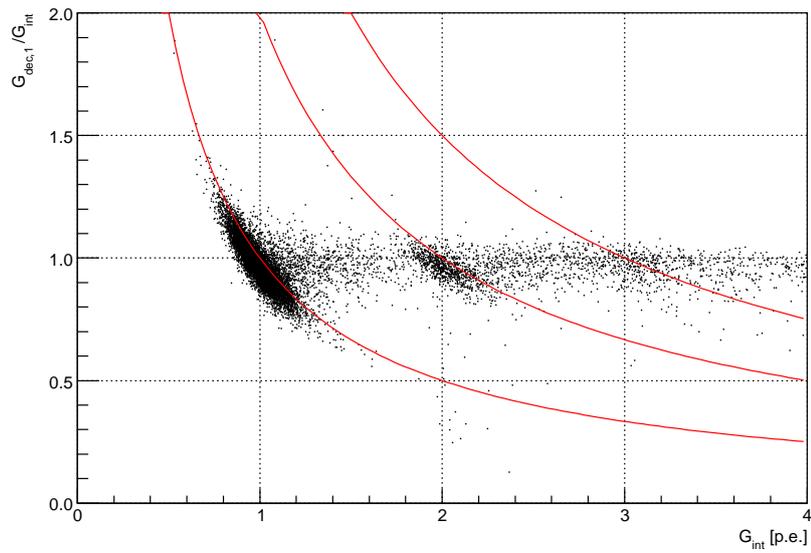


図 3.22: デコンボリューションによって求めた増倍率の線形性．デコンボリューションによって，一つのピークのみ含むと判定された波形について，積分によって求めた増倍率  $G_{\text{int}}$  に対して， $G_{\text{int}}$  とデコンボリューションによって求めた増倍率  $G_{\text{dec},1}$  との比  $R \equiv G_{\text{dec},1}/G_{\text{int}}$  をプロットしたものである．赤線は左から順に  $G_{\text{dec},1} = 1, 2, 3$  [p.e.] の線を表す．

### 3.4 ランダム・ノイズ

アフターパルスはランダム・ノイズに付随して発生するので、パルスをトリガーしたのち  $1 \mu\text{s}$  程度の十分な VETO 時間をおいてノイズレートを測定すれば、アフターパルスの影響を極力除いたランダム・ノイズレートを測定できると考えられる。ただし、通常行うように、 $1 \mu\text{s}$  の VETO 時間について、その間にもランダム・ノイズが発生すると考えて補正する。

このようにして求めたランダムノイズレートの電圧依存性を図 3.23 に示す。横軸を  $\Delta V$  に対してとっている。  $\Delta V \lesssim 4.5 \text{ V}$  ではランダム・ノイズは  $\Delta V$  に対してほぼ線形に増加している。一方で、  $\Delta V \gtrsim 4.5 \text{ V}$  では直線からの超過が見られる。われわれは、次節に述べる総和ノイズのこの電圧領域における急激な増加の結果から、この超過はゲートによる単純な VETO では、もはやアフターパルスの効果を除ききれなくなったために観測されているものであると解釈した。

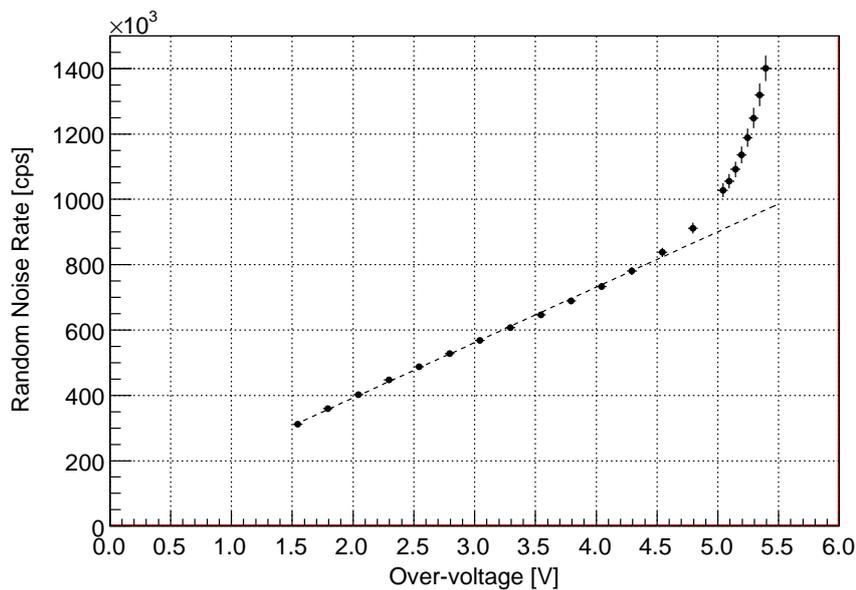


図 3.23: ランダム・ノイズレートの電圧依存性。

### 3.5 総和ノイズ

一方で、VETO 時間を最小限にしてパルス数をスケーラーで測定すれば、アフターパルスも含んだ総和のノイズレートを測定できる。われわれの測定系では、一度パルスをトリガーすると  $13.5 \text{ ns}$  の不感時間をがかった。この不感時間の扱いであるが、アフターパルスは図 3.26 に見るように前のパルスと相関をもつ。このため、ランダム・ノイズの測定とは異なり、アフターパルスに関する特別な補正が必要である。この補正法については、アフターパルスの解析について述べた後、3.9 節で詳述する。図 3.24 に測定された総和のノイズレートを示す。これには今述べた不感時間についての補正は行っていない。

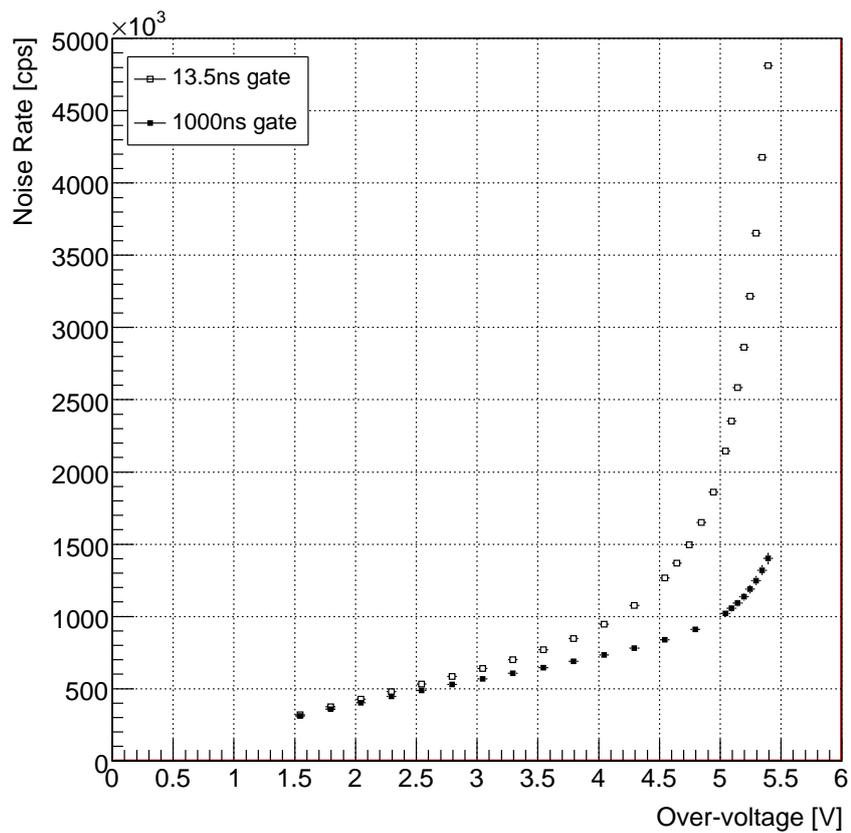


図 3.24: 総和のノイズレートの電圧依存性 . 13.5 ns ゲートを用いたノイズレートは総和のノイズレートを表す . ただし不感時間についてのアフターパルス補正は行っていない . 比較のため図 3.23 の 1000 ns ゲートを用いたランダム・ノイズレートの測定値もあわせて表示する .

### 3.6 降伏電圧と増倍率

通常の方法では、増倍率の電圧依存性 (2.1) を求め、これを外挿して、増倍率が 0 をよぎる点を降伏電圧と定義する。われわれもこの方法に従って降伏電圧を求めるため、(3.35) の定義によって、各電圧点における平均波形から増倍率を求めた。測定した 75.0 V から 78.5 V までの 15 の電圧点に対する増倍率をプロットしたものが図 3.25 である。この測定では、 $V \gtrsim 77.5$  V の領域で増倍率の線形性からの超過が観測された。これまで MPPC において、増倍率の線形性のずれがこれまでに報告されたことはない。今回の測定では増倍率は電圧に対して線形でなかったが、3.3.1 項で述べた波形の線形性は維持されているため、これまで述べてきた波形解析の枠組みに変更を加える必要などはないことを注記しておく。この結果自体は大変に興味深いことであるが、本章の主題から外れるのでここでは議論しない。

通常は、降伏電圧を求めるために増倍率の線形性が仮定されている。増倍率の線形性からのずれを観測したので、われわれは、以下の方法によって降伏電圧を求めた。 $V \lesssim 77.5$  V の領域では、増倍率はほぼ線形に増加しているとみなせる。そこで、75.0 V から順に測定された電圧点を一つずつ増やしながら 1 次関数による  $\chi^2$  フィットを行い、データ点の数  $N$  に対し、 $\chi^2/(N-2)$  が最も小さくなる点までをフィットされる点として含めた。

この結果、75.0 V から 77.5 V までのデータ点をフィットに用いることになった。フィットした直線を外挿することで、降伏電圧  $V_0$  として、 $V_0 = 73.46 \pm 0.09$  V を得た。図 3.25 の赤実線はフィットに使用した範囲でのフィットの結果であり、赤点線はその外挿である。

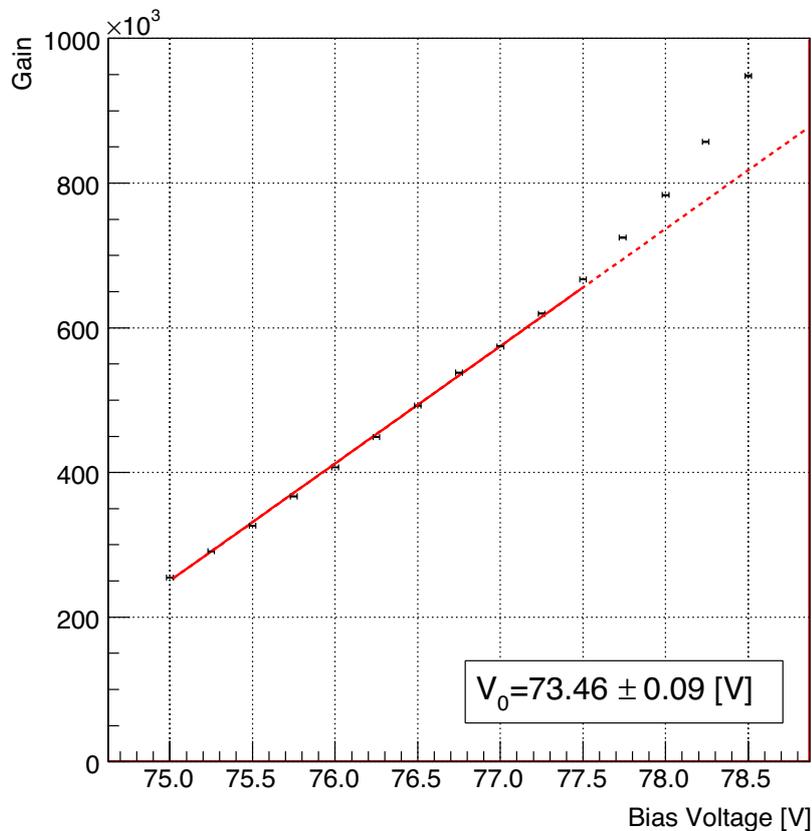


図 3.25: 増倍率の電圧依存性。

## 3.7 アフターパルスの解析

### 3.7.1 イベントの抽出

デコンボリューションを行った波形から抽出したパルスの情報をもとに、アフターパルスに関する解析を行う。トリガーされたパルスじしんがそれより前のパルスの影響を受けていない、という条件を入れるために、波形のトリガーの時間はオシロスコープの波形取得窓の開始端より 200 ns 後に設定してある。トリガーである 200 ns のパルスよりも以前にパルスが到来している場合は解析の対象から除外した。

さらに、このようなイベントのうち、トリガーパルスとあわせて全体で2つ以上パルスのあるイベントを対象として、トリガーパルスの直後に到来したアフターパルスとトリガーパルスとの時間間隔を測定する。これをすべてのイベントに対して行い、それを集計して図 3.26 に見るような度数分布を作成した。以後この度数分布をアフターパルスの頻度分布と呼ぶ。ここで「アフターパルスの頻度分布」と呼んでいるが、この分布のうちにはランダム・ノイズも混入していることを注記しておく。この測定におけるランダム・ノイズの混入は、アフターパルスに対するバックグラウンドとなる。

すべての電圧測定点において、このアフターパルスの頻度分布を求めた。なお、ノイズレートが電圧によって異なるので、度数分布の母数は電圧によって違いがあるが、いずれの測定も、以下に述べる解析に対しては十分な統計量を確保している。以下、この頻度分布の解析法について述べる。

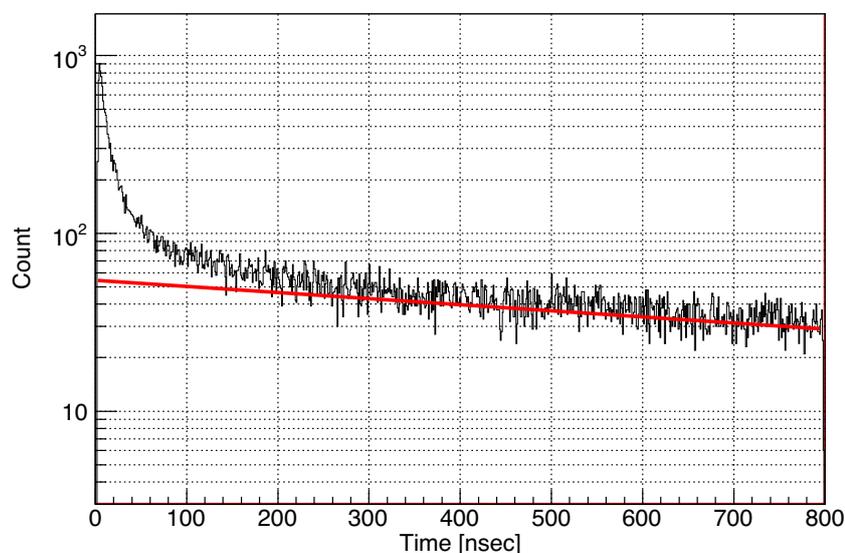


図 3.26: アフターパルスの度数分布。赤線はバックグラウンドであるランダム・ノイズの寄与を表し、それからの超過がアフターパルスである。

### 3.7.2 解析

#### モデル

アフターパルスの解析にあたっては、2.4.2 項で述べたようなアフターパルスの性質を考慮し、以下のようなモデルを立てた。ただし、簡単のため、一度のアバランシェ増幅で二つ以上のキャリアが捕獲される場合を無視し、また回復過程の効果を無視するという仮定をおいた。

このような仮定をおくと、アフターパルス現象は以下の条件分岐で記述できる：

$$\begin{array}{l}
 \text{トリガーパルスが発生} \\
 \vdots \\
 \text{捕獲されない}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{増倍キャリアが時定数 1 に捕獲} \\
 \text{増倍キャリアが時定数 2 に捕獲} \\
 \vdots \\
 \text{捕獲されない}
 \end{array} \right.
 \left\{ \begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \text{アフターパルスが先に発生} \\
 \text{accidental pulsingが先に発生}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \text{アフターパルスが先に発生} \\
 \text{accidental pulsingが先に発生}
 \end{array} \\
 \text{accidental pulsingが発生}
 \end{array} \right. \quad (3.38)$$

トリガーパルスに対して増倍キャリアが時定数  $\tau_i$  に捕獲される確率をそれぞれ  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) とし、まったく捕獲されない確率を  $p_N$  とおく。仮定より明らかに

$$\left( \sum_{i=1,2,\dots} p_i \right) + p_N = 1 \quad (3.39)$$

である。また、ランダム・ノイズの時定数を  $\tau_N$  とおくと、時定数  $i$  に捕獲された場合のパルス放出確率の時間変化は、

$$\begin{aligned}
 P_i(t) &= p_i \left( \frac{1}{\tau_i} e^{-t/\tau_i} e^{-t/\tau_N} + \frac{1}{\tau_N} e^{-t/\tau_i} e^{-t/\tau_N} \right) \\
 &= p_i \frac{\tau_i + \tau_N}{\tau_i \tau_N} e^{-t(\frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_N})} \equiv p_i \frac{1}{T_i} e^{-t/T_i},
 \end{aligned} \quad (3.40)$$

ここで  $T_i \equiv \frac{\tau_i \tau_N}{\tau_i + \tau_N}$  である。 $\tau_N$  が  $\tau_i$  に比べて十分長い極限では、 $T_i$  はほぼ  $\tau_i$  に等しい。一方、捕獲の起こらない場合におけるパルス放出確率の時間変化は、

$$P_N(t) = p_N \frac{1}{\tau_N} e^{-t/\tau_N} \quad (3.41)$$

と表される。したがって、すべてを総合したパルス放出確率の時間変化は、

$$P(t) = \sum_{i=1,2,\dots} p_i \frac{1}{T_i} e^{-t/T_i} + p_N \frac{1}{\tau_N} e^{-t/\tau_N} \quad (3.42)$$

と表される。この確率は規格化されているので、 $P(t)$  を時刻 0 から無限大まで積分した値は 1 になる。この式を用いてアフターパルスの頻度分布をフィットする。実際の頻度分布のフィットの表式は

$$N(t) = \sum_{i=1,2,\dots} A_i e^{-t/T_i} + A_N e^{-t/\tau_N} \quad (3.43)$$

として、フィットパラメータは  $\{A_i, A_N, T_i, \tau_N\}$  で与えられる。ここで、

$$p_i = \frac{A_i T_i}{\sum_j A_j T_j + A_N \tau_N} \quad (3.44)$$

である。

### ランダム・ノイズの切り分け

バックグラウンドであるランダム・ノイズについては、その到来頻度  $1/\tau_N$  は、3.4 節で求めたノイズレートのデータを使うことができる。

仮にアフターパルスが全く存在しないとすると、測定される度数分布はランダム・ノイズのみで構成される。このとき、総測定時間と到来頻度が分かれば、ヒストグラムの形は一意に決定される。しかし、アフ

ターパルスは統計的には、ランダム・ノイズが到来するよりも時間的に早く到来する傾向があるので、「2 つめのパルスとの時間間隔」を測定した本測定においては、アフターパルスの存在は、本来それがなければ観測されるランダム・ノイズを見えなくしてしまうという、「遮蔽」の効果がある。アフターパルスの量がランダム・ノイズに比べてどの程度存在するかが未知の量であるため、どの程度ランダム・ノイズが遮蔽されるのかは、未知である。しかし、ランダム・ノイズよりも時定数の長いアフターパルスがないと仮定すれば<sup>5</sup>、ランダム・ノイズの時定数じたいは保存される。これはアフターパルスがほとんど絶えた長時間の経過したのちには、ランダム・ノイズのみが発生するが、ランダム・ノイズの性質である無履歴性のために、時定数はどの時間領域で測定しても一定だからである。

したがって、ランダム・ノイズよりも時定数の長いアフターパルスがないと仮定すれば、図 3.26 の  $\sim 500$  ns 以後のスロープは、ランダム・ノイズを示す分布であるとみなせる。このスロープを 3.4 節で求めたランダム・ノイズレート  $1/\tau_N$  を用いてフィットすることで、バックグラウンドであるランダム・ノイズを切り分ける。ただし、3.4 節で述べたように、 $\Delta V \gtrsim 4.5$  V におけるランダム・ノイズの測定値はアフターパルスの効果を除去しきれていないとわれわれは解釈したため、この領域におけるランダム・ノイズレートは、これよりも低い  $\Delta V$  におけるランダム・ノイズレートを直線でフィットしてそれを外挿した値を  $\tau_N$  として使用した。

### 短時間の扱い

10 ns より短い時間におけるアフターパルスの頻度分布をみると、時間を遡るにつれて、左肩上がりに上昇していた頻度が減少に転じていることが分かる（図 3.27）。これは、以下に挙げる二つの理由による。

1. 回復過程のため、アバランシェ増幅の確率が低くなり、アフターパルスの頻度じたいが少なくなる [19]。これは測定と関係のない、PPD に固有の性質である。今回の解析に使用したモデルでは回復過程を無視したので、この効果が含まれているような領域は解析から除外する必要がある。
2. 十分に成長していないパルス、あるいは前のパルスと時間的に十分に分離していないアフターパルスは、解析の段階でパルスとして認識されない可能性がある。理論的には、3.3.4 節で述べたような方法で  $S/N$  から来る解析の不感時間、あるいは  $\tau_{BW}$  から来るピークの分解能の制限を超えるパルスは分解できるが、厳密にはピーク検出の efficiency を評価していない。10 ns 以後の時間についてはピーク検出の efficiency は 100% に十分近いと考えられる。

上記二点の理由により、解析は 10 ns 以後の分布について行った。

### 時定数の数と値について

3.7.2 節でモデルとなる式 (3.43) を導いたが、時定数の数について言及しなかった。実際のところ、いくつもの時定数が存在するかは未知である。ここでは、フィットの安定性を考えて、測定結果をよくフィットするのに必要な最小限の個数を導入することにする。頻度分布を見ても時定数が 1 つでは足りないことはすぐ分かるが、試行錯誤の結果、われわれは 2 つの時定数を導入することにした。3 つ以上導入した場合でもフィットは可能であるが、パラメータの数は少ないほどフィットしやすいので、2 つの時定数でフィットを行った。以後、2 つの時定数のうち、短い方を  $\tau_1$ 、長い方を  $\tau_2$  と表す。

各電圧点に対して  $\tau_1$ 、 $\tau_2$  についてフィットを行ったところ、時定数の明らかな変化の傾向は認められなかった。このため、われわれはアフターパルスの時定数は電圧に対して定数であると仮定し、すべての電圧点に対して共通の時定数を求めた。

具体的な時定数を求めるのに、われわれは複数の測定点においてそれぞれ頻度分布をラフにフィットすることによってそれぞれの時定数をフィットのエラーとともに求め、それらの時定数の重みつき平均を取ることによって、すべての測定点において共通とするべき時定数を算出した。これには次の手順を踏んだ。まずアフターパルスのほとんど混入していないと考えられる 500 ns 以後の領域を  $\tau_N$  の時定数のみを固定

<sup>5</sup> 今回測定した 800 ns の時間区間では、ランダム・ノイズよりも長期の時定数は観測できなかった。仮にこれよりも長期の時定数が存在したとしても、その効果は  $A_N$  の値に吸収されてしまうため、この時間区間の測定の範囲内ではアフターパルスの測定に影響しない。

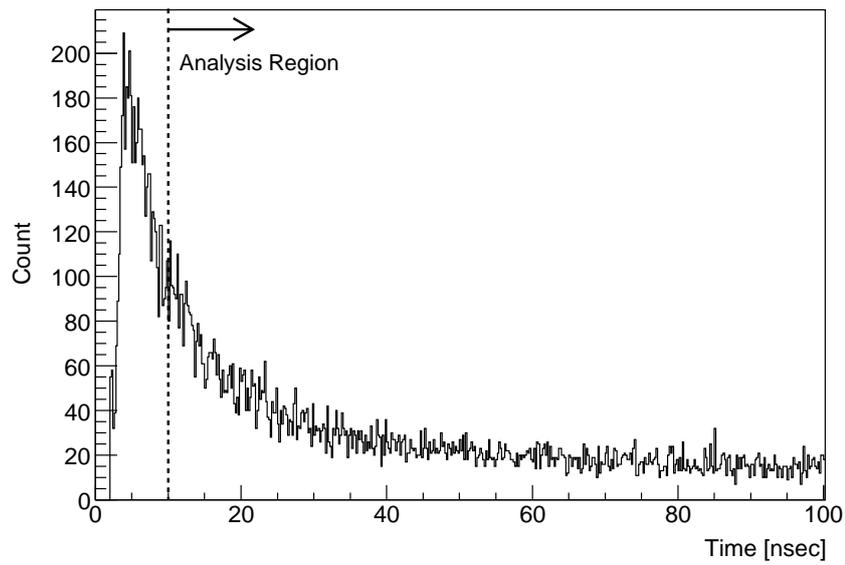


図 3.27: 短時間におけるアフターパルスの頻度分布 .

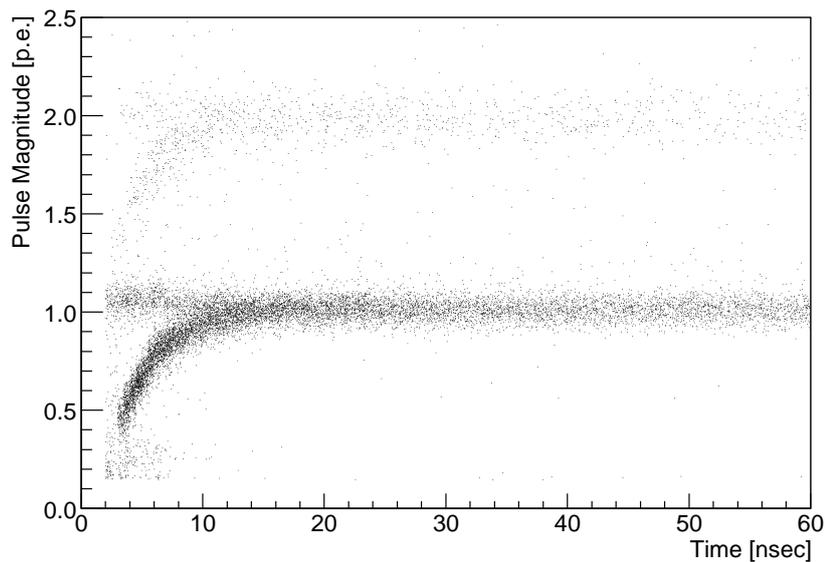


図 3.28: 1600px MPPC の回復過程 . 図 3.26 における個々のイベントについて、パルスの時間と大きさを散布図にすると、このような図が描かれる . 10 ns 以内でパルスの大きさが落ち込んでいる分布があるが、これがアフターパルスの分布である . 前のパルス発生後の回復過程の影響を受け、パルスが小さくなっている . 一方で、パルスの大きさが 1 p.e. で一定の分布も存在し、これは偶然他のピクセルで発生したランダム・ノイズである . さらに、これらの分布を 1 p.e. 分だけシフト・アップしたような分布が見られるが、これはクロストークを起こしたイベントである . 短時間のアフターパルスは前のパルスと近接し、かつパルスの大きさが小さいので、検出の効率が低い .

した上でフィットして  $A_N$  を求める．次に,  $A_N, \tau_N$  を固定して, 100 ns 以後の領域まで含めて  $A_2, T_2$  を求め, 同様に 10 ns 以後の全領域で  $A_2, T_2, A_N, \tau_N$  を固定してフィットを行い  $A_1$  および  $T_1$  を求めた．続いて,  $\tau_N$  以外のパラメータに, いま求めた  $A_i, T_i, A_N$  の値を初期値として代入して再度フィットを行った．このようにして, 各測定電圧点における  $T_1$  と  $T_2$  の値を求めた．その結果,  $T_1$  および  $T_2$  について電圧に対する明確な依存性は見られなかった．そのため, ここでさらに全電圧点において  $T_1, T_2$  が定数値をとるという仮定をおく．このとき, 全電圧点における  $T_1, T_2$  についてのフィット結果を総合することで,

$$\begin{aligned} T_1 &= 8.6 \pm 2.0 \text{ ns} \\ T_2 &= 74 \pm 20 \text{ ns} \end{aligned} \quad (3.45)$$

と求まる．

$T_1, T_2, \tau_N$  を固定した状態で, 各電圧点において  $A_1, A_2, A_N$  に関して上述したのと同様のフィットを再度行うことによって, 最終的な結果を得た．なお,  $T_i$  につく誤差に伴う系統誤差の評価は, (3.45) 式における誤差の値の範囲で  $T_1, T_2$  を独立に変化させて, その範囲でフィットをやりなおすことによる結果のばらつきを用いて評価した．

### 3.7.3 結果

図 3.29 にブレイクダウン電圧からの電位差  $\Delta V$  に対する  $p_1, p_2$ , およびその和  $p_1 + p_2$  の変化を示す． $T_1, T_2$  のもつ大きなエラーにも関わらず,  $p_1, p_2$  の値は比較的安定する． $p_1, p_2$  は図 3.26 に占めるアフターパルスの成分の割合である．これをフィットするとき, 定性的には  $T_1$  を小さく見積もった場合には  $A_1$  が大きく評価され, 逆に  $T_1$  を大きく見積もった場合には  $A_1$  が小さく評価されるような傾向がある．結果として, その積である  $A_1 T_1$  や  $A_2 T_2$  は比較的安定する．このため, 時定数は大きな誤差をもつとしても, アフターパルス確率  $p_1, p_2$  に関してはそれよりも精度良く求まる．

これらの確率の変化をあらわす曲線は全て,  $\Delta V^2$  に比例する曲線に非常によくフィットすることがわかった．この結果から, (3.40) は,

$$P_1(t; \Delta V) = \alpha_1 \Delta V^2 e^{-t/T_1} \quad (3.46)$$

$$P_2(t; \Delta V) = \alpha_2 \Delta V^2 e^{-t/T_2} \quad (3.47)$$

と表される．ここで,  $\alpha_1, \alpha_2$  は  $\Delta V$  によらない定数である．

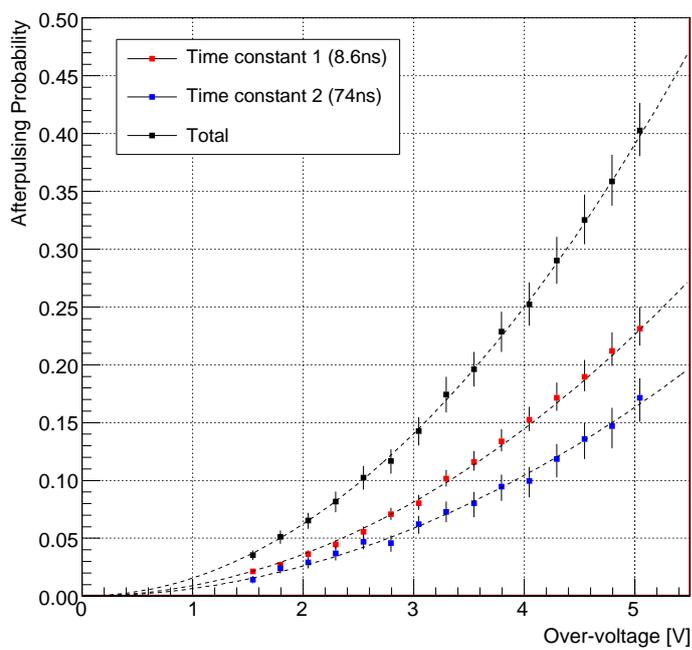


図 3.29: アフターパルス確率の電圧依存性 .

### 3.8 クロストークの解析

デコンボリューションを用いて求めたダーク信号の増倍率の分布を図 3.30 に示す．いくつかのピークがあるが，左から順に 1 p.e., 2p.e., … である．この分布で，全面積に占める  $j$ p.e. の割合を  $q_j$  と定義する．定義より，

$$\sum_{j=1} q_j = 1. \tag{3.48}$$

われわれは，通例の用法に従い，分布全体における 2 p.e. 以上の占める割合を「クロストーク確率」 $C_2$  と定義する．前述の  $q_j$  を用いれば，

$$C_2 \equiv 1 - q_1 \tag{3.49}$$

である． $C_2$  を求めるには，1 p.e. と 2 p.e. の境界を見出せば良い．また，参考のために，分布全体における 3 p.e. 以上の占める割合  $C_3 \equiv 1 - (q_1 + q_2)$  も求めた（これを「3 p.e. 以上のクロストーク確率」と呼ぶ）．

図 3.30 に見るように，比較的  $\Delta V$  が小さいときには，各ピークはほぼガウシアン状に分布し，p.e. ごとのピークの分離は明らかである．一方で， $\Delta V$  が大きくなると，各 p.e. は増倍率の大きい方へ裾を引くような傾向を示す．このため，p.e. 分離はそれほど自明ではない．われわれは，図 3.31 のように，ヒストグラムからピークとピーク間の谷求め，これを各ピークどうしの境界とした．この境界につく誤差は両側のピークをガウシアンでフィットしたときの状況により図 3.31 の (a) と (b) のように場合を分け，それぞれこの図に示すように上側境界と下側境界を定め，これに伴う  $C_2, C_3$  の変化で評価した．

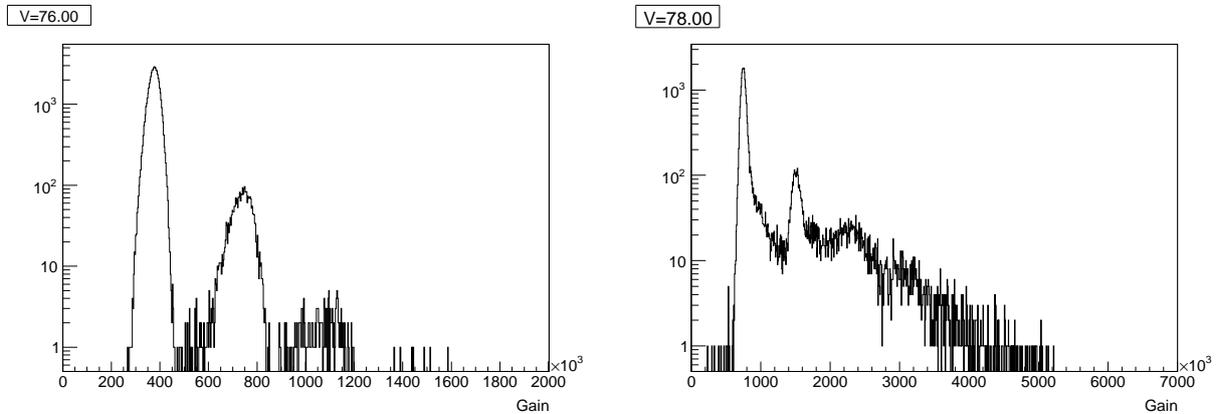


図 3.30: (左)  $V = 76.00 \text{ V}$  ( $\Delta V = 2.54 \text{ V}$ ) (右)  $V = 78.00 \text{ V}$  ( $\Delta V = 4.54 \text{ V}$ ) における増倍率の分布．

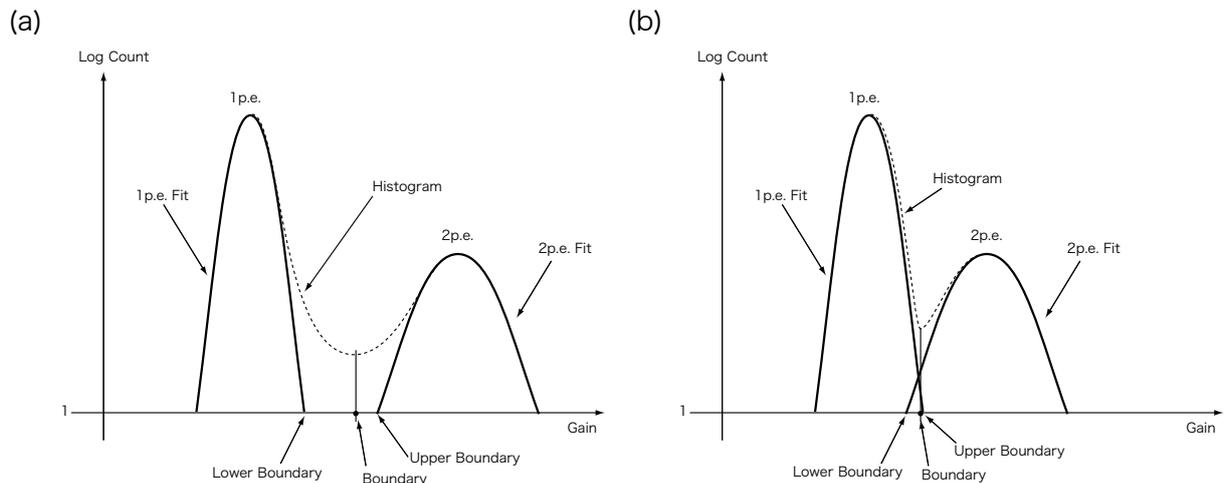


図 3.31: 各ピーク間の境界を決定する 2 つの場合．

このようにして求めたクロストーク確率  $C_2$  と、3p.e. 以上のクロストーク確率  $C_3$  の  $\Delta V$  依存性を図 3.32 に示す．アフターパルス確率が  $\Delta V^2$  によくフィットしたのに対し， $C_2$ ,  $C_3$  の変化はより複雑である．特に， $C_3$  は  $\Delta V \simeq 3.5$  V 付近で確率の増加傾向に急激な折れ曲がりが存在しているのが特徴である．これを受けて  $C_2$  にも折れ曲がりが見られる．

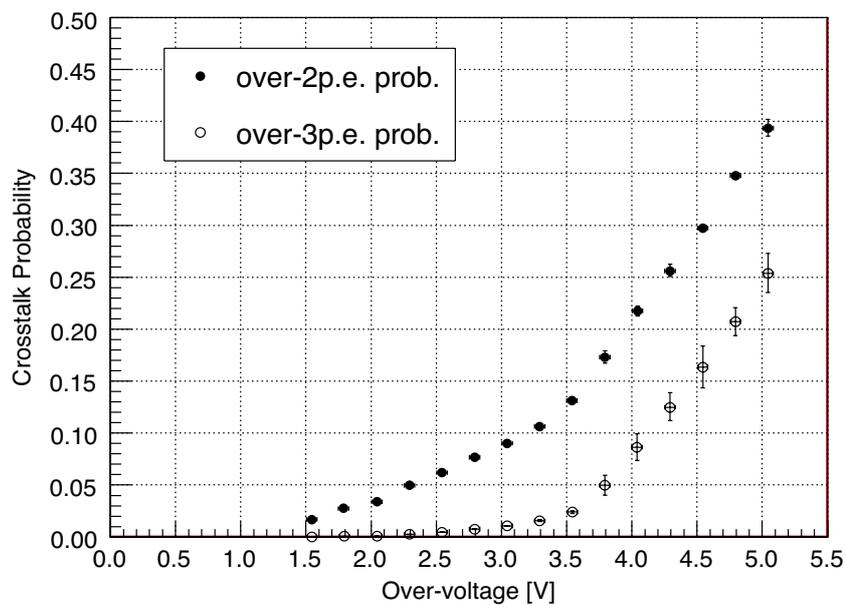


図 3.32: クロストーク確率  $C_2$  および  $C_3$  の電圧依存性．

### 3.9 総和ノイズの再構成

前項までで、各電圧点におけるランダム・ノイズレートとアフターパルス、クロストークの確率がそれぞれ測定できた。ここでは、まずこれらの測定から総和のノイズを再構成するためのモデルの導出を行い、次に 3.5 における総和のノイズの測定の結果に対する補正について述べる。最後にモデルと測定を比較する。

まずランダム・ノイズレートにアフターパルスとクロストークの効果を取り入れて総和のノイズの再構成をするモデルについて述べる。再構成を行うためには、アフターパルスとクロストークの、お互いの相乗効果を考慮する必要がある。完全な実態を把握しようとするモンテカルロ法などを用いたフル・シミュレーションが必要になるが、平均的なノイズレートのみを知るためには、その必要はない。以下にその方法を述べる。

ランダム・ノイズがひとつ発生したとき、クロストークによって 1 p.e., 2p.e., 3p.e., … といくつかのピクセルが同時にヒットするが、これらは測定ではすべて「1つの信号」として観測され、その違いはパルスの大きさの違いにのみ現れる。とくにアフターパルスを全く考えない場合には、単一のランダム・ノイズを起源として発される信号の数は恒等的に 1 である：

$$X_0 = 1 \times 1 = 1 \quad (3.50)$$

ここで  $X_k$  はひとつのランダム・ノイズを起源として生成される信号の数の平均を表す。添字の  $k$  は、 $k$  次のアフターパルスまで考慮することを表す（以後、個数の意味を強調する文字は太字で表し、確率などは、通常の手体で表すことにする）。

各ピクセルにつき一つのアフターパルス（1 次のアフターパルスと呼ぶ）まで考える。このとき、はじめのパルスが p.e. 数が  $j$  だったとすると、その  $j$  個のヒットしたピクセルについて、独立にアフターパルスを考えることができる。いま与えられた  $\Delta V$  におけるアフターパルス確率  $P_{AP}(\Delta V)$  を  $p$  とおくと、 $j$  について平均をとったアフターパルスの個数は、

$$q_1 \times 1 \times p + q_2 \times 2 \times p + \dots = \sum_m j q_i p = \bar{q} p \quad (3.51)$$

ここで  $\bar{q} \equiv \sum_{j=1} j q_j$  である。上式にはじめのパルスを加えると、 $X_1$  が求められる：

$$X_1 = 1 + \bar{q} p \quad (3.52)$$

2 次のアフターパルスまで考慮して  $X_2$  を求めると、

$$X_2 = 1 + \bar{q} p (1 + \bar{q} p) = 1 + \bar{q} p + (\bar{q} p)^2 \quad (3.53)$$

となる。同様にして無限次のアフターパルスまで考慮すると、

$$X_\infty = 1 + (\bar{q} p) + (\bar{q} p)^2 + \dots = \frac{1}{1 - \bar{q} p} \equiv \xi \quad (3.54)$$

となる。したがって、ランダム・ノイズレートを  $N_{\text{rand}}$  とおくと、総和のノイズレート  $N_{\text{tot}}$  は、

$$N_{\text{tot}} = \xi N_{\text{rand}} = \frac{1}{1 - \bar{q} p} N_{\text{rand}} \quad (3.55)$$

と表される。ここで、われわれは  $N_{\text{rand}}$  が  $\Delta V$  に対し  $\Delta V > 4.5\text{V}$  の領域でも線形な増加が続くと仮定した。式 (3.55) がアフターパルスとクロストークの寄与を取り入れた、総和のノイズレートを表すモデルである。特に、 $N_{\text{tot}}$  は  $\bar{q} p = 1$  で発散するという点に注意されたい。

この結果と、測定された総和のノイズレートを比較する。3.5 節で述べたように、測定系は不感時間  $T_d = 13.5\text{ ns}$  をもっている。アフターパルスは前のパルスと相関があるために、不感時間内のランダム・ノイズの発生に関する補正に加えて、アフターパルスについての補正を行う必要がある。1 次のアフターパルスまで考えるとき、これは

$$\begin{aligned} \beta &\equiv \frac{\int_{T_d}^{\infty} dt (\alpha_1 \Delta V^2 e^{-t/T_1} + \alpha_2 \Delta V^2 e^{-t/T_2})}{\int_0^{\infty} dt (\alpha_1 \Delta V^2 e^{-t/T_1} + \alpha_2 \Delta V^2 e^{-t/T_2})} \\ &= \frac{\alpha_1 T_1 e^{-T_d/T_1} + \alpha_2 T_2 e^{-T_d/T_2}}{\alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_2} \end{aligned} \quad (3.56)$$

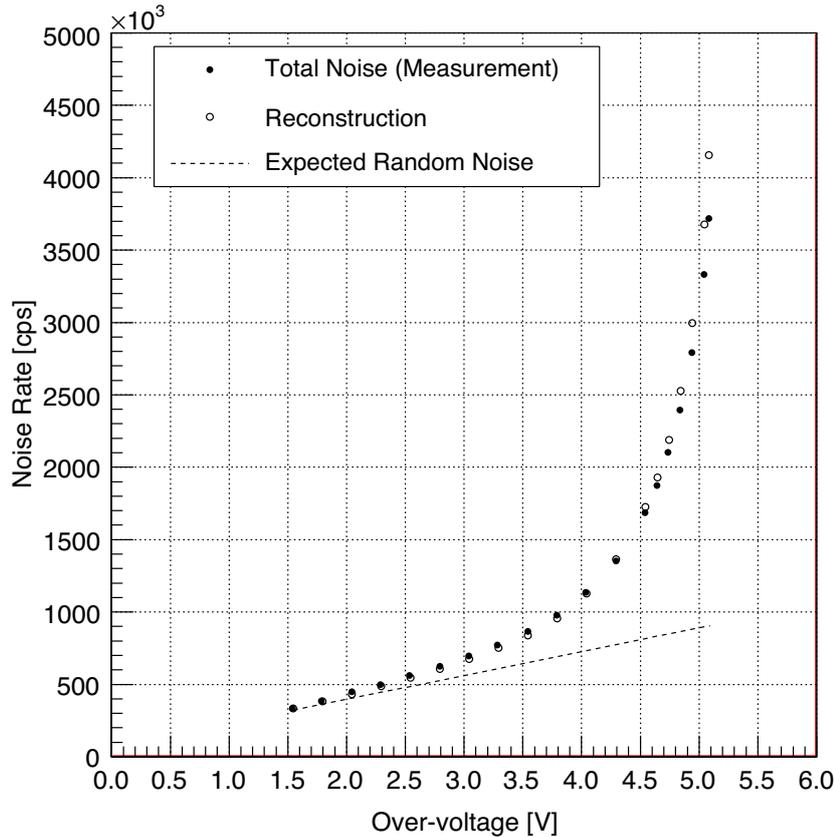


図 3.33: アフターパルスとクロストークの相乗効果をもとにした, ノイズレートの再構成. ランダム・ノイズ源が  $\Delta V$  に対して線形に増加していると仮定すると, 総和のノイズの増加をよく説明することができる.

という  $\Delta V$  に依存しない定数によって補正される. ランダム・ノイズについてのみ補正した測定値  $N_m$  に対して, 補正後の測定値  $N_m^{(c)}$  は

$$N_m^{(c)} = \frac{1}{1 - (1 - \beta)\bar{q}p} N_m \quad (3.57)$$

となる. この  $N_m^{(c)}$  を, 実測の総和のノイズレートとし, 上記のモデルによる再構成  $N_{tot}$  と比較した. なお, 2 次以上のアフターパルスに関するデッドタイム補正については, パルスの時間の起点が一定でないために, 計算が非常に複雑になる. よって, 今回は 1 次の補正のみ行った.

このようにして総和のノイズレートの再構成モデルと, 実測の総和のノイズを比較したものが図 3.33 である. 再構成した曲線と実測値がよく一致していることがわかる. 再構成の曲線が  $\Delta V \gtrsim 4.5V$  でややずれが大きくなっているのは, 2 次以上のアフターパルスの補正の効果を考慮していないためだと考えられる. 以上のことから, ノイズ増加の要因をランダム・ノイズ, アフターパルス, クロストークのそれぞれの  $\Delta V$  依存性と, その間の相乗効果に還元することができた.

## 第4章 PPDのパルス発生メカニズムの再構築

本章では受動クエンチのPPDのパルス発生過程について考察する．低温におけるPPDの特徴的なパルス波形の発見から，従来の増倍とクエンチ，および波形を説明するモデルは不正確であることが明らかになった．特に，スパイク波形の存在は線形なモデルでは説明できないため，新しい効果を導入する必要がある．われわれは，アバランシェ増幅の核となる衝突電離がきわめて非線形性の強い現象であることに注目し，この現象とクエンチング抵抗との組み合わせで受動クエンチが実現されていることを見出した．

### 4.1 前提

#### 4.1.1 従来のクエンチのモデル

PPDの増倍率 $G$ を様々な $V_{op}$ に対して測定すると（少なくとも $\Delta V$ が大きくない範囲では<sup>1</sup>），

$$G = C(V_{op} - V_0)/e = C\Delta V/e \quad (4.1)$$

という関係が成り立つことが経験的に確かめられている．これに対して，従来以下のような説明が行われてきた．

従来の受動クエンチモデル

- アバランシェ増幅の時間スケールは観測可能な時間スケールに比べて非常に短いので，増倍から収束までは瞬時に発生すると仮定する．
- ダイオードにおける電圧降下が $\Delta V$ に達した瞬間，電圧が降伏電圧以下になるのでアバランシェ確率が低下し，増倍をそれ以上起こせなくなる（クエンチ）．このモデルでは，クエンチのはじまりと同時である．
- この瞬間，クエンチング抵抗にはダイオードにおける電圧降下を補償する電流が流れている．この電流値は $I_{\max} = \Delta V/R_q$ である．つまり，系は増倍前の $I = 0$ の状態から瞬時に $I = I_{\max}$ の状態に遷る．
- アバランシェ-クエンチ以後の時間（ $t > t_0$ ）は系の回路方程式に従って，電流は指数関数的に減少する：

$$I(t) = I_{\max} e^{-(t-t_0)/\tau} \theta(t-t_0) \quad (4.2)$$

系の時定数はクエンチング抵抗 $R_q$ とピクセルキャパシタンス $C_d$ との積 $\tau = R_q C_d$ で規定される．電流の減少と同時にダイオードの電圧は回復する．

- 波形を積分すると， $Q = I_{\max} \tau = C\Delta V$ となり，増倍率は(4.1)式で与えられる．

このモデルは，以下のPPDの波形に関する事実を説明する．

- 増倍率が $\Delta V$ に対して比例すること．
- 波形が指数関数的に減少するパルス波形であり，その時定数が $R_q C_d$ であること．
- クエンチのために $R_q$ が必要であること（ただし $R_q$ の値に制限はない）．

特に常温における測定では，このモデルから有意に外れるような現象はなく，有効なモデルとされていた．

<sup>1</sup>3.6節参照．

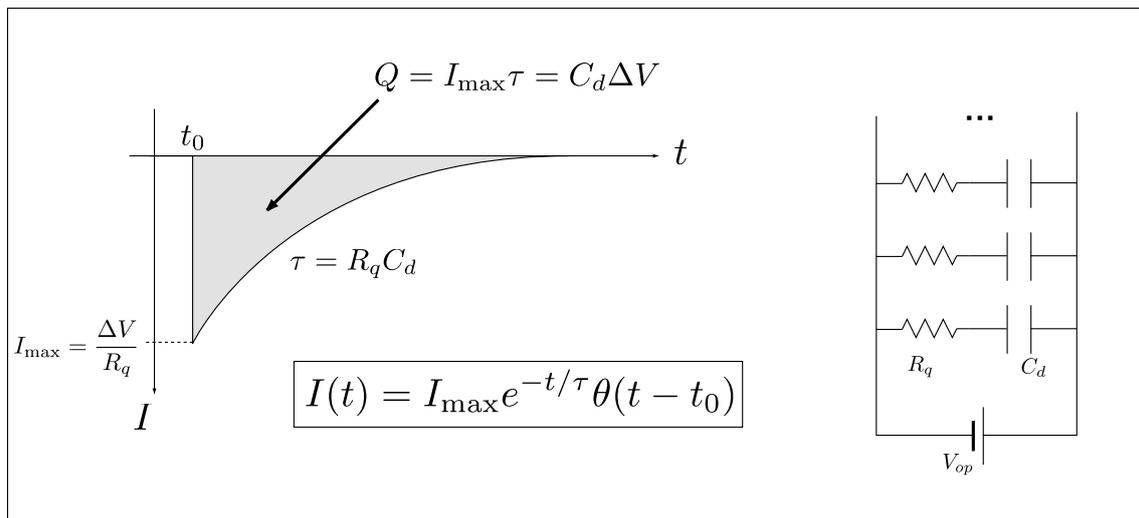


図 4.1: 従来のクエンチとパルス波形のモデル .

#### 4.1.2 低温下における PPD の振る舞い

これまでの研究で、われわれは低温下という極端な条件下での 1600px MPPC の振る舞いを詳しく調べた。その結果、以下の事実が得られていた [2, 14] .

1. 200 K, 77 K という低温下においても MPPC は動作する .
2. 200 K と 77 K の波形には長期成分とスパイク成分の二成分が観測される ( 図 4.2 ) .
3. 低温下においても、増倍率は印可電圧に対して線形に増加する .
4. ピクセルのキャパシタンス  $C_d$  は 300 K, 200 K, 77 K を通じてほぼ変化しない .
5. 降伏電圧  $V_0$  は 1K 温度が下がるにつれて約 50 mV 低下する . この関係は 77 K までほぼ保たれる .
6. ポリシリコン製のクエンチング抵抗  $R_q$  の値は 300 K において約 200 k $\Omega$  であったものが、200 K において 400 k $\Omega$ , 77 K において 1600 k $\Omega$  と、負性に変化する .
7. パルス波形の長期成分の時定数  $\tau_{\text{long}}$  は  $R_q C_d$  とよく対応する .

ここで特筆すべきは第 2 項である . 300 K における測定では、200 K や 77 K において観測されたスパイクの成分は観測されない . そして重要なことは、従来考えられてきた受動クエンチの PPD のパルス発生メカニズムでは、スパイク成分を説明することができないことである . 特に、従来のモデルによれば、パルスの波高の最大値  $I_{\text{max}}$  は  $I_{\text{max}} = \Delta V / R_q$  であるが、図 4.2 に見るように、スパイク波形の波高の最大値は  $\Delta V / R_q$  の値を大きく超えている . この理由により、スパイク成分の存在は、パルス発生メカニズムの再考を促すものであった .

この章では、従来のパルス発生メカニズムを脱却し、新しいパルス発生メカニズムを提唱し、その妥当性について検討する .

## 4.2 新しいモデルの構築

### 4.2.1 スパイク成分が半導体物性の温度変化によるものではないこと

スパイク波形は低温中で現れたわけであるが、はじめに、半導体物性が温度変化したためにスパイク成分が現れたという仮説が適当ではないという考えを示す . そのために、前節にまとめた低温下での PPD の振る舞いが半導体物性の見地からどのように説明されうるかを復習する .

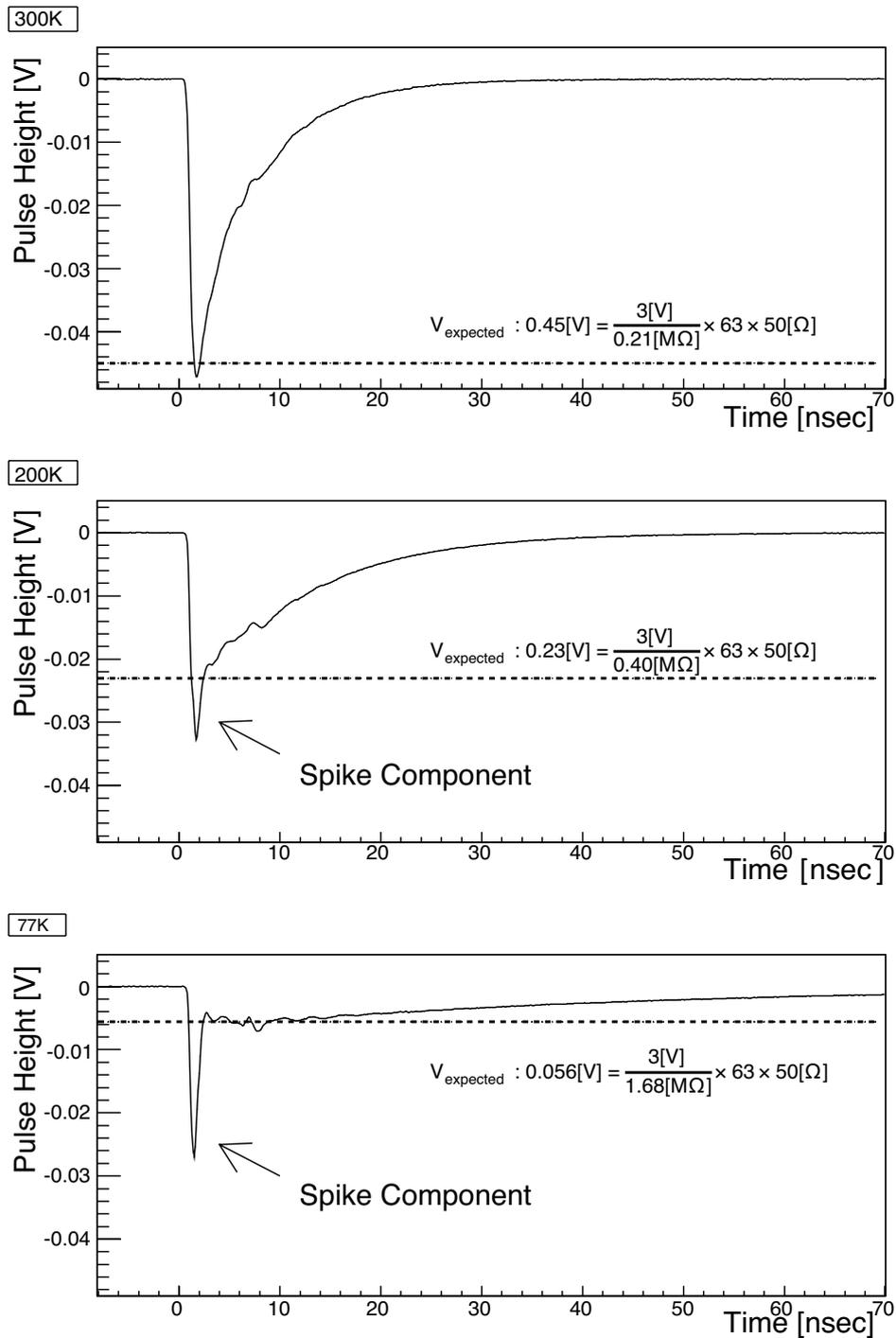


図 4.2: 温度によって変化する MPPC の波形．それぞれの温度における図に引いた点線は， $\Delta V/R_q$  に対応するレベルを表す．従来モデルでは，波高の最大値は  $\Delta V/R_q$  に等しいとされていたが，観測されたスパイク成分はそれを大きく超える．

降伏電圧 降伏電圧  $V_0$  は 1K 温度が下がるにつれて約 50 mV 低下する．降伏電圧はダイオード中の電場分布の形状と衝突電離係数によって決定されると考えられる．衝突電離の係数  $\alpha_e$ ,  $\alpha_h$  はともに，温度の増加に対して小さくなる [20]．温度の変化によって電場分布の形状は一般に変化するが，不純物濃度分布が決まっているので，その変化の余地は少ない．また，電場分布の形状の変化は一般にはピクセルキャパシタンスの変動を伴うが，次項で説明するように，測定結果からは有意なピクセルキャパシタンスの変動が見られない．このことから，電場分布の形状は低温下でも常温とほぼ同じであると推測される．従って，降伏電圧が温度の低下に伴って低下する主な原因はこの衝突電離係数の変化に帰せられると考えられる．

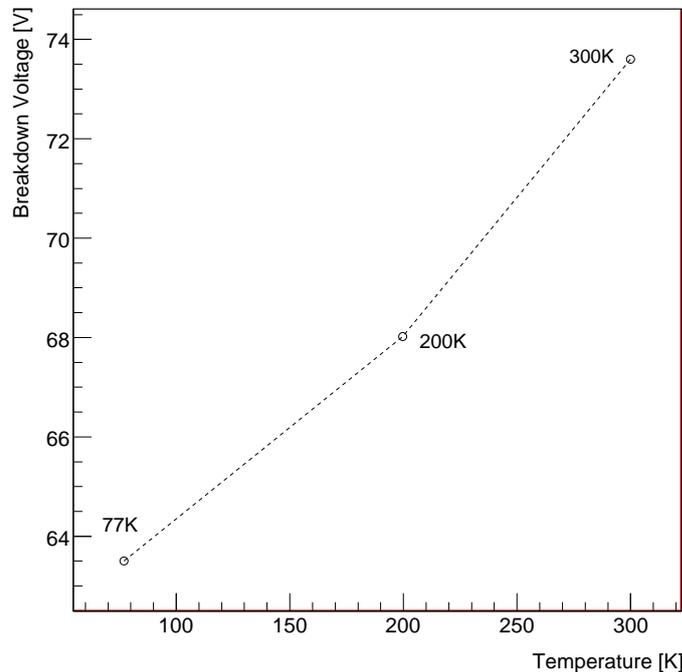


図 4.3: 降伏電圧の温度変化 [2] .

ピクセルキャパシタンス 図 4.4 に見るように，増倍率の  $\Delta V$  依存性は温度によって変化しない．このことから，ピクセルキャパシタンスは誤差の範囲内で，この温度の領域で変化しないと言える．ピクセルキャパシタンスはピクセル内の電場分布によって決定されるが，このことは電場分布の形状が温度によってほとんど変化しないことを表している．同時に，常温における増倍から収束に至る過程は，低温下においても同様に働いていると推測される．これは，もし増倍から収束のメカニズムが異なれば，異なる増倍率を得ると考えるのが自然であるからである．

クエンチング抵抗 クエンチング抵抗を構成する材質はポリシリコンである．ポリシリコンはブロック状のシリコンの分子どうしが少ない接点で繋がれているので，接触抵抗が大きくなる [21]．クエンチング抵抗の大きさは，主にこの接触抵抗によって支配されていると考えられる．接触抵抗は，ミクロスコピックには，接点を超えて電流密度が隣接するブロックにトンネル効果で染みだすときの確率で決まるという描像が描ける．低温にすると，格子振動が減少し，熱的揺らぎによって隣接するブロックに染みだす効果が小さくなるので，接触抵抗は増大すると考えられる．低温下でクエンチング抵抗の値が増加するのはこのためであると考えられている．

まとめ 以上の結果を総合すると，低温であるということに直接起因してスパイク成分を生み出すようなメカニズムが内包されているとは考えにくい．むしろ，低温下において特筆すべき変化があるのはクエンチング抵抗のみであると考えられる．衝突電離係数の温度変化は単に電圧の起点である降伏電圧をシフトするだけで，キャパシタンスは変化しない．また，低温下のパルスの二成分のうち長期成分は  $R_q C_d$  によっ

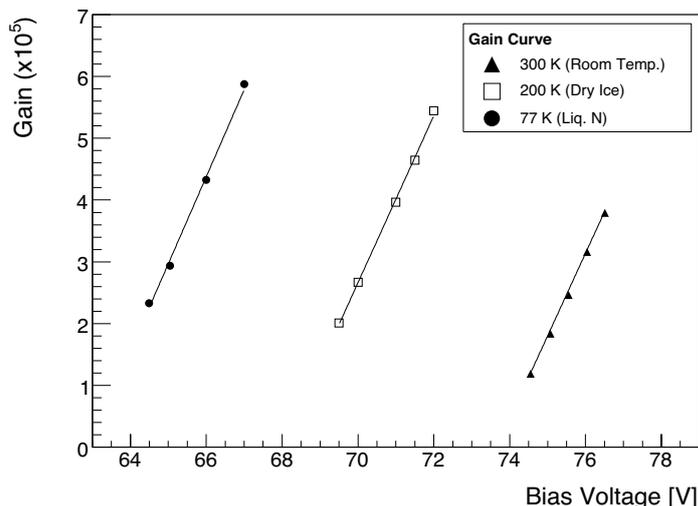


図 4.4: 増倍率-印可電圧の温度依存性 [2].

で決まると考えると、スパイク成分は 200 K や 77 K のような低温下にもみ特異に存在するのではなく、むしろ 300 K においても存在していると考えるのが自然である。ただし 300 K の場合には長期成分の時定数がおよそ 4 ns 程度と短いので、その存在が隠されていたと考えられる。このようにして、すべての温度点での波形は基本的にクエンチング抵抗  $R_q$  の温度変化のみによって説明されるべきであると推察される。

#### 4.2.2 低温下における従来モデルの破綻

低温における波形は次の二点で従来のモデルでは説明できない。第一に、低温下におけるスパイク波形は明らかに単一の指数関数状ではない。したがって、何らかの非線形な効果がこの波形のうちに内包されていると考えられる。第二に、もし従来モデルが正しければ、波高の最大値は  $\Delta V/R_q$  で与えられるべきであるが、 $\Delta V/R_q$  の値とスパイク波形の最大値は明らかに一致しない。しかし、増倍率の  $\Delta V$  に対する比例性  $G = C_d \Delta V / e$  だけは低温においても堅持されている。これらの現象を包括的に説明しうる新しいモデルの構築が必要である。

#### 4.2.3 クエンチの再構築

従来モデルには、低温のスパイク波形を説明できないということのほかにも、もう一つ問題が存在する。それは、 $R_q$  の値について何ら制限を課さないことである。現実のデバイスは、クエンチを起こすためには  $O(100 \text{ k}\Omega)$  以上のクエンチング抵抗をダイオードに接続する必要があると考えられている<sup>2</sup>が、従来モデルでは  $R_q > 0$  ならばどのような値であってもクエンチが起きる。クエンチング抵抗の抵抗値の条件を説明できないという点でも、従来モデルは不満足なモデルである。そこで、増倍とクエンチがどのような機構に基づいているかについて改めて考察する。

#### 定性的議論

クエンチング抵抗が正常に機能するために、その抵抗値に条件が存在するという事は、増倍とクエンチの機構が本質的に非線形な現象であることを暗示している。抵抗が大きい系  $R_{\text{大}}$  と小さい系  $R_{\text{小}}$  で、同じように増倍を始めたとき、何が異なっているだろうか。増倍がはじまってから時間  $T$  のあいだにダイオードの電圧  $V_d$  が  $\Delta V$  だけ効果したとする。ダイオードの外部回路はつねに  $V_d$  が動作電圧  $V_{op}$  になるように働くので、電圧降下はダイオード内部の増倍過程によってドライブされているはずである。増倍過程の時間スケール  $T$  はクエンチング抵抗の大小には大きく依存しないと考えられる。 $T$  の時間の間に外部回路が

<sup>2</sup>初期の MPPC ではクエンチが正常に起きず、デバイスが安定して動作しないことがあった。これは、クエンチング抵抗の抵抗値が十分でなかったためであると考えられている。

らダイオード極板に流れ込んだ積分電荷量はオームの法則によって  $R_{\text{大}}$  では  $O(\Delta VT/R_{\text{大}})$  であり、 $R_{\text{小}}$  では  $O(\Delta VT/R_{\text{小}})$  である。従って、抵抗が小さい方が、外部回路からダイオードに流入した積分電荷量が多い。この電荷は、増倍で発生し極板に辿り着いた電荷を打ち消すので、ダイオードにおける電圧降下を緩和する働きをする。したがって、クエンチング抵抗が十分に小さいと、ダイオードの電圧は増倍が収束するほど十分には降下することができない。この場合、最終的に単位時間に増倍で発生する電荷と単位時間にクエンチング抵抗を通る電荷が釣り合ってしまうと、定常電流の解に至ると考えられる。逆に抵抗が大きいと、増倍電荷による電圧降下を外部回路で補償できないので、十分に電圧が降下する、その結果、衝突電離確率がその非線形性ゆえに急激に低下し、増倍がほとんど起こらない状態で空乏層からキャリアがすべてドリフトで掃き出され、増倍が終わると考えられる。この増倍に寄与するキャリアがすべて空乏層から掃き出された状態になることを指して、以後われわれは「クエンチ」という言葉を用いる。増倍の終了した後は外部回路の時定数  $\tau = R_q C_d$  に従って  $V_d$  はゆっくりと  $V_{op}$  まで回復する。

## モデル化

いま述べたことを定量的に確かめるために、受動クエンチの系のモデル化を行った。その詳細を以下に述べる。

### 1. ダイオード内部の電場

簡単のため一次元系を考える。空乏層が  $0 \leq z \leq d$  に形成されており、 $z = 0$  側が n 層、 $z = d$  側が p 層であるとする。空乏層中の空間電荷の分布を電荷の符号ごとに  $\rho_{S+}(z)$ 、 $\rho_{S-}(z)$  とし、自由電子およびホール分布を  $\rho_e(z)$ 、 $\rho_h(z)$  とすると、ポアソン方程式より、

$$\epsilon \frac{d^2 \phi}{dz^2} = (+e)\rho_{S+}(z) + (-e)\rho_{S-}(z) + (-e)\rho_e(z) + (+e)\rho_h(z), \quad \phi(0) = 0, \quad \phi(d) = V_d, \quad (4.3)$$

$$E(z) = -\frac{d\phi}{dz}, \quad -\int_0^d dz E(z) = V_d \quad (4.4)$$

が成り立つ。ダイオードに蓄積されている総電荷  $Q_d$  は、空間電荷をキャリアが打ち消すことを考えると

$$Q_d = e \int_0^d dz \frac{\rho_{S+}(z) - \rho_{S-}(z) - \rho_e(z) + \rho_h(z)}{2} \quad (4.5)$$

と書けるが、 $Q_d$  と  $V_d$  の関係を

$$Q_d = C_d V_d \quad (4.6)$$

とおいたとき、一般に  $C_d$  は定数にならない。しかし、ここでは計算の便宜のため、ある一定の  $C_d$  のもとで (4.6) 式の関係が成り立つと仮定する。始状態  $\rho_e(z) = \rho_h(z) = 0$  のときの総電荷を  $Q_0$  と

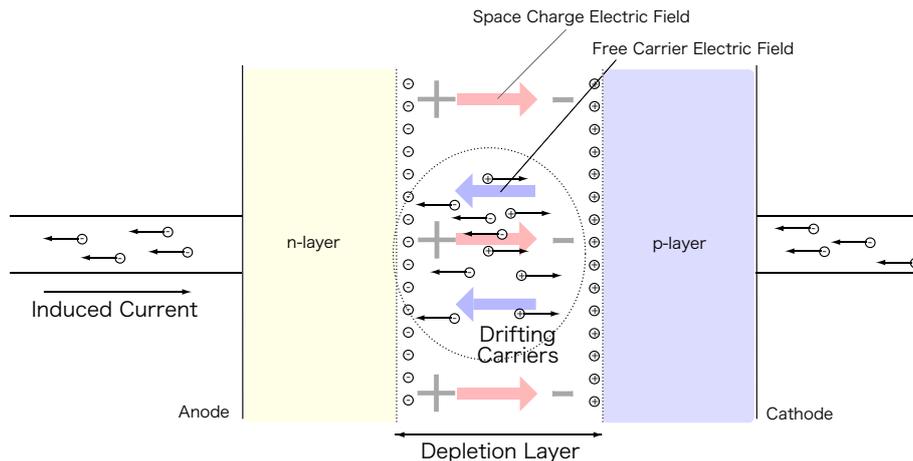


図 4.5: ダイオード中で空間電荷とキャリアが電場を形成する模式図。

する .

$$Q_0 \equiv e \int_0^d dz \frac{\rho_{S+}(z) - \rho_{S-}(z)}{2} . \quad (4.7)$$

時刻  $t$  における誘導電流を  $I(t)$  , 増倍で発生した電荷量の和を  $q(t)$  とおくと , 関係式

$$Q_d = Q_0 - \left( q(t) - \int_0^t dt I(t') \right) = Q_0 - e \int_0^d dz \rho_e(z; t) \quad (4.8)$$

が成り立つ . これは , 増倍で発生した電荷の一部は極板において誘導電流によって相殺されることを表している . (4.6) 式と (4.8) 式を連立させて時間微分をとると ,

$$C_d \dot{V}_d(t) = -\dot{q}(t) + I(t) \quad (4.9)$$

が成り立つ . さらに , ダイオード内の電場分布として一様分布

$$E(z; t) = E(t) \quad (\text{for } 0 \leq z \leq d) \quad (4.10)$$

を仮定すると ,

$$V_d(t) = E(t)d \quad (4.11)$$

が成り立つ . (4.11) 式はもはやポアソン方程式と厳密には対応しないが , 増倍電荷の効果も取り入れながら  $V_d$  と  $E(t)$  の関係を非常に簡単に与えることができる . 以下では , ポアソン方程式の代わりに (4.6), (4.9), (4.11) を仮定する .

## 2. キャリアの増倍

一方 , ダイオード内におけるキャリア  $q$  の増倍は , 衝突電離に従うと考え , 一次元系では ,

$$\begin{aligned} dq &= e \int_0^d dz [\rho_e(z; t) \cdot \alpha_e(E(z; t)) \cdot v_e(z; t) dt + \rho_h(z; t) \cdot \alpha_h(E(z; t)) \cdot v_h(z; t) dt] \\ &\simeq dt \cdot ev \int_0^d dz [\rho_e(z; t) \alpha_e(E(z; t)) + \rho_h(z; t) \alpha_h(E(z; t))] \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\alpha_e(E(z; t)) = A_e \exp\left(-\frac{B_e}{E(z; t)}\right) \quad (4.13)$$

$$\alpha_h(E(z; t)) = A_h \exp\left(-\frac{B_h}{E(z; t)}\right) \quad (4.14)$$

によって記述されると考えられる . ここで  $\rho_{e,h}(z)$  は , それぞれ位置  $z$  における電子およびホールの密度を表す . また , 場が十分に強いとして ,  $v_e \simeq v_h \simeq v (= 10^7 \text{ cm/s})$  を仮定した<sup>3</sup> . (4.12) 式は , 時間  $dt$  あたりに増加する電子ホール対の数を表している . キャリアの増倍は本来は確率過程であり , 発生する電荷量は離散化されていなければならないが , (4.12) 式では確率過程であることを無視し , 微分方程式とした . それに伴い , 発生するキャリアは連続量を取るものとしている . 一様分布の仮定 (4.11) 式のもとでは積分が解析的に実行でき ,

$$\dot{q} = ev \left( \alpha_e(E(t)) N_e(t) + \alpha_h(E(t)) N_h(t) \right) \quad (4.15)$$

となる . ここで ,

$$\begin{aligned} N_e(t) &\equiv \int_0^d dz \rho_e(z; t) \\ N_h(t) &\equiv \int_0^d dz \rho_h(z; t) \end{aligned}$$

である . ただし , 境界を積分の範囲から除く .  $N_e(t)$  ,  $N_h(t)$  はそれぞれ , 増倍に寄与する電子とホールの数を表している .  $N_e(t)$  ,  $N_h(t)$  を求めるためにはダイオード中でのキャリアのドリフトを考慮しなくてはならない .

<sup>3</sup>A.3 参照

## 3. ドリフト

増倍に寄与するキャリアの数を求めるためには、空乏層におけるキャリアのドリフトを考慮する必要がある。いろいろな方法が考えられるが、ひとつの方法は増倍領域を微小セルに分割することである。これは同時に時間についても離散化する。図 4.6 に示すように、空乏層を  $z$  方向に  $m$  個のセルに分割する。 $m$  は計算の時間ステップを  $\Delta t$ 、ドリフト速度を  $v$ 、空乏層の厚さを  $d$  としたときに、 $m \equiv d/(v\Delta t) \gg 1$  となるように  $\Delta t$  を設定する。たとえば、 $m = 100$ 、 $d = 1.0 \mu\text{m}$ 、 $v = 1.0 \times 10^7 \text{ cm/s}$  のときは、 $\Delta t = 10^{-13} \text{ sec}$  に選ぶ。このようにすると、 $\Delta t$  進むごとにキャリアは一つ隣のセルに遷る。

つぎに、アバランシェ増幅の過程とドリフトの過程を記述する式は以下のように書ける：

$$\rho_e[j](t_{n+1}) = \left(1 + v\Delta t \alpha_e \left(\frac{V_d(t_n)}{d}\right)\right) \rho_e[j-1](t_n) + v\Delta t \alpha_h \left(\frac{V_d(t_n)}{d}\right) \rho_h[j-1](t_n) \quad (4.16)$$

$(j = 1, \dots, m-2)$

$$\rho_h[j](t_{n+1}) = \left(1 + v\Delta t \alpha_h \left(\frac{V_d(t_n)}{d}\right)\right) \rho_h[j+1](t_n) + v\Delta t \alpha_e \left(\frac{V_d(t_n)}{d}\right) \rho_e[j+1](t_n) \quad (4.17)$$

$(j = 1, \dots, m-2)$

セル [1] ~ [ $m-2$ ] より外側に出たキャリアについては空乏層の外側に出たとして、 $N_e$ 、 $N_h$  として数えない。

このようにして、 $N_e$ 、 $N_h$  はそれぞれ、

$$N_e(t_n) = \sum_{j=1}^{m-2} \rho_e[j](t_n) \quad (4.18)$$

$$N_h(t_n) = \sum_{j=1}^{m-2} \rho_h[j](t_n) \quad (4.19)$$

と表される。

## 4. 回路方程式

以上で、ダイオード中のメカニズムのモデル化は終わりである。最後に、このような性質を持つダイオードと外部回路を接続する。ダイオードにクエンチング抵抗が直列に接続され、そこに印可電圧  $V_{op}$  がかかっている系の回路方程式は、キルヒホッフの第二法則から、

$$V_{op} - I(t)R_q = V_d(t) \quad (4.20)$$

で与えられる。

## 5. まとめ

以上をまとめると、PPD のパルス生成機構のモデルが定式化される。

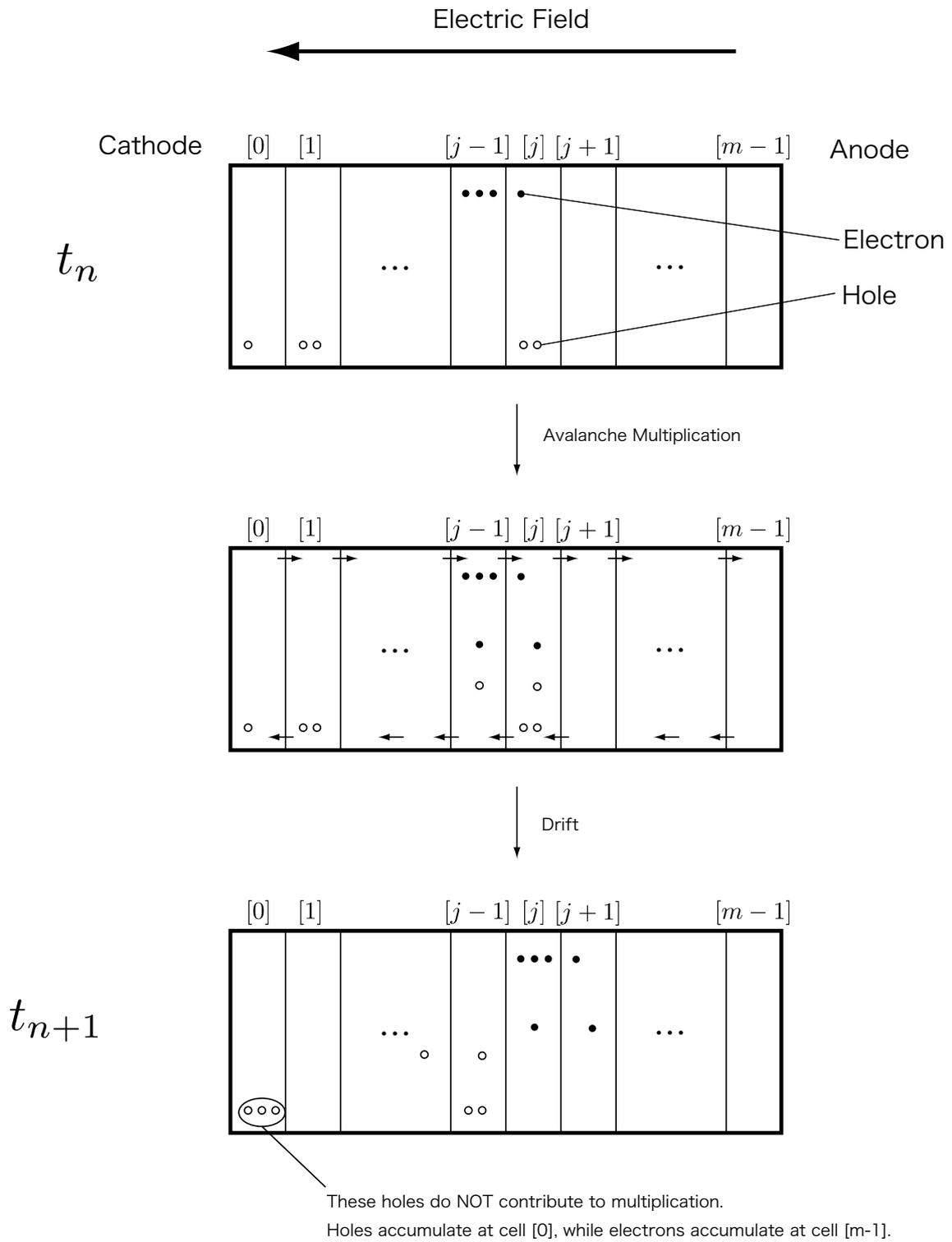


図 4.6: ドリフトのモデルの模式図 .

## PPD のパルス生成機構のモデル

- ダイオードの電圧を規定 (4.9), および回路方程式

$$\frac{\Delta V_d}{\Delta t} \equiv \frac{V_d(t_{n+1}) - V_d(t_n)}{\Delta t} = \frac{1}{C_d} \left( -\frac{\Delta q}{\Delta t} + I \right) = \frac{1}{C_d} \left( -\frac{\Delta q}{\Delta t} + \frac{V_{op} - V_d}{R_q} \right) \quad (4.21)$$

- 増倍電荷の総数の時間変化 (4.12)

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} \equiv \frac{q(t_{n+1}) - q(t_n)}{\Delta t} = ev \sum_{j=1}^{m-2} \left[ \rho_e[j](t_n) \alpha_e \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) + \rho_h[j](t_n) \alpha_h \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) \right] \quad (4.22)$$

- キャリアの増倍とドリフト (4.16)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta \rho_e[j]}{\Delta t} \equiv \frac{\rho_e[j](t_{n+1}) - \rho_e[j](t_n)}{\Delta t} \\ \quad = \frac{1}{\Delta t} \left[ -\rho_e[j] + \left( 1 + v\Delta t \alpha_e \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) \right) \rho_e[j-1](t_n) \right. \\ \quad \quad \quad \left. + v\Delta t \alpha_h \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) \rho_h[j-1](t_n) \right] \\ \frac{\Delta \rho_h[j]}{\Delta t} \equiv \frac{\rho_h[j](t_{n+1}) - \rho_h[j](t_n)}{\Delta t} \\ \quad = \frac{1}{\Delta t} \left[ -\rho_h[j] + \left( 1 + v\Delta t \alpha_h \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) \right) \rho_h[j+1](t_n) \right. \\ \quad \quad \quad \left. + v\Delta t \alpha_e \left( \frac{V_d(t_n)}{d} \right) \rho_e[j+1](t_n) \right] \end{array} \right. \quad (4.23)$$

ただし, (4.23) 式では境界の  $j = 0, j = m - 1$  に辿り着いたキャリアは増倍もドリフトもしないとした. このうち (4.22) 式は補助的な式であり, 独立な方程式は (4.21) と (4.23) である. このモデルは  $(V_d, \rho_e[j], \rho_h[j])$  を独立変数とした 1 階の常微分方程式の形式をしている. この系について, 初期条件で  $V_d = V_{op}, \rho_e[0] = 1$  のもとで初期値問題を解くため, 4 次ルンゲ・クッタ法を用いた.

## 4.2.4 モデルの振る舞い

以後の計算では, 特に断りのない限り, パラメータは以下の値を用いた.

- $V_{op} = 60.0 \text{ V}$
- $d = 2.0 \times 10^{-4} \text{ cm}$
- $\Delta t = 1.0 \times 10^{-13} \text{ sec}$
- $C_d = 20.0 \text{ fF}$

$R_q$  が小さいとき

まず,  $R_q$  の値が小さいときについて計算する.  $R_q = 100 \Omega$  のときの  $\dot{q}(t)$  をプロットしたものを図 4.7 に示す.  $\dot{q}$  は急激に立ち上がったのち,  $\dot{q}(t) = 0.09 \text{ A}$  程度で定常になり, ケンチしない. ケンチング抵抗による電圧降下  $\Delta V$  は  $0.09 \times 100 = 9 \text{ V}$  程度である. これは,  $\Delta V \approx 9 \text{ V}$  のとき, 増倍層におけるアバランシェ増幅で発生する電荷と誘導電流がちょうど釣り合うことを示している.

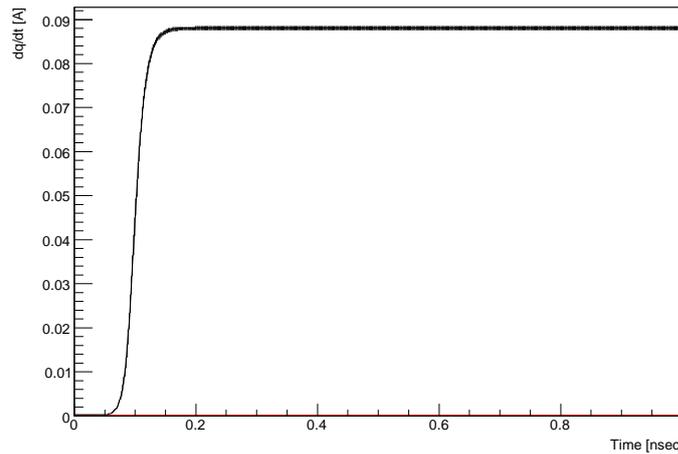


図 4.7:  $R_q = 100 \Omega$  のときの単位時間あたりの増倍電荷  $\dot{q}(t)$  の計算結果 .

#### $R_q$ が大きいとき

次に,  $R_q$  が非常に大きい場合について計算する.  $R_q = 100 \text{ M}\Omega$  のときの  $\dot{q}(t)$  を図 4.8 に示す. このように, 大きな  $R_q$  では増倍が収束している. また, 計算の結果, MPPC のクエンチング抵抗の大きさと見積もられている  $R_q = 200 \text{ k}\Omega$  に対しても, クエンチが起きた.  $R_q = 200 \text{ k}\Omega$  のときの観測される波形  $I(t)$  を図 4.9 に示す.

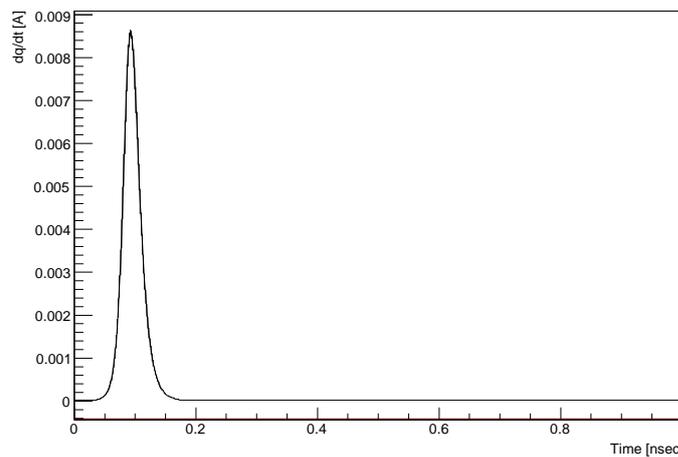


図 4.8:  $R_q = 100 \text{ M}\Omega$  のときの単位時間あたりの増倍電荷  $\dot{q}(t)$  の計算結果 .

#### 4.2.5 スパイク成分の起源

これまでのところ, 波形にスパイク成分は現れない. ここで, クエンチング抵抗  $R_q$  に対して  $C_q$  という量の寄生容量が存在する場合を考える. 図 4.10 のように各部の電流や電圧値などを定義すると,

$$I = I_1 + I_2 \quad (4.24)$$

$$V_{op} - V_d = I_1 R_q \quad (4.25)$$

$$I_2 = -C_q \dot{V}_d \quad (4.26)$$

$$C_d \dot{V}_d = I - \dot{q} \quad (4.27)$$

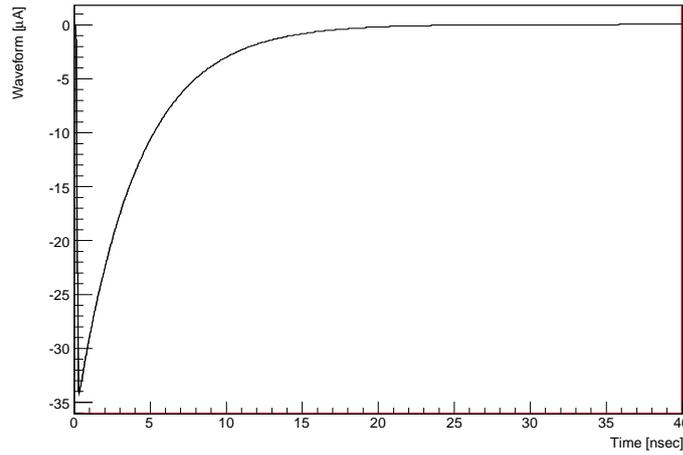


図 4.9:  $R_q = 200 \text{ k}\Omega$  のときの出力波形  $I(t)$  .

が成り立つ． $q$  は以前と同様ダイオード中で増倍される電荷量を表す．これらを総合すると，

$$(C_d + C_q)\dot{V}_d = -\dot{q} + \frac{1}{R_q}(V_{op} - V_d) \quad (4.28)$$

という回路方程式を得る．また， $I$  について解けば，

$$I = \frac{1}{C_d + C_q} \left( \frac{C_d(V_{op} - V_d)}{R_q} - C_q\dot{q} \right) \quad (4.29)$$

を得る．従って，このような回路ではダイオード中の増倍過程  $\dot{q}$  の一部が測定される信号波形のうちに直に反映されるので， $\dot{q}$  の変化に伴って，波形は一般に非線形になる． $C_q$  に電流が流れることによって， $\Delta V/R_q$  を超えるような電流が観測されることも起こりうる．増倍過程は図 4.8 のように，系の回復時間  $\tau \equiv R_q(C_d + C_q)$  よりもずっと速いので，このような寄生容量をおくことは，スパイク波形の候補になる．このような寄生容量が存在している可能性は以下のような理由で十分可能性がある．ダイオードの電圧が下がると，それを補償するようにクエンチング抵抗に電圧がかかる．このとき，クエンチング抵抗と配線を繋ぐ接点と，ダイオードの表面とのあいだに電位差が形成されることになるが，図 2.4 を見ると分かるようにこの二点は幾何学的に離れた場所に配置されている．このため，寄生容量が存在する可能性は十分にある．例えば  $C_q = 0.32 \text{ fF}$  に対しては，図 4.11 のようなスパイク状の波形を示す．

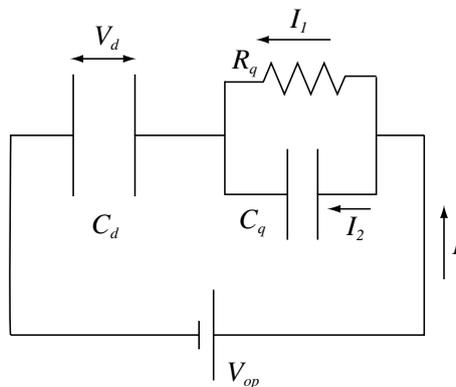


図 4.10: クエンチング抵抗と並列に寄生容量をもつ等価回路．

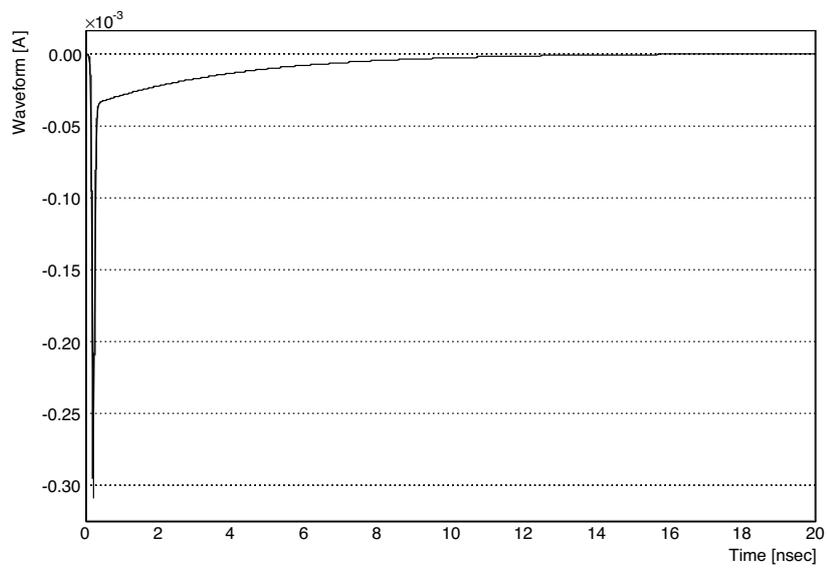


図 4.11: 寄生容量  $C_q$  をもつ系の出力波形  $I(t)$  .

### 4.3 検証

これまで述べてきたモデルが、PPD のパルスの生成メカニズムとして妥当であるかどうかを検証する。パルス波形について測定からわれわれが得ている情報は、

1. 増倍率は  $\Delta V$  に対して線形に増加する。
2. 観測される波形は  $\Delta V$  に対して振幅のみが変化し、波形は不変である。

という二点である。

まず第1の点についてモデルを試験する。モデルでは増倍率の電圧依存性は一切仮定していない。 $C_d = 20$  fF,  $C_q = 0.32$  fF,  $R_q = 200$  k $\Omega$  に対して、 $V_{op}$  を変動させて増倍率の変化を調べると、図 4.12 のようになった。増倍率は  $V_{op} \simeq 56$  V 付近を起点としてほぼ線形に増加していることがわかる。直線状に増加している部分をフィットして傾きを求めると、(4.1) 式における  $C$  は  $C = 21.5$  fF であった。これは  $C_d$  の値とよく一致している。

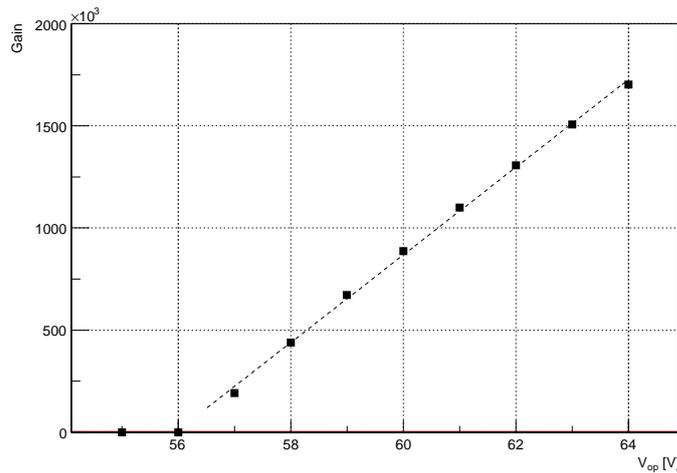


図 4.12: モデルによって求めた増倍率の電圧依存性。

次に第2の点について調べる。上記と同様の設定で、 $V_{op} = 58.0$  V と  $V_{op} = 62.0$  V の波形のスパイク部を拡大したものを図 4.13 に示す。一見して明らかなように二つの波形は相似ではない。しかし、ここに現れるスパイクについて以下の事実に着目する。モデルの与える波形  $I(t)$  (4.29) の第2項のスパイク成分を時間について積分すると、

$$Q_c \equiv \int dt \frac{C_q}{C_d + C_q} \dot{q} = \frac{C_q}{C_d + C_q} q \quad (4.30)$$

である。ここから分かることは、スパイク成分の全増倍電荷に占める割合は、電圧に依存せず、どの電圧においても相似である。一方で、測定された波形はオシロスコープに出力されるまでにプリアンプ C5594 および同軸ケーブルを伝送されたものであり、モデルと比較するためにはその周波数特性の影響を考慮する必要がある。この周波数特性は現在調査中であるが、ここでは、きわめて短いパルスに対しては、図 4.14 のように、ガウス関数状に波形が鈍ると仮定する。ガウス関数の  $\sigma$  を  $\sigma = 0.15$  nsec に選んで、これによって波形をたたみこむ。波高で規格化したのち、再度  $V_{op} = 58.0$  V と  $V_{op} = 62.0$  V を比較したものが図 4.15 である。時間方向に僅かにずれを生じているが、二つの波形はほとんど同じである。非常に短い時間での情報を失った波形のスパイク成分はほとんど同一の形状になるが、その積分の全体に対する割合は (4.30) 式によって一定なので、ほぼ同様の波形を生じると考えられる。したがって、伝送系の周波数特性が今仮定したようなものに近い応答を示すならば、観測された波形の線形性もこのモデルによって説明することが可能である。

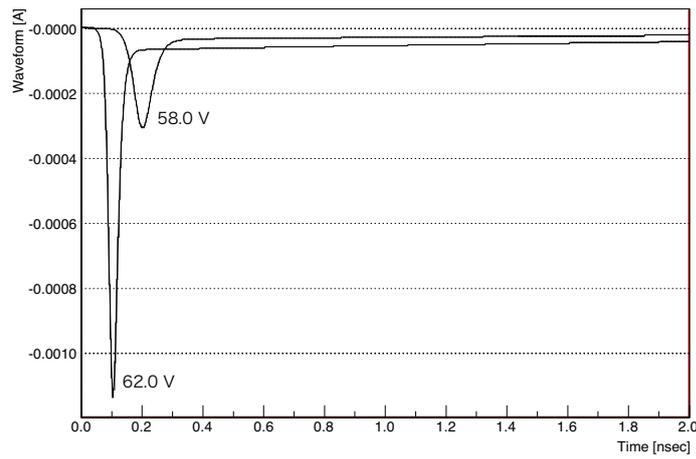


図 4.13:  $V_{op} = 58.0 \text{ V}$  と  $V_{op} = 62.0 \text{ V}$  のモデル波形のスパイク部 .

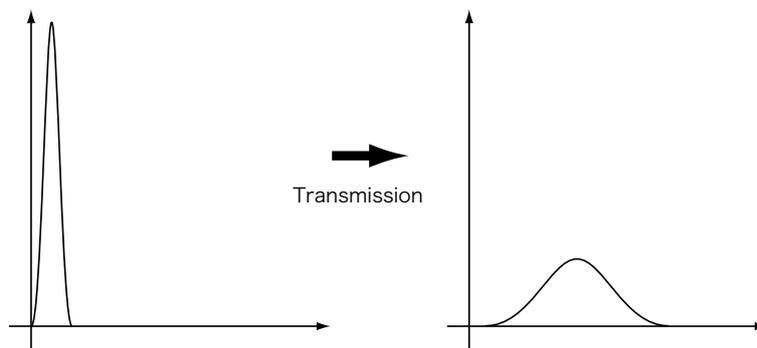


図 4.14: プリアンプとケーブルのカットオフ周波数よりも鋭いパルスは出力波形は鈍る .

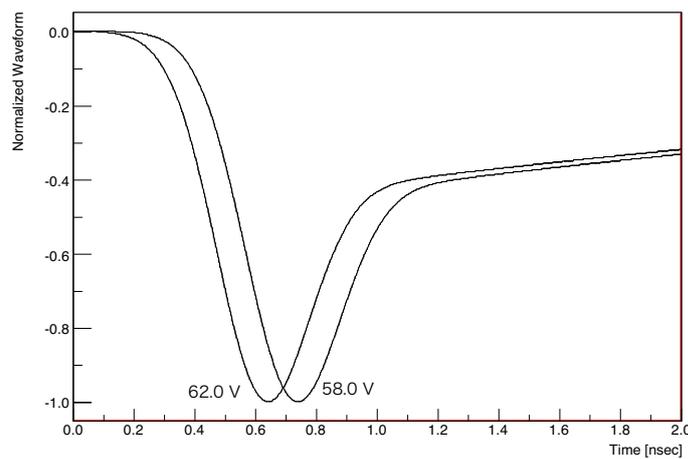


図 4.15: ガウス関数によって鈍らせたスパイク部の比較 .

### 4.3.1 測定結果との合わせ込み

適当なパラメータのもとで、測定された平均波形とよく一致するモデル波形を見出すことを試みる。  $d = 10^{-4}$  cm,  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-12}$  sec,  $V_{op} = 60.0$  V,  $C_d = 20$  fF に固定する。各測定波形について、テール部を指数関数でフィットして時定数  $\tau$  を求め、そこから  $R_q = \tau/C_d$  と置く。与えられた  $R_q$ ,  $C_d$  のもとで  $C_q$ ,  $\sigma$  を動かして、波高で規格化した平均波形とモデル波形がよく一致するような値を探った。波高で規格化したのは、波形の線形性が良い近似で保たれているためである。 $\sigma = 0.3$  ns,  $C_q = 1.1$  fF のときの各温度における比較を図 4.16 に示す。これらのモデル波形の温度による違いはクエンチング抵抗  $R_q$  の値のみである。

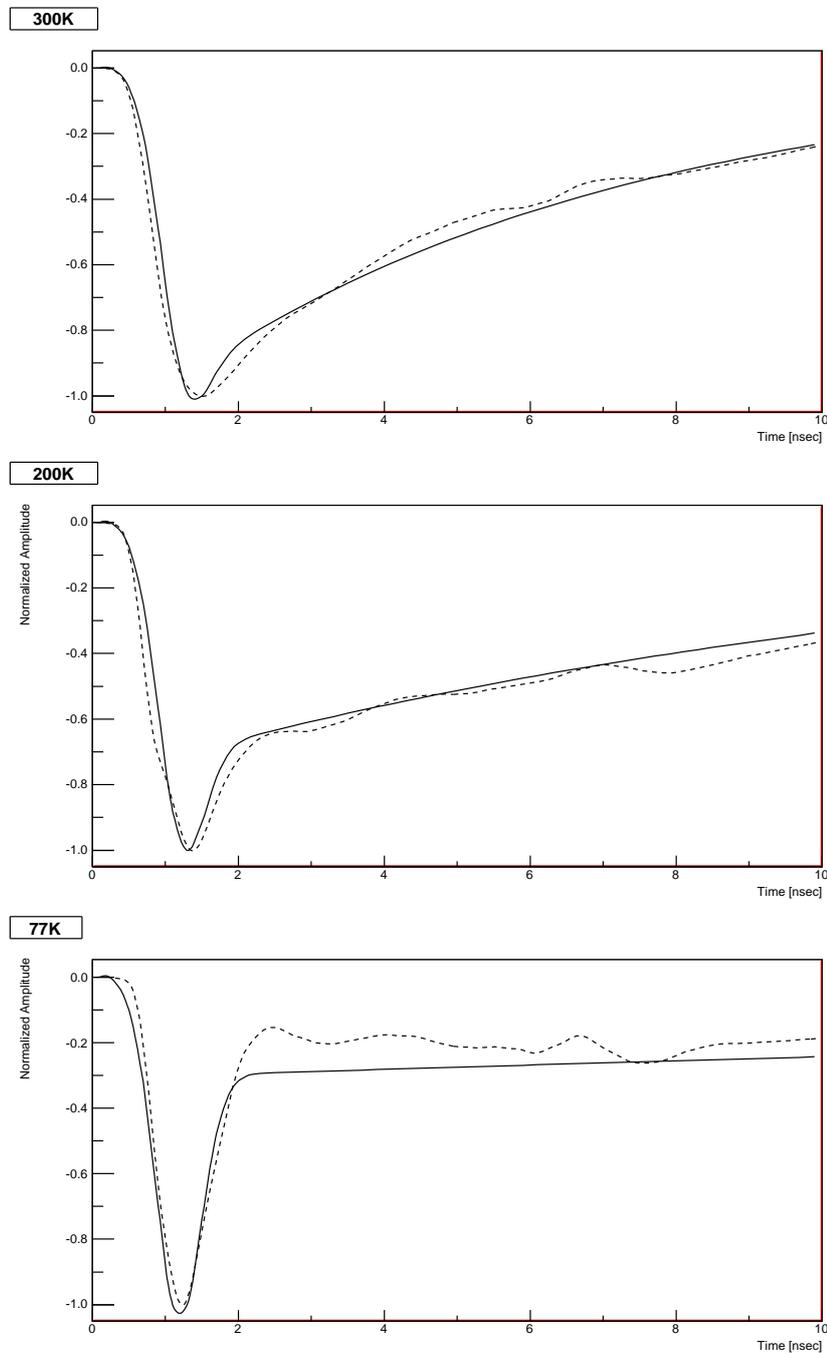


図 4.16: 300 K, 200 K, 77 K に対する測定された平均波形（点線）と、モデルによって作られた波形（実線）の比較。

## 4.4 まとめ

われわれは、PPDの増倍過程を、その素過程である衝突電離とキャリアのドリフト、および外部回路との相互作用をもとにしたモデルを立てた。このモデルは、

- 増倍率の $\Delta V$ に対する線形性を再現。
- クエンチング抵抗が機能するためにはある大きさ以上の値が必要であることを示唆。

という、これまでの測定とコンシステントな結果を与える。さらに、これにクエンチング抵抗に対して並列の寄生容量 $C_q$ をつけ足したモデルでは、増倍過程の電流の一部が信号波形に反映され、低温中に見られたスパイク成分の理由となりうることを見出した。スパイク成分の時間スケールは0.1 ns程度ときわめて速いが、ケーブル等の伝送の周波数特性を考慮することで、観測されたような波形に鈍る可能性がある。この場合、スパイク成分の大きさの前波形に占める割合は電圧によらないので、鈍った波形は電圧によらずほぼ同じ波形になる可能性が高い。適当にパラメータを指定することで、300 K, 200 K, 77 Kにおける波形をすべて、 $R_q$ の変化のみで再現することができた。



## 第5章 シミュレータを用いたPPDの開発について

われわれは、TCADの技術を用いてPPDの数値シミュレーションを様々なレベルで行うことによって、現在のPPDの性能を凌駕するような新しいデバイスの探索や開発を行う迅速かつ効率的に行うことができると考え、TCADを用いてどのような開発が可能であるか、現在調査研究を進めている。本章ではこれに関する現在までの結果を報告する。われわれは今回、ENEXSS(エネックス)[22, 23]という半導体先端テクノロジーズ社の開発する国産TCADを用いた。

### 5.1 TCADを用いた開発の可能性

ENEXSSの仕様を詳細に検討した結果、われわれはPPDの諸特性をこれを用いてどのように計算できるか、その見込みを以下の3つに分類した。

#### 1. ENEXSSで直接的に計算が可能であるべきもの

- 不純物濃度分布(濃度分布)
- 電場分布
- 降伏電圧
- ピクセルキャパシタンス

濃度分布や電場分布といった量の計算は、ダイオードのみならずENEXSSの主たる用途であるトランジスタなどの計算でも重要となる量であるため、ソフトウェアの開発が最も充実している部分である。ここに挙げた諸特性はデバイスの静的な構造としてまとめることができる。電場分布が計算できれば、第6章で行ったアバランシェ確率の計算と光吸収係数の関係を組み合わせることで、PDEの波長依存性を計算によって求めることが可能になると考えられる。これは感度波長という、光検出器の基本的な仕様を設計する上で重要になる。

#### 2. ENEXSSで計算できる可能性をもつもの

- 動的な増倍とクエンチの再現と、波形の再現
- ノイズレート
- アフターパルス確率

シミュレーションを行う上で、動的現象の再現は以下の二つの点で課題があると考えられる。一つはアバランシェ増幅の核となる衝突電離が本質的に非線形な現象であり、かつガイガーモードはこの増倍が発散するような領域であるため、安定に計算を行うことは容易でない。実際、ENEXSS開発者によれば、ガイガーモードの発生するような非常に電場の強い領域での計算を安定に収束させるためにはソフトウェアの適切なチューニングが必要であるということである。もう一つはガイガーモードは1自由電子からでも $O(10^5)$ におよぶ増倍率を得るが、ENEXSSにおける計算は基本的にはドリフト拡散モデルを基礎に置いているため、電流は電荷が担うのではなく連続的な場の量として扱われているという点である。クエンチを達成するためには、空乏層内に1つのキャリアすら掃き出され、増倍を担うキャリアが完全にいなくなる必要がある。この点で、クエンチは最終的には電荷の離散性によって担保されていると考えられる。そのため、場の量を用いてこれを再現しようとする場合には、電荷の離散性を表現する何らかのモデルを組み込む必要があると考えられる。これを適切な条件を用

いてモデルに組み込むことができれば、PPDの動的なパルス発生過程がENEXSSで再現できると考えられる。この具体的な処方がある現在のENEXSSで可能であるかについては、現在調査中である。ノイズレートやアフターパルス確率は、第6章で述べたような考察に基づいて、生成・再結合などのより基本的なダイオードの物理過程に帰着される可能性が高い。ENEXSSに組み込まれている物理モデルとこれらの現象の対応が判明すれば、ノイズレートやアフターパルス確率を予測することが可能になる。

### 3. 今後のソフトウェア開発を必要とするもの

- クロストーク確率

ドリフト中のキャリアが制動放射などによって光子を発する過程と、光子が吸収される過程のモデルは、ENEXSSには組み込まれていないため、現状ではこれをENEXSSで計算することはできない。今後開発者と協力して、モデルを組み込んでいく必要がある。

本研究では、特にこれらのうちの1.に関連する計算の結果について報告する。

## 5.2 濃度分布と電場分布の計算

pn接合ダイオードの特性を決めるのは、空乏層を中心とした電場の構造であるが、電場の構造は濃度分布から決定される。そして、濃度分布はプロセス設計によって決定される。ENEXSSの定量的な有効性を調べるためには、ある既知のプロセス設計に対して、その電気特性が再現されるかを調べる必要がある。

イタリアのITC-irst<sup>1</sup>におけるSiPM開発グループが行った、主に青色波長に感度を持つSiPMのプロセスについての報告[24]には、具体的な工程が記述されている(ただし、計算に必要なすべてのパラメータが指定されているわけではない)。この設計は彼らによって“BJ-SiPM”と呼ばれている。BJ-SiPMの濃度分布および電場分布のプロファイルを、ITC-irstではSilvaco社の開発するTCADであるATHENAおよびATLASによって行っている。その結果を図5.1に引用した。

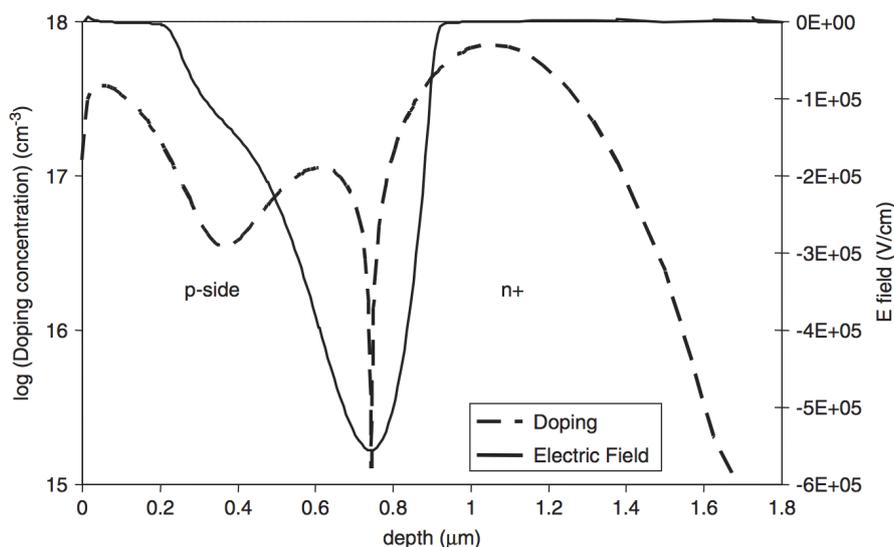


図 5.1: ITC-irst の計算による BJ-SiPM の不純物分布および電場分布。[24] より引用。

われわれはBJ-SiPMと同様の構造をENEXSSにおいて組むことで、ENEXSSの濃度分布および電場分布の計算の妥当性を確かめた。プロセスの詳細の記述および電気特性の計算の詳細は文章記述では煩雑なので、ENEXSSを走らせる際に使用したソースコードによって下に示す。ソースコードにおける各コマンドの意味についてはコメントに概要を示したが、詳細はマニュアルを参照。表5.1にわれわれが計算に用いたパラメータのリストを与える。テストは全部で14のパラメータ値の組に対して行った。

<sup>1</sup>Instituto Trentino di Cultura, Il Centro per la Ricerca Scientifica e Tecnologica.

表 5.1: ENEXSS で BJ-SiPM の濃度分布および電場分布を計算したときのパラメータ値のリスト.

| 試験番号 | 基板   |                         |       | n 層  |                |       | p 層 (1) |                |       | p 層 (2) |                  |       | 拡散                        |          |
|------|------|-------------------------|-------|------|----------------|-------|---------|----------------|-------|---------|------------------|-------|---------------------------|----------|
|      | イオン種 | 濃度 [ $\text{cm}^{-3}$ ] | エネルギー | イオン種 | 注入量            | エネルギー | イオン種    | 注入量            | エネルギー | イオン種    | 注入量              | エネルギー | 温度 [ $^{\circ}\text{C}$ ] | 時間 [min] |
| 1    |      |                         |       |      | $3\text{E}+13$ |       |         | $5\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 2    |      |                         |       |      | $2\text{E}+13$ |       |         | $5\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 3    | P    | $1\text{E}+15$          | 300   | P    | $5\text{E}+13$ | 1000  | B       | $5\text{E}+12$ | 500   | B       | $1.2\text{E}+13$ |       | 700                       | 10       |
| 4    |      |                         |       |      | $7\text{E}+13$ |       |         | $5\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 5    |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $7\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 6    |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $9\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 7    |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $3\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 8    |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $1\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 9    |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $0\text{E}+12$ |       |         | $1.2\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 10   |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $3\text{E}+12$ |       |         | $1.0\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 11   |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $3\text{E}+12$ |       |         | $8.0\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 12   |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $3\text{E}+12$ |       |         | $4.0\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 13   |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $3\text{E}+12$ |       |         | $6.0\text{E}+13$ |       |                           |          |
| 14   |      |                         |       |      | $5\text{E}+13$ |       |         | $5\text{E}+12$ |       |         | $6.0\text{E}+13$ |       |                           |          |

注: エネルギーの単位は [keV], 注入量の単位は [ $\text{cm}^{-2}$ ] である.

ENEXSS で BJ-SiPM の濃度分布および電場分布を計算したときの HySyProS のコード .

```

# Variables
x_width=2.00;
y_width=2.00;
z_width=3.00;
z_ini=-0.8000;
imp_energy1=300;
imp_energy2=1000;
imp_energy3=500;
imp_doze1=3.e13;
imp_doze2=5.e12;
imp_doze3=1.2e13;
diffuse_temp1=700;
diffuse_temp2=700;
diffuse_time1=10;
diffuse_time2=10;
substrate_conc=1.e15;

# ジオメトリ・メッシュ
grid.x.add ( loc = 0.0000, spac = 0.300, tag = "center", );
grid.x.add ( loc = x_width, spac = 0.300, tag = "right", );
grid.y.add ( loc = 0.0000, tag = "front", );
grid.y.add ( loc = y_width, tag = "back", );
grid.z.add ( loc = z_ini+0.40, spac = 0.05, );
grid.z.add ( loc = z_ini, spac = 0.005, tag = "surface", );
grid.z.add ( loc = z_ini-0.10, spac = 0.100, );
grid.z.add ( loc = -z_width, spac = 0.100, tag = "bottom", );

# 基盤の設定
region.substrate ( conc = substrate_conc, imp = "P", orient = "100",
  xmax = "right", xmin = "center", ymax = "back", ymin = "front",
  zmax = "surface", zmin = "bottom", );

init_sypros ( );

# 物理モデル・環境の設定
diff_model.select ( model_name = "mulvaney_full", );
oxi_ctrl.native_oxide ( create = true, thick = 0.0003, );

# n 層注入
implant ( dose = imp_doze1, energy = imp_energy1, ion = "P", );
# エピタキシャル成膜
deposit ( mat = "Si", thick = 1.0-z_ini, );
# p 層 ( 接合側 ) 注入
implant ( dose = imp_doze2, energy = imp_energy2, ion = "B", );
# p 層 ( 表面側 ) 注入
implant ( dose = imp_doze3, energy = imp_energy3, ion = "B", );
# 熱拡散
diffuse ( amb = "nitrogen", temp = diffuse_temp2, time = diffuse_time2, );

```

```
# エッチング
etch ( mat = "Si", thick = 1.0, );

# 出力ファイルの設定
save.sgraph ( file = "itc1_1.sg3", );
save.deleos ( file = "itc1_1.geo", posy = "min", );
```

ENEXSS で BJ-SiPM の濃度分布および電場分布を計算したときの HyDeLEOS のコード .

```
# Variables
bias_start = 0.0;
bias_end = -40.0;
bias_step = 0.01;

# HySyProS で計算した結果を読み込み
load_dst ( "itc1_1.dst" );
# 出力ファイルの設定
set_output ( cur_filename = "itc1_1.cur", );
set_output ( dis_filename = "itc1_1.dis", dis_vars = [Psi,E,IEI,Net],
  dis_voltage = -15.0, dis_out = FIXED, );
initial_guess ( style = "linear", );

# 物理モデルの設定
set_grrate ( ii = ON, srh = ON, btbt = OFF, sur = OFF, aug = OFF, );

# 電圧印可の指定
set_bias ( v0 = bias_start, v1 = bias_end, dv = bias_step, name = "cathode", );
set_bias ( v0 = 0.0, name = "anode", );
# 計算実行 (直流)
run_dc ( );
```

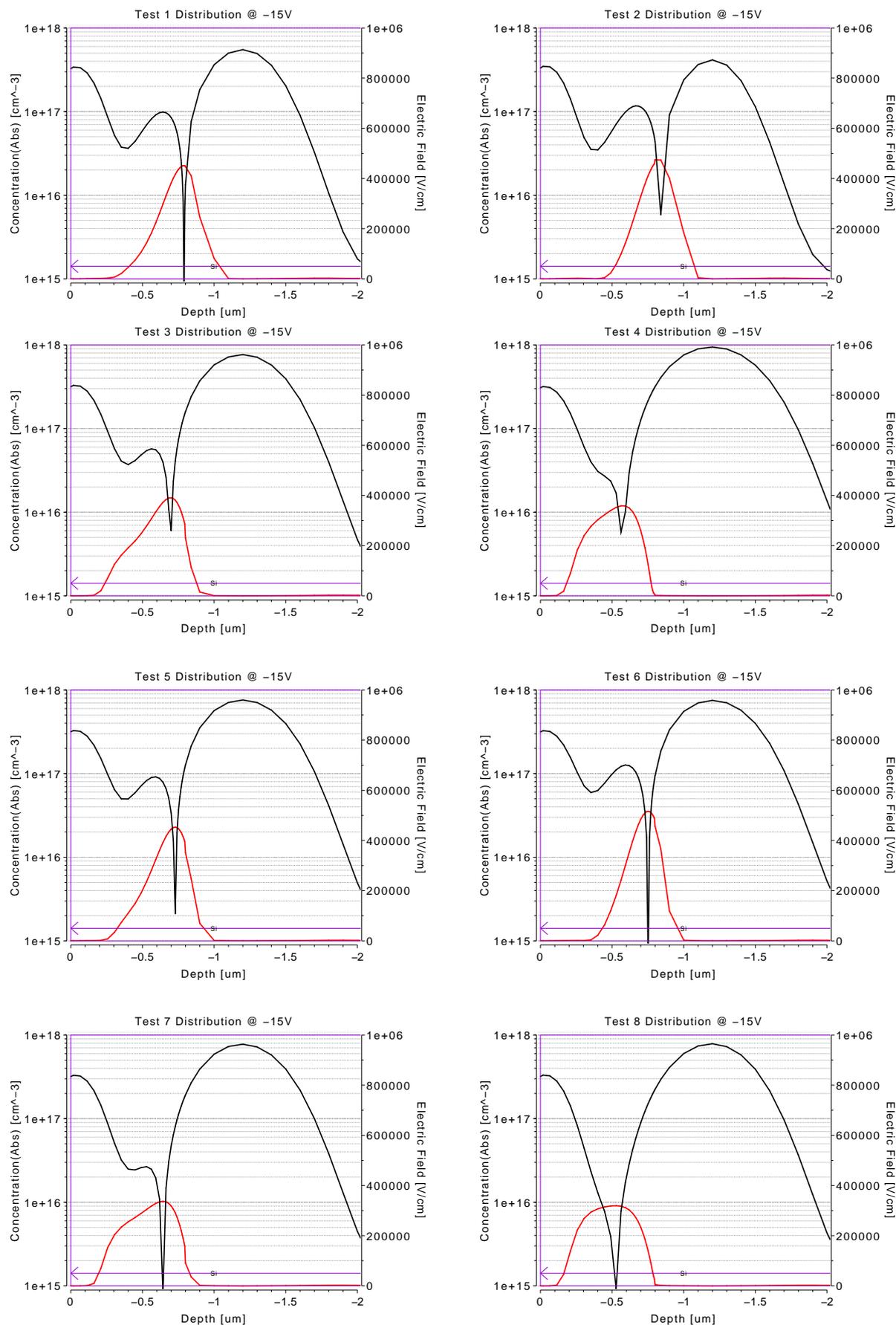


図 5.2: 各テストにおいて-15 V のバイアスを印可したときの濃度分布 (黒) および電場分布 (赤) (1) .

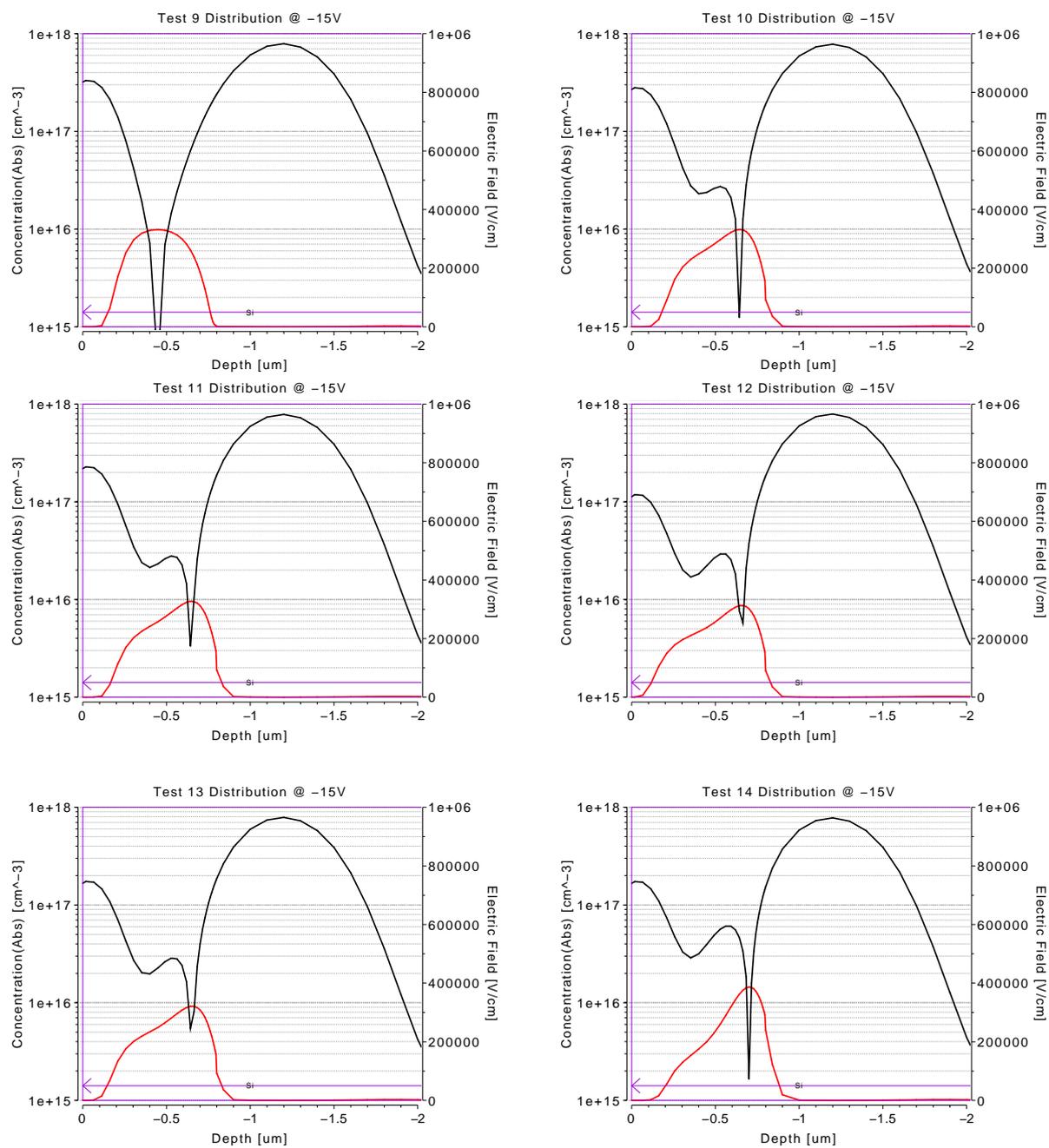


図 5.3: 各テストにおいて-15 V のバイアスを印可したときの濃度分布 (黒) および電場分布 (赤) (2) .

### 5.3 降伏電圧

ITC-first によれば、前節で使った BJ-SiPM の降伏電圧は、約 20 V であると報告されている。降伏電圧についても、ENEXSS を用いて計算を行った。計算に当たっては、熱励起および衝突電離のみを考慮して端子間電流を求め、電流が発散する点における電圧値を降伏電圧として算出した。

#### 1. 熱励起 (Shockley-Read-Hall モデル)

これは、半導体中の不純物準位を介した生成・再結合率を表すモデルで、SRH 再結合などと呼ばれる。Si ダイオードにおいては SRH 再結合は熱励起ノイズの主たる原因となる。ENEXSS に組み込まれているモデル式は、

$$U_{\text{SRH}} = \frac{n_i^2 - pn}{\tau_p(n + n_i) + \tau_n(p + n_i)} \quad (5.1)$$

$$\tau_{n,p} = A_{n,p} \left( \tau_{\min}^{n,p} + \frac{\tau_{\max}^{n,p} - \tau_{\min}^{n,p}}{1 + (N/N_t^{n,p})^{B_{n,p}}} \right) \quad (5.2)$$

である。ここで、

|        |   |                      |
|--------|---|----------------------|
| $n_i$  | : | 真性キャリア濃度             |
| $n, p$ | : | 電子/ホール濃度             |
| $N$    | : | 不純物濃度 (ドナーとアクセプターの和) |
| 残りの変数  | : | モデルパラメータ             |

である。モデルパラメータはすべて、標準値を用いた。

#### 2. インパクトイオン化モデル

付録 A.6 に記述されている衝突電離のモデルである。ENEXSS におけるインパクトイオン化の係数  $\alpha_{n,p}$  のモデル式は、

$$\alpha_n = \alpha_{n0} [1 + \beta_{n0}(T_L - T_{L0})] \exp \left( \frac{E_{n0}(1 + \beta_{n1}(T_L - T_{L0}))}{|\mathbf{E}_n|} \right) \quad (5.3)$$

$$\alpha_p = \alpha_{p0} [1 + \beta_{p0}(T_L - T_{L0})] \exp \left( \frac{E_{p0}(1 + \beta_{p1}(T_L - T_{L0}))}{|\mathbf{E}_p|} \right) \quad (5.4)$$

$$|\mathbf{E}_n| = \frac{|\mathbf{J}_n \cdot \mathbf{E}_n|}{|\mathbf{J}_n|} \quad (5.5)$$

$$|\mathbf{E}_p| = \frac{|\mathbf{J}_p \cdot \mathbf{E}_p|}{|\mathbf{J}_p|} \quad (5.6)$$

である。ここで、

|                              |   |              |
|------------------------------|---|--------------|
| $T_L$                        | : | 格子温度         |
| $T_{L0}$                     | : | 周囲温度         |
| $\mathbf{J}_n, \mathbf{J}_p$ | : | 電子/ホール電流ベクトル |
| 残りの変数                        | : | モデルパラメータ     |

である。モデルパラメータはすべて、標準値を用いた。

このようにモデルを設定し、逆バイアスを印可したときの IV 曲線を求めた (この計算は、電場分布の計算と同時に行うことができる)。結果は、図 5.4 のようになる。これは試験番号 5 に対するものであるが、 $V = 19.4$  V のときに電流が発散している。これがアバランシェ降伏に対応する。各試験に対する降伏電圧を表 5.2 に示す。降伏電圧は 16 ~ 26 V 程度の間の値をとるが、濃度分布および電場分布の形状が図 5.1 と似ている試験番号 5 では降伏電圧はほぼ 20 V である。このことから、イタリアグループにおける計算とわれわれの ENEXSS における計算は、基本的にコンシステントな結果を与えていると考えられる。

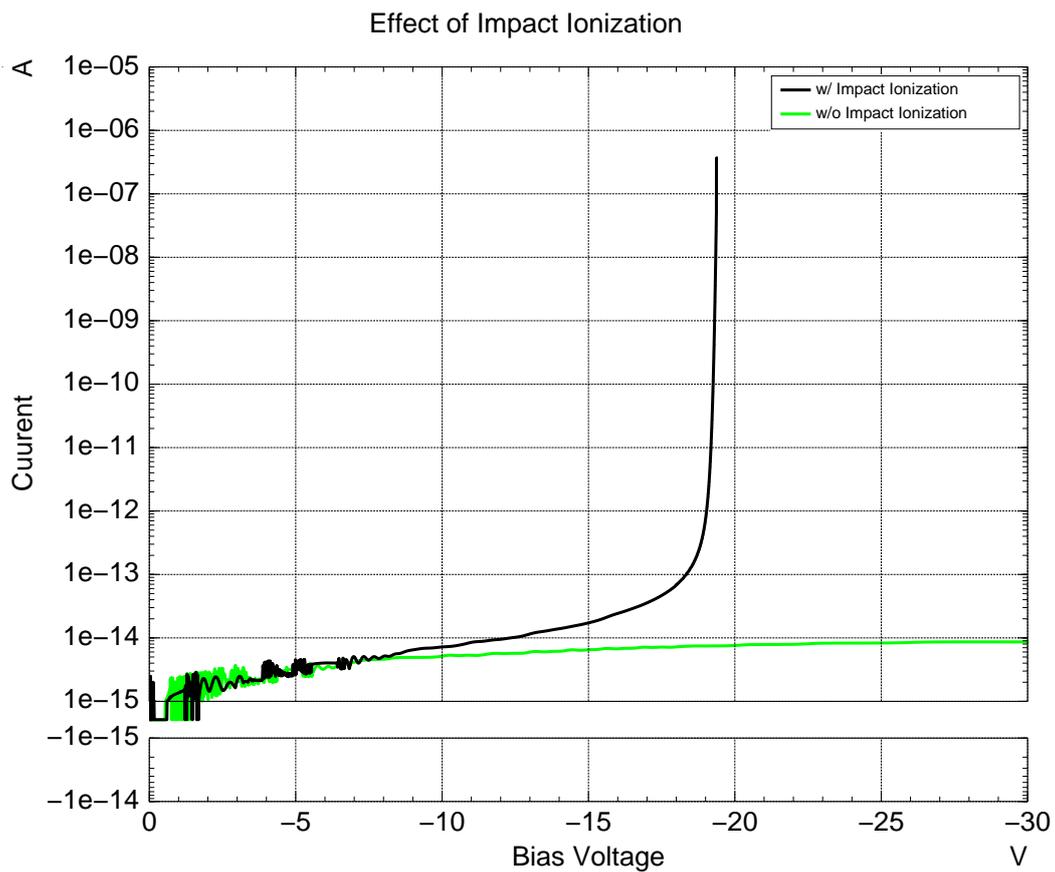


図 5.4: 試験番号 5 の場合の、インパクトイオン化を考慮に入れた場合（黒）および、考慮しなかった場合（緑）における IV 曲線。

表 5.2: 各試験番号に対応する降伏電圧。

| 試験番号 | 降伏電圧 [V] |
|------|----------|
| 1    | 19.8     |
| 2    | 17.5     |
| 3    | 22.1     |
| 4    | 21.2     |
| 5    | 19.4     |
| 6    | 16.1     |
| 7    | 22.9     |
| 8    | 22.4     |
| 9    | 21.9     |
| 10   | 22.3     |
| 11   | 24.0     |
| 12   | 35.9     |
| 13   | 24.7     |
| 14   | 23.4     |

## 5.4 ガードリングの検討

### 5.4.1 整合ガードリングの場合

PPD の各素子を独立させるため、接合の上層 (p-on-n 型ならば p+層) は分離している。このとき、上層の周囲に、不純物のない領域が存在する。高電圧を印可すると、この上層のエッジの周囲で局所的な電場の集中が起き、降伏が発生することが知られている (エッジ降伏; edge breakdown)。この問題を回避するために通常使われる手法はガードリングと呼ばれるもので、p+層の周囲に濃度の低い p 層を配置することで、局所的な電場の集中を防ぐ [25, 26]。p+層 (n+層) に対して、p 層 (n 層) のガードリングを、ここでは「整合」と表現する。われわれは、ENEXSS を用いてエッジ降伏の様子を再現し、また適切な整合ガードリングの形状を探る試みを行った。

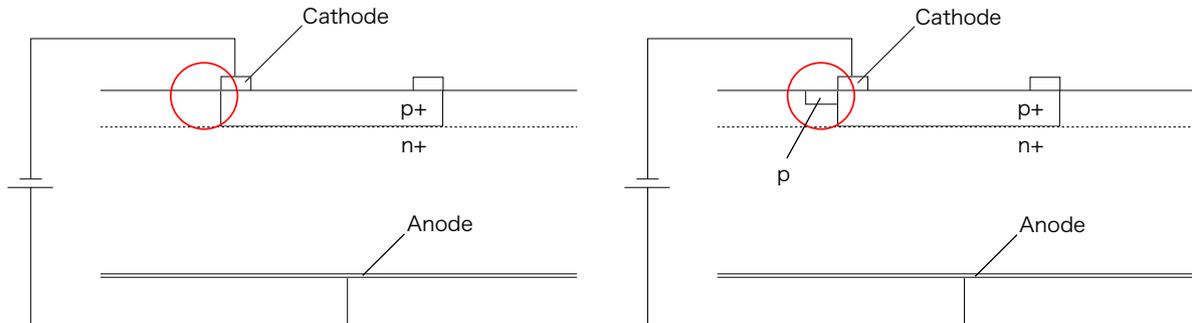


図 5.5: 整合ガードリングのコンセプト。

セットアップの概要は以下のものである。

- 計算は 2 次元で行った。
- 基本の pn 接合は、BJ-SiPM とほぼ同様の形状の、非対称 pn 分布。
- 1 セルの長さを  $25\mu\text{m}$  とし、p 層はそのうち、 $5.5 \sim 18.5\mu\text{m}$  の間にわたって形成した。
- p 層の周囲に、 $1.5\mu\text{m}$  の幅をもつガードリングを形成した。
- 境界条件は、アノード側は全面が接地されており、カソード側は p 層の表面で  $-HV$  が同電位で印可されるようにした。横方向に関しては、周期境界条件が適用されている。
- ガードリングの組成は B イオンであり、注入エネルギーは  $700\text{keV}$  とした。注入濃度を変更し、電場分布がどのように変化するかを調べた。
- 電場分布は、 $V = 40\text{V}$  における値で比較した。

計算は、表 5.3 に挙げる濃度に対して行った。結果としては、 $1 \times 10^{12}\text{cm}^{-2}$  の注入を行ったときにエッジ降伏の効果が最も抑制されることが分かった。図 5.4.1 にガードリングへのイオン注入を全く行っていない場合の濃度分布および電場分布を示す。p 層のエッジ部分で強い電場の集中が見られ、pn 接合部における電場よりも強くなっている。このような状態はエッジ降伏を引き起こす。

次に、図 5.6 にガードリングへ  $1 \times 10^{12}\text{cm}^{-2}$  のイオン注入を行った場合の濃度分布および電場分布を示す。図 5.4.1 で電場が集中していた領域の電場が弱められ、ガードリングの効果が現れていることがわかる。

表 5.3: ガードリングの効果の計算で使用したガードリング注入濃度のリスト .

| 試験番号 | ガードリング注入濃度 [ $\text{cm}^{-2}$ ] |
|------|---------------------------------|
| 1    | 0                               |
| 2    | $1 \times 10^{12}$              |
| 3    | $2 \times 10^{12}$              |
| 4    | $3 \times 10^{12}$              |
| 5    | $5 \times 10^{12}$              |

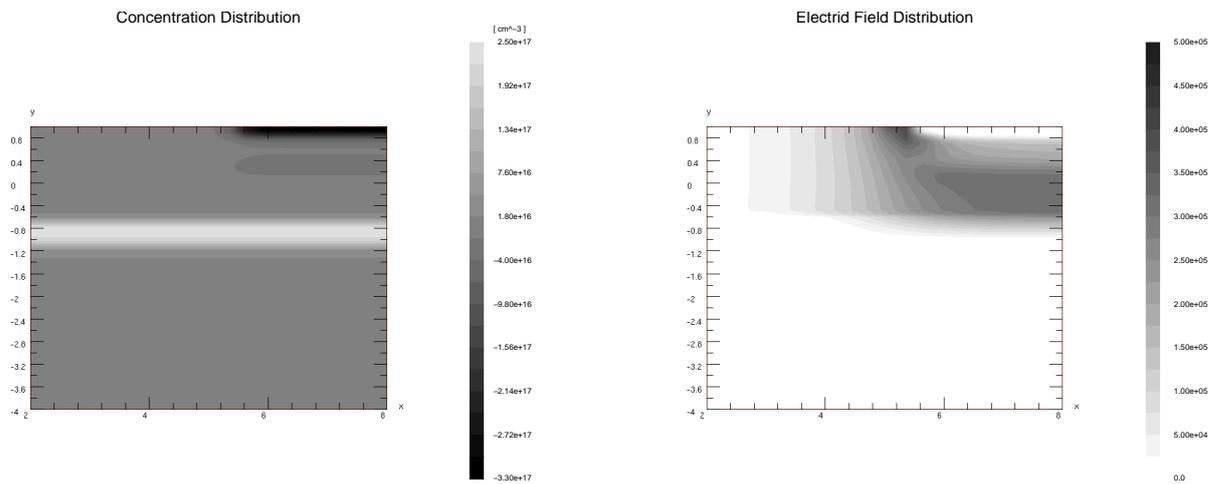


図 5.6: ガードリングに不純物を注入しないときの濃度分布 (左), およびそのときの電場分布 (右). 濃度分布では, 黒い部分が p 層を表し, 白い部分が n 層を表している. 電場分布では, 黒い部分が電場が強い. 電場は絶対値で表示されている.

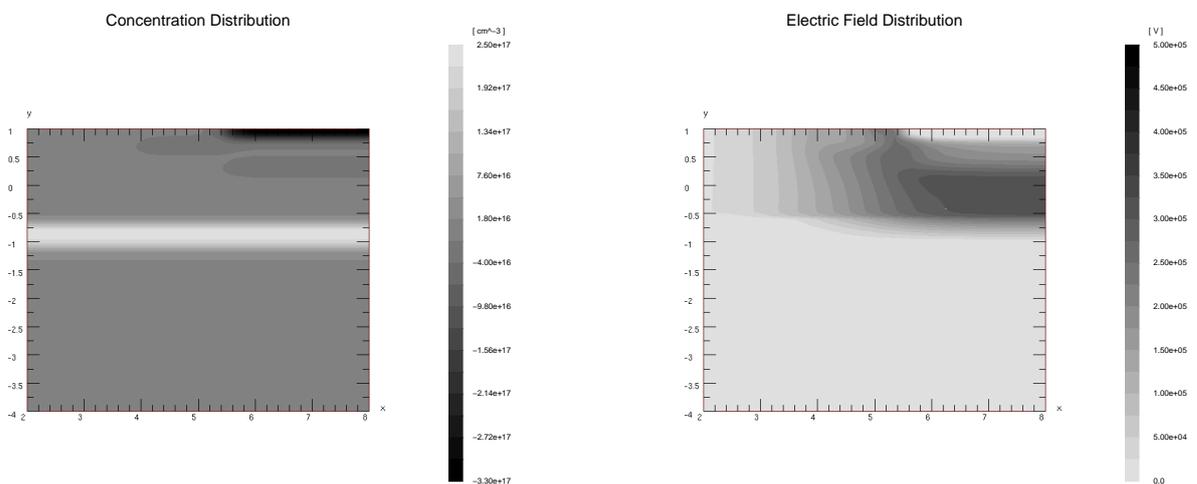


図 5.7: ガードリングに  $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  の p 不純物 (B) を注入したときの濃度分布 (左), およびそのときの電場分布 (右).

## 5.5 総括と展望

これまで、ENEXSS を用いて、動的な計算を必要としない部分について主に調査してきた。これまでのところ、濃度分布や電場分布、さらに降伏電圧の計算については、ENEXSS は実際のプロセス設計での使用に耐えうる能力をもつと考えられる。また、主たる構造である垂直な pn 接合の電場構造のみならず、ガードリングに代表される 3 次元の電場構造の作成についても、ENEXSS を用いた最適化が可能であるとされる。これによって、クエンチ機構を除く PPD の基本的な設計については、ENEXSS を用いてその最適化を行うことが可能であるとされる。

一方で 5.1 節で挙げた ENEXSS でシミュレーションを行うべき項目のうち、動的な計算の必要な部分、特にクエンチ機構を含む部分については、まだ検証が行われていないので、これは今後の課題である。ただし、ENEXSS で動的なメカニズムをすべて再現しない場合でも、第 4 章で述べたクエンチのモデルが妥当であるならば、これを用いてクエンチ抵抗の値の最適化を行うことは可能であり、これを拘束条件として開口率を最大化するような設計を行うことができると考えられる。

## 第6章 高性能PPDの開発に向けて

本章の前半では、第3章で得られた測定結果をもとにして、PPDの内部構造およびノイズの起源について考察と議論を行う。また、ノイズの削減がどの程度の効果をもつかを評価し、現在のPPDの限界がどのようにして決まっているかを述べる。その上で、後半ではノイズを抑制しつつ高い増倍率を達成するような新しいPPDの構造の提案を行う。

### 6.1 アバランシェ確率のシミュレーション

#### 6.1.1 「アバランシェ確率」

PPDで光が吸収されて信号を発するにせよ、内部に発生した自由キャリアがノイズ・パルスを発するにせよ、その過程にはアバランシェ増幅が含まれる。アバランシェ増幅の核が衝突電離という現象であることは、これまで繰り返し述べてきた。付録A.6にあるように、衝突電離は確率的な現象である。空乏層で幾度か衝突電離を起こしたとしても、図A.7にあるようなガイガーモードの増倍を起こさずに生成したキャリアが空乏層の外まで掃き出された場合には、これは信号として検出されない。起源となるキャリアがガイガーモードの増倍を引き起こす確率を「アバランシェ確率」と定義すると、例えば熱励起ノイズのレートは

$$(\text{増倍の種となる自由キャリアの数}) \times (\text{アバランシェ確率})$$

によって決定される。前者は温度に大きく依存し、後者は主として印可電圧とダイオードの電場構造によって決まる。したがって、3.4節で測定したランダム・ノイズの電圧依存性は、アバランシェ確率の電圧依存性をプローブしたものと捉えることができる。

しかし、今述べた「アバランシェ確率」は、より正確には、起源となるキャリアが対生成された位置に依存する。特に増倍領域とされる高電場の領域に対して、より高電位側でキャリアが対生成されるかより低電位側で対生成されるかで、アバランシェ確率は大きく異なると考えられる。これは次のような考察による。

増倍領域より高電位側で対生成が発生した場合、電場の向きから、増倍領域にはホールがドリフトする。逆に、低電位側で発生した場合には、増倍率には電子がドリフトする。ガイガーモードにおいては、電子とホールの衝突電離のうち、より確率の小さいホールの衝突電離が起きることが重要である。電子が起源の場合、その電子が空乏層を抜けるまでにつくる電子ホール対は多数あるので、そこで発生したホールが衝突電離を起こす確率は高くなる。逆にホールが起源の場合、その起源となるホールしか衝突電離に寄与できないため、衝突電離は起こりにくい。

#### 6.1.2 シミュレーション

そこで、増倍層の高電位側と低電位側で起源となるキャリアが対生成される場合に、アバランシェ確率がどのように異なるのか、またそれが印可電圧にどのように依存するのかを知るために、以下のような簡単なモンテカルロ・シミュレーションを組んだ。

図6.1のように一次元の領域に空乏層の厚さ  $d = 5.3 \mu\text{m}$ 、であるようなガウス関数型の電場分布を用意し、残りの部分では電場は0であるとした<sup>1</sup>。ガウス関数の幅  $\sigma$  は  $\sigma = d/6$  を与えた。ガイガーモードの起こるような強さの電場のもとでは、電子やホールのドリフト速度はほぼ一定で飽和しているため、これは  $10^7 \text{ cm/s}$  として一定にした。電場が与えられたときに、単位距離（すなわちこの場合単位時間あたり）

<sup>1</sup>電場分布をガウス関数の形状にしなければいけない必然性はない。5.2節でみたように、電場分布は濃度分布によって決定される。しかしMPPCの内部の電場構造は不明であるため、何らかの形状を仮定しなければいけない。ここでは具体的に特殊な形状を与えるよりも一般性を重視し、上に凸で滑らかな関数形としてガウス関数を選択した。

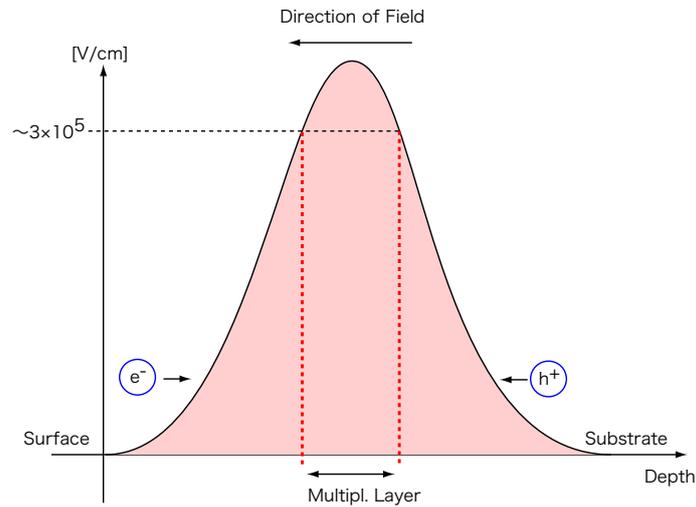


図 6.1: アバランシェ増幅の確率のシミュレーションの概念図．この図では，表面側を低電位，すなわち p 層としている．

に衝突電離をして新しい電子・ホール対を生成する確率  $\alpha_e, \alpha_h$  [1/cm] は文献 [20] を参考にし，次式で定義した：

$$\alpha_e(E) = \exp\left(A_e + \frac{B_e}{E}\right) \quad (6.1)$$

$$\alpha_h(E) = \exp\left(A_h + \frac{B_h}{E}\right) \quad (6.2)$$

ここで， $A_e = 1.35 \times 10$ ， $A_h = 1.44 \times 10$ ， $B_e = -1.17 \times 10^6$  V/cm， $B_h = -1.95 \times 10^6$  V/cm である． $E$  は V/cm の単位で与える．ここで，増倍領域は電場の最大値の近傍の狭い部分にのみ存在すると考えられ，それ以外の場所はほとんど増倍に寄与しない．したがってアバランシェ確率は，ほとんど増倍領域の高電位側・低電位側のどちらに最初のキャリアを配置するかだけで決まると考えられる．これはそれぞれ，ホールを起源とするアバランシェ確率  $a_p$  と電子を起源とするアバランシェ確率  $a_n$  に対応する．このため，キャリアの初期位置として空乏層の両端のみを考えた．始状態として電子あるいはホールを 1 つ用意して，電子は空乏層の低電位側の端に，ホールは高電位側の端に配置して，その後の系の時間変化を追う．

一定時間でシミュレーションを打ち切り，発生した電子・ホール対の数が  $10^4$  以上に達している場合にガイガーモードに成長したと判定し，そのようなイベントの割合を  $a_n, a_p$  とした．なお，再結合等によるキャリアのロスは考慮していない．

このようにして行ったシミュレーションの結果を図 6.2 に示す．仮定した電場構造のもとでは，増倍が電子起源の場合にはアバランシェ確率は飽和傾向を示すのに対して，ホール起源の場合にはアバランシェ確率はほぼ線形な増加傾向を示すことが分かった．

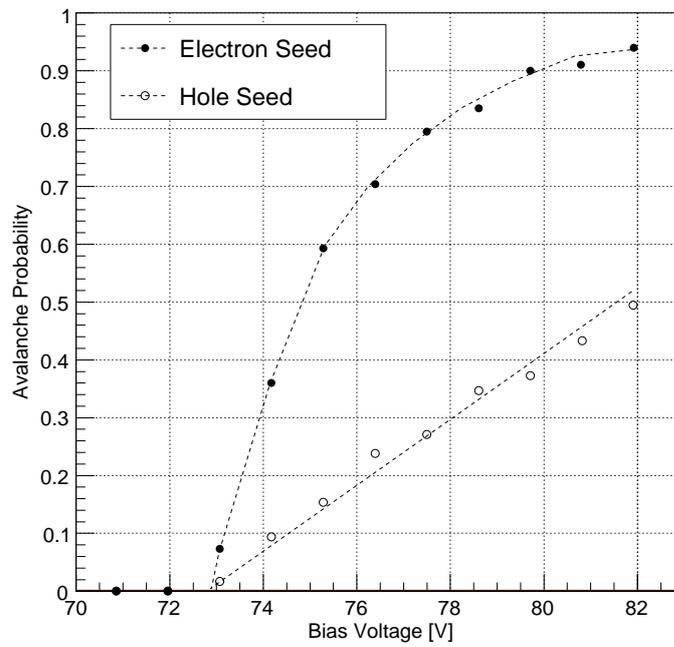


図 6.2: シミュレーションに基づく, アバランシェ確率の電圧依存性. ブレイクダウン電圧は, 空乏層の厚さを調節することで変動するが, アバランシェ確率の  $\Delta V$  に対する増加傾向は大きく変化しない.

## 6.2 相対 PDE の測定

光子検出効率 (Photon Detection Efficiency; PDE) はアバランシェ確率と関係する量である．光子検出効率は，

$$(\text{光子吸収係数}) \times (\text{開口率}) \times (\text{アバランシェ確率})$$

によって決定される．MPPC の PDE の波長依存性は図 2.1 のようであり，250 nm 付近から感度を持ち始める．この短波長側の限界は，吸収長が短くなることによって，表層の酸化膜や窒化膜，あるいは Si の空乏層の外側の領域でほぼすべての光子が吸収されてしまうことによって決まると考えられる．逆に超波長側の限界は，吸収長が非常に長くなり，光子が空乏層で吸収されずに透過していくのに加え，バンド間エネルギーの 1.1 eV によってカットオフを生じる．

PDE を測定する光源として，われわれは吸収長が  $0.5 \mu\text{m}$  程度である，470 nm 波長の青色 LED を用いた．LED 光を点灯させたときと点灯させないときを比較することで，PDE の  $\Delta V$  依存性を求めた．測定セットアップは第 3 章に準じ，計測は NIM モジュールを用いた．使用した論理回路を図 6.3 に示す．ほとんど単光子のみが検出されるように十分に減衰させた．測定値は  $V_{op} = 75.0\text{V}$  ( $\Delta V = 1.55\text{V}$ ) における計数で規格化した．

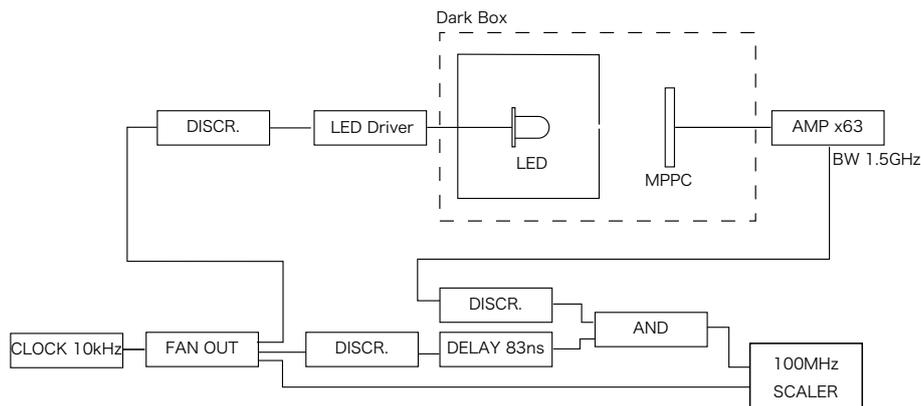


図 6.3: 相対 PDE 測定のための論理回路セットアップ。

相対 PDE の測定結果を図 6.4 に示す．この図および， $\Delta V = 0.0\text{V}$  では PDE は 0 であることが期待されることを総合すると，PDE は  $\Delta V$  に対して徐々に飽和していく傾向があることがわかる．同様の結果は，たとえば [27] にも見られる．

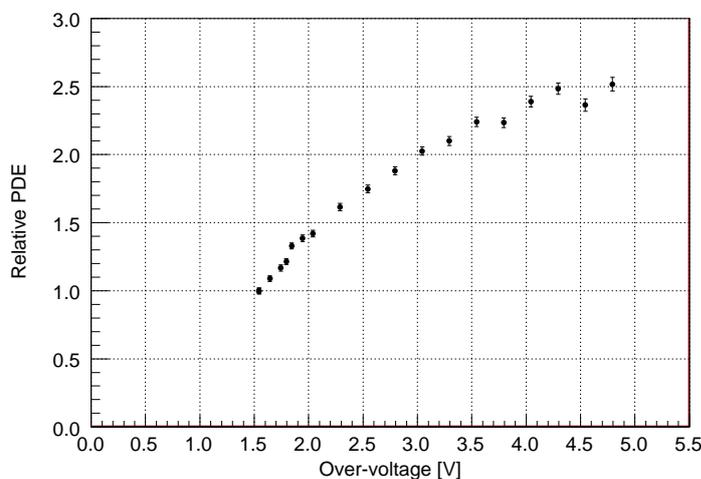


図 6.4: 相対 PDE の電圧依存性． $V_{op} = 75.0\text{V}$  ( $\Delta V = 1.55\text{V}$ ) における値で規格化した．

### 6.3 アバランシェ確率に関する議論

今回測定に用いた PPD のタイプは p-on-n 型 (図 6.5) であり, Si における吸収長が 0.5 nm 程度である 470 nm の波長の光子に対しても感度を持つために, 増倍層は入射面の表層に比較的近い場所にある [4, 24]. このため, この波長の光子に対して, 光電変換は主として増倍層よりも上層部 (低電位側) で電子ホール対を生成し, 電子が増倍層にドリフトしていく場合が主であると考えられる. この場合, アバランシェ確率はほぼ電子起源のときのアバランシェ確率  $a_n$  に従うことになる. 一方, ランダム・ノイズについては空乏層の大部分が増倍層よりも下部にあるため, ランダムに電子ホールペアが生成される場合, 増倍層には主としてホールを起源とするキャリアが向かっていくことになる. このアバランシェ確率は主として  $a_p$  に従う. 実際, 測定結果 (図 6.4, 図 3.23) を見ると, 470 nm 光に対する相対 PDE の電圧依存性は  $\Delta V$  に対して飽和傾向があり, 電子起源のアバランシェ確率の傾向と一致する. また, ランダム・ノイズは線形に増加する傾向があり, ホール起源のアバランシェ確率の傾向と一致する. このように考えれば, PDE の増加傾向とランダム・ノイズの増加傾向を無矛盾に説明することが可能になる.

同時にノイズ低減を重視した PPD の構造としては, p-on-n 型が適していることがわかる. すなわち入射する光子に対してはアバランシェ確率を高くし, 発生するランダム・ノイズについてはその確率を小さく抑えられる構造であるからである. 今回測定した MPPC は, このような構造になっている.

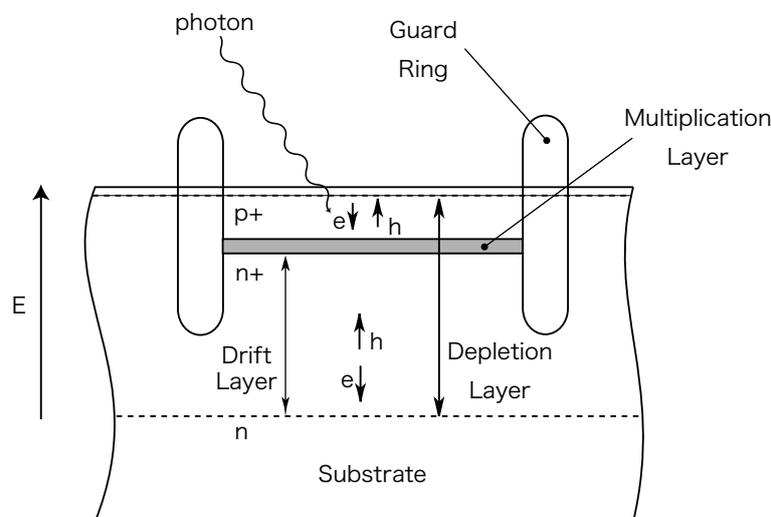


図 6.5: p-on-n 型の PPD の構造.

### 6.4 アフターパルスについて

次に, アフターパルスの発生確率の  $\Delta V$  依存性が, 非常に良い一致で  $\Delta V^2$  に比例するという結果について考察する. アフターパルスの起源は, 格子欠陥によるキャリアの捕獲と再放出であると考えられている. この描像から, アフターパルス確率は, はじめのキャリアの数と捕獲・再放出確率, およびアバランシェ確率の積によって決まると考えるのが自然である.

キャリアの数は, 増倍率の線形性 (2.1) によりこれは  $\Delta V$  に比例する一方で, キャリアの捕獲・再放出の確率は電場に強依存しないと考えられるため, アフターパルス確率を説明するためにはアフターパルスのアバランシェ確率が  $\Delta V$  に比例しなければならない. アバランシェ確率が  $\Delta V$  に比例するというのは, 前述したランダム・ノイズと同じ発生機構, つまりホールを起源とするアバランシェ増幅が主であるということを示唆している. この推論が正しければ, 増倍過程で発生した電子が増倍層の下部のドリフト領域で捕獲・再放出され, そのとき生じるホールが増倍層に辿り着くことでアフターパルスが発生する過程が主になっていることになる. 実際にこのようなことが生じているかどうかについては, さらなる調査が必要である.

## 6.5 PDE の波長依存性の理論計算

p-on-n 型の PPD について、ある  $V_{op}$  のもとで、電子を起源としてガイガーモードになるアバランシェ確率を  $a_n$ 、ホールを起源としてガイガーモードになるアバランシェ確率を  $a_p$  とする。表面から空乏層の終端までの深さを  $D$  とし、表面部の酸化膜など空乏層でない領域の厚さを  $d$  とする。増倍領域が深さ  $Z$  の位置にあるとする。図 A.4 にある Si における光子吸収係数を  $k$  とすると、増倍層の厚さを無視する極限で、(開口率を 1 としたときの) PDE は

$$\begin{aligned} \text{PDE} &= a_n \int_d^Z k \exp(-kz) dz + a_p \int_Z^D k \exp(-kz) dz \\ &= -(a_n - a_p) \exp(-kZ) + a_n \exp(-kd) - a_p \exp(-kD) \end{aligned} \quad (6.3)$$

と表される。

吸収係数は図 A.4 から、近似曲線として、

$$k(E) [\mu\text{m}^{-1}] = \begin{cases} 0.45 \times (E [\text{eV}] - 1.1)^{1.8} & 1.1 < E < 1.76 \text{ eV} \\ 0.4 \times 10^{(E[\text{eV}] - 2.0)/0.9} & E > 1.76 \text{ eV} \end{cases} \quad (6.4)$$

を用いた。 $E$  は入射光子のエネルギーである。

$a_n = 0.9$ ,  $a_p = 0.25$ ,  $D = 5.3 \mu\text{m}$ ,  $d = 2 \times 10^{-2} \mu\text{m}$  としたときの、 $Z = 0.1D, 0.3D, 0.5D, 0.7D, 0.9D$  のときの理論的な PDE を図 6.6 に示す。 $Z$  を大きくすると、PDE が高い波長の領域がプラトーを形成する傾向があることがわかる。 $D$  を大きくすると、超波長側での PDE が伸びるが、短波長側は  $d$  によってカットオフされているので変化しない。ここに述べた計算はおおざっぱなものであるが、理論的に PDE を予測することができることは、実際のデバイス開発の上で重要である。

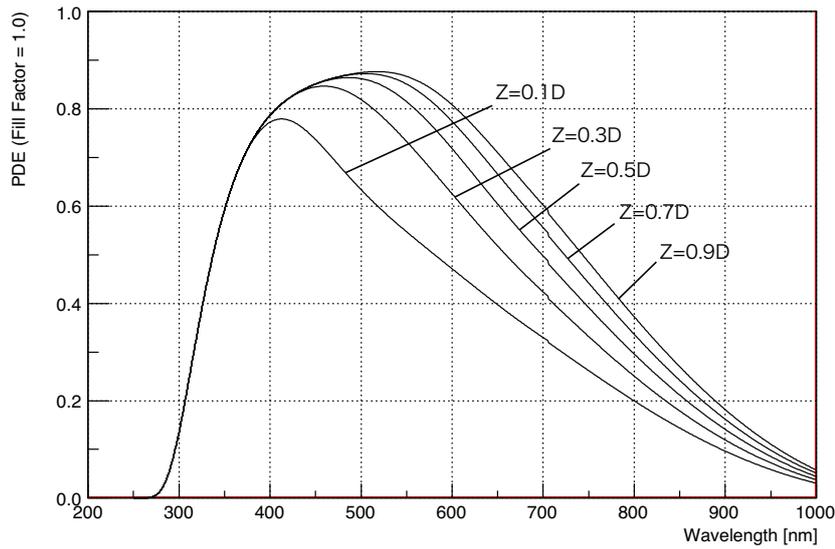


図 6.6: 理論的に求められた PDE の波長依存性。

## 6.6 ノイズの削減の効果

第3章におけるノイズの再構成で、総和のノイズがランダム・ノイズとアフターパルス、クロストークの確率に還元できた。このことから逆に、ランダム・ノイズレートと、アフターパルスとクロストークの $\Delta V$ に対する関係性を与えれば、その電圧における総和のノイズレートを推定することが可能になる。これはPPDの開発においてノイズの低減を目指したときに、具体的なノイズレートの数値計算が可能になるという点で有用である。

試験的に、われわれは次の場合を試した：

1. アフターパルスを50%削減した場合。
2. クロストークを50%削減した場合。
3. 両方とも50%削減した場合。
4. アフターパルスを90%削減した場合。

それぞれの結果をプロットしたものが図6.7である。ただし、アフターパルスとクロストークの確率について、今回測定した $\Delta V$ より上の領域については測定されたデータからの外挿を行っているが、これは推定値である。

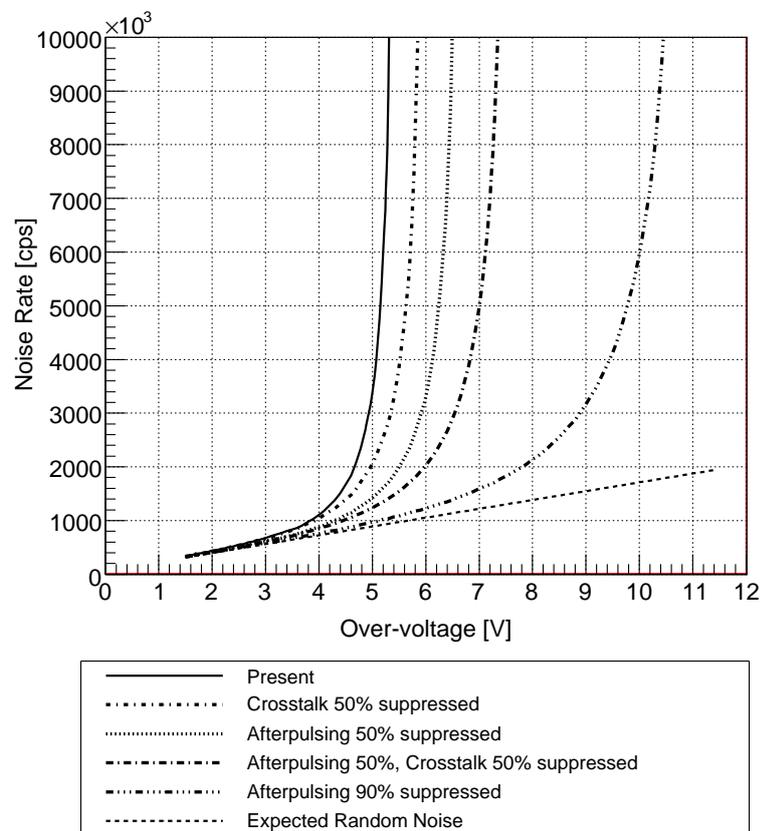


図 6.7: アフターパルス確率やクロストーク確率を様々に変更したときの、予測されるノイズ・パルスの量。

この結果によれば、クロストークを50%削減しても、ノイズレートが発散する電圧を0.5V程度押し上げる効果があるのみで、大幅な性能向上はない。同様に、アフターパルスを50%削減したとしても、アフターパルスが次のアフターパルスを作る効果が大きくなるために $\Delta V$ の安定動作範囲はわずかに広がるだけである。アフターパルスを90%削減することができれば、増加のしかたが緩やかになり、頭打ちになっている増倍率を2倍程度に向上することができる。ただし、アフターパルスの起源はシリコン結晶の欠陥構造に起因しており、90%も削減することは難しいであろう。

この試算から分かることは、アフターパルス確率やクロストーク確率の削減に取り組んだとしても、PPD の飛躍的な増倍率の向上は望めないということである。ノイズを抑制しつつ高い増倍率を目指すためには、正攻法でノイズ要因を減らす努力を行ったとしても、その効果は薄い。これはアフターパルスやクロストークの削減が不要であることを意味するものではない。PPD が光検出器として光子数を精密に測定するためにはアフターパルスやクロストークの影響は極力少ないのが望ましいので、これらの削減に向けての努力は継続して行われるべきである。しかし、これはノイズレートを減らすための対策としては効果が低いのである。

## 6.7 議論のまとめ

第3章と本章の結果および議論をまとめると、今回測定した 1600px MPPC について、以下のことが判明した。

- ランダム・ノイズは  $\Delta V$  に対して線形の増加傾向を示す (図 3.23)。
- PDE は  $\Delta V$  に対して飽和傾向を示す (図 6.4)。
- アフターパルス確率は、 $\Delta V^2$  に比例している (図 3.29)。
- クロストーク確率は、 $\Delta V$  に対して急激に増加するが、その傾向は複雑である (図 3.32)。
- 総和のノイズの爆発的な増加は、アフターパルスとクロストークの相乗効果によるものである (図 3.33)。
- 総和のノイズの爆発的な増加に寄与しているのは、主にアフターパルスである (図 6.7)。

また、これらの事実から推察されることとして、以下のことが挙げられる。

- PDE の増加傾向は電子起源のアバランシェ確率と対応するのに対し、ランダム・ノイズの増加傾向は、ホール起源のアバランシェ確率と対応する。
- ランダム・ノイズは増倍層下部のドリフト領域で発生するホールによるアバランシェ増幅が、その主な発生源である。
- 高い PDE と低いノイズを実現する構造としては、p-on-n 型が適している。
- アフターパルスの  $\Delta V$  依存性から、アフターパルスも、ランダム・ノイズと同様にドリフト領域で発生するホールを起源とする可能性が示唆される。

## 6.8 新しい構造の提案

これまでの測定結果と議論から、それぞれのノイズの起源とそれらの相乗効果の関係が明らかになった。これらは、PPD の構造を決めるための非常に重要な情報を与えるものであり、これによってはじめて新しい構造の提案を行うことが可能になった。

アフターパルスやクロストークを低減するための努力は引き続き行われるべきであるが、殊に増倍率の増加を見込む場合には、もっと別の角度からのアプローチが必要であるということがわかった。受動クエンチの PPD では、適切にクエンチを引き起こすことができれば、さまざまな形の PPD が製作可能である。

このことを踏まえ、われわれの提唱する、ノイズを抑えながら高い増倍率を実現する新しい PPD の構造の要点を以下に挙げる：

1. バッファ・キャパシタ  $C_b$  をダイオードと並列に設置する (図 6.8 参照)。
2.  $C_b$  は受光部であるダイオードの下層に積層に配置する。
3. クエンチング抵抗は現在の値より小さくする。

## 4. ドリフト領域およびバルクの厚さの圧縮を行う．

各項目について，その理由を以下に詳述する．

まず 1. が本質的に重要である．このような構造を組むと，増倍で発生する電荷はバッファであるキャパシタからダイオードに流れ込む電荷によって打ち消され，ダイオード部における電圧降下が緩和される．この結果，増倍過程が引きのばされ，クエンチの起こるまでに高い増倍率に達する．定量的には，ダイオードのキャパシタンス  $C_d$  とバッファのキャパシタンス  $C_b$  に対して，増倍率は  $G = (C_d + C_b)\Delta V/e$  となると予測される．これらの結果は数値計算でも確かめられた．

これの本質は正味のキャパシタンスを増加させることで高い増倍率を実現するというところにある．実際，同じような深さ方向の構造を持つ PPD でもそのピクセルのサイズが大きい方がキャパシタンスが大きいので，(2.1) 式により， $\Delta V$  に対して増倍率の増加率が高い．ところが，ダイオード部の面積によってキャパシタンスを増加させると当然それに伴って空乏層も拡大するので，ノイズの数じたいを低減することができない．われわれの提案は，絶縁体を用いたキャパシタをダイオードに対して並列に配置するというものであり，ダイオードの面積を拡大するということとはコンセプトが全く違う．これにより，ノイズの起源となる空乏層などは据え置いて，正味のキャパシタンスだけを增加させることができると考えられる．この構造は，特に PPD の単位面積あたりのピクセル数増加させようとして，各ピクセルのサイズを小さくする場合，ダイオードのキャパシタンスは小さくなるので，その対応策として有効である．なお，バッファ・キャパシタは高誘電率の  $\text{HfO}_2$  などの素材を用いることが望ましい．

第 2 項は，PPD の開口率を下げないために重要である．ただし，ダイオードの下部にキャパシタをおくのは技術的難易度が高いことが予想される．特にダイオードと並列配線を組むためには，素子に縦方向に深い孔を掘り，導線を通す必要がある．

第 3 項は，パルスの時間特性についての考慮である．クエンチング抵抗の役割は，十分に大きな抵抗をダイオードと直列に置くことによって，増倍時にダイオードに流れる電荷量を抑制することにある．バッファ・キャパシタをダイオードに並列に置くと，クエンチング抵抗から流れる電流の一部はバッファ・キャパシタに流れ込むため，それがないときに比べてダイオードに流れる電荷量は少なくなる．このことから，バッファ・キャパシタを置くことによって，より小さな値のクエンチング抵抗を配置できると考えられる．PPD の時間特性を考えると，その時定数は  $\tau = R_q(C_d + C_b)$  で決まるので，バッファ・キャパシタを置くことは時間特性の悪化に繋がってしまうが，今の議論により， $C_b$  の増加の分に応じて  $R_q$  を小さくできるので，時定数はほとんど一定に保つことが可能であると考えられる．また， $R_q$  を小さくすることで，PPD の開口率を向上することができる点もメリットとして挙げられる．

第 4 項は，ノイズの発生源，とくにランダム・ノイズを減らす目的で行う．前述したように，ランダム・ノイズは増倍層よりも下のドリフト領域または空乏層の下のバルク部がその主な起源になっていると考えられる．ピクセルの熱励起の発生率と，キャリアを捕獲する格子欠陥の数はこの発生源の体積に比例すると考えられるので，これらの部分を極力小さくすることでノイズの減少につながると考えられる．これは，同時にアフターパルスの減少ももたらすと考えられる．

図 6.9 に，このような構造の PPD の概念図を示す．Substrate 層の下の極板と，そのさらに下に設置した極板との間に容量を形成し，最下層の極板とダイオードの上層とのあいだを導線で接続している．

この構造はバッファ・キャパシタンスを積層にするため，高電圧の配線を縦に貫くように配置しなければならない．これは従来の水平型 pn 接合の電場分布を歪め，エッジ降伏と類似のイレギュラーな電場の集中が発生する可能性が高い．これについて，今後は現実的に可能な積層構造の可能性などを探る必要がある．これは第 5 章で採り上げた ENEXSS を用いて行うことができると考えられる．

実際にここに予期したような性能を発揮するかどうかは，実機の製作を待たなくてはならない．

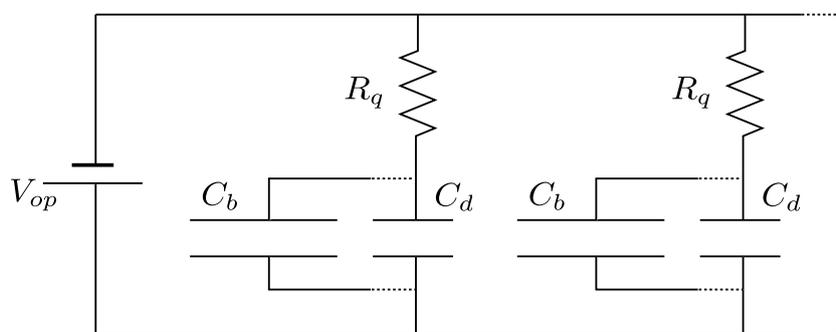


図 6.8: 新しい PPD の構造の等価回路 .

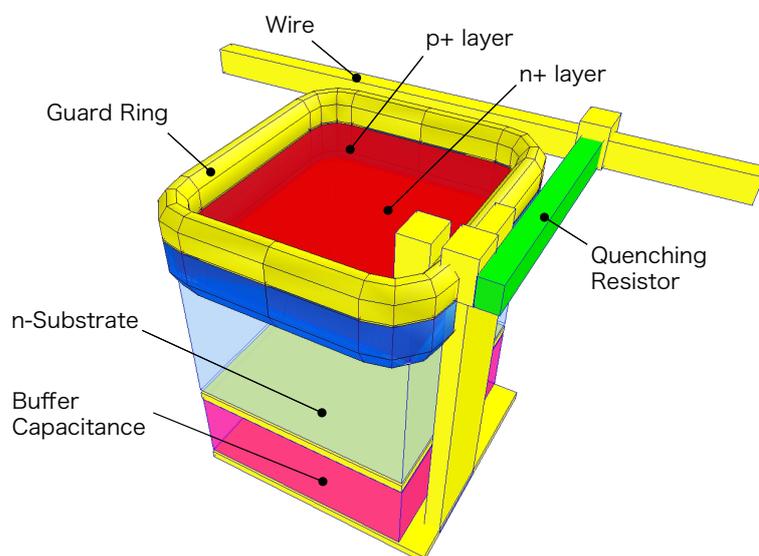


図 6.9: 新しい PPD の概念図 .

## 第7章 結論

本研究では一貫して PPD の開発に必要な諸特性の解明と、実践的開発を行うための基本戦略の確立に努めてきた。波形解析によってノイズの特性を詳細に調べ、アフターパルスが存在によって、高い  $\Delta V$  においてノイズレートが爆発的に増加することは不可避であることを示した。さらに入射光子に対する信号とノイズ・パルスの特性を決定づける核となる衝突電離とダイオード内部の電場構造に注目し、そこから導かれるアバランシェ確率などの関係が、降伏電圧、ランダム・ノイズレート、アフターパルス確率、PDE の電圧依存性、PDE の波長依存性など PPD の基本的な特性を決定づけていることを明確にした。低温に見られる特徴的なスパイク波形の研究から、PPD の信号の増倍率を決定するもう一つの柱であるクエンチのメカニズムを捉え直し、現象を説明する新しい信号生成のモデルを成立させた。これらの研究成果によって、PPD の特性がその構造からどのように決定されるかについての基礎的な理解はほぼ固まったと言える。これにより、次世代のさらに高性能の PPD を設計するための基本的な指針を定めることが可能になった。その一つの具体的なケースとして、バッファ・キャパシタンスを積層に配置した新しい構造の PPD を提案した。このアイデアをさらに具体化した新しい PPD の構造設計と試作による性能評価が望まれる。

また、TCAD 技術を利用することで、PPD の製造プロセスから不純物濃度分布や電場構造を計算することが可能である。これと前述の基礎特性の理解によってはじめて、プロセス設計と PPD の性能が結びつけられた。また、TCAD は実際にデバイスを製造する上で欠かせないガードリングなどの 3 次元的設計、幾何学形状の最適化に対しても有効である。今後、TCAD を用いたデバイス設計手法の確立をさらに推し進めることによって、高性能 PPD の開発が加速されることが期待される。



## 付録 A 半導体光検出器の内部物理

### A.1 ダイオードの電場分布

はじめにダイオードにおける電場分布がどのように決定されているかを説明する。p 型半導体と n 型半導体を単に接合しただけの状態では不純物のドナー濃度とアクセプター濃度がそれぞれ接合面の両側で著しく異なるため、熱力学的に不安定な状態にある。これは熱力学の言葉でいえば、化学ポテンシャルの非平衡状態にあり、p 型と n 型の間でフェルミエネルギーが一致していない状態を表す。熱的な平衡状態では pn 接合の両側でフェルミエネルギーが一致しなければならない。この熱的な平衡に向かう現象を半導体物理では「拡散」と呼ぶ。n 側は単独では電子過剰の状態にあるので、真性半導体に比べてフェルミ準位は相対的に高い。逆に p 側では電子不足の状態にあるので、真性半導体に比べてフェルミ準位は相対的に低い。従って両者のフェルミエネルギーが一致するためには、n 側の過剰な電子が p 側に流れ込むことによって達成される。この現象は n 側の電子と p 側のホールが対消滅するような描像を描くことができる。

拡散の結果として n 側にはドナー不純物の形で正の電荷が取り残される。逆に p 側では負の電荷を持つアクセプター不純物が残る。これらの電荷を空間電荷と呼ぶ。空間電荷は一樣ではないので、これによってダイオード中に電場が形成される。電場の存在は拡散を妨げる方向に働くので、最終的に拡散と電場がつりあって平衡状態に達する。このとき p 側と n 側でフェルミエネルギーは一致している。空間電荷の存在によって p 側と n 側の両端に電位差を生じるが、これを拡散電位差といい、 $\phi_D$  で表す。拡散電位差は n 型・p 型それぞれのフェルミエネルギー  $\phi_n, \phi_p$  の差  $\phi_n - \phi_p$  で与えられる。すなわち  $\phi_D = \phi_n - \phi_p$ 。

空間電荷の生じている領域を、電子・ホールともに欠乏している領域という意味で空乏層 (depletion layer) という。空乏層には電場は存在するが、空乏層の外側では電場は存在しない。空乏層における電場分布は、ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}) = \frac{\rho(\mathbf{x})}{\varepsilon(\mathbf{x})} \quad (\text{A.1})$$

を解くことによって得られるポテンシャル分布から、

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = -\nabla \phi(\mathbf{x}) \quad (\text{A.2})$$

によって得られる。ここで  $\rho(\mathbf{x})$  は不純物の濃度分布を与える。ポアソン方程式の境界条件は、バイアスを印可しない場合、空乏層の両端で  $\phi_D$  の電位差を生じ、かつ境界で電場が 0 であるという条件を与える。

ダイオードの両端に逆バイアスを印可すると、pn 接合の両端でのフェルミエネルギーの一致は破られる。しかし、この場合でも、ポテンシャル分布はポアソン方程式を解くことによって得られる。印可電圧  $V_{op}$  に対して、

$$\int_{\text{cathode}}^{\text{anode}} \mathbf{E}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} = V_{op} \quad (\text{A.3})$$

が満たされる。

逆に、電場分布が分かっている場合、ガウスの法則

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) \quad (\text{A.4})$$

によって、少なくとも  $E \neq 0$  の領域の不純物濃度分布を知ることができる（厳密には誘電率は不純物濃度によって変動するが、その変化の大きさは小さい）。

## A.2 光子の吸収

Siにおける光の吸収過程は、原理的には輻射性再結合と呼ばれる過程と関連している。これは、Siの異なるバンド間の遷移に光子の吸収・再放出を伴う過程である。輻射性再結合には電子の運動量  $k$  の変化を伴わない直接遷移と  $k$  の変化する間接遷移が存在する。輻射性再結合では電子のバンド間遷移において運動量  $k$  の移行は1次の範囲では起こらないが、2次以上の摂動で  $k$  移行を伴うような遷移も起こる。Siの光吸収は、そのバンド構造から間接遷移によって主に支配されている。

図 A.4 に Si の光子吸収係数の光子エネルギー依存性を示す。300 K における吸収係数の方が 77 K よりも数倍程度吸収係数が小さい。77 K における吸収係数の曲線を水平方向に 0.10 eV、垂直方向に 1.7 倍すると、ほぼ 300 K の曲線と一致する。水平方向の移動はバンド間エネルギーの温度係数  $-4.5 \times 10^{-4}$  eV/K から計算され、垂直方向の係数は間接遷移の理論から導出される。77 K の 2.5 eV 付近にある折れ曲がり、このエネルギーから直接遷移が発生することを示しているが、直接遷移の寄与は、間接遷移に比べてずっと少ないことが分かる [4]。

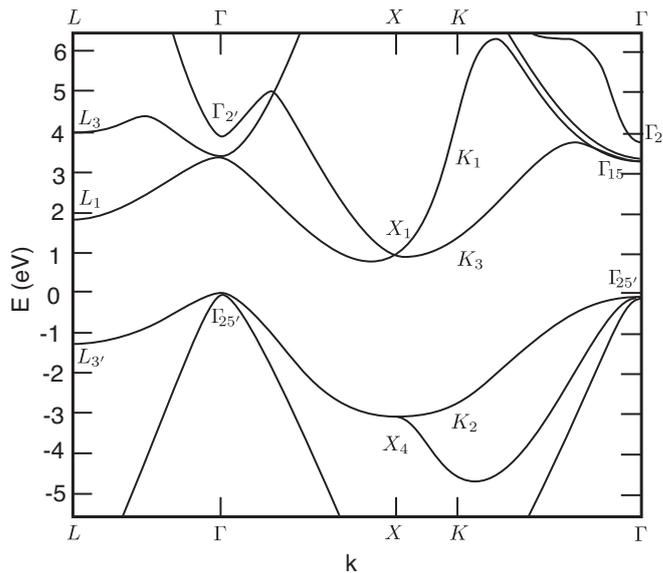


図 A.1: Si 結晶のバンド構造 [3] .

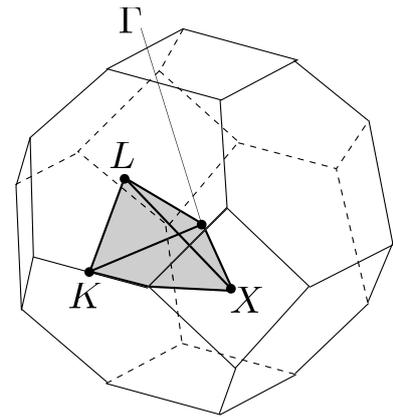


図 A.2: Si の第一ブリルアン・ゾーンとバンド構造を計算するためのサンプルリング領域。

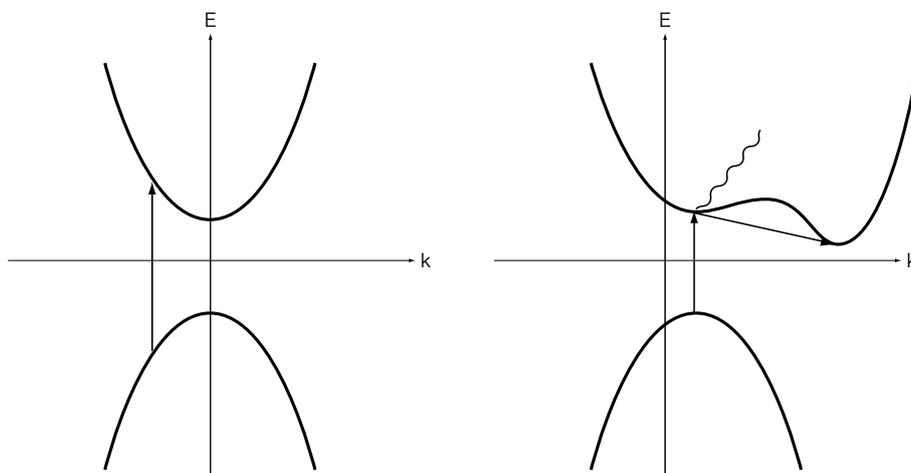


図 A.3: (左): 運動量の変化しない直接遷移 (右): フォノンと結合して運動量の変化する間接遷移。

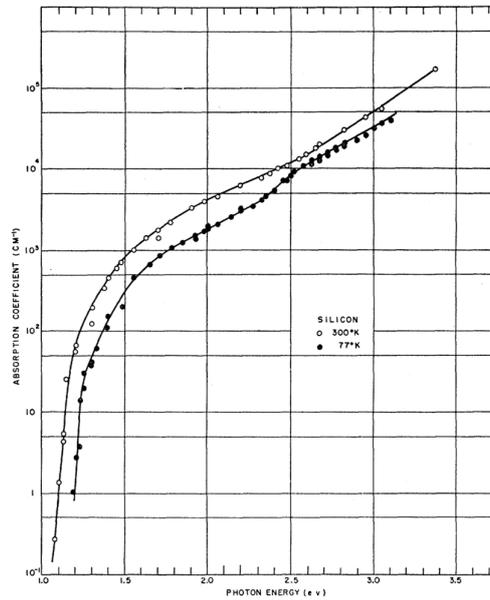


図 A.4: Si 単結晶の 300 K および 77 K における光の吸収係数 [4].

### A.2.1 内的光電効果

上に述べた光子吸収が pn 接合ダイオードの空乏層で発生すると、自由電子と、電子の欠落によって生じたホールが“対生成”される。これは内的光電効果とも呼ばれる。空乏層にはバイアスがかかっていなくても固定空間電荷による電場が存在するので、電子ホール対は電場を受けて電流を形成する。これがフォトダイオードの光検出の原理である。従って原理的にはフォトダイオードは全くバイアスを印可しなくとも動作するが、多くのフォトダイオードではその時間特性を稼ぐために逆バイアスを印可して速やかにキャリアがドリフトするようにする。多くの半導体ではバンド間エネルギーは 1 ~ 2eV 程度であり、可視光波長の光子から電子ホール対を生成するのに十分である。内的光電効果を利用した光検出器の場合、一般に量子効率の外的光電効果よりも高く、60% からほぼ 100% 近くにまで達する。本論文の主題である PPD や一般のフォトダイオードなど半導体光検出器は、内的光電効果を用いた光検出器である。

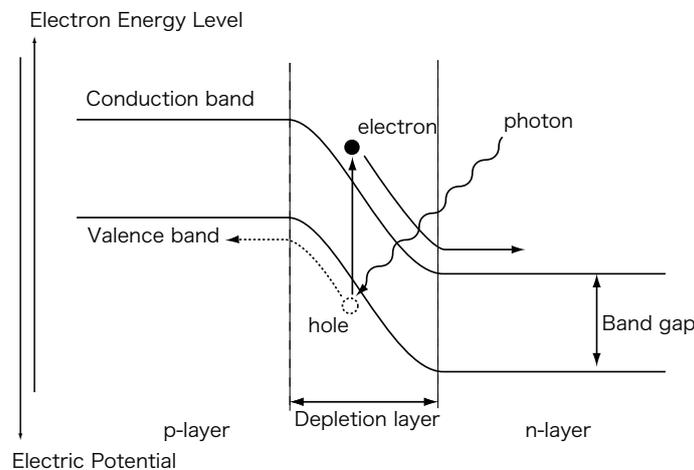


図 A.5: 半導体の空乏層における内的光電効果の模式図。

## A.3 キャリアのドリフト

pn 接合の間に形成された空乏層中の電場によって加速される自由電子およびホール（キャリア）は、結晶中のフォノンと相互作用しながら突き進む。このためキャリアは平均的には一定の終端速度で運動する。

この速度をドリフト速度という。

電場が微小であるという近似が成り立つような場合 ( $E \lesssim 2 \text{ kV/cm}$ ) には、ドリフト速度  $v_{e,h}$  は電場に比例するが、これは物理としてはオームの法則とほぼ等価な事実を言い表しており、どちらもボルツマンの輸送方程式から導かれる。特に電場  $E$  に比例する係数を  $\mu_{e,h}$  で表し、

$$v_{e,h} = \mu_{e,h} E \quad (\text{A.5})$$

としてドリフト速度を表すことができる。ここで、添字の  $e, h$  はそれぞれ電子とホールについて表している。 $\mu_{e,h}$  は移動度 (mobility) と呼ばれる。移動度は温度が高くなると小さくなる傾向がある。それはキャリアのフォノンとの散乱過程が温度が高くなるにつれて強くなるためである。ただし 200 K 以下の低温においては、移動度の温度変化は不純物による散乱の強さによって変動する。不純物散乱が強い場合には移動度は温度の  $-1/2$  乗に比例するが、散乱が弱い場合には温度の  $3/2$  乗に比例する。いずれの場合でも、200 K 以上の高温においてはフォノンによる散乱が支配的になり、移動度は低下する [28]。

電場が強くなり  $10^4 \text{ V/cm}$  を超えるようになると、ドリフト速度は電場の増加に従って緩やかに増大するようになり、ドリフト速度は温度によらず電子・ホールともに  $10^7 \text{ cm/s}$  程度で飽和する [29]。

したがって APD で用いられるような電場ではキャリアの速度は大雑把に  $10^7 \text{ cm/s}$  で一定であると考えてよい。キャリアのドリフト速度からすぐに分かることは、半導体検出器はきわめて高速であるということである。空乏層の厚さが  $10 \mu\text{m}$  であったとすると、この厚さをひとつのキャリアが通過するのに必要な時間は  $0.1 \text{ ns}$  である。

図 A.6 に Si の様々な温度における電子とホールのドリフト速度を示す。

## A.4 熱励起

逆バイアスの Si ダイオードにおける漏れ電流は、空乏層におけるバンド・不純物間遷移過程で生ずるキャリア生成によって発生する電流が支配的になる。バンド・不純物間におけるキャリアの生成・再結合過程はショックレー・リード・ホール再結合過程 (SRH 過程) と呼ばれる [10]。逆バイアスで成り立つ条件 ( $n < n_i, p < p_i$ ) のとき、再結合レート  $r$  は

$$r \simeq \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t}{\sigma_n \exp\left(\frac{E_t}{E_i} kT\right) + \sigma_p \exp\left(\frac{E_i - E_t}{kT}\right)} n_i \equiv \frac{n_i}{\tau_e} \quad (\text{A.6})$$

によって与えられる。ここで  $\tau_e$  は自由電子の有効寿命と呼ばれる量である。 $n_i$  は真性半導体における自由キャリアの個数密度で、

$$n_i = 2 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp\left(-\frac{\phi_g}{2kT}\right) \quad (\text{A.7})$$

である。このとき、キャリア生成電流は、

$$j_g = \frac{en_i w}{\tau_e} \quad (\text{A.8})$$

で表される。ここで、 $w$  は空乏層の厚さを表す。このキャリア生成電流の温度依存性は、主として  $n_i$  の温度依存性に従い、

$$j_g \propto (kT)^{3/2} \exp\left(-\frac{\phi_g}{2kT}\right) \quad (\text{A.9})$$

に比例する。 $j_g$  は熱励起によって発生する電流であり、逆バイアスダイオードで発生するノイズのうち支配的なものである。

一般に、マクスウェル分布に従うか、それに近いと近似できる集団において、エネルギー遷移を伴うような反応の生成率はアレニウスの式

$$A(t) \propto \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (\text{A.10})$$

に従うことが知られている。 $E$  は活性化エネルギーと呼ばれる。(A.10) の対数を温度の逆数に対してプロットすると直線関係が引けるが、これをアレニウス・プロットと呼ぶ。アレニウス・プロットは活性化エネルギーの測定に用いられる。

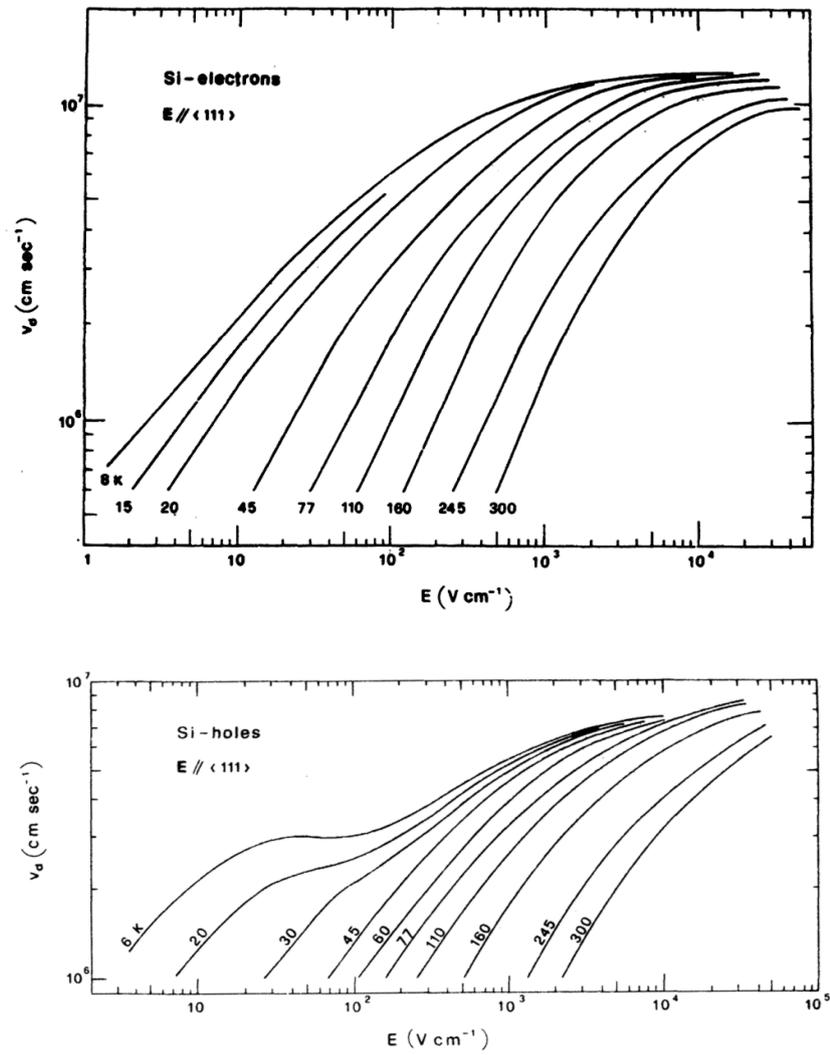


図 A.6: Si 結晶中の  $\langle 111 \rangle$  方向における電子およびホールのドリフト速度 . パラメータを温度にとっている [29] .

## A.5 ツェナー・トンネリング

高電場の逆方向バイアスをかけられたダイオードでは、位置  $z$  で価電子帯にある電子が位置  $z + \delta z$  へトンネル効果で移り、その際に伝導帯に遷移する、ということが発生する。これをツェナー・トンネリングという [10]。有効質量を無視する範囲で、1 電子のトンネリング確率は、

$$\exp\left(-2 \int_0^{\phi_g/eE} dz \frac{\sqrt{2m_e}}{\hbar} \sqrt{\phi_g - eEz}\right) = \exp\left(-\frac{4}{3} \frac{\sqrt{2m_e}}{eE\hbar} \phi_g^{3/2}\right) \quad (\text{A.11})$$

に比例する。トンネリングの確率は、電場には依存するが、温度に依存しない。トンネリングによる電気伝導は常温では熱励起が支配的なのでその効果は見えないが、低温中で熱励起を抑制することで観測できる。また、ツェナー・ダイオードにおける降伏はツェナー・トンネリングによる絶縁破壊によって発生する。

## A.6 衝突電離とキャリアの増倍

キャリアとフォノンの相互作用は確率的である。電場が非常に強く ( $|E| \gtrsim 10^5$  V/cm) になると、ごく少ない確率で、あまりフォノンと相互作用せずに場によって加速されて高い運動エネルギーを獲得するような電子が存在するようになる。このような電子がバンド間エネルギー (Si の場合 1.1 eV) を超えると、電子の運動エネルギーは新しい電子ホール対を対生成するのに十分なので、ある確率で電子ホール対が生成される。この現象を衝突電離 (impact ionization) と呼ぶ。また衝突電離を繰り返すことでキャリアの数を増幅することをアバランシェ増幅という。

衝突電離確率は、電子あるいはホールが単位距離あたりに新しい電子ホール対を生成する確率で定義される。電子とホールそれぞれについて衝突電離確率があり、それぞれ  $\alpha_e(E)$ ,  $\alpha_h(E)$  [ $\text{cm}^{-1}$ ] で表される。ここで  $E$  は電場の強さである。

衝突電離の確率はバンド間エネルギー  $\phi_g$  によるカットオフを持つので、電場の増加に対して急激に増加する。衝突電離のモデルは多数存在するが、平均自由行程の確率でフォノンと衝突して全運動エネルギーを失うという単純な Shockley(1961) のモデル [30] では、

$$\alpha_{e,h}(E) \propto \exp\left(-\frac{\phi_g}{el_{e,h}E}\right) \quad (\text{A.12})$$

と表される。ここで  $l$  は平均自由行程である。

電子とホールの衝突電離の確率は、 $10^5$  V/cm 程度の電場に対して一桁程度異なっている。APD では、電子は衝突電離を引き起こすが、ホールは衝突電離を起こす確率が十分低いような強さの電場を利用して、光電子を増倍する。

衝突電離の係数  $\alpha_e$ ,  $\alpha_h$  はともに、温度の増加に対して小さくなることが知られている [20]。これは定性的には次の理由による。一般に温度が上昇するとバルク中に存在するフォノンの量が増加する。フォノンは電子やホールと相互作用して、電場で加速される電子やホールの運動エネルギーや運動量の一部を持ち去る。このためにフォノンの量が増加すると、フォノンとの散乱によって、与えられた電場における自由電子・ホールのアンサンブルのうち、衝突電離の閾値エネルギーを超えるものの割合は低下するので、温度の上昇に伴うフォノンの増加は衝突電離係数を低下させることになる。

### A.6.1 線形モード

一次元のダイオードを考えると、APD の増倍率  $G$  は、

$$G = \frac{1}{1 - \int_0^d \alpha_e \exp\left(-\int_0^z [\alpha_e(E(z')) - \alpha_h(E(z'))] dz'\right) dz} \quad (\text{A.13})$$

と表される。ここで  $d$  は空乏層の厚さである。一様電場  $E_z(z) = E$  の場合には解析的な解を得ることができ、

$$G = \frac{1 - \frac{\alpha_e}{\alpha_h}}{1 - \frac{\alpha_e}{\alpha_h} \exp(d(\alpha_e - \alpha_h))} \quad (\text{A.14})$$

となる．特に Si のように  $\alpha_e \gg \alpha_h$  であるような場合，

$$G \simeq \exp(d\alpha_e) \quad (\text{A.15})$$

となる．増倍された電荷の量は，はじめに入射した光電子の量に比例するので，線形モード（比例モード）で駆動するといわれる．通常の APD はこの線形モードの領域内で使用される．

### A.6.2 ガイガーモード

次に，増倍率が発散する場合について考える．簡単のために一様電場の場合について考察する．(A.13) 式で，分母の積分が 1 になるとき，増倍率は発散する．増倍率が有限に留まる条件は，

$$\frac{\alpha_e}{\alpha_h} \exp(d(\alpha_h - \alpha_e)) < 1 \quad (\text{A.16})$$

である．これを变形すると，

$$d(\alpha_h - \alpha_e) - \log \frac{\alpha_h}{\alpha_e} < 0 \quad (\text{A.17})$$

を得る．一般には  $\alpha_h < \alpha_e$  なので， $\alpha_h/\alpha_e < 1$  であることに注意する．ここで， $\alpha_e d > 1$  の場合（アバランシェ増幅の起こる条件のとき）には，増幅率はある電場で発散する．アバランシェ増幅におけるこの増倍率の発散をアバランシェ降伏（ブレイクダウン; breakdown）という．Si の APD の場合，空乏層の厚さ  $d$  を変化させて (A.17) を電場の関数としてプロットしたものが図 A.9 である．曲線が 0 をよぎる点がアバランシェ降伏に対応する．

図 A.10 に見るように，増倍率の発散は急激である．増倍率が発散するような領域では，もはや光電子の数に比例した信号を得ることはできない．一度発散してしまった増倍過程は，以下に挙げる方法によってのみ，収束させることができる．

1. 増倍が統計的なゆらぎによって停止する．
2. 何らかの外部回路で増倍を強制的に止める．
3. 空乏層の中の空間電荷効果によって電場が下落する．

いずれの方法でも，元の光電子の数と関係なく信号の大きさは一定になる．この意味で発散点を越える電場領域で駆動することを，ガスチェンバーのガイガーカウンタに因んでガイガーモード (Göiger-mode) と呼んでいる．PPD はこのガイガーモード領域で動作するように設計された APD である．

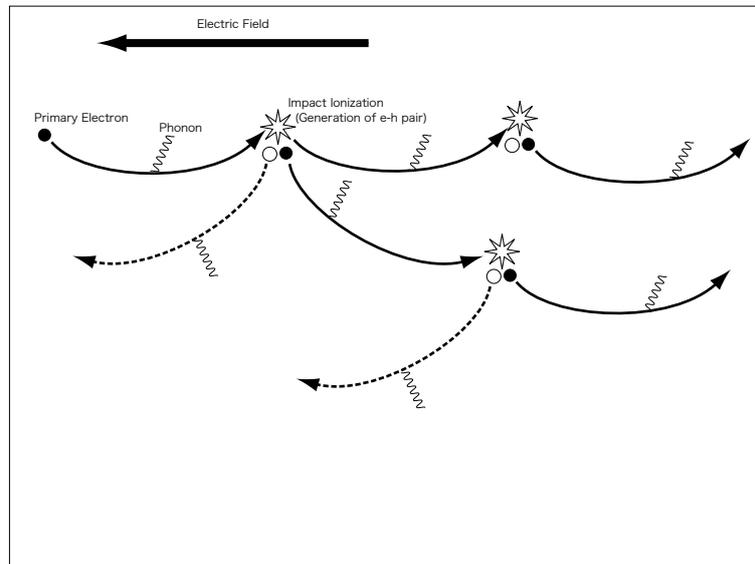


図 A.7: APD の増倍機構の概念図．電子のみが衝突電離を起こすので，アバランシェ増幅は必ず収束する．

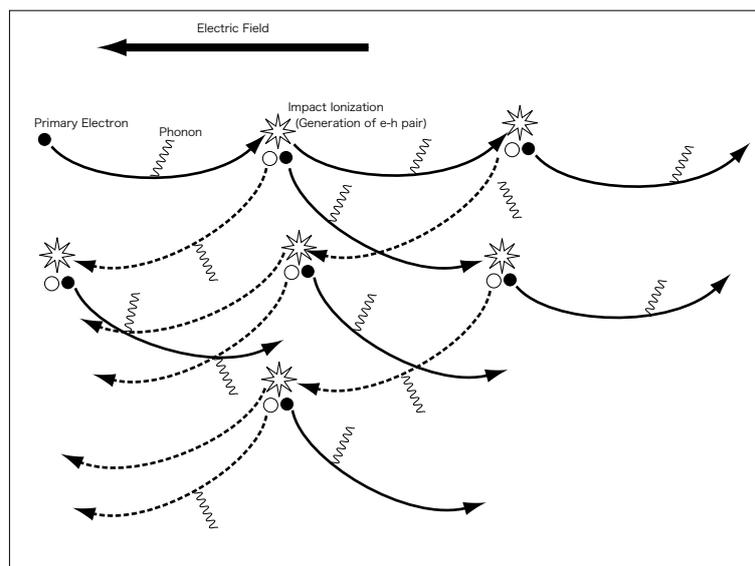


図 A.8: PPD の増倍機構「ガイガーモード」の概念図．ホールも衝突電離を起こす点で APD と異なり，このために「ガイガーモード」と呼ばれる．適切な収束の機構を付与しない限り収束できない．

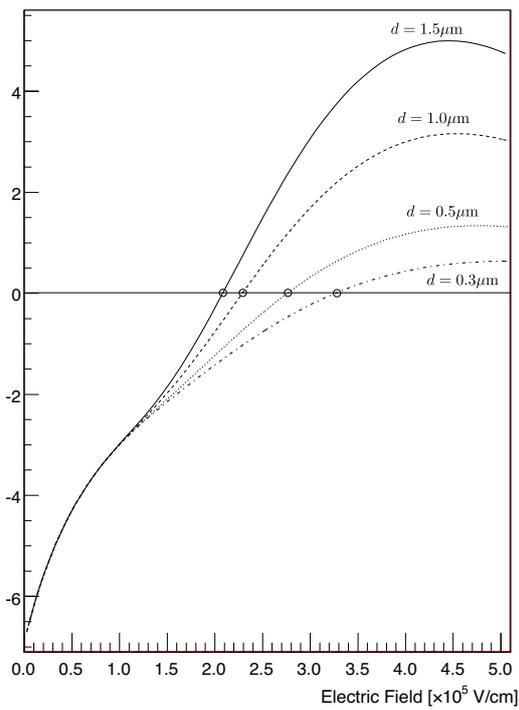


図 A.9: 一様電場の Si の APD における空乏層の厚さを様々に変化させたときの増倍率の発散点 .

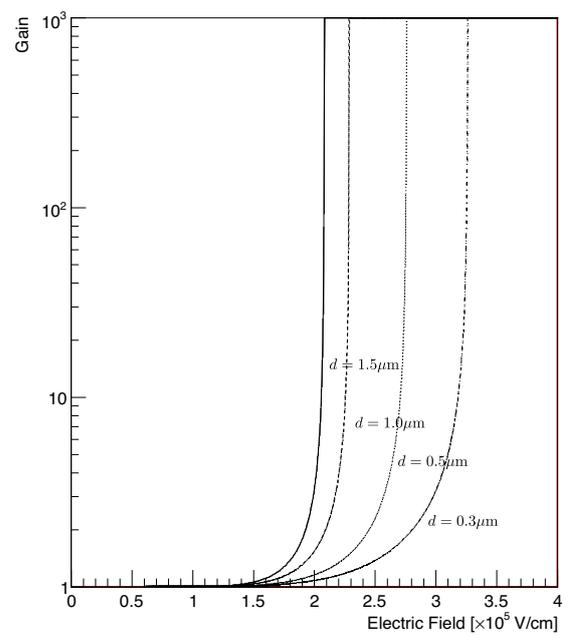


図 A.10: 図 A.9 における設定のときの電場に対する増倍率の変化 .



## 参考文献

- [1] Hamamatsu Photonics K.K. MPPC Catalog. Jun 2007.
- [2] 音野瑛俊. ガイガーモードで駆動するピクセル化された新形半導体光検出器の基礎特性に関する研究. 修士論文, Feb 2008.
- [3] F Herman. The Electronic Energy Band Structure of Silicon and Germanium, Jan 1955.
- [4] WC Dash and R Newman. Intrinsic Optical Absorption in Single-Crystal Germanium and Silicon at 77-Degrees-K and 300-Degrees-K. *Phys Rev*, Vol. 99, No. 4, pp. 1151–1155, Jan 1955.
- [5] Hamamatsu Photonics K.K. S8664 Series Product Datasheet. Aug 2005.
- [6] Kikusui PAN-A シリーズ 取扱説明書. 2005.
- [7] LeCroy. WaveMaster Series WavePro 7000 Series DDA-5005 Serial Data Analyzer Operator’s Manual. 2003.
- [8] 松原綱幸. 新型半導体光検出器 MPPC の放射線耐性の研究. 修士論文, Feb 2008.
- [9] Isamu Nakamura. Radiation Damage of Pixelated Photon Detector by Neutron Irradiation. *5th International Conference on New Developments in Photodetection Aix-les-Bains, France, 15-20.Jun.2008*, 2008.
- [10] Marius Grundmann. The Physics of Semiconductors - An Introduction Including Devices and Nanophysics. *Springer*, 2006.
- [11] Sergio Cova, A Lacaíta, and G Ripamonti. Trapping phenomena in avalanche photodiodes on nanosecond scale. *IEEE Electr Device L*, Vol. 12, No. 12, pp. 685–687, Jan 1991.
- [12] Adam-Nepomuk Otte. Observation of VHE gamma-Rays from the Vicinity of magnetized Neutron Stars and Development of new Photon-Detectors for Future Ground based gamma-Ray Detectors. *PhD Thesis*, p. 243, Oct 2007.
- [13] Richard Wigmans. Calorimetry – Energy Measurement in Particle Physics. *Oxford*, 2000.
- [14] H Otono. Study of MPPC at Liquid Nitrogen Temperature. *PD07*, Aug 2007.
- [15] 2005 年度半導体製造装置技術ロードマップ報告書. (社) 日本半導体製造装置協会, 第 4 編, , Feb 2006.
- [16] Hamamatsu Photonics K.K. C5594 Product Datasheet. 1998.
- [17] Steven W Smith. The Scientist & Engineer’s Guide to Digital Signal Processing Second Edition. *California Technical Publishing*, 1999.
- [18] Akito Kusaka. Research and Development of a Hybrid Photo Sensor for a Water Cerenkov Detector. *Master Thesis*, 2004.
- [19] 五味慎一. 半導体光検出器 MPPC の性能評価システムの構築. 修士論文, Jan 2008.
- [20] W Maes, K De Meyer, and R Vanoverstraeten. Impact Ionization in Silicon - A Review and Update. *Solid State Electron*, Vol. 33, No. 6, pp. 705–718, Jan 1990.

- [21] K Kato, T Ono, and Y Amemiya. A Physical-mechanism of Current-induced Resistance Decrease in Heavily Doped Polysilicon Resistors. *IEEE T Electron Dev*, Vol. 29, No. 8, pp. 1156–1161, Jan 1982.
- [22] 半導体先端テクノロジーズ. HySyProS ユーザーズマニュアル. 2005.
- [23] 半導体先端テクノロジーズ. 3次元デバイスシミュレータ HyDeLEOS ユーザーズマニュアル. 2006.
- [24] Claudio Piemonte. A New Silicon Photomultiplier Structure for Blue Light Detection. *NIMA*, Vol. 568, No. 1, pp. 224–232, Nov 2006.
- [25] K Taguchi, T Torikai, Y Sugimoto, K Makita, and H Ishihara. Planar-structure InP/InGaAsP/InGaAs Avalanche Photodiodes with Preferential Lateral Extended Guard Ring for 1.0-1.6  $\mu$ -m Wavelength Optical Communication Use. *J Lightwave Technol*, Vol. 6, No. 11, pp. 1643–1655, Jan 1988.
- [26] T Kagawa. Design of Deep Guard Ring for Geiger Mode Operation Avalanche Photodiode. *IEEE T Electron*, Vol. E88C, No. 11, pp. 2136–2140, Jan 2005.
- [27] S Gomi, H Hano, T Iijima, S Itoh, K Kawagoe, S. H Kim, T Kubota, T Maeda, T Matsumura, and Y Mazuka. Development and Study of the Multi Pixel Photon Counter. *NIMA*, Vol. 581, No. 1-2, pp. 427–432, Oct 2007.
- [28] J Bude, K Hess, and GJ Iafrate. Impact Ionization in Semiconductors - Effects of High Electric-Fields and High Scattering Rates. *Phys Rev B*, Vol. 45, No. 19, pp. 10958–10964, Jan 1992.
- [29] G Ottaviani, C Canali, and A Alberiguiaranta. Charge Carrier Transport Properties of Semiconductor-materials Suitable for Nuclear Radiation Detectors. *IEEE T Nucl Sci*, Vol. NS22, No. 1, pp. 192–204, Jan 1975.
- [30] W Shockley. Problems Related to p-n Junction in Silicon. *Solid State Electron*, Vol. 2, No. 1, pp. 35–&, Jan 1961.

## 謝辞

まず本研究のような素晴らしい研究の機会を与えて下さった、指導教員である山下了先生に深く感謝いたします。山下先生には大変にお忙しい中、多くの時間を議論に割いて頂き、研究の基本的な指針の立て方や細かい実験技術なども、温かく丁寧に教えて頂きました。どうもありがとうございました。

研究室の博士課程1年の音野さんには、学部4年次に研究室に右も左も分からないまま上がり込んだ時より、光電子増倍管の取り扱い方から研究室での泊まり方に至るまで、実にたくさんのことを教えて頂きました。修士の1年次には主に音野さんと行動を共にしてPPDの研究を行って参りましたが、そこで日夜積み重ねた測定と幾多の議論が礎となり、本論文を上梓することができました。また、本研究にあるノイズの測定と解析に関しては、同じく研究室の修士1年の村瀬拓郎君と共に共同で行いました。特に測定システムや解析コードのバグ出し、高速化、安定化については村瀬君の精力的な努力のおかげで問題点をクリアすることができ、結果を出すことができました。吉岡さん、末原さん、および山下研究室の皆様にはミーティングなどを通じて日頃よりよくお世話になりました。

KEK 測定器開発室の幅先生、吉村先生、中村先生、坪山先生をはじめとする皆様には研究に対する貴重なコメントをたくさん頂きました。信州大学の竹下先生には国際学会における貴重な研究発表の機会を頂きました。東工大の久世先生と松原さん、筑波大の生野さん、須藤さん、高橋さんともPPDに関して共同で測定を行い、大変お世話になりました。浜松ホトニクス社の犬塚さん、山村さん、里さん、鎌倉さんには、特にデバイス開発側の視点から、測定結果や考察に対するフィードバックを頂きました。CERN Summer Student ProgrammeでCERNに滞在したときに、指導して頂いたA. Thea氏にはROOTのクラスライブラリの組み方を教わりました。これは波形解析の実装に非常に役立ちました。特にここに感謝いたします。MEG実験のお手伝いをさせて頂いた際に、大谷先生、三原先生、澤田さん、内山さんをはじめとしたMEGチームの皆様からPPDの研究を行う上でのヒントとなる様々のことを数多く教えて頂きました。どうもありがとうございました。同期の山崎君、秋元君、結束君、東君、鈴木君、宮武君らとはよく食事を共にし、日々楽しく研究生活を送ることができました。総じて良い機会にたくさん恵まれた修士生活だったと思います。

最後に、私の大学院生活を支え、応援して下さい下さった両親に深く感謝いたします。

本論文を、私に最初に算数の手ほどきをして下さった、祖父である故・金児功に捧げます。

2009年1月

生出 秀行