

ポジトロニウムの超微細構造の精密測定

修士学位論文

東京大学大学院 理学系研究科
物理学専攻 浅井研究室

石田 明

平成 22 年 1 月 20 日

概要

ポジトロニウムの超微細構造 Δ_{HFS} が、実験値と理論値で 3.9σ ずれている。ずれが本
当ならば、標準理論を超えた新しい物理が存在する可能性がある。このずれを検証するた
め、新しい精密測定実験を計画し、プロトタイプ測定を行った。プロトタイプ測定の結果、
 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3804 \pm 0.0022$ (stat., 11 ppm) ± 0.0081 (sys. 40 ppm) を得た。この値は、過
去の実験値、理論値と無矛盾である。実験値と理論値のずれを検証するためには、さらな
る精度の向上が必要である。補償磁石など、系統誤差を減らすための改良を行い、2年程
度で $O(\text{ppm})$ の測定が行える予定である。

謝辞

指導教官である浅井祥仁准教授には、本研究を遂行するにあたり、基本的なアイデアを提供していただいただけでなく、ポジトロニウムの基礎や解析手法など、細かな部分でも的確な助言と叱咤激励をいただきました。厚く御礼申し上げます。

東京大学素粒子物理国際研究センターの小林富雄教授には、ミーティングなどで常に指針を示していただきました。誠にありがとうございました。また、同センター難波俊雄助教には、実験の基礎から日々の細かい作業、設計・製作の考え方や実際について、非常にお世話になりました。深く感謝しております。同センター末原大幹特任研究員には、解析やシフト、国際学会等で多分にお力をお貸しいただきました。本当にありがとうございました。

総合文化研究科の斎藤晴雄准教授には、ポジトロニウムゼーマン遷移の理論計算でお世話になっただけでなく、ポジトロニウムの pickoff や熱化、低速陽電子など細かい事柄で非常にお世話になりました。誠にありがとうございました。

高エネルギー加速器研究機構の吉田光宏助教には、RF の基礎からその実装まで大変多くのことでお世話になりました。本当にありがとうございました。また、同機構低温センターの田中賢一氏、山本明教授には、超伝導磁石の運転、実験場所の確保等、大変お世話になりました。心より感謝申し上げます。

試作室の大塚茂巳氏、南条良勝氏には、キャビティの蓋や、磁場測定の治具を始め、様々な件で設計に関し貴重な助言を頂いただけでなく、無理難題を聞き届けて頂きました。本当にありがとうございました。

理学系研究科の秋元銀河氏には、遷移に不可欠な RF 系のほぼ全般の研究を行っていただき、実装、運転していただきました。誠にありがとうございました。加藤康作氏には RF 系のソフトウェア開発を行って頂きました。佐々木雄一氏には熱化に関する半導体検出器での実験を行っていただいております。同氏、宮崎彬氏、山口博史氏、吉原圭亮氏、井上竜一氏、風間慎悟氏、Khaw Kim Siang 氏には、治具の製作や組み立てを手伝っていただきました。また、山口氏、風間氏、Khaw 氏には、測定期間中のシフトを行って頂きました。この場を借りて心より御礼申し上げます。誠にありがとうございました。

また、同期の橋本マーク無三四氏、武市祥史氏、岡村淳一氏は測定でお手伝いくださいただけでなく、日常の精神的な支えともなってくださいました。理学系研究科、素粒子センターの先輩、同輩、後輩方、物理事務、教務の皆様、素粒子センター秘書室の皆様、その他大勢の方々に貴重なご支援をいただきました。心より深く感謝の意を表します。

目次

謝辞	ii
第1章 はじめに	1
1.1 ポジトロニウム	1
1.2 ポジトロニウムの超微細構造	2
1.2.1 実験的背景	3
1.2.2 理論的背景	3
1.2.3 実験値と理論値のずれ	5
第2章 原理	7
2.1 ゼーマン効果を用いた間接測定の原理	7
2.1.1 遷移曲線	9
2.2 過去の実験で考えられる系統誤差	11
2.2.1 磁場の非一様性	11
2.2.2 ポジトロニウムの熱化	11
2.3 系統誤差を減らす方法	15
2.3.1 大型超伝導磁石	15
2.3.2 時間情報の取得	15
2.3.3 高性能ガンマ線検出器	18
第3章 実験	19
3.1 プロトタイプ測定の実験装置概観	19
3.2 静磁場	21
3.3 陽電子線源	23
3.4 β タグ系	23
3.4.1 線源ホルダー	26
3.4.2 プラスチックシンチレータ及びアクリルライトガイド	26
3.4.3 ファインメッシュPMT	26
3.5 RF系	29
3.5.1 RF供給部	32
3.5.2 モニター部	35
3.5.3 フィードバック部	36

3.5.4	インターロック部	38
3.6	ガス	38
3.6.1	ガス系配管	39
3.6.2	低速陽電子によるバックグラウンド	39
3.6.3	Pickoff によるバックグラウンド	40
3.6.4	分圧比の決定	40
3.7	ガンマ線検出器	42
3.7.1	LaBr ₃ (Ce)	42
3.7.2	UVT ライトガイド	45
3.8	エレクトロニクス	50
3.8.1	データ取得の流れ	50
3.8.2	β タグ系	53
3.8.3	LaBr ₃ (Ce) 系	54
3.8.4	トリガー	56
3.8.5	CAMAC	58
3.9	温度	59
3.10	モンテカルロ・シミュレーション	60
第 4 章	測定	64
4.1	期間	64
4.2	環境	64
4.3	データ取得	64
4.4	データの構成	64
4.4.1	DAQ データ	66
4.4.2	RF 系データ	66
4.4.3	温度データ	67
第 5 章	解析	68
5.1	カット及びデータの較正	68
5.1.1	カット：プラスチックシンチレータの時間差	68
5.1.2	較正：プラスチックシンチレータのペDESTAL	69
5.1.3	較正：プラスチックシンチレータのゲイン	69
5.1.4	較正：LaBr ₃ (Ce) のペDESTAL	70
5.1.5	較正：プロンプトのタイミング	70
5.1.6	較正：LaBr ₃ (Ce) のゲイン	70
5.1.7	Time walk の補正	71
5.1.8	カット：オフラインでのエネルギー threshold	74
5.1.9	カット：プラスチックシンチレータのエネルギー差	74
5.1.10	カット：LaBr ₃ (Ce) の時間差	74

5.1.11	カットのまとめ	77
5.2	ポジトロニウムの崩壊率、生成率	77
5.2.1	ストップレートの補正	78
5.2.2	タイミングスペクトルのフィット	78
5.2.3	ガス密度、磁場と崩壊率、生成率	85
5.3	タイミングウィンドウ	89
5.4	エネルギースペクトル	91
5.5	ゼーマン遷移確率の導出	92
5.5.1	RF-OFF の解析	92
5.5.2	RF-ON の解析	95
5.5.3	遷移曲線	96
第 6 章	結果	99
6.1	1.350 1 amagat, 0.891 6 amagat の結果	99
6.2	密度依存性	100
6.3	系統誤差	102
6.3.1	磁場の非一様性	102
6.3.2	モンテカルロ・シミュレーション	103
6.3.3	RF パワー P	105
6.3.4	RF キャビティの Q_L	106
6.3.5	密度依存性	107
6.3.6	ポジトロニウムの熱化	107
6.3.7	RF 周波数	107
6.3.8	磁場測定点とポジトロニウム生成領域での磁場補正	107
6.3.9	磁場の測定値	107
6.3.10	まとめ	107
第 7 章	考察	109
7.1	過去の実験値・最新の理論値との比較	109
7.2	精度向上が課題	109
第 8 章	今後の展望	110
8.1	$O(\text{ppm})$ は達成可能	110
8.2	補償磁石の設計	111
8.3	計画	111
第 9 章	まとめ	112

付録 A TM_{110} モードの磁場	113
A.1 TM_{110} モードの電磁場	113
A.2 磁場のエネルギーから最大磁場を求める	114
A.3 電場のエネルギーから最大磁場を求める	116

目次

1.1	ポジトロニウム超微細構造の測定の歴史	4
1.2	ポジトロニウムの超微細構造	6
2.1	基底状態のポジトロニウムのエネルギー準位	8
2.2	ポジトロニウムの平均エネルギーの変化	13
2.3	ポジトロニウムの重みつき平均速さの変化	14
2.4	ポジトロニウムの熱化による影響の大きさ	14
2.5	ポジトロニウムの熱化による影響	15
2.6	2γ 崩壊確率 ($S_{2\gamma}$)	16
2.7	2γ 遷移量	17
2.8	タイミングウィンドウなしでの 2γ 崩壊確率	17
2.9	35–155 ns での 2γ 崩壊確率	18
3.1	プロトタイプ測定の実験装置概観	20
3.2	大型超伝導磁石内部のセットアップ	21
3.3	実験装置の写真 (磁石周り)	22
3.4	磁場分布	23
3.5	磁場の時間変動	24
3.6	^{22}Na の崩壊図	24
3.7	β タグ系	25
3.8	線源ホルダー	27
3.9	ファインメッシュPMT の磁場に対する角度	28
3.10	ファインメッシュPMT のゲインの、磁場に対する角度依存性	28
3.11	エネルギー分解能の、磁場に対する PMT 角度依存性	29
3.12	時間分解能の、磁場に対する PMT 角度依存性	30
3.13	RF 回路図	31
3.14	RF キャビティ	33
3.15	TM_{110} モードの磁場分布	34
3.16	電力フィードバック	37
3.17	AMP 出力の分布	37
3.18	ガス密度に対して、要求されるイソブタンの分圧	41
3.19	$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータ	42

3.20	LaBr ₃ (Ce) のバックグラウンドスペクトル	44
3.21	¹³⁸ La の崩壊図	44
3.22	ライトガイド	46
3.23	ライトガイドの長さ依存性	47
3.24	ライトガイドの曲げ角依存性	48
3.25	ライトガイドを付けたときのエネルギー分解能	49
3.26	ライトガイドによる光量、分解能の変化	49
3.27	データ取得回路図	51
3.28	エレクトロニクス タイミングチャート	52
3.29	DAQ システム	58
3.30	モンテカルロ・シミュレーションに入力したジオメトリ情報 (側面図)	61
3.31	モンテカルロ・シミュレーションに入力したジオメトリ情報 (見取図)	62
5.1	プラスチックシンチレータの時間差	69
5.2	LaBr ₃ (Ce) の time walk 補正	73
5.3	プラスチックシンチレータの time walk 補正	75
5.4	プラスチックシンチレータのエネルギー差によるカット	76
5.5	崩壊率フィットのためのエネルギーカット	79
5.6	$m_z = \pm 1$ 成分のフィットの一例	80
5.7	$m_z = \pm 1$ 成分のフィット：始点に対する崩壊率の変動	80
5.8	$m_z = \pm 1$ 成分のフィット：始点に対する reduced chisquare の変動	81
5.9	+) 成分のフィットの一例	81
5.10	+) 成分のフィット：始点に対する崩壊率の変動	82
5.11	+) 成分のフィット：始点に対する reduced chisquare の変動	82
5.12	低速陽電子のフィットの一例	83
5.13	低速陽電子のフィット：始点に対する崩壊率の変動	84
5.14	低速陽電子成分のフィット：始点に対する reduced chisquare の変動	84
5.15	磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (1.350 1 amagat, $m_z = \pm 1$ 成分)	85
5.16	磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (1.350 1 amagat, +) 成分)	86
5.17	磁場に対する低速陽電子崩壊率 (1.350 1 amagat)	86
5.18	磁場に対するポジトロニウム生成率 (1.350 1 amagat)	87
5.19	磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (0.891 6 amagat, $m_z = \pm 1$ 成分)	88
5.20	磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (0.891 6 amagat, +) 成分)	88
5.21	磁場に対する低速陽電子崩壊率 (0.891 6 amagat)	89
5.22	磁場に対するポジトロニウム生成率 (0.891 6 amagat)	90
5.23	タイミングスペクトルの RF-ON, RF-OFF での比較	90
5.24	エネルギースペクトルの RF-ON, RF-OFF での比較	91
5.25	モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-OFF)	95

5.26	RF-OFF におけるフィットの結果 (β , 1.350 1 amagat)	96
5.27	モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-ON)	97
5.28	モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-ON, ログスケール)	97
5.29	RF-ON におけるフィットの結果 (Γ , 1.350 1 amagat)	98
6.1	遷移曲線のフィット (1.350 1 amagat)	99
6.2	遷移曲線のフィット (0.891 6 amagat)	100
6.3	超微細構造のガス密度依存性	101
6.4	RF による磁場のエネルギー分布 (TM ₁₁₀ モード)	102
6.5	RF 磁場のエネルギーの重みをかけた、キャビティー内磁場分布	103
6.6	陽電子の止まる位置の分布	104
6.7	陽電子の止まる位置の重みをかけた、キャビティー内磁場分布	104
6.8	β の磁場依存性と理論値	106
7.1	ポジトロニウムの超微細構造測定結果	109

表 目 次

1.1	ポジトロニウムの稀崩壊モード	2
1.2	ポジトロニウム超微細構造の測定の歴史	3
3.1	^{22}Na の崩壊によって放出される粒子	25
3.2	$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータの特性	43
3.3	^{138}La の崩壊によって放出される粒子	45
4.1	プロトタイプ測定環境	65
5.1	カットのまとめ	77
5.2	典型的な R_{stop}	78
5.3	典型的なゲイン補正係数	93
5.4	典型的な分解能の評価	94
5.5	典型的な時間分解能	98
6.1	密度依存性	100
6.2	各密度での超微細構造の値 (密度依存性補正後)	101
6.3	系統誤差	108

第1章 はじめに

水素様原子に関する研究は、量子力学の誕生以来、様々な形で、物理学の発展に重要な役割を果たしてきた。ボーアの原子模型に始まり、シュレディンガーによる量子力学の定式化、ディラックの相対論的量子力学とスピン・軌道相互作用による微細構造の解明、QED (Quantum ElectroDynamics; 量子電気力学) によるラムシフトの解明など、その功績は計り知れない。それらは、ポジトロニウム、ミュオニウムなど、相対論的な2体束縛系による、束縛系 QED の精密検証へと発展した。

束縛系 QED は、自由粒子のそれと異なり、非摂動論的になるため、高精度の計算が難しい。しかし近年、非相対論的な有効場の理論を用いることにより、高次の補正を計算する手法が開発されてきた。これは Non-Relativistic Quantum ElectroDynamics (NRQED) と呼ばれ、束縛系 QED の研究を推し進めるきっかけとなっている。水素原子のラムシフトや超微細構造、ポジトロニウムやミュオニウムのエネルギー準位、崩壊率が精密に測定され、束縛系 QED の精密検証が活発に行われている。また、量子振動の効果や、エキゾチックな崩壊モードの探索を通じて、標準理論を超えた新しい物理の探索も積極的に行われている。

1.1 ポジトロニウム

水素様原子の中でも、ポジトロニウムは、電子 (e^-) と陽電子 (e^+) のみでできた、最も軽い束縛系である。レプトンのみでできたクリーンな系であるため、量子色力学による効果が非常に小さく、束縛系 QED の精密検証が高精度で行える。さらに、ポジトロニウムは粒子・反粒子系であるため、新しい物理現象の探索にも適している。

ポジトロニウムは、他の水素様原子と同様、主量子数 n , 軌道角運動量 L , 全スピン S , 磁気量子数 m によって特徴づけられる。ポジトロニウムの基底状態 ($n = 0, L = 0$) は、全スピン S によって、 $S = 0$ (スピン一重項) のパラポジトロニウム (p-Ps, 1^1S_0) と、 $S = 1$ (スピン三重項) のオルソポジトロニウム (o-Ps, 1^3S_1) の2状態に分けられる。p-Ps は真空と同じ量子数を持ち、o-Ps は光子と同じ量子数をもつため、真空の構造や、未知の粒子探索に対する感度が高い。

荷電共役演算子 C に対する固有値は、

$$C = (-1)^{L+S} \quad (1.1)$$

である。ポジトロニウムは粒子・反粒子系であるため、実光子に崩壊するが、光子は $C = -1$ であり、 n 個なら $C = (-1)^n$ である。QED において C は保存するため、p-Ps は偶数個の

表 1.1: ポジトロニウムの稀崩壊モード。

崩壊モード	崩壊分岐比	文献
p-Ps $\rightarrow 4\gamma$	$\Gamma_{\text{p-Ps} \rightarrow 4\gamma}$	$= 1.30(30) \times 10^{-6}$ [3]
	$\Gamma_{\text{p-Ps} \rightarrow 4\gamma}$	$= 1.50(11) \times 10^{-6}$ [4]
	$\Gamma_{\text{p-Ps} \rightarrow 2\gamma}$	$= 1.48(17) \times 10^{-6}$ [5]
	$\Gamma_{\text{p-Ps} \rightarrow 2\gamma}$	$= 1.19(26) \times 10^{-6}$ [6]
	$\Gamma_{\text{p-Ps} \rightarrow 2\gamma}$	$= 1.14(39) \times 10^{-6}$ [7]
o-Ps $\rightarrow 5\gamma$	$\Gamma_{\text{o-Ps} \rightarrow 5\gamma}$	$(= 2.2_{-1.8}^{+2.6}) \times 10^{-6}$ [8]
	$\Gamma_{\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma}$	$= 1.7(11) \times 10^{-6}$ [7]
o-Ps $\rightarrow \nu\bar{\nu}$	$\Gamma_{\text{o-Ps} \rightarrow \nu\bar{\nu}}$	$< 5.8 \times 10^{-4} (90\% \text{ CL})$ [9]
	$\Gamma_{\text{o-Ps} \rightarrow 3\gamma}$	$< 2.8 \times 10^{-4} (90\% \text{ CL})$ [10]

光子に崩壊し、o-Ps は奇数個の光子に崩壊する。すなわち、

$$\text{p-Ps} \rightarrow n\gamma, \quad n = 2, 4, 6, 8, \dots, \quad (1.2)$$

$$\text{o-Ps} \rightarrow n\gamma, \quad n = 3, 5, 7, 9, \dots \quad (1.3)$$

p-Ps の崩壊率 $\Gamma_{\text{p-Ps}}$, o-Ps の崩壊率 $\Gamma_{\text{o-Ps}}$ は、それぞれ、

$$\Gamma_{\text{p-Ps}} = 7.9909(17) \text{ ns}^{-1} [1], \quad (1.4)$$

$$\Gamma_{\text{o-Ps}} = 7.0401(7) \mu\text{s}^{-1} [2] \quad (1.5)$$

である。p-Ps の崩壊は、p-Ps $\rightarrow 2\gamma$ がほとんどであり、o-Ps の崩壊は、o-Ps $\rightarrow 3\gamma$ がほとんどである。他の崩壊モードについては、表 1.1 に示したように、様々な実験が行われているが、極めて小さい。

1.2 ポジトロニウムの超微細構造

ポジトロニウムや他の水素様原子に関する、精密検証については、[11] にまとめられている。そのなかで、高い精度で検証されているものの一つが、ポジトロニウムの 1S 超微細構造 (HyperFine Splitting; HFS) である。これを Δ_{HFS} と書くことにする。これは、p-Ps と o-Ps の間のエネルギー準位差 (o-Ps の方が、p-Ps よりエネルギー準位が高い) であり、大きさは約 203 GHz (0.84 meV) である。超微細構造は、スピン・スピン相互作用と、量子振動によって引き起こされている。ポジトロニウムの小さい質量によって、スピン・スピン相互作用は大きくなる。また、o-Ps $\rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{o-Ps}$ の量子振動の寄与も 3 割程度を占める。特に、この量子振動は未発見粒子に敏感であり、s-チャネルが有効なため、軽い粒子に対しては μ 粒子の $g-2$ と同程度の感度を持つ。

表 1.2: ポジトロニウム超微細構造の測定の歴史。これらの中には、過去の実験結果に補正を加えただけのものや、過去の結果と合わせた値も含まれる。

年 (西暦)	Δ_{HFS} (GHz)	誤差 (ppm)	文献
1952	203.2(3)	1500	[12]
1954	203.38(4)	200	[15]
1955	203.35(5)	250	[15]
1957	203.33(4)	200	[16]
1970	203.403(12)	58	[17]
1972	203.396(5)	24	[18]
1975	203.387 0(16)	8	[19]
1977	203.384(4)	20	[20]
1977	203.384 9(12)	6	[21]
1983	203.387 5(16)	8	[14]
1984	203.389 10(74)	3.6	[13]

1.2.1 実験的背景

ポジトロニウムの超微細構造は、1952年、Deutsch と Brown によって初めて測定された [12]。その後、精密測定は、独立した2つのグループによってなされ、現在、最も精度のよい実験は、

$$\Delta_{\text{HFS}} = 203.389\ 10(74)\ \text{GHz}\ (3.6\ \text{ppm})\ [13], \quad (1.6)$$

$$\Delta_{\text{HFS}} = 203.387\ 5(16)\ \text{GHz}\ (8\ \text{ppm})\ [14] \quad (1.7)$$

である。これら2つの値は、それぞれのグループにおける、過去の実験結果も含んでおり、2つの値を平均すると、

$$\Delta_{\text{HFS}}^{\text{exp}} = 203.388\ 65(67)\ \text{GHz}\ (3.3\ \text{ppm})\ [13] \quad (1.8)$$

である。超微細構造の測定の歴史を、表 1.2 及び図 1.1 にまとめた。

1.2.2 理論的背景

現在分かっている、ポジトロニウムの超微細構造の値は、理論的には以下のように書かれる [22]。

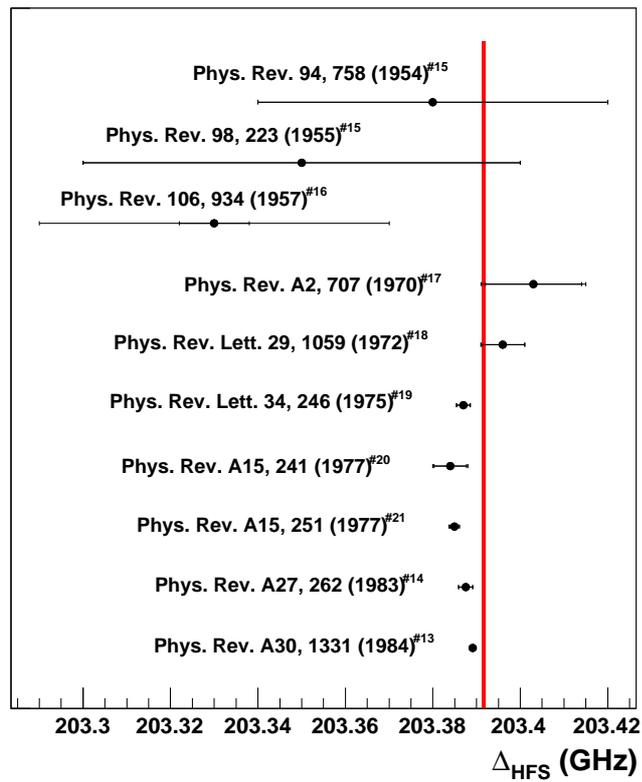


図 1.1: ポジトロニウム超微細構造の測定の歴史。これらの中には、過去の実験結果に補正を加えただけのものや、過去の結果と合わせた値も含まれる。赤帯は、(1.10) で述べる理論値。なお、最初の [12] の測定は、誤差が大きいため、示していない。

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{HFS}}^{\text{th}} = & \Delta_{\text{HFS}0}^{\text{th}} \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{32}{21} + \frac{6}{7} \ln 2 \right) + \frac{5}{14} \alpha^2 \ln \frac{1}{\alpha} \right. \\ & + \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[\frac{1367}{378} - \frac{5197}{2016} \pi^2 + \left(\frac{6}{7} + \frac{221}{84} \pi^2 \right) \ln 2 - \frac{159}{56} \zeta(3) \right] \\ & \left. - \frac{3\alpha^3}{2\pi} \ln^2 \frac{1}{\alpha} + C \frac{\alpha^3}{\pi} \ln \frac{1}{\alpha} + D \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

ただし、 m_e は電子質量、 α は微細構造定数、 C, D は定数。

最低次項 $\Delta_{\text{HFS}0}^{\text{th}} = 7m_e\alpha^4/12$ は、J. Pirenne によって 1947 年に計算され [23]、その後確かめられた [24, 25]。

$O(\alpha)$ の補正項は、1952 年に、Karplus と Klein によって計算された [26]。

$O(\alpha^2)$ の補正項は、その後 2000 年にかけて様々な効果の計算がされた [27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40]。

$O(\alpha^3)$ の補正項は、1993 年に $O(\alpha^3 \ln^2 \alpha)$ の項が Karshenboim によって計算されただけであったが [41]、2000 年代に入ってようやく $O(\alpha^3 \ln \alpha)$ の項が計算されるようになった。まず Kniehl と Penin によって計算され [22]、その後確かめられている [42, 43]。現在までに計算されているところでは、

$$\Delta_{\text{HFS}}^{\text{th}} = 203.391\,69(41) \text{ GHz (2.0 ppm) [22]} \quad (1.10)$$

である。なお、誤差の評価として、ここでは、Kniehl らによるものを採用する。

1.2.3 実験値と理論値のずれ

式 (1.6) の実験値, (1.8) の平均値及び式 (1.10) の理論値を、図 1.2 に比較して示した。図からも明らかなように、理論値と実験値 (平均値) の間には、3.04(79) MHz (15 ppm, 3.9σ) のずれが存在する。

ずれの原因として、次の 3 つが考えられる。

理論計算の誤り

理論計算の誤りとしては、2 種類考えられる。

- NRQED の手法が、高次では適用できない可能性がある。o-Ps の寿命測定 [2] では、 $O(\alpha^2)$ まで確かめられているが、 $O(\alpha^3)$ での精密検証はまだなされていない。
- 単なる計算間違いの可能性もある。しかし、異なる方法の計算で同様の結果が得られており、この可能性は低い。

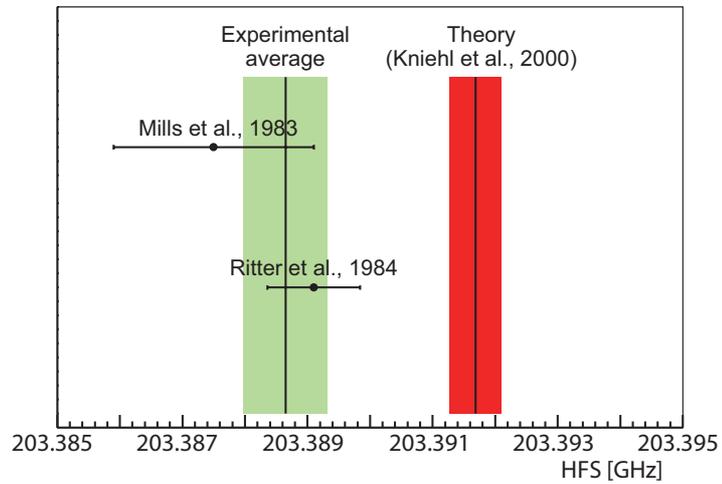


図 1.2: ポジトロニウム超微細構造。エラーバー付きの点は、式 (1.6) の実験値を示し、緑帯は式 (1.8) の平均値、赤帯は式 (1.10) の理論値を示す。

過去の実験に共通な系統誤差の存在

過去の実験に共通した系統誤差があり、それが見逃されていた場合、ずれが生じる。

標準理論を超えた新しい物理の存在

標準理論を超えた新しい物理が存在した場合、ずれが生じる。例えば、 $O(\text{MeV})$ の質量をもち、弱結合 ($\alpha \sim 10^{-8}$) する擬スカラー粒子が存在すれば、このずれが説明できる。

第2章 原理

この章では、実験の原理について説明する。ポジトロニウムの超微細構造が実験と理論でずれている問題の原因を探るため、過去の実験で考えられる系統誤差を減らし、新しい手法を採り入れた実験を行う。

まず、ゼーマン効果を用いた間接測定の原理について述べる。次に、過去の実験で考えられる系統誤差について述べる。最後に、その系統誤差を減らすための方法について説明する。

2.1 ゼーマン効果を用いた間接測定の原理

ポジトロニウムのスピン固有状態について、全スピン S 、磁気量子数 m_z を用いて $|S, m_z\rangle$ のように書く。また、電子、陽電子のスピンに着目し、 $|\uparrow\uparrow\rangle$ のようにも書く。すなわち、

$$|1, 1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, \quad (2.1)$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \quad (2.2)$$

$$|1, -1\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle, \quad (2.3)$$

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle). \quad (2.4)$$

図 2.1 に、基底状態のポジトロニウムのエネルギー準位を、磁場についての関数として示す。静磁場中では、 $|1, 0\rangle$ と $|0, 0\rangle$ は混合し、ポジトロニウムのエネルギー固有状態は、 $|+\rangle$ 、 $|-\rangle$ となる。これはゼーマン効果であり、エネルギー分裂 Δ_{mix} がゼーマン分裂である。

超微細構造の測定について、 Δ_{HFS} を直接遷移させるのは、技術的に難しい。そこで、 Δ_{mix} を遷移させて、間接的に超微細構造を求める。これは、過去の全ての精密測定実験で採られた方法である。 Δ_{HFS} と Δ_{mix} の関係は、次の Breit-Rabi 方程式で表される¹。

$$\Delta_{\text{mix}} = \frac{1}{2}\Delta_{\text{HFS}} \left(\sqrt{1 + 4x^2} - 1 \right), \quad (2.5)$$

ただし、 $x = g'\mu_B B / h\Delta_{\text{HFS}}$ 。ここで、 $g' = g \left(1 - \frac{5}{24}\alpha^2 \right)$ は、ポジトロニウム中の電子、陽電子の g 因子 [44]、 μ_B はボーア磁子、 B は静磁場、 h はプランク定数である。

¹これは近似式であり、厳密解はこれより 10 ppm 程度小さい。ただし、最近の 2 実験では、ハミルトニアンから第一原理計算で求めた遷移曲線を使って補正をかけており、その際にこの近似とのずれも解消されているはずなので、最終結果には影響しない。

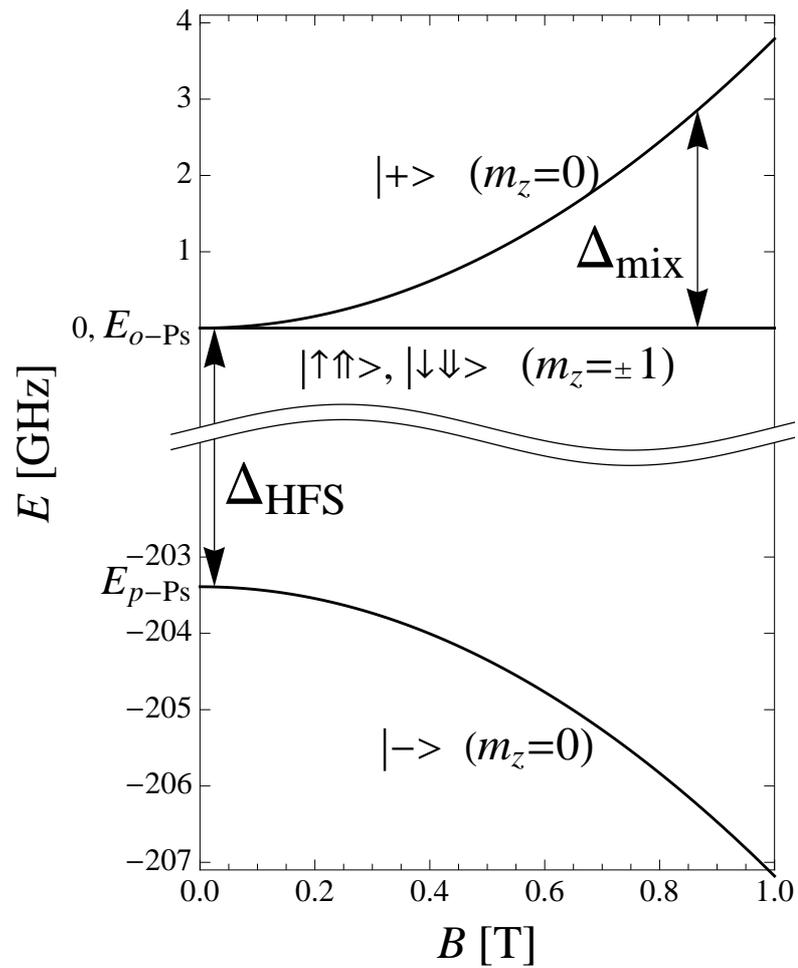


図 2.1: 基底状態のポジトロニウムのエネルギー準位。

ポジトロニウムに Δ_{mix} の周波数をもった RF を印加すると、 $m_z = \pm 1$ 状態と $|+\rangle$ 状態間の遷移が起きる（より正確には、 $|1, \pm 1\rangle$ と $|+\rangle$ の中の $|0, 0\rangle$ 間の遷移）。 $|1, \pm 1\rangle$ 状態が 3γ 崩壊をするのに対し、 $|0, 0\rangle$ 状態は 2γ 崩壊をする。そのため、遷移が起きると 2γ 崩壊確率が大きくなり、 3γ 崩壊確率は小さくなる。この変化を観測することで、ゼーマン遷移確率を求めることができる。

固定磁場で様々な RF 周波数でゼーマン遷移確率を求め、遷移曲線を作成すれば、中心値から (2.5) 式にしたがって Δ_{HFS} を求められる。すなわち、

$$\Delta_{\text{HFS}} = \frac{g'^2 \mu_B^2 B^2}{h^2 \Delta_{\text{mix}}} - \Delta_{\text{mix}} \quad (2.6)$$

の B に磁場を、 Δ_{mix} に中心周波数を代入すればよい。

しかし現実には、RF の周波数を変えながら測定するのは、キャビティやアンプの特性から、非常に困難である。そこで、RF 周波数を固定し、様々な磁場でゼーマン遷移確率を求め、遷移曲線を作成し、中心磁場から Δ_{HFS} を求める。

2.1.1 遷移曲線

ゼーマン遷移曲線の導出を行う。近似的には、ブライト・ウィグナーの共鳴曲線（ローレンツ曲線）であるが、ゼーマン分裂は単純に磁場に比例しないため、ブライト・ウィグナーの共鳴からはずれる。実際にデータをフィットする際には、厳密解を考慮しなければならない。

ポジトロニウムの基底を、

$$\begin{pmatrix} |0, 0\rangle \\ |1, 0\rangle \\ |1, 1\rangle \\ |1, -1\rangle \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

ととる。p-Ps と o-Ps の中間のエネルギーを基準にとると、崩壊を含めたハミルトニアン H_0 は、

$$H_0 = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\pi\Delta_{\text{HFS}} - i\Gamma_{\text{p-Ps}} & & & \\ & 2\pi\Delta_{\text{HFS}} - i\Gamma_{\text{o-Ps}} & & \\ & & 2\pi\Delta_{\text{HFS}} - i\Gamma_{\text{o-Ps}} & \\ & & & 2\pi\Delta_{\text{HFS}} - i\Gamma_{\text{o-Ps}} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

と書ける。印加する磁場 $\vec{B} = \vec{B}(t)$ は、

$$\vec{B}(t) = B\vec{e}_z + B_0\vec{e}_x \cos(\omega t) \quad (2.9)$$

である。ただし、 \vec{e}_z , \vec{e}_x は、それぞれ z 軸、 x 軸方向の単位ベクトルであり、 B_0 はマイクロ波による振動磁場の振幅、 ω はその周波数である。磁場による作用 V は、 $V = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

であるから、

$$V = g' \mu_B \vec{B} \cdot (\vec{S}_- - \vec{S}_+) \quad (2.10)$$

$$= \frac{g' \mu_B}{2} \vec{B} \cdot (\vec{\sigma}_- - \vec{\sigma}_+) \quad (2.11)$$

$$= \frac{g' \mu_B}{2} \{B(\sigma_{z-} - \sigma_{z+}) + B_0 \cos(\omega t)(\sigma_{x-} - \sigma_{x+})\} \quad (2.12)$$

ここで、 \vec{S}_- 、 \vec{S}_+ はそれぞれ電子、陽電子のスピン演算子、 $\vec{\sigma}$ はパウリ行列を表し、スピン量子化軸を z 軸にとると、

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

したがって、

$$V = \begin{pmatrix} 0 & x & -y & y \\ x & 0 & 0 & 0 \\ -y & 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} h\Delta_{\text{HFS}}. \quad (2.14)$$

ただし、

$$y = C_y \frac{g' \mu_B B_0}{h\Delta_{\text{HFS}}} \cos(\omega t). \quad (2.15)$$

ここで、 $C_y = a/\sqrt{2}$ であり、ここでは便宜上、 B_0 としてキャビティー内最大磁場振幅を用い、実効磁場 (全てのポジトロニウムが磁場最大のところにいるわけではないので、全体としていくらか弱い磁場がかかっていると考えればよい) のファクターを a とする。

まとめると、全ハミルトニアン $H = H_0 + V$ は以下ようになる。

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\gamma_s & x & -y & y \\ x & \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\gamma_t & 0 & 0 \\ -y & 0 & \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\gamma_t & 0 \\ y & 0 & 0 & \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\gamma_t \end{pmatrix} h\Delta_{\text{HFS}}. \quad (2.16)$$

ただし、 $x = g' \mu_B B / h\Delta_{\text{HFS}}$ 、 $y = C_y \frac{g' \mu_B B_0}{h\Delta_{\text{HFS}}} \cos(\omega t)$ 、 $\gamma_s = \frac{\Gamma_{\text{p-Ps}}}{2\pi\Delta_{\text{HFS}}}$ 、 $\gamma_t = \frac{\Gamma_{\text{O-Ps}}}{2\pi\Delta_{\text{HFS}}}$ 。

さて、時間に依存したシュレディンガー方程式から、密度行列 $\rho(t)$ の時間発展方程式は、

$$i\hbar\dot{\rho} = H\rho - \rho H^\dagger \quad (2.17)$$

と表される。陽電子の偏極率を P 、偏極ベクトルの z 軸となす角を θ 、偏極ベクトルの xy 平面への射影が x 軸となす角を ϕ とする。陽電子線源から出た陽電子と、ガスなどの物質中の電子からポジトロニウムを生成する場合、電子は無偏極と考えられるので、

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} \rho_{00}(0) & \rho_{01}(0) & \rho_{02}(0) & \rho_{03}(0) \\ \rho_{10}(0) & \rho_{11}(0) & \rho_{12}(0) & \rho_{13}(0) \\ \rho_{20}(0) & \rho_{21}(0) & \rho_{22}(0) & \rho_{23}(0) \\ \rho_{30}(0) & \rho_{31}(0) & \rho_{32}(0) & \rho_{33}(0) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{P \cos \theta}{4} & \frac{P \sin \theta e^{i\phi}}{4\sqrt{2}} & -\frac{P \sin \theta e^{-i\phi}}{4\sqrt{2}} \\ -\frac{P \cos \theta}{4} & \frac{1}{4} & \frac{P \sin \theta e^{i\phi}}{4\sqrt{2}} & \frac{P \sin \theta e^{-i\phi}}{4\sqrt{2}} \\ \frac{P \sin \theta e^{-i\phi}}{4\sqrt{2}} & \frac{P \sin \theta e^{-i\phi}}{4\sqrt{2}} & \frac{(1+P \cos \theta)}{4} & 0 \\ -\frac{P \sin \theta e^{i\phi}}{4\sqrt{2}} & \frac{P \sin \theta e^{i\phi}}{4\sqrt{2}} & 0 & \frac{(1-P \cos \theta)}{4} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

である。この解 $\rho(t)$ から、時刻 $t_0 \sim t_1$ における 2γ 崩壊確率 $S_{2\gamma}$ を求めるには、

$$S_{2\gamma} = \Gamma_{\text{p-PS}} \int_{t_0}^{t_1} \rho_{00}(t) dt \quad (2.20)$$

を計算すればよい。同様に、 3γ 崩壊確率 $S_{3\gamma}$ は、

$$S_{3\gamma} = \Gamma_{\text{o-PS}} \int_{t_0}^{t_1} (\rho_{11}(t) + \rho_{22}(t) + \rho_{33}(t)) dt \quad (2.21)$$

を計算する。ただし、第3章で述べるように、低速陽電子による影響も考慮する必要がある。 $S_{2\gamma}$ についてのみ、ポジトロニウム生成率と低速陽電子崩壊率から求まる、指数関数的な崩壊確率曲線を加える。ゼーマン遷移による変化は、RF-ON ($B_0 \neq 0$) から RF-OFF ($B_0 = 0$) を引くことで得られる。なお、第5章で述べるが、本実験では、データを $S_{2\gamma}/S_{3\gamma}$ で直接フィットする。ちなみに、過去の実験では、共鳴曲線をローレンツ曲線でフィットし、さらに理論値もローレンツ曲線でフィットし、その中心値を比較することで、ローレンツ曲線からのずれを評価し補正している。

2.2 過去の実験で考えられる系統誤差

過去の系統誤差としては、以下の2種類が考えられる。

2.2.1 磁場の非一様性

過去の実験では、磁場を用いて超微細構造を求めている。この磁場の不定性、非一様性は、そのまま系統誤差になるため、磁場の非一様性を $O(\text{ppm})$ の精度で得る必要がある。過去の実験では、常伝導磁石を用いて磁場を作っているが、数 cm にも及ぶポジトロニウム生成領域内で、常伝導磁石で $O(\text{ppm})$ の磁場一様性を得るのは非常に難しい。磁場に不定性が存在した可能性がある。

2.2.2 ポジトロニウムの熱化

真空中での超微細構造の値を求めたいのだが、実験は真空中で行えない。なぜなら、ポジトロニウムを生成するには、陽電子を減速させ、電子を供給するための物質が必要だからである。電子供給物質が作る電場によるシュタルク効果によって、超微細構造は真空中の値からずれてしまう。

この効果による影響を考慮し、真空中の値を求めるために、過去の実験では、様々な物質（ここではガス）密度における超微細構造を測定し、それを真空に外挿している。このとき、超微細構造のずれ（物質の効果）は、密度に比例するという仮定をし、線型に外挿している。

物質の効果は、ポジトロニウムと物質の衝突頻度に比例する。衝突頻度は、物質の数密度 n 、断面積 σ 、ポジトロニウムの速さ v を用いて、 $n\sigma v$ と表される。したがって、 v が時間的に一定であれば、物質の効果は密度に比例する。しかし、 v が時間的に変動し、それが密度に関して一定でなければ、超微細構造のずれが密度に関して非線型になる効果を生む。

ポジトロニウムは、生成されたときには 1eV 程度の運動エネルギーを持っている。それが、周りの物質と衝突することでエネルギーを失い、熱平衡状態（室温 $\sim 1/30$ eV）に達する。この過程を熱化という。熱化が速やかに起これば、速度は時間に依存しないと考えてよいが、特に低密度条件下では、なかなかエネルギーが失われないため、熱化に時間がかかる。その結果、密度が小さいほど、ポジトロニウムの熱化による影響を受けることになる。これは非線型の効果を生む。

このような効果が深刻な系統誤差となることは、既に「オルソポジトロニウムの寿命問題」において示されている [2]。超微細構造の場合にも、これが深刻な系統誤差となりうる。以下で実際に、[45, 46] に沿ってこの効果を計算してみる。

時刻 t ($t = 0$ が生成時刻) におけるポジトロニウムの平均エネルギーを $E_{\text{av}}(t)$ 、熱化の断面積を σ_m 、物質の数密度を n 、物質の分子当たり質量を M 、ポジトロニウムの質量を m_{Ps} 、ボルツマン定数を k_B 、温度を T とすると、

$$\frac{dE_{\text{av}}(t)}{dt} = -\sqrt{2m_{\text{Ps}}E_{\text{av}}(t)} \left(E_{\text{av}}(t) - \frac{3}{2}k_B T \right) \left(\frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{2\sigma_m n}{M} + \alpha \left(\frac{E_{\text{av}}(t)}{k_B T} \right)^\beta \right) \quad (2.22)$$

となる。ここで、 α の項は、微粒子の効果なので無視する。この微分方程式の解は、

$$E_{\text{av}}(t) = \left(\frac{1 + Ae^{-bt}}{1 - Ae^{-bt}} \right)^2 \frac{3}{2} k_B T. \quad (2.23)$$

ただし、

$$b = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{2\sigma_m n}{M} \sqrt{3m_{\text{Ps}}k_B T} \quad (2.24)$$

であり、 A は初期条件で決まる定数で、 $t = 0$ におけるポジトロニウムの平均エネルギーを、 $E_{\text{av}}(0) = E_0$ とおくと、

$$A = \frac{\sqrt{E_0} - \sqrt{\frac{3}{2}k_B T}}{\sqrt{E_0} + \sqrt{\frac{3}{2}k_B T}}. \quad (2.25)$$

例として、 $E_0 = 1$ eV、 $T = 273.15$ K のときを調べる。[13] で使用している気体は窒素であり、窒素の σ_m の値は、文献 [47, 48, 46] から、おおよそ $\sigma_m(\text{N}_2) = (28 \pm 19) \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ である。0.1, 1, 2 atm のとき、(2.23) 式によって平均エネルギーを計算すると、図 2.2 のようになる。

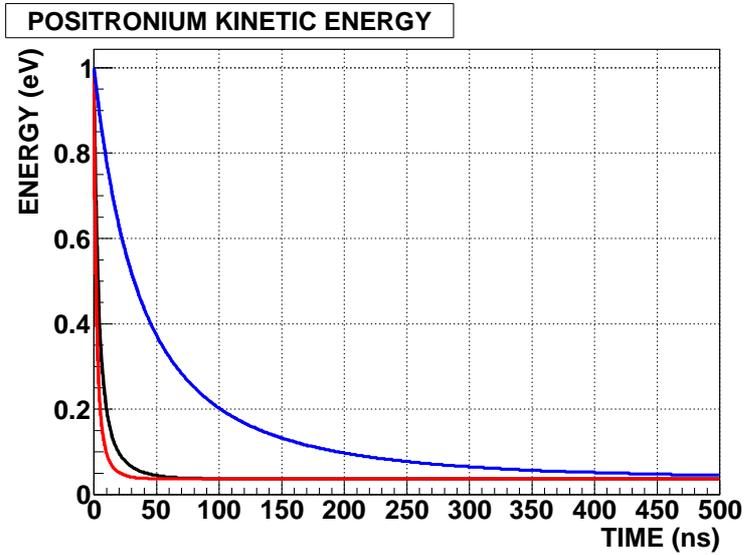


図 2.2: ポジトロニウムの平均エネルギーの変化。初期運動エネルギー 1 eV, 273.15 K の窒素での値。青が 0.1 atm, 黒が 1 atm, 赤が 2 atm を示す。

さて、シュタルク効果による影響は、 $n\sigma v$ に比例するので、 nv を調べる。 $v_{av}(t) = \sqrt{\frac{2}{m_{Ps}} E_{av}(t)}$ で $v(t)$ は求められる。また、ポジトロニウムの数は、 $\exp(-\Gamma_{O-PS}t)$ で減少するので、結局、熱化による効果は、 $nv(t) \exp(-\Gamma_{O-PS}t)$ を $t = 0 \sim \infty$ で積分したものになる。寿命の重みがついた $v(v(t) \exp(-\Gamma_{O-PS}t))$ を、図 2.3 に示す。

数値積分の都合上、 $t = 1 \sim 500$ ns で積分し、熱化による効果を圧力に対してプロットしたものを、図 2.4 に示す。明らかに、低圧側で非線型になっている。

この非線型効果が、具体的にどの程度超微細構造に影響するのだろうか。[13] のデータを用いて、検討してみる。[13] のデータと同じ密度において、エラーバーを物質の効果の大きさにノーマライズし、図 2.4 の曲線上にプロットする。それを、一次関数でフィットしたとき、切片の 0 からのずれが、熱化によるずれの大きさとなる。フィットしたものを、図 2.5 に示す。フィットの結果、傾きは $0.759(92) / \text{atm}$, y 切片は $0.211(66)$ となった。[13] によれば、ガス密度依存性は、 $-33(4) \text{ ppm/atm}$ である。したがって、今回の $0.759(92) / \text{atm}$ がこれに相当する。実際、エラーバーも含めて合っている。そこで、 0.759 が 33 ppm に相当することから、 y 切片の値を超微細構造に戻すと、 $9.2 \pm 2.9 \text{ ppm}$ となる。また、実際の物質の効果の方が直線フィットよりも大きいことを考慮すれば、このずれの向きは実験値を理論値に近づける向きとなる。実際には、 σ_m の不定性が大きく、また E_0 も $1 \sim 6.8 \text{ eV}$ の間の不定性があるため、それらを考慮すれば、 $4 \sim 20 \text{ ppm}$ の影響となり、これはずれを説明し得る。

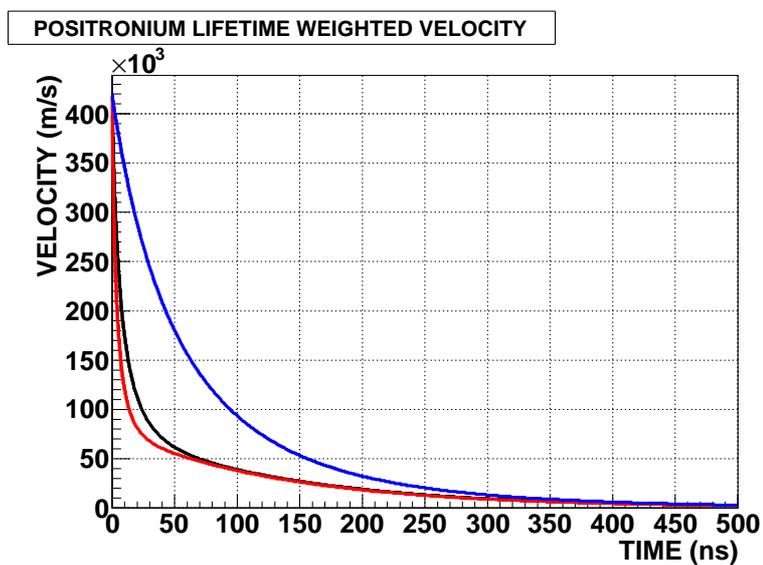


図 2.3: ポジトロニウムの重みつき平均速さの変化。初期運動エネルギー 1 eV, 273.15 K の窒素での値。青が 0.1 atm, 黒が 1 atm, 赤が 2 atm を示す。寿命による重みがついている。この図の面積が、各密度での物質の効果に相当する。

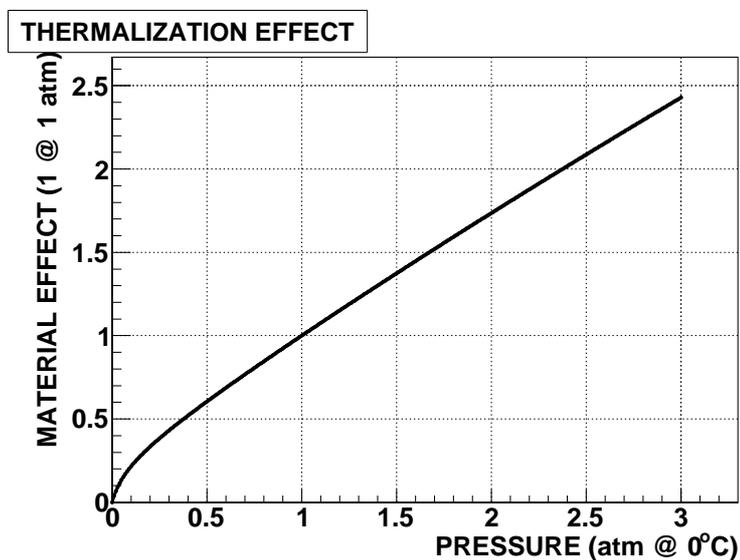


図 2.4: ポジトロニウムの熱化による影響の大きさ。273.15 K の窒素での値。縦軸は、1 atm で 1 になるよう、ノーマライズしてある。

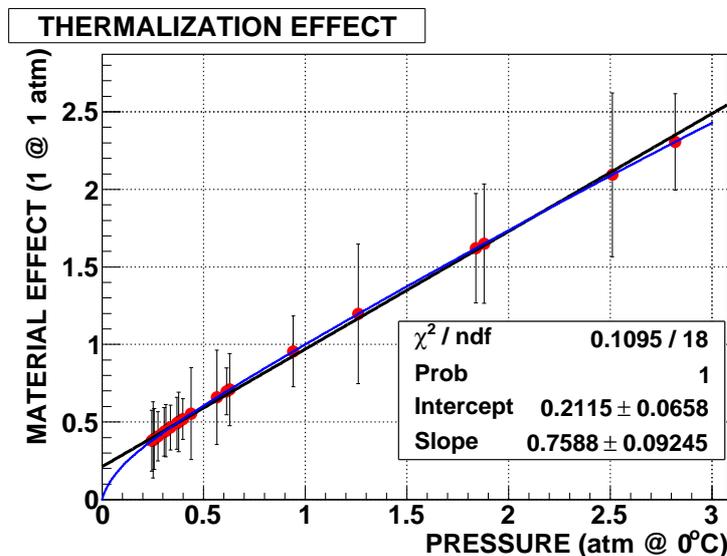


図 2.5: ポジトロニウムの熱化による影響。273.15 K の窒素での値。縦軸は、1 atm で 1 になるよう、ノーマライズしてある。赤が [13] のデータを示し、青は図 2.4 と同じ計算結果、黒線は一次関数によるフィット結果を示す。y 切片の原点からのずれが、熱化によるずれの大きさに相当する。

2.3 系統誤差を減らす方法

系統誤差を減らすため、以下に示す 3 つの全く新しい方法を用いる。

2.3.1 大型超伝導磁石

1. 磁場の非一様性による系統誤差を減らすため、大型超伝導磁石を用いる。ボア径 80 cm, 長さ 2 m の大型超伝導磁石で、数 cm に及ぶポジトロニウム生成領域内での $O(\text{ppm})$ の磁場一様性を確保する。
2. 永久電流モードで運転することにより、磁場の時間変動を $\pm 1 \text{ ppm}$ 以下に抑える。

2.3.2 時間情報の取得

1. ポジトロニウムが生成してから崩壊するまでの時間情報を取得する。これにより、ポジトロニウムの熱化関数を直接測定し、熱化による系統誤差を減らす。

熱化関数の測定には、pickoff を用いる。Pickoff とは、ポジトロニウムが周りの物質と衝突した際、陽電子が物質中の電子と対消滅を起こし、 2γ 崩壊することである。

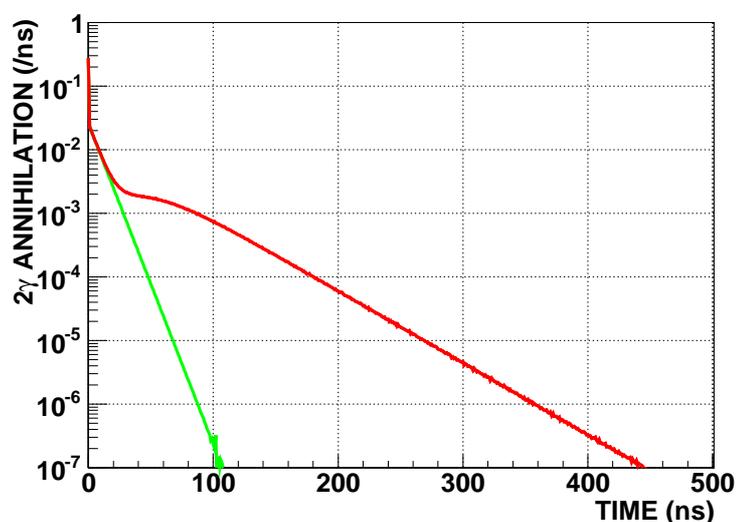


図 2.6: 2γ 崩壊確率 ($S_{2\gamma}$)。赤線が、 $P = 409$ W, $Q_L = 14700$, $a = 64$ mm, $l = 100$ mm のときの理論値 (RF-ON) であり、緑線は、 $B_0 = 0$ (RF-OFF) での理論値。

これはまさに衝突頻度と比例するため、 $2\gamma/3\gamma$ 崩壊比を、時間について精密に測定すれば、衝突頻度の時間依存性を調べることができる。

2. 時間情報を使うことで、S/N を大きく向上させることができる。過去の実験では、遷移に関係のない、プロンプトイベントやアクシデンタルイベントも解析していた。時間情報を使えば、これらの無駄なイベントを取り除くことができる。

理論式 (2.20) に従って、各時刻での $S_{2\gamma}$ を計算してみる。実験に合わせ、 $B = 0.86612074$ T とする。付録 A のように、 B_0 は P, Q_L, a, l を用いて表されるが、付録 A にも書いてあるように、 $P = 409$ W, $Q_L = 14700$, $a = 64$ mm, $l = 100$ mm とする。このとき、 $S_{2\gamma}$ は、図 2.6 のようになる。 2γ 崩壊確率の RF-ON, OFF での変化 (2γ 遷移量) にすると、図 2.7 のようになる。図 2.7 から分かるように、時間情報を使って、タイミングウィンドウをかければ、効率的に遷移イベントを選ぶことができる。

タイミングウィンドウをかけずに ($t = 0 \sim \infty$)、磁場に対して $S_{2\gamma}$ をプロットすると、図 2.8 のようになる。遷移曲線付近でも、バックグラウンドが多いことが読み取れる。一方、35–155 ns のタイミングウィンドウをかけ、 2γ 崩壊確率を磁場に対してプロットすると、図 2.9 のようになる。タイミングウィンドウによって、劇的にバックグラウンドが少なくなっている。このように、時間情報を使えば、ゼーマン遷移のイベントを効率的に選択することができ、S/N が大きく向上する。

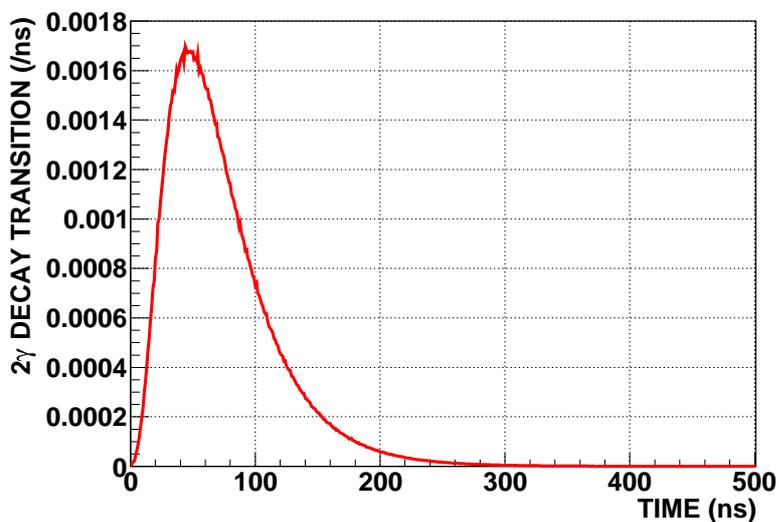


図 2.7: 2γ 遷移量。遷移をうまく選ぶには、タイミングウィンドウをかけなければならないことが分かる。

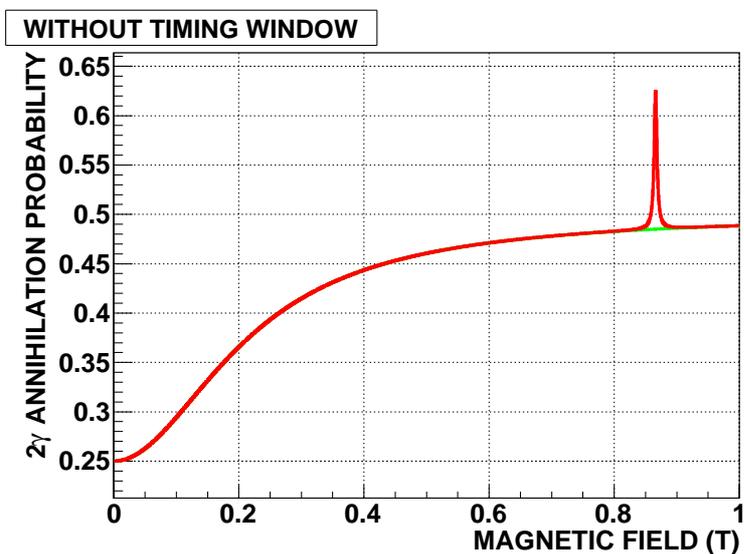


図 2.8: タイミングウィンドウなしでの 2γ 崩壊確率。赤線が、 $P = 409 \text{ W}$, $Q_L = 14700$, $a = 64 \text{ mm}$, $l = 100 \text{ mm}$ のときの理論値 (RF-ON) であり、緑線は、 $B_0 = 0$ (RF-OFF) での理論値。タイミングウィンドウがないと、バックグラウンドが多くなってしまう。

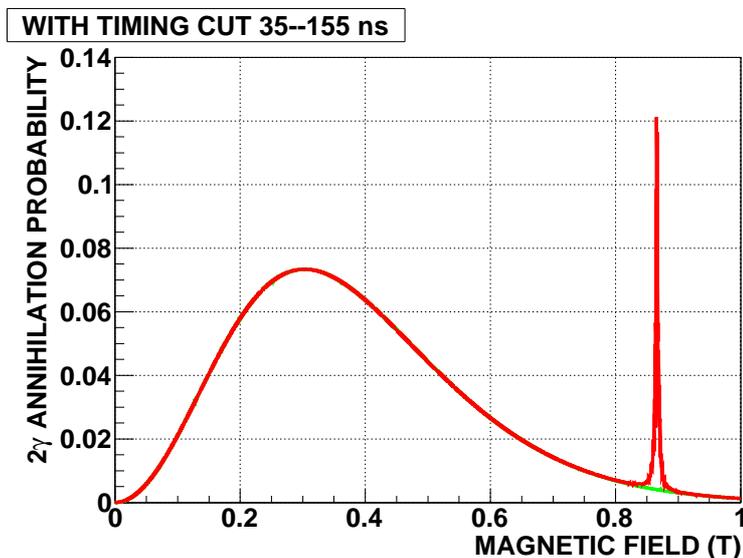


図 2.9: 35–155 ns での 2γ 崩壊確率。赤線が、 $P = 409$ W, $Q_L = 14700$, $a = 64$ mm, $l = 100$ mm のときの理論値 (RF-ON) であり、緑線は、 $B_0 = 0$ (RF-OFF) での理論値。タイミングウィンドウをうまく設定することで、ほぼバックグラウンドフリーな遷移曲線が得られる。

2.3.3 高性能ガンマ線検出器

1. ガンマ線検出器として、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ という、新しい無機結晶シンチレータを用いる。高いエネルギー分解能を生かして、back-to-back の情報を用いず、エネルギー情報のみで 2γ 崩壊イベントを識別する。これにより、統計を飛躍的に高める。短時間で測定することで、時間変動などの系統誤差を減らすことができる。
2. 速い時定数をもつため、高い線源強度での実験も行うことができる。

第3章 実験

この章では、第2.3節で述べた方法を実現するための、実験装置について、具体的に述べる。本実験の最終目的は、 $O(\text{ppm})$ で超微細構造を測定し、実験と理論のずれを検証することにある。今回、その前段階としてプロトタイプ測定を行い、目的を達成するために十分な実験装置が組めるかどうかを調べた。以下では、プロトタイプ測定での実験装置に即して述べる。まず、全体の概観について述べた後、各構成部分について詳述する。

3.1 プロトタイプ測定の実験装置概観

図3.1に、プロトタイプ測定での実験装置全体図を示す。また、大型超伝導磁石内部を拡大したものを、図3.2に示す。さらに、磁石周りの実験装置の写真を図3.3に示す。磁場中に設置する装置は、磁場を乱さないため、全て非磁性である。今回のプロトタイプ実験では、RF系など一部を除き、約3ヶ月の期間中、実験装置の大きな変更は行っていない。実験の流れは、以下の通り。

1. 陽電子線源から陽電子が放出される。
2. β タグ系が、放出された陽電子を識別し、陽電子が通過した時刻情報を取得する。
3. 実験装置が磁場中にあるため、陽電子は磁場に巻き付きながら、RFキャビティーの中に進む。
4. RFキャビティーの中は、ガスで満たされている。陽電子は、ガス中でエネルギーを失う。
5. 減速された陽電子は、ガス分子の電子を引き剥がし、ある確率でポジトロニウムを生成する。
6. 生成されたポジトロニウムのうち、寿命の長い $|1, \pm 1\rangle$ 成分は、ガス中で熱化する。
7. ゼーマン遷移を見るときは、RFキャビティーに、RFを印加してある。このRFによって、 $|1, \pm 1\rangle$ 成分と $|+\rangle$ 成分の間で遷移が起こる。
8. $|1, \pm 1\rangle$ 成分は、約140 nsで 3γ 崩壊をし、 $|+\rangle$ 成分は約8 nsで 2γ 崩壊をする。遷移を起こしたポジトロニウムは 2γ 崩壊し、遷移を起こさなかったポジトロニウムは 3γ 崩壊することになる。

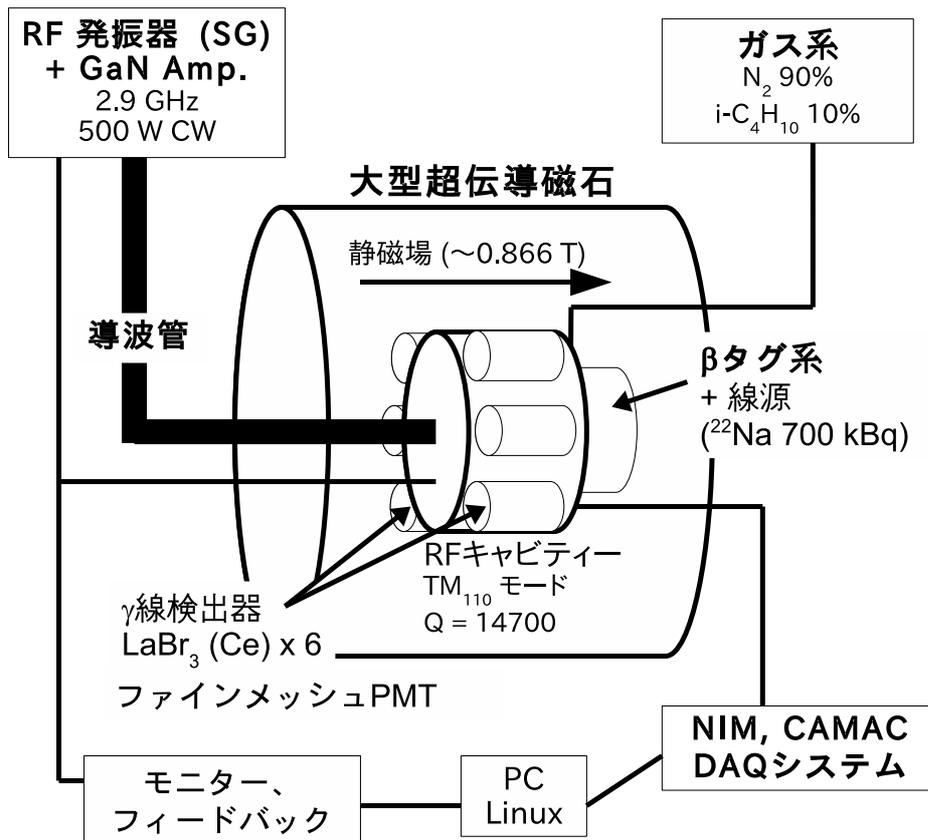


図 3.1: プロトタイプ測定の実験装置概観。

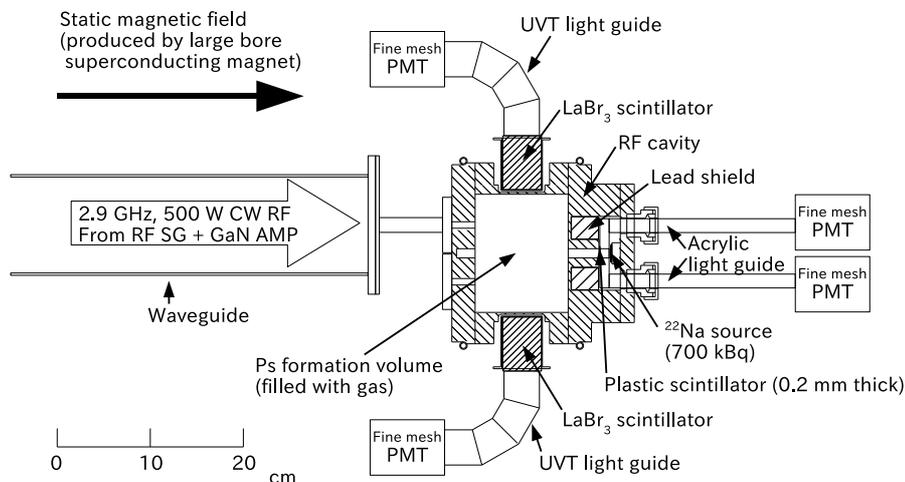


図 3.2: 大型超伝導磁石内部のセットアップ (平面 (断面) 図)。測定系は全て静磁場中に置かれている。

- 崩壊によって生成された γ 線は、 γ 線検出器で検出される。磁場の値を変えながら、 2γ , 3γ 崩壊確率を測定することで、HFS の値を測定できる。

以下の節で、実験装置の各部分について説明する。

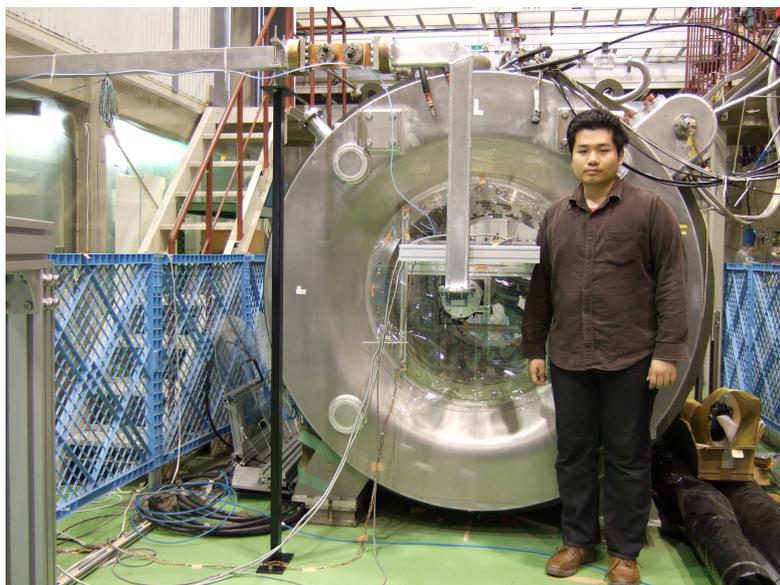
3.2 静磁場

本実験の鍵となるのが、ゼーマン分裂を起こすための、静磁場である。磁場生成には、大型超伝導磁石を用いた (図 3.3(a))。これには、以下の 2 つの利点がある。

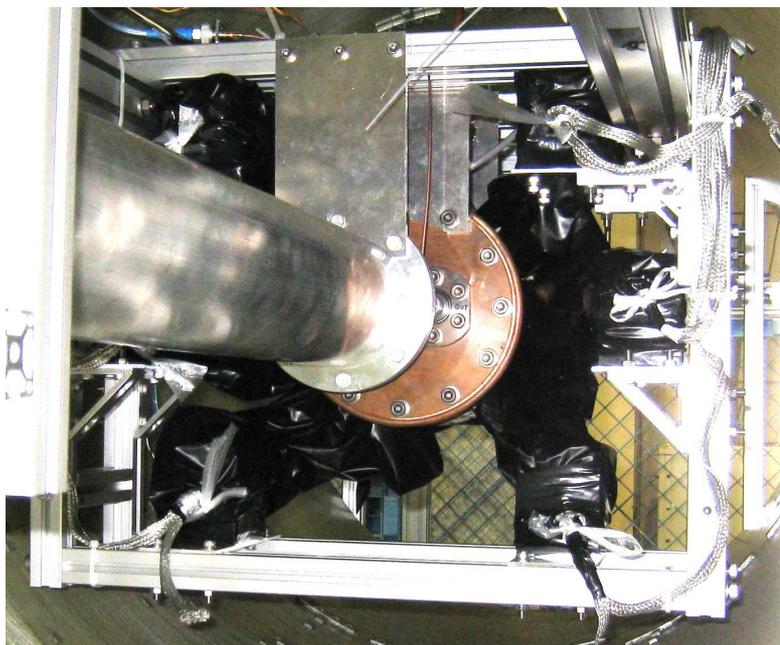
- 用いた磁石は、KEK 低温センターにある、ボア径 800 mm, 長さ約 2000 mm の大型超伝導磁石である。その大きなボア径により、一様な磁場を、10 cm 程度にも及ぶ大きな、ポジトロニウム生成領域に印加することが可能である。これにより、磁場の非一様性から生ずる系統誤差を、抑えることができる。

プロトタイプ実験時の、磁場分布を、図 3.4 に示す。磁場測定には、陽子の NMR を用いた精密磁場測定器 (ECHO Electronics EFM-150HM-AX) 及び、クロックセンサー (NF Corporation CK1615 PA-001-0312) を用いた。現時点では、RF キャビティー内部領域で、23.1 ppm (RMS) の一様性が得られている。最終的には、 $O(\text{ppm})$ の一様性が要求されるため、今後、補償磁石を用いて、一様性を高める計画である。それについては、第 8.2 節にて、詳しく述べる。

- 永久電流モードで動作させることにより、時間変動 ± 1 ppm 以下に安定した磁場を生成できる。



(a) 大型超伝導磁石。MRI用に開発されたもので、ボア径800 mm、全長約2 mであり、永久電流モードで運転できる。ハイパワー RF は、導波管を通してキャビティへ入る。



(b) 磁石内部のセットアップ。中心に RF キャビティがあり、その周りを γ 線検出器が取り囲んでいる。この図では見えないが、 β タグ系がキャビティの奥にある。手前から導波管を通してハイパワー RF がキャビティに入る。

図 3.3: 実験装置の写真 (磁石周り)

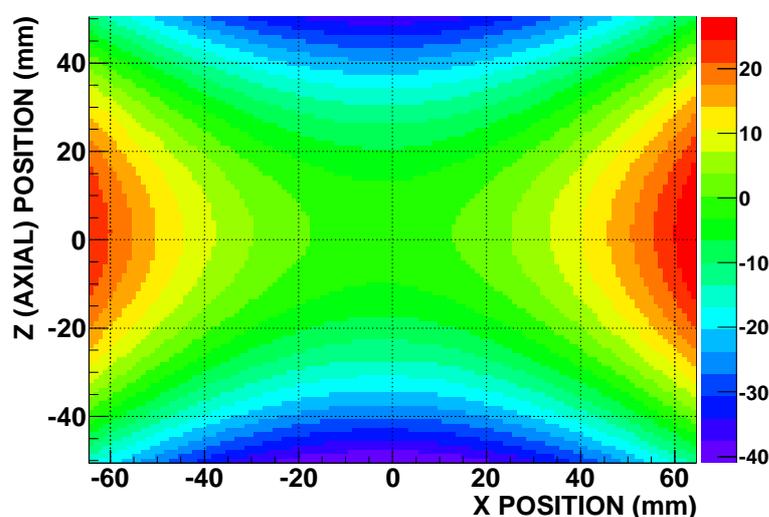


図 3.4: $y = 0$ 平面 (RF キャビティの中心を通る、水平な面) の磁場分布。色は、平均値からのずれ (ppm) を表す。陽子の NMR を用いて、10 mm 間隔で測定した (RF キャビティ内で合計 310 点)。RF キャビティ領域内の一様性は、RMS で 23.1 ppm である。

図 3.5 に、磁場の変化を数日 (2009/09/20 朝 ~2009/09/24 朝) に渡ってモニターした結果を示す。安定した磁場を印加できていることが読み取れる。

この磁石を用いて、0.858 ~ 0.870 T の磁場を印加し、ゼーマン遷移の共鳴曲線を得る。

3.3 陽電子線源

陽電子線源には、約 $18 \mu\text{Ci}$ (680 kBq) の ^{22}Na (Eckert & Ziegler POSN-22) を用いた。 ^{22}Na の崩壊図を図 3.6 に、崩壊によって放出される粒子を表 3.1 に、それぞれ示す。真空引きができるよう、線源は、厚さ 0.0127 mm の、2 枚の Ti ホイルに挟まれている。Active diameter は 9.53 mm であり、その外側は、外径 19.1 mm, 厚さ 0.254 mm の Ti 円板 2 枚で挟まれている。

3.4 β タグ系

β タグ系の写真 (線源まわり) を、図 3.7 に示す。 β タグ系は、線源ホルダー、プラスチックシンチレータ及びアクリルライトガイド、ファインメッシュ PMT から成る。以下、各構成要素別に述べる。

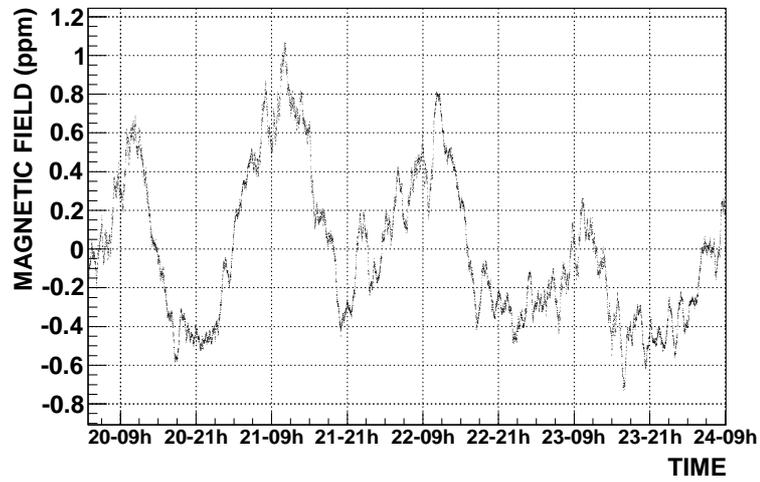


図 3.5: 磁場の時間変動。2009/09/20 03:00~2009/09/24 09:00 の間、モニターした結果。時間変動は ± 1 ppm 以下である。

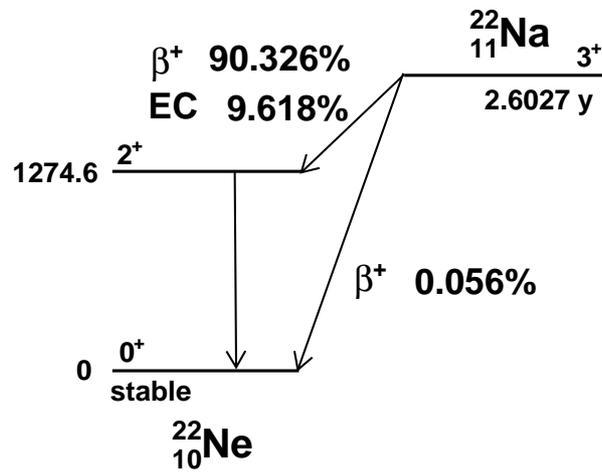


図 3.6: ^{22}Na の崩壊図 [49]

表 3.1: ^{22}Na の崩壊によって放出される粒子 [49]

崩壊モード	粒子	エネルギー (keV)	強度 (%)
β^+	e^+	エンドポイント 545.7(4)	215.54(21)
	e^+	エンドポイント 1820.3(4)	835.00(23)
	e^-	オージェ電子 (K)	0.82
	e^-	X線 ($K_{\alpha 2}$)	0.848
	γ	X線 ($K_{\alpha 1}$)	0.849
		1274.537(7)	99.941(14)

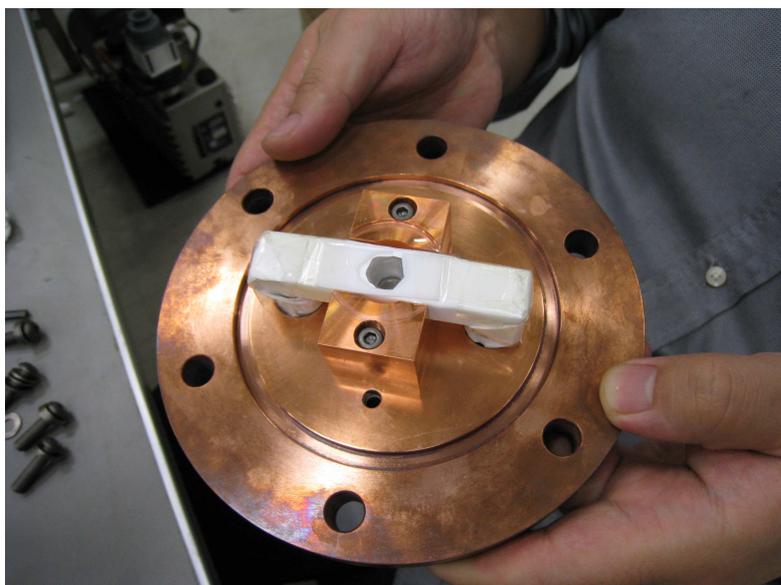


図 3.7: β タグ系。RF キャビティの蓋部分に集約している。中央の奥に ^{22}Na 線源があり、手前向きに陽電子が出た場合、薄い (0.2 mm) プラスチックシンチレータを光らせる。その光は、奥へとアクリルライトガイドで導かれ、ファインメッシュPMTで測定される。

3.4.1 線源ホルダー

線源を固定するため、Cu製の線源ホルダーを用いた。形状を図3.8に示す。線源ホルダーには、深さ2mm、直径20mmの窪みを開け、そこに線源を置いた。線源とホルダーの間には、厚さ0.5mm、直径約20mmのテフロン円板を挟んだ。さらに、その上から、厚さ0.5mm、外径約20mm、内径約10mmのテフロン円板を載せた。ガス圧を変化させる際、線源に力がかからないよう、線源を置く窪みは、幅5mmの溝で、直接、線源ホルダーの外とつながっている。

3.4.2 プラスチックシンチレータ及びアクリルライトガイド

線源ホルダーには、アクリルのライトガイドをはめるための溝を切っている。中心部に直径10mmの穴を開けた、厚さ10mm、幅15mm、長さ75mmのアクリル角棒を、ライトガイドとして用いる。アクリル角棒には、さらに長さ200mm、直径15mmのアクリル円柱が、2本接着されている。穴の出口の片側は、線源の上に重なり、もう一方には、厚さ0.2mm、15mm四方のプラスチックシンチレータ (NE102A) を接着した。線源から出た陽電子は、順にテフロン円板、アクリル棒の穴を通り、プラスチックシンチレータを通過する。プラスチックシンチレータを通過する際、陽電子はエネルギーを落とし、シンチレーション光を発生する。このシンチレーション光は、アクリル角棒を通り、アクリル円柱を通過して外に運ばれる。

3.4.3 ファインメッシュPMT

アクリルライトガイドの先には、ファインメッシュPMT (HAMAMATSU H6614-70MOD) を設置した。ここで、ファインメッシュPMTを用いるのは、磁場 (~ 0.866 T) 中で実験を行うためである。磁場に対する影響を抑えるため、ケーブルを非磁性とし、磁石から取り出すため、ケーブル長を5mにしてある。アクリルライトガイドを通過してきたシンチレーション光は、このPMTで検出される。

ファインメッシュPMTの性能は、磁場中では、悪くなる方に影響を受ける。しかし、その影響は、磁場に対するPMT角度 (図3.9) に依存する。ファインメッシュPMTの性能の角度依存性について、ゲインを図3.10に、エネルギー分解能を図3.11に、時間分解能を図3.12に、それぞれ示す。

これらは、実験で用いたのと同じ磁石を用いて、実際に ~ 0.866 Tの磁場をかけて測定したものである。直径1インチ、長さ1インチのLaBr₃(Ce)シンチレータ (Saint-Gobain BrillanCeTM 380) 2個と、ファインメッシュPMT (HAMAMATSU H8409-70 (1.5インチ、2個)、HAMAMATSU H6614-70 (2インチ、1個)) をback-to-backに配置し、²²Na線源からの511 keV γ 線を測定した。LaBr₃(Ce)シンチレータについては、第3.7.1節で詳述する。ゲインについては、磁場に対する角度が30°のとき、影響が最も小さい。これは、磁場中で電子は、磁場に巻き付きながら、陽極へ向かうのだが、30°のとき、ダイノード

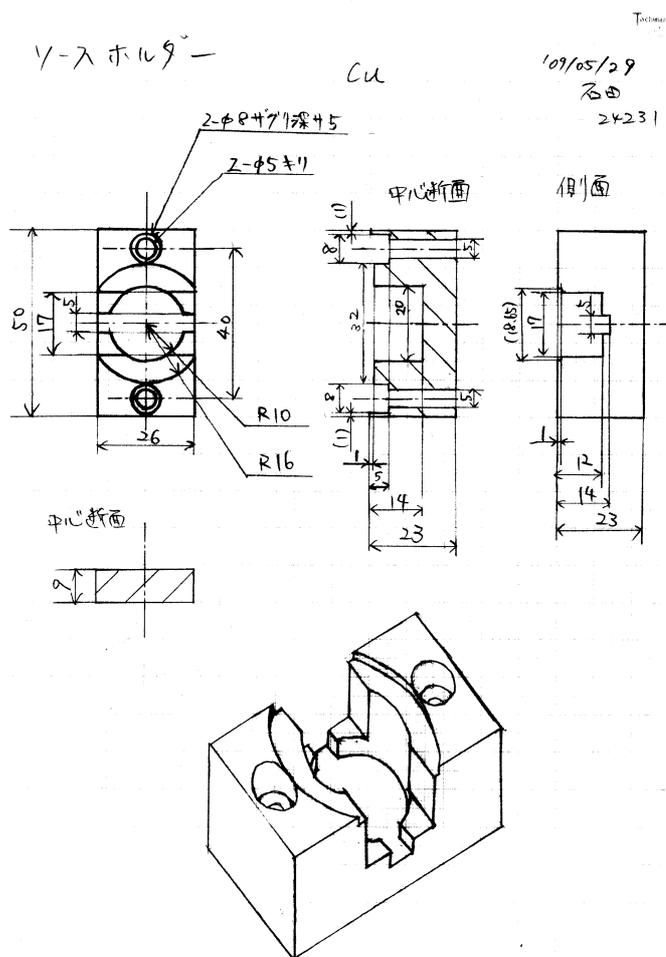


図 3.8: 線源ホルダー。Cu 製 (非磁性) であり、線源及びライトガイドを固定する。線源ホルダー自体は、後で述べる RF キャビティの蓋にねじ止めする。

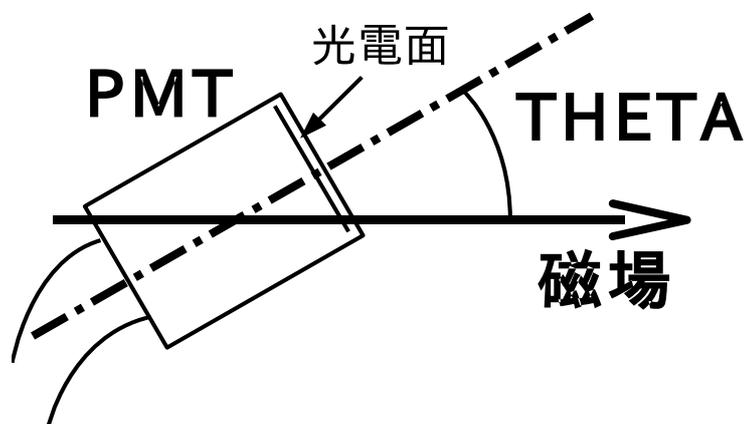


図 3.9: ファインメッシュPMT の磁場に対する角度。この THETA に対する依存性を調べた。

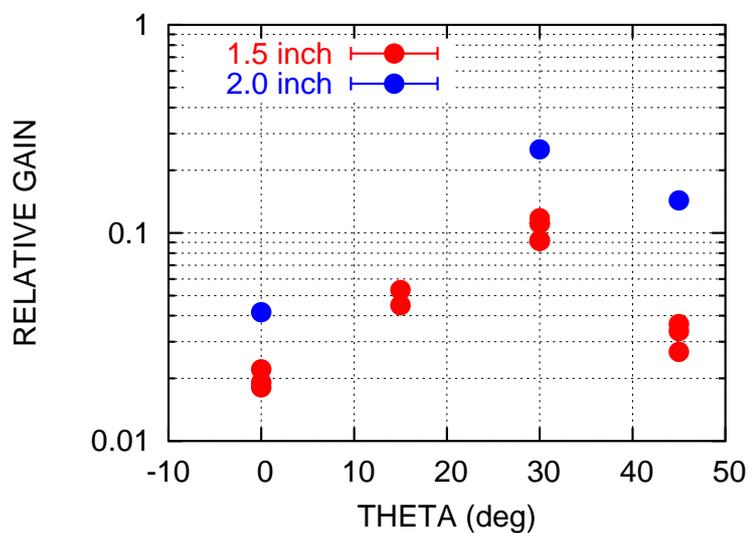


図 3.10: ファインメッシュPMT のゲインの、磁場に対する角度依存性。角度のとりかたについては、図 3.9 を参照。ゲインの値は、磁場無しの場合との比で表されている。赤が 1.5 インチ PMT, 青が 2 インチ PMT のゲインを示す。エラーバーは、印の大きさに比べて小さい。ゲインについては、磁場に対する角度が 30° のとき、影響が最も小さい。

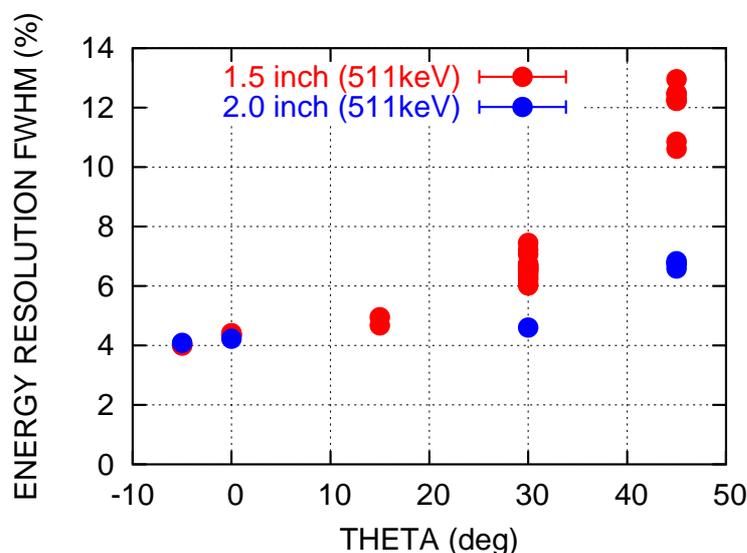


図 3.11: エネルギー分解能の、磁場に対する PMT 角度依存性。角度のとりかたについては、図 3.9 を参照。511 keV での分解能を、FWHM で表している。赤が 1.5 インチ PMT, 青が 2 インチ PMT を示す。-5° の点は、磁場無しの分解能を表す。エネルギー分解能については、磁場に対する角度が 0° (磁場と平行) のとき、影響が最も小さい。

の実効面積が最も大きくなるためと考えられる。一方、エネルギー分解能や、時間分解能は、磁場と平行のとき、影響が最も小さい。これは、光電面を出た電子のうち、第 1 ダイノードに到達する確率が、最も高くなるためだと考えられる。

そこで、エネルギー分解能、時間分解能が最もよくなるよう、ファインメッシュ PMT は、磁場と平行に設置した。なお、ファインメッシュ PMT は磁性体 (コバル (Kovar)。主に Fe, Ni, Co の合金) を含んでいるため、磁場に与える影響は大きい。例えば、磁石の中心から数 cm では、中心磁場に 100 ppm 程度、10 cm 程度の距離では、中心磁場に 10 ppm 程度の影響を及ぼす。このため、20 cm の長さの亚克力円柱をライトガイドにして、RF キャビティから離して読み出すようにした。この状態での中心磁場への影響は、+3 ppm 程度であり、磁場の一様性に対する影響は無視できる。

3.5 RF 系

プロトタイプ測定で用いた RF 回路図を、図 3.13 に示す。RF 回路は、大きく分けて、RF 供給部、モニター部、フィードバック部、インターロック部の 4 部分から成る。

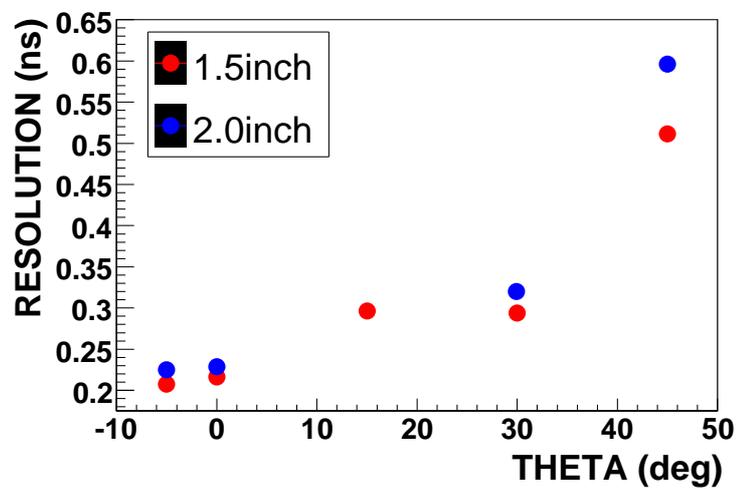


図 3.12: 時間分解能の、磁場に対する PMT 角度依存性。角度のとりかたについては、図 3.9 を参照。511 keV での分解能を、back-to-back に置かれた 2 つの PMT シグナルの時間差 (FWHM) で求め、1 個あたりに変換して表している。赤が 1.5 インチ PMT, 青が 2 インチ PMT を示す。-5° の点は、磁場無しの分解能を表す。時間分解能についても、磁場に対する角度が 0° (磁場と平行) のとき、影響が最も小さい。

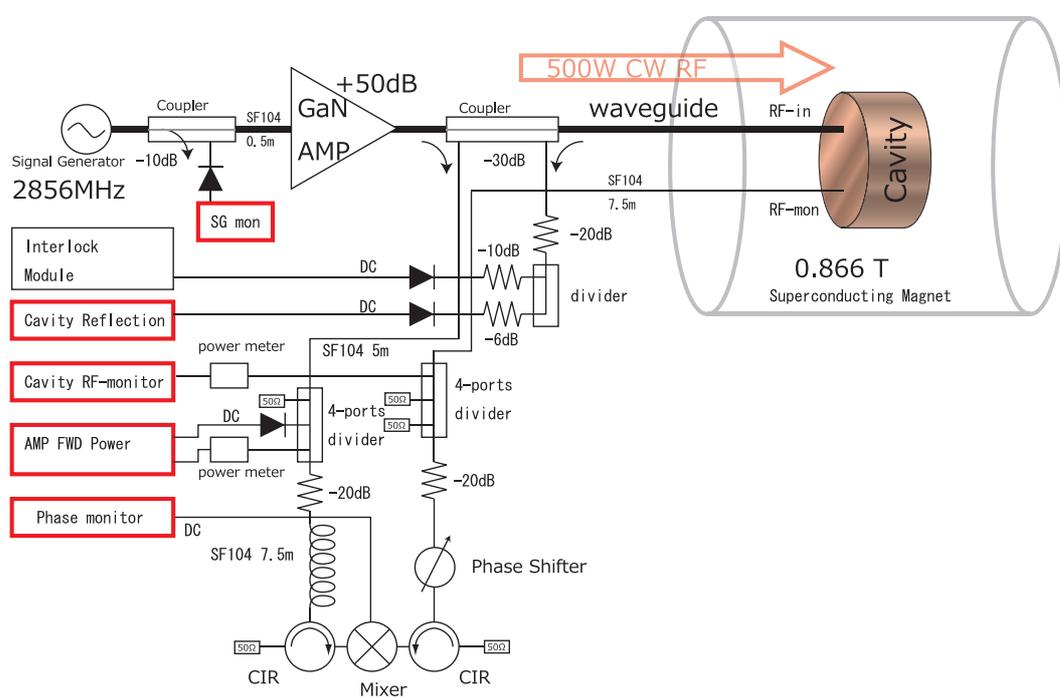


図 3.13: プロトタイプ測定での RF 回路図。RF 供給部、モニター部、フィードバック部、インターロック部から構成される。

3.5.1 RF 供給部

RF 供給部は、波源 (シグナルゼネレーター (SG))、増幅器 (AMP)、導波管、フィードスルー及びキャビティから構成される。

SG 及び AMP

まず、SG (ROHDE & SCHWARZ SMV 03) によって、6.6 dBm 程度の RF を生成する。SG の制御は、GPIB インターフェイスを用いて行った。周波数は 0.1 ppm 以下の精度でモニターできる。その RF を、AMP (R&K A2856BW200-5057-R) で、50 dB 増幅し、約 500 W の出力を得る。AMP の最大出力は、周波数にも依るが、約 600 W である。AMP は、最近実用化されたばかりの、窒化ガリウム (GaN) 半導体を用いている。GaN 半導体は、3.3 eV のギャップを持っており、これは従来のシリコン (Si) 半導体と比べると、約 3 倍の大きさである。また、絶縁耐性が高く、オン抵抗が小さく、従来の半導体に比べて、高電圧高電流で動作させても損失が少なく、さらに、スイッチングが極めて高速である。このように、GaN 半導体は、優れた特性を有しており、次世代のハイパワーデバイスに期待されている。

導波管、フィードスルー及びキャビティ

生成されたハイパワー RF は、Al 製の導波管を通して、キャビティに送られる。導波管を用いるのは、損失を抑えるためである。導波管からキャビティへの入力部 (フィードスルー) は、一度 N コネクタに変換してから、入るようになっている。キャビティ側は、棒状のアンテナになっており、棒の先は球形になっている。入力側では、その球の一部がキャビティ内部領域に突き出しており、そこでキャビティの共振モードと結合する。一方、モニターに用いるための出力側は、結合を小さくするため、アンテナの先はキャビティ内部にはみ出さないようになっている。

実験で使用した RF キャビティの写真を、図 3.14 に示す。RF キャビティは、無酸素銅で製作した。内部は、直径 128 mm、長さ 100 mm の円柱形である。共振モードは、 TM_{110} モード (モードの詳細は付録 A) である。このモードは、電場が軸に平行で、磁場が軸に垂直である。 r 方向断面での RF 磁場分布は図 3.15 のようになる。RF 磁場は 2 つの逆回転の渦であり、中央 ($r = 0$) で最大となる。今回、振動磁場は、静磁場 (大型超伝導磁石によって供給、軸に平行) に対し、垂直である必要があるため、このモードが最適である。直径は波長から決まるが、長さは、他のモードとの干渉が少なくなるように設計してある。 TM_{110} モードのキャビティの固有周波数 f_0 は、光速 c 、1 次のベッセル関数の第 1 零点 ρ_{11} 、キャビティの半径 a を用いて、

$$f_0 = \frac{c\rho_{11}}{2\pi a} \quad (3.1)$$



図 3.14: RF キャビティ。内部は、直径 128 mm, 長さ 100 mm の円柱形。共振モードは TM_{110} モード。固有周波数は 2.8566 GHz , $Q_L = 14700$.

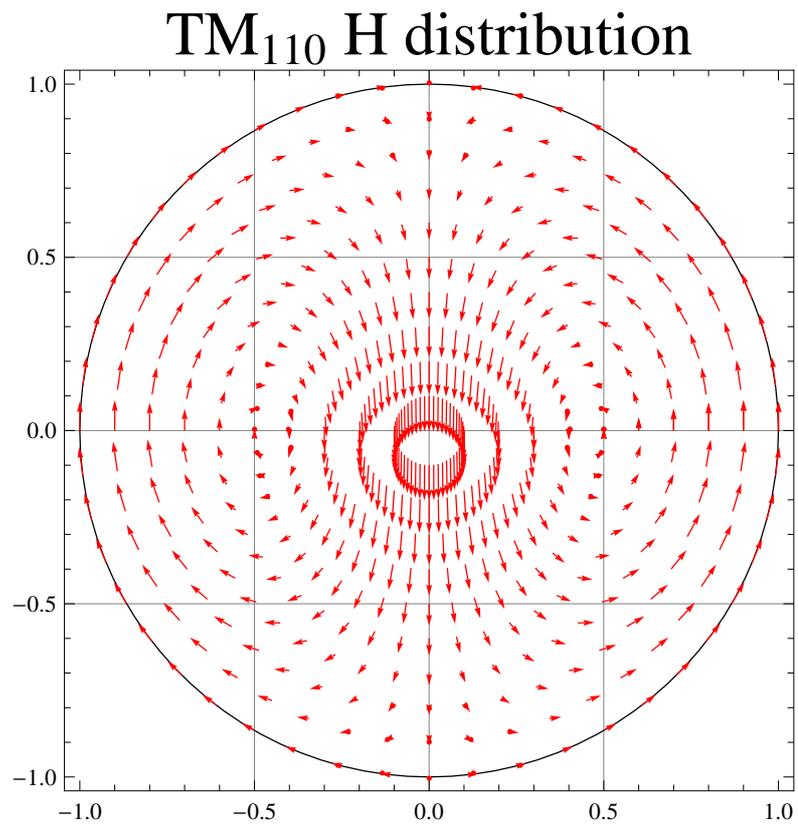


図 3.15: TM₁₁₀ モードの磁場分布。 x, y の大きさは適当にノーマライズされている。磁場の大きさは、矢印の長さで表され、向きが矢印の向きで表される。

と表される。今回の場合、 $f_0 = 2.8566$ GHz である。キャビティの負荷 Q (load Q) として、 $Q_L = 14700$ という高い値が得られている。また、側面は、後で述べるガンマ線検出器の検出効率を高めるため、厚さ 2 mm と薄くなっている。

キャビティに RF を印加すると、キャビティでの損失により、熱が発生する。キャビティの特性は温度に依存してしまうため、これを除くために、冷却管を銀ろう付けし、その中に恒温水 (チラーで 30°C に設定) を流してある。

3.5.2 モニター部

RF のモニター量は、RF 周波数、SG 出力、入力電力、キャビティ透過電力、反射電力、入力と透過の位相差である。

RF 周波数

RF 周波数は、SG に入力した設定値そのものを用いた。GPIB での制御と同時に、モニターもできていることになる。この値の精度は、0.1 ppm 以下である。

SG 出力

SG から出力された RF は、方向性結合器により、-10 dB されてモニター用に取り出される。この電力は、クリスタルディテクターを用いて測定された。

クリスタルディテクターは、整流子を用いて、RF の入力を電圧出力に変換する機器である。出力電圧特性は、入力電力に依って異なる。-40 dBm~0 dBm の領域では、入力電力にほぼ比例する。それより大きい電力に対しては、出力電圧の増加が鈍くなる。出力電圧から入力電力を得るため、5 次までの多項式で校正した。クリスタルディテクターの出力は、デジタルマルチメーター (DMM) (KEITHLEY 2000) によってデジタルに変換し、GPIB インターフェイスを通して記録した。

入力電力

入力電力は、GaN AMP の出力後に設置してある、方向性結合器 (-30 dB) からの出力を、クリスタルディテクター及びパワーメーター (Agilent E4419B) で測定した。方向性結合器の出力は、5 m の SF 104 温度補償ケーブルで運ばれ、分割回路によって 3 つに分けられ、うち 2 出力が入力電力のモニターに用いられた (残り 1 つは位相差のモニターに使用された)。

クリスタルディテクターでの測定値は、SG 出力と同様、DMM を用いて記録された。

一方、パワーメーターは、補正等の処理を行うことなくそのまま、電力値をリアルタイムで表示でき、利便性に優れている。測定値は、パワーメーターのディスプレイに直接表示され、同時に、GPIB コネクタからデジタル出力が得られ、これを記録した。

キャビティー透過電力

モニター用のアンテナから得られた透過電力は、7.5 m の SF 104 温度補償ケーブルを通して運ばれ、2つに分割される。うち1つが、キャビティー透過電力測定用に使われた(もう1つは、位相差測定に使用された)。キャビティー透過電力は、パワーメーターを用いて、入力電力と同様に測定された。

反射電力

キャビティーからの反射は、入力電力測定に用いた方向性結合器 (-30 dB) を用いて取り出され、20 dB だけ減衰させた後、2分割された。そのうち1つは、さらに6 dB 減衰させて、クリスタルディテクターによる反射電力測定に用いた(もう1つは、インターロックに使用された)。測定された反射電力は、SG 出力と同様、DMM を用いて記録された。

入力と透過の位相差

入力電力測定に用いた出力のうち、残り1つの出力は、位相差測定の入力側として使用された。分割回路の後、20 dB 減衰され、更に7.5 m の SF 104 温度補償ケーブルを通り、サーキュレーターを通して、ミキサーに運ばれた。位相差測定透過側は、透過電力測定に用いた出力のうち、残り1つの出力が用いられた。その出力は、20 dB 減衰され、移相器、サーキュレーターを通して混合器に運ばれた。混合器の出力は、DMM を用いて測定された。

3.5.3 フィードバック部

フィードバックは、電力フィードバックと、周波数フィードバックの2つに分かれる。

電力フィードバック

ポジトロニウムの超微細構造は、様々な磁場における、ゼーマン遷移確率を測定し、その遷移の中心から、求める。ゼーマン遷移確率は、RF の電力に依存するため、キャビティーに入れる電力は一定に保つ必要がある。

AMP のゲインは、温度などの条件によって変化するため、電力を一定に保つには、SG の出力を調節して、AMP 直後の電力を一定にすればよい。そのため、パワーメーターで測定された入力電力値を基に、それを一定に保つよう、SG 出力を変更するフィードバックをかけた。図 3.16 に、フィードバックによって AMP 出力が一定に保たれている様子を示す。図 3.17 に、1ヶ月間の、AMP 出力の分布を示す。これは、キャビティーの透過電力を見たもので、瞬間値で 0.17% 以下のばらつきに抑えられており、十分に安定化させられていることが分かる。

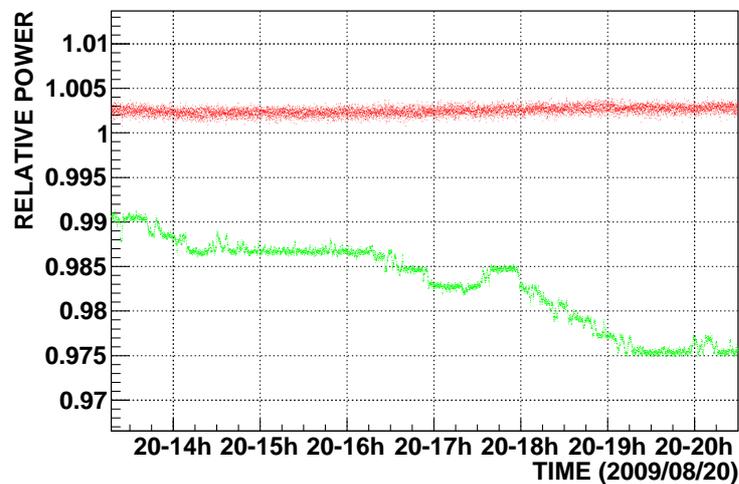


図 3.16: 電力フィードバック。赤線が AMP の出力、緑線が SG の出力を示す。SG の出力を時々刻々と変化させることにより、AMP の出力を一定に保っている。

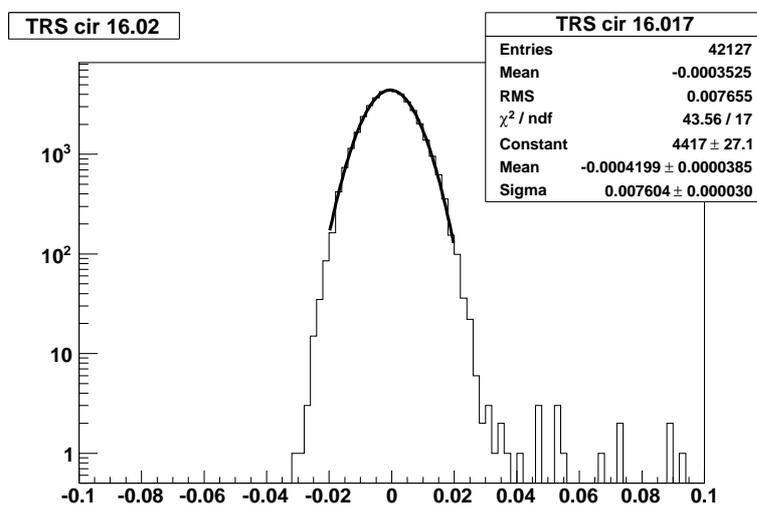


図 3.17: AMP 出力の分布。横軸はある基準点に対する相対値 (dB)。6/30~7/30 の、1ヶ月間のデータ。電力フィードバックにより、十分安定した出力が得られている。

十分に安定化しているとはいえ、RF のセットアップの変化や、気温の変化によって、電力が変化することがある。これについては、キャビティへの入力電力が、十分な相対精度で測定されていれば、解析時に補正をかけることで、ゼーマン遷移を測定することができる。これについては、第5章にて詳述する。

周波数フィードバック

ポジトロニウムの超微細構造の測定という見地に立てば、磁場を変えて遷移を見る以上、RF の電力と共に、周波数も一定にしなければならない。しかし、キャビティの共振周波数は、温度などの要因により、常に変化する。キャビティの共振周波数が変化すると、インピーダンス・ミスマッチにより、キャビティに入る電力が変化してしまい、また、反射が大きくなってしまう。前者は、電力を一定に保つことに反し、後者は、RF 回路や AMP を破壊する危険性を孕む。

そこで、SG から出力する RF 周波数を、キャビティの共振周波数に合わせることで、これを回避する。周波数を一定にしなくとも、周波数が十分な精度でモニターできれば、後で補正を加えることにより、超微細構造の測定は可能となる。

第3.5.2節で述べた位相差がまさに、SG 出力とキャビティ共振周波数の、差に相当する。そこで、位相差の情報をもとに、SG 出力周波数を変化させて、SG 出力とキャビティ共振周波数を合わせた。

3.5.4 インターロック部

実験中に、万一、異常が発生した場合、緊急停止する機構が必要である。RF に関しては、大強度の RF を用いるため、そこでの異常は、回路を破壊する危険があるため、これを阻止する。異常事態の判定には、

- 第3.5.2節で述べた反射電力値が、一定以上になった場合
- 第3.9節で後述する、キャビティ温度が、一定以上になった場合

の2つのうち、いずれかが満たされたとき、速やかに AMP を緊急停止させる回路を、プログラマブルコントローラ (OMRON SYSMAC CJ1M) を用いて作成した。

3.6 ガス

RF キャビティ内は、混合ガス (高千穂化学工業 窒素 90%, イソブタン 10%) で満たされている。窒素は、陽電子が減速し、ポジトロニウムを生成するのに必要な、電子供給源である。イソブタンは、低速陽電子によるバックグラウンドを除くために、混合した。低速陽電子とは、ポジトロニウムを生成できないくらいの低エネルギーに減速された陽電子である。30°C, 1 気圧の窒素中では、o-Ps と同程度の寿命 (186 ns) を持つ。プロンプト

イベントや、p-Ps の崩壊は、時間情報を用いて、ポジトロニウム生成から少し遅れたイベントを選べば、バックグラウンドから除外できる。しかし、低速陽電子の対消滅は、この程度の寿命を持っているので、時間情報を使っても、大きなバックグラウンドとなってしまう。低速陽電子の寿命が短い、イソブタンなどのガスを、クエンチャーとして混ぜることで、これを除くことができる。以下、ガス系配管について述べた後、低速陽電子のバックグラウンドとその除去について詳述する。

3.6.1 ガス系配管

配管は、VCR を用いて行った。真空ポンプは、油回転ポンプで、100 Pa 以下まで容易に排気できる。圧力計は、絶対圧測定用と、ゲージ圧測定用の 2 つ用意した。

絶対圧は、圧力発信器 (setra MODEL 225) で電圧に変換し、それを、表示計 (sayama SA-32-AV5-A5) で、0.1 kPa 単位で表示すると共に、電圧を、メモリハイロガー (HIOKI 8420-50) で記録した。メモリハイロガーは、Linux コンピュータと RS-232 C で接続し、ハードディスク上にデータを記録した。また、メモリハイロガー自身にも、記録媒体があり、そこにも記録された。

ゲージ圧は、圧力発信器 (NAGANO KEIKI KM31-574) の電圧を、デジタルメータリレー (NAGANO KEIKI GC95-911) で表示した。この値は、時々ノートに記録した。

イソブタンは可燃性ガスであることから、漏れを検出するため、ガスの出し入れの際には、濃度計 (COSMOS XP-3110) を使用した。

3.6.2 低速陽電子によるバックグラウンド

低速陽電子の崩壊率 Γ_{slowpos} は、 Z_{eff} というパラメータを用いて、

$$\Gamma_{\text{slowpos}} \equiv \pi r_0^2 c n Z_{\text{eff}} \quad (3.2)$$

と定義される。ただし、 r_0 は古典電子半径、 c は光速、 n は数密度である。

窒素に関する量を (N_2) をつけて表すと、 $Z_{\text{eff}}(N_2) = 29.75 \pm 0.85$ [50] であるから、

$$\Gamma_{\text{slowpos}}(N_2) = 5.98(17) \times 10^{-3} n(\text{amagat}) \text{ ns}^{-1} \quad (3.3)$$

となる。ここで、amagat は、 $0^\circ\text{C}, 1 \text{ atm}$ での値で規格化した、数密度の単位である。窒素 1 amagat での寿命は、 $167.3 \pm 4.8 \text{ ns}$ となり、o-Ps の寿命 (真空中で $142.04(1) \text{ ns}$ [2]) と同程度となる。

一方、イソブタンに関する量を (iso) をつけて表すと、 $\Gamma_{\text{slowpos}}/n(\text{iso}) = (107.9 \pm 2.1) \times 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$ [51] であるから、

$$\Gamma_{\text{slowpos}}(\text{iso}) = 2.899(56) n(\text{amagat}) \text{ ns}^{-1} \quad (3.4)$$

となる。イソブタン 1 amagat での寿命は、 $0.3449 \pm 0.0067 \text{ ns}$ となり、o-Ps の寿命に比べて十分小さい。

3.6.3 Pickoffによるバックグラウンド

イソブタンを多くすれば、低速陽電子によるバックグラウンドは抑えることができるが、以下に述べるように、Pickoffによるバックグラウンドも考慮する必要がある。Pickoffについては、既に第2章で述べた通りである。

Pickoffに因る崩壊率 Γ_{pickoff} は、 ${}_1Z_{\text{eff}}$ というパラメータを用いて、

$$\Gamma_{\text{pickoff}} \equiv 4\pi r_0^2 c n_1 Z_{\text{eff}} \quad (3.5)$$

と定義される。

窒素に関する量を (N_2) をつけて表すと、 ${}_1Z_{\text{eff}}(N_2) = 0.260 \pm 0.005$ [52] であるから、

$$\Gamma_{\text{pickoff}}(N_2) = 2.090(40) \times 10^{-4} n(\text{amagat}) \text{ ns}^{-1} \quad (3.6)$$

となり、1 amagat では、o- Ps の崩壊率 (真空中で $7.0401(7) \times 10^{-3} \text{ ns}^{-1}$ [2]) の 2.968(57)% である。

一方、イソブタンに関する量を (iso) をつけて表すと、 ${}_1Z_{\text{eff}}(\text{iso}) = 0.754 \pm 0.027$ [52] であるから、

$$\Gamma_{\text{pickoff}}(\text{iso}) = 6.06(22) \times 10^{-4} n(\text{amagat}) \text{ ns}^{-1} \quad (3.7)$$

となり、1 amagat では、o- Ps の崩壊率の 8.61(31)% である。

3.6.4 分圧比の決定

Pickoffに因るバックグラウンドも考慮すれば、あまりイソブタンを増やすのは得策とは言えない。そこで、ひとつの目安として、磁場中で短くなった成分 (第2章の $|+\rangle$) の寿命に比べ、低速陽電子の寿命が、小さくなることを要求する。これは、 $|+\rangle$ による 2γ 崩壊も、やはりバックグラウンドになり、それに比べてなるべく小さい低速陽電子バックグラウンドに抑えるためである。

$|+\rangle$ の崩壊率を $\Gamma_{|+\rangle}$ とし、第2章のように記号を定義すると、

$$\begin{aligned} \Gamma_{|+\rangle} &= \frac{\Gamma_{\text{p- Ps } + \Gamma_{\text{o- Ps }}}{2} - 2\pi\Delta_{\text{HFS}} \sqrt{\frac{\sqrt{A^2 + B^2} - A}{2}}, \\ A &= 4x^2 + 1 - \left(\frac{\Gamma_{\text{p- Ps } - \Gamma_{\text{o- Ps }}}{4\pi\Delta_{\text{HFS}}} \right)^2, \\ B &= \frac{\Gamma_{\text{p- Ps } - \Gamma_{\text{o- Ps }}}{2\pi\Delta_{\text{HFS}}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。イソブタンの分圧比を p として、

$$\Gamma_{|+\rangle} < (1-p)\Gamma_{\text{slowpos}}(N_2) + p\Gamma_{\text{slowpos}}(\text{iso}) \quad (3.9)$$

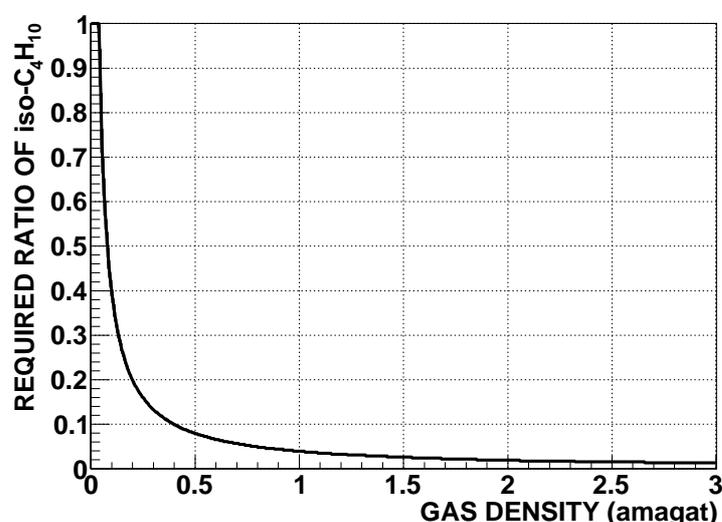


図 3.18: 要求されるイソブタンの分圧を、ガス密度についてプロットしたもの。|+) 成分よりも、低速陽電子の寿命が短くなるには、イソブタンの分圧が、これより大きいことが要求される。

が成り立てばよい。グラフにすると、図 3.18 のようになる。ただし、磁場の値としてキャビティの共振周波数から求まるゼーマン遷移の中心値 (0.866 120 74 T) を用いた。過去の実験 [13] において、最も低いものでは 0.245 amagat で測定しており、仮にその密度で測定するならば、 $p > 0.162$ が要求される。

今回、プロトタイプ測定では、次のことを考慮した。

- 1.0 atm (30°C で 0.901 amagat. $p > 0.043$ が要求される) 以上での測定のみを予定していた。
- イソブタンを用いた実験が初めてであったので、あまり分圧 p を高くしなかつた。
- 実際には、ポジトロニウムの生成率 F 、スピン統計による 1/4 (|+) は、生成したポジトロニウムの 1/4 しかできない) がかかるため、ここで求めた要求よりは、分圧 p が高いことが望ましい。ポジトロニウムの生成率は、窒素については文献があり、 $F(\text{N}_2) = 0.20$ 程度である [53]。例えば、単純には、|+) 成分の 3 寿命後 (~ 25 ns) に、|+) と低速陽電子の寄与を等しくするには、 Γ_{slowpos} が、 $\Gamma_{|+)}$ の 2.2 倍程度であればよい。そのためには、だいたい、要求される p を 2.2 倍にすればよい。

以上の 3 つの理由から、 $p = 0.1$ を選んだ。 $p = 0.1$ のとき、0.901 amagat における、低速陽電子による崩壊率は、 $\Gamma_{\text{slowpos}} = 0.2661(51) \text{ ns}^{-1}$ (寿命 $\tau_{\text{slowpos}} = 3.759(72) \text{ ns}$)、pickoff による崩壊率は、 $\Gamma_{\text{pickoff}} = 2.241(38) \times 10^{-4} \text{ ns}^{-1}$ ($\Gamma_{\text{O-PS}}$ の 3.183(54)%)、寿命



図 3.19: $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータ。プロトタイプ測定では、直径 1.5 インチ、長さ 2 インチの $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータを 6 個使用した。

$\tau_{m_z=\pm 1} = 137.662(73) \text{ ns}$ 、 $|+\rangle$ 成分の崩壊率は、 $\Gamma_{|+\rangle} = 0.116340(25) \text{ ns}^{-1}$ (寿命 $\tau_{|+\rangle} = 8.5955(17) \text{ ns}$) である。

3.7 ガンマ線検出器

この節では、実験に用いたガンマ線検出器について述べる。ガンマ線検出器は、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータ、UVT ライトガイド、ファインメッシュPMT から成り、それが 6 組使用された。以下で、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 及び UVT ライトガイドについて詳述する。ファインメッシュPMT については、第 3.4.3 節で述べた通りであるから、割愛する。

3.7.1 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$

まず、実験に用いた無機結晶シンチレータである、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ について、その基本特性と、バックグラウンドについて述べる。プロトタイプ測定には、直径 1.5 インチ、長さ 2 インチの円柱形の $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ (Saint-Gobain BrillLanCeTM 380) を 6 個使用した (図 3.19)。

$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の基本特性

ポジトロニウムが崩壊する際に放出されるガンマ線は、6 つの $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータで検出される。 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ シンチレータは、最近使われるようになってきた新しい無機結

表 3.2: LaBr₃(Ce) シンチレータの特性 [54]。NaI(Tl) シンチレータも比較のために掲載した。

	LaBr ₃ (Ce)	NaI(Tl)
光量 (photons/keV)	63	38
1/e 減衰時間 τ (ns)	16	250
F. O. M. $\left(\sqrt{\tau/\text{光量}}\right)$	0.5	2.6
最大放出波長 λ_{max} (nm)	380	415
屈折率 (at λ_{max})	~ 1.9	1.85
密度 (g/cm ³)	5.08	3.67
吸収長 (50% at 662 keV) (cm)	1.8	2.5

晶シンチレータである。その性能を、NaI(Tl) シンチレータと比較して表 3.2 に示す [54]。LaBr₃(Ce) シンチレータは、以下の 3 つの点で、今回の実験に適している。

- 高いエネルギー分解能 (4% FWHM at 511 keV) をもつ。この特性を活かし、エネルギー情報のみで、2 γ 崩壊と 3 γ 崩壊を区別することができる。これにより、back-to-back の情報を用いて 2 γ 崩壊と 3 γ 崩壊を区別する場合に比べて、約 50 倍イベント数を稼ぐことができる。Back-to-back 情報を用いる場合に比べ、エネルギー情報のみの場合は、S/N が 5 倍程度悪化するが、それを加味しても、同じ統計を得るのに半分の時間で済む。短時間での測定を可能にすることで、系統誤差を減らす。
- 高い時間分解能 (200 ps FWHM at 511 keV) をもつ。今回の測定では、時間情報を得ることが大切となる。LaBr₃(Ce) は十分高い時間分解能をもっている。
- 速い時定数 (16 ns) を持ち、遅い成分がない。これは、パイルアップイベントを減らし、高い線源強度で実験することを可能にする。

LaBr₃(Ce) のバックグラウンド

LaBr₃(Ce) シンチレータは、それ自身放射性同位体を含むため、自体が発光する。天然放射性同位体として、¹³⁸La (天然存在比 0.09%) を含むほか、不純物として、²²⁷Ac を含む。

図 3.20 に、LaBr₃(Ce) を鉛で覆い、セルフ・カウンティングで測定した、エネルギースペクトルを示す。

¹³⁸La ¹³⁸La は、天然放射性同位体であり、存在比は 0.09% である。崩壊図を図 3.21 に、崩壊によって放出される粒子を表 3.3 に、それぞれ示す。天然存在比 0.09% を用いて、¹³⁸La について、Geant4 [56, 57] (release 4.9.0.p01) を使ったモンテカルロ・シ

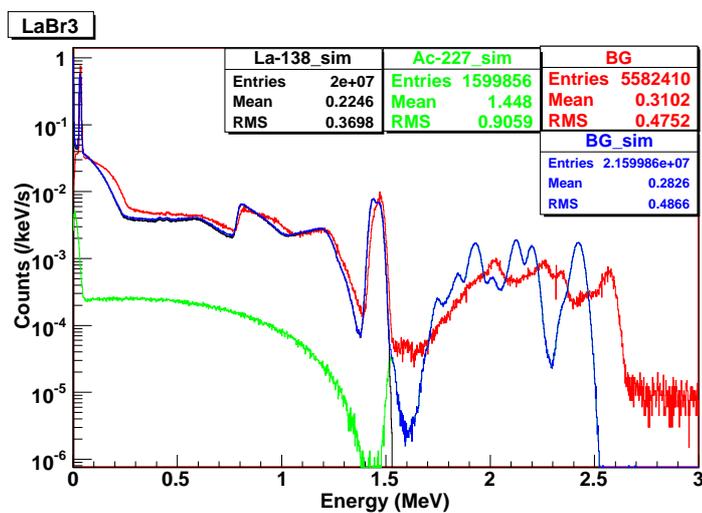


図 3.20: LaBr₃(Ce) のバックグラウンドスペクトル。赤線は測定値、黒線は ¹³⁸La のモンテカルロ・シミュレーション、緑線は ²²⁷Ac のモンテカルロ・シミュレーションである。測定は、直径 1 インチ、長さ 1 インチの LaBr₃(Ce)(Saint-Gobain BrillanCe™ 380) を、2 インチの PMT (HAMAMATSU H7195) に取り付け、鉛で覆い、セルフ・カウンティングで行った。¹³⁸La 及び ²²⁷Ac のバックグラウンドスペクトルが測定された。

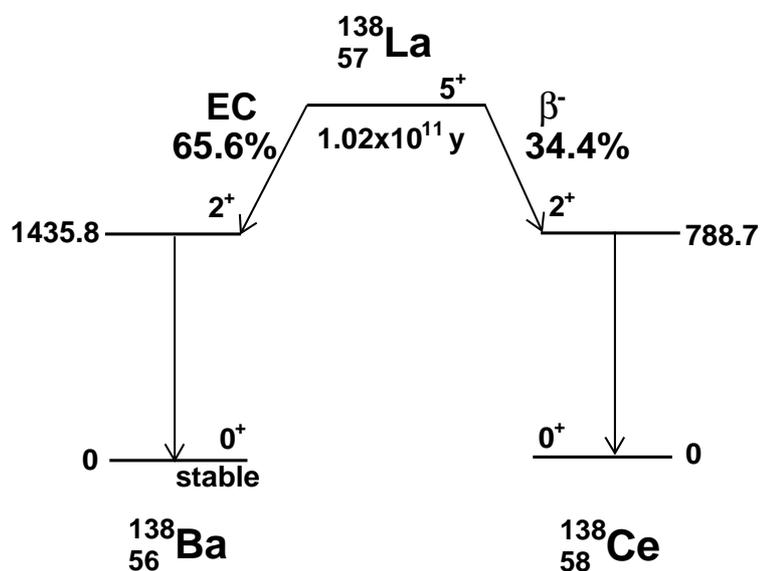


図 3.21: ¹³⁸La の崩壊図 [55]

表 3.3: ^{138}La の崩壊によって放出される粒子 [55]

崩壊モード	粒子	エネルギー (keV)	強度 (%)	
軌道電子捕獲	e^-	オージェ電子 (L)	3.67 49.0(5)	
		オージェ電子 (K)	26.4 4.16(18)	
	内部転換電子 (K)	1398.354(10)	0.0485	
	X線 (L)	4.47	6.1(3)	
	X線 ($K_{\alpha 2}$)	31.817	10.6(3)	
	X線 ($K_{\alpha 1}$)	32.194	19.4(5)	
	γ	X線 ($K_{\beta 3}$)	36.304	1.86(5)
		X線 ($K_{\beta 1}$)	36.378	3.59(9)
		X線 ($K_{\beta 2}$)	37.255	1.14(3)
			1435.795(10)	65.6
β^-	e^-	エンドポイント 255(11)	95.7(41) 34.4(7)	
34.4(5)%	γ		788.742(8) 34.4	

ミュレーションを行った結果を、図 3.20 に、測定結果と比較して示した。低エネルギー領域のバックグラウンドは、 ^{138}La でよく説明できる。

^{227}Ac ^{227}Ac は、アクチニウム系列を作っている。そのため、多段的に粒子が放出される。 ^{227}Ac についてモンテカルロ・シミュレーションを行った結果を、図 3.20 に、測定結果と比較して示した。なお、これは ^{138}La と異なり、天然には存在せず、不純物として含まれるため、測定結果に合うように、縦軸をスケールしてある。また、 α 線の場合は、短距離で多くのエネルギーを落とすため、 dE/dx 依存性から、落としたエネルギーと発光量が比例しない。このため、シミュレーションでは、 α 線の落としたエネルギーに 0.3 をかけてある。高エネルギー領域のバックグラウンドは、 ^{227}Ac でよく説明できる。

バックグラウンドのレートは、100 Hz 程度であり、本実験に必要なエネルギー領域 (350–550 keV) では少ない。さらに、バックグラウンドはアクシデンタルイベントになるため、第 5 章で述べるように、取り除くことができる。そのため、気にしなくてよい。

3.7.2 UVT ライトガイド

プロトタイプ測定では、直径 1.5 インチ、長さ 35 mm で、端を斜め 15° に切り落としたもの 4 つを接着し、長さ 140 mm、曲げ角 90° の UVT ライトガイドにして、用いた (図 3.22)。UVT ライトガイドは、反射剤 (0.5 mm Gore-tex) で巻かれた。以下、その設計について詳述する。



図 3.22: ライトガイド。LaBr₃(Ce) や PMT との接着を確保するライトガイドホルダーのためのタップ穴が空いている。

実験では、磁場の精度と、ガンマ線検出器のエネルギー分解能が、鍵となる。まず、次の2点に留意する。

1. 第 3.4.3 節にも述べたように、ファインメッシュPMT は、磁性体を含むため、磁場を乱してしまう。そこで、キャビティー内のポジトロニウム生成領域から、可能な限り離す必要がある。

一方で、LaBr₃(Ce) は、アクセプタンスを大きくし、アクシデンタルとの S/N を上げるためにも、なるべく、ポジトロニウム生成領域に近づきたい。

2. キャビティーのフランジと干渉するため、LaBr₃(Ce) の向きは、軸がキャビティーの中心を向くように設置することになり、従って、シンチレーション光は、磁場と垂直に取り出される。

しかし、第 3.4.3 節に述べたように、ファインメッシュPMT は、磁場と平行に設置しなければならない。

以上2点より、LaBr₃(Ce) シンチレータと、ファインメッシュPMT の間で、シンチレーション光を運ぶための、ライトガイドが必要になる。また、そのライトガイドで、光を 90° 曲げなければならない。ライトガイドの素材には、紫外線吸収剤の入っていない UVT (Ultra-Violet-Transmitting) アクリルを用いた。これは、LaBr₃(Ce) の発光波長 (380 nm) を透過させるためである。

以下、ライトガイド設計にあたり必要な、長さ依存性、曲げ角依存性、エネルギー分解能について、述べた後、最終設計について説明する。以下の特性は、全て、直径1インチ、

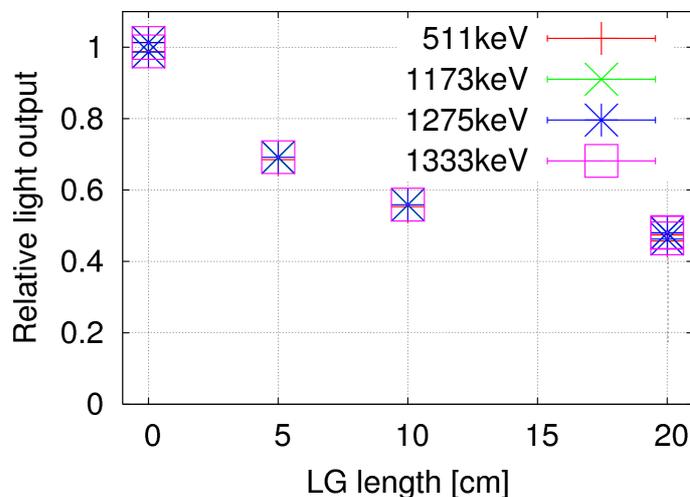


図 3.23: ライトガイドの長さ依存性。0 cm は、ライトガイドなしで、シンチレータを PMT に直付けしたときの値である。

長さ 1 インチの $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ と、直径 1.5 インチの UVT ライトガイド、2 インチのファインメッシュ PMT を用いて行った。また、 γ 線源として、 ^{22}Na (511 keV, 1275 keV), ^{137}Cs (662 keV), ^{60}Co (1173 keV, 1333 keV) を用いた。

ライトガイドの長さ依存性

図 3.23 に、ライトガイドの長さを変えたときの、相対的な光量の変化を示す。まず、5 cm までは、ライトガイドがあることによって、急激に光量が減少している。これは、全反射条件を満たさない光が、失われているためであると考えられる。次に、5~10 cm であるが、この領域では、全反射条件による損失と共に、吸収による損失が見られていると考えられる。しかし、その後 20 cm にしてもほとんど変わっていないことから、吸収による影響は小さいと考えられる。

20 cm で半分弱になっているが、そこで既にほぼ一定となっており、10 cm より長いなら、長さはさほど気にしなくてよいことが分かる。また、どのようなエネルギーでも、同様の傾向を示しており、ライトガイドに入射する光量には依存しない。

ライトガイドの曲げ角依存性

図 3.24 に、ライトガイドの長さを 20 cm に固定し、曲げ角を変えたときの、相対的な光量の変化を示す。長さ 20 cm では、曲げによる効果はほとんどない。

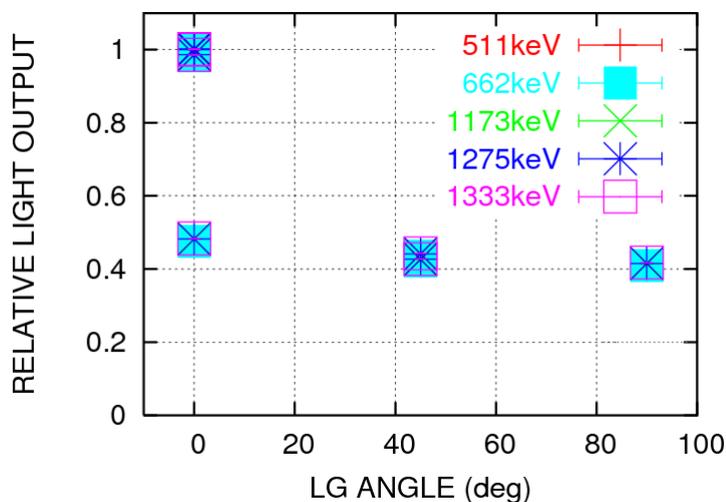


図 3.24: ライトガイドの曲げ角依存性。0deg の、1 付近のデータは、ライトガイドなしで、シンチレータを PMT に直付けしたときの値であり、それ以外は、長さ 20 cm のデータである。

ライトガイドを付けたときのエネルギー分解能

図 3.25 に、ライトガイドを付けたときのエネルギー分解能について、図 3.24 の際の全データを、プロットした。エネルギー分解能を FWHM で表すと、ほぼ光量の平方根に逆比例している。これは、エネルギー分解能が、光量の統計のみで決まっており、ライトガイドによる、光量減少以外の影響は、ほとんどないことを示す。実際には、若干の位置依存性が見られるようだが、それについては、第 5 章で述べる。

^{22}Na 線源を用いて、プロトタイプ測定に用いたライトガイドの光量、分解能の比較を行ったものを、図 3.26 に示す。直付けのときの光量から、UVT ライトガイドでは 0.3 に、UVT でないライトガイドでは 0.07 に、光量が減少した。分解能は、光量の統計のみから決まり、UVT ライトガイドで $1/\sqrt{0.3}$ に、UVT でないライトガイドで $1/\sqrt{0.07}$ に悪化した。

ライトガイドの最終設計

これらのテストの結果から、

1. ライトガイドの長さは、10 cm 以上 (これは、PMT の磁場に対する影響を抑えるために、最低限離さなければならない距離) であれば、ほぼ長さによる光量の減少は無視できる。ただし、若干の吸収がある。
2. ライトガイドの曲げ角に因る依存性は、ほとんどない。自由に角度を設定してよい。

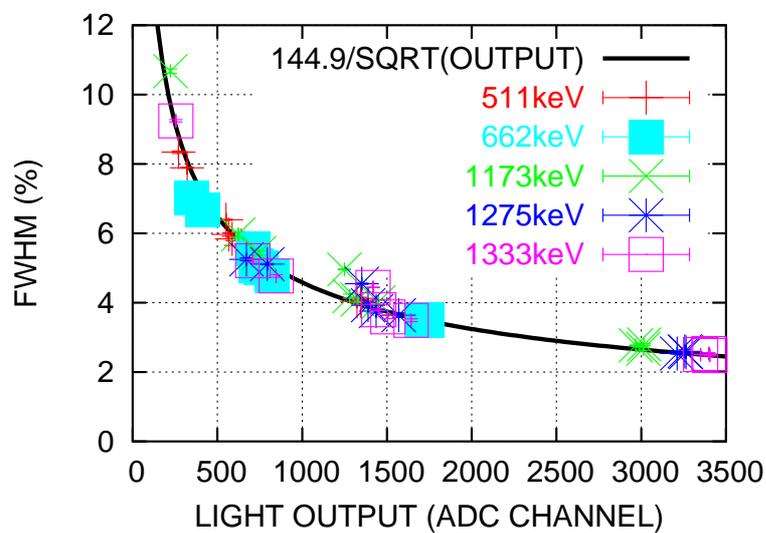


図 3.25: ライトガイドを付けたときのエネルギー分解能。

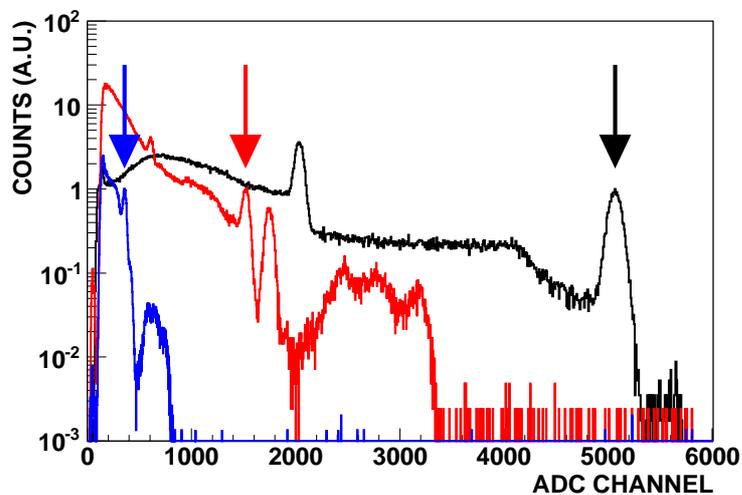


図 3.26: ライトガイドによる光量、分解能の変化。 ^{22}Na のエネルギースペクトルを表す。黒がライトガイドなし (PMT に直付け), 赤がライトガイドあり、青が UVT でないアクリルライトガイドの場合である。それぞれでゲインは変えておらず、矢印は 1,275 keV を示す。

3. ライトガイドを曲げても、光量の減少以外、分解能に影響は与えない。

ということが分かるので、PMT の特性を考慮すれば、最初に述べたような設計になる。なお、曲線的に曲げるのではなく、4つの部分を接着して曲げるような設計にしたのは、技術的に、小さな曲率で曲げるのが非常に困難だからである。

3.8 エレクトロニクス

この節では、データ取得に用いたエレクトロニクスの構成について述べる。本実験で用いたエレクトロニクスは、NIM 標準モジュールと、CAMAC データ取得システムである。NIM のクレートは、HV 供給には CLEAR-PULSE 607 BIN を 1 台、その他の NIM モジュール用には、REPIC RPN-011-053 を 3 台用いた。CAMAC は、Linux を用いて制御された。ノイズを落とすため、ノイズカットトランス (電研精機研究所 NCT-G) を用いた。NIM モジュール同士を接続するケーブルには、FUJIKURA RG-174/U が用いられた。

プロトタイプ測定期間中、エレクトロニクスのセットアップは、ほぼ同じであった。途中で、各信号のレートを、CAMAC で取得できるように変更した。以下では、その変更後の回路について、述べる。

初めに全体の流れを説明した後、 β タグ系、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ に分けて信号生成の流れを述べ、トリガー、ゲートについて述べる。最後に、全データを読む CAMAC システムについて述べる。

3.8.1 データ取得の流れ

図 3.27 に、データ取得の全体の回路図を示す。また、図 3.28 に、主要な信号のタイミングチャートを示す。データ取得は、大きく 4 つの部分から成る。1 つは、 β タグ系であり、ここで、プラスチックシンチレータからの信号を受け取り、ポジトロニウム生成信号を生成する。2 つめは、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 系であり、ここで、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ からの信号を受け取り、 γ 線が検出されたことを示す信号を生成する。3 つめが、トリガーであり、 β タグ系からのポジトロニウム生成信号と、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 系からの、 γ 線検出信号から、NIM ロジック回路を通じて、トリガーを生成する。また、トリガー信号を基に、CAMAC モジュールのゲートやスタート信号を生成する。最後が、CAMAC システムであり、トリガー信号に応じて、 β タグ系、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 系の電荷や時間の情報を、Analog-to-Digital Converter (ADC) や Time-to-Digital Converter (TDC) によって取得し、Linux コンピュータのハードディスク上に記録する。

記録中は、次のイベント取得に移らないよう、NIM モジュールを使ったラッチシステムによって veto をかけ、記録終了後、veto を解除し、次のイベントを待つ。

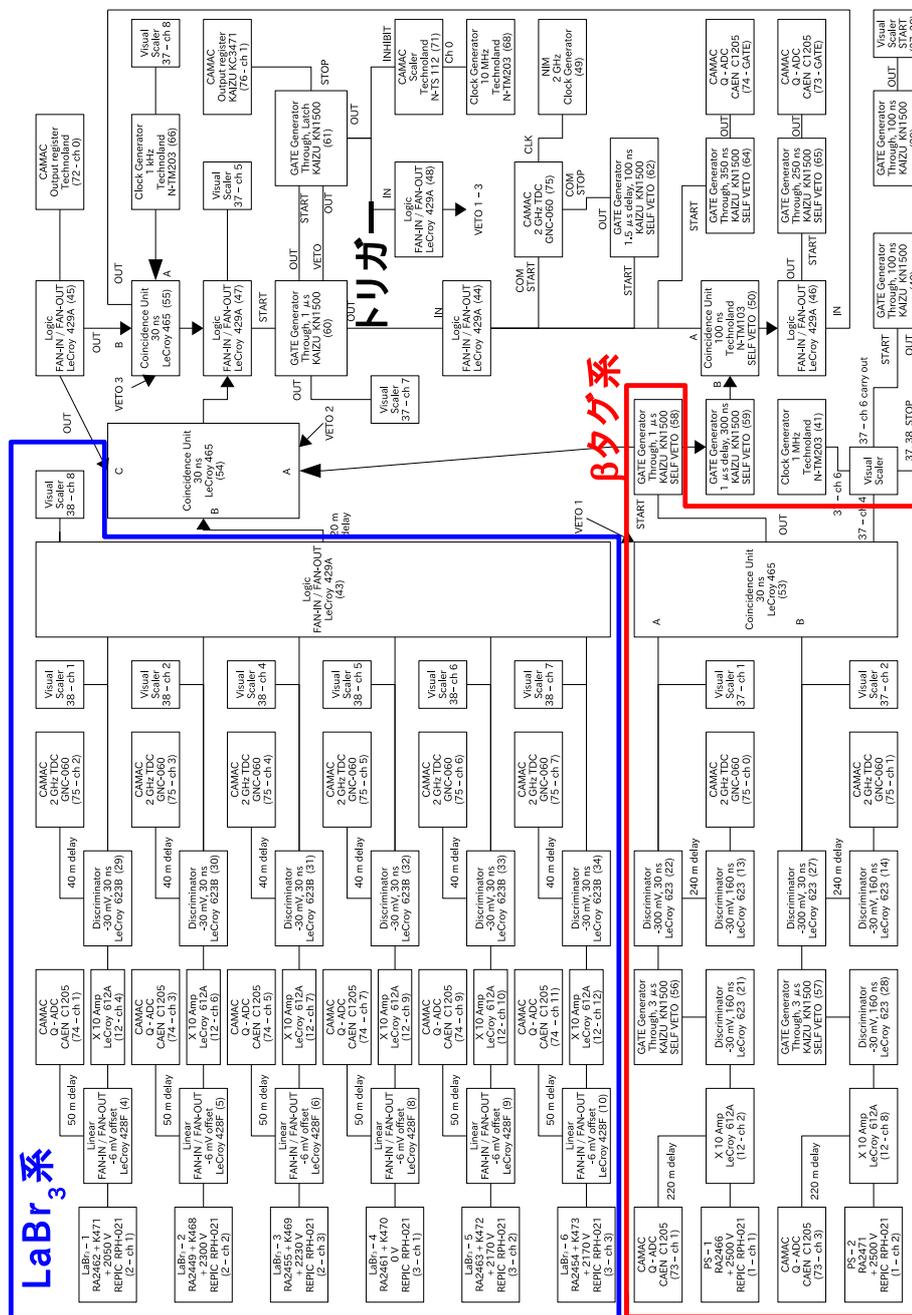


図 3.27: データ取得回路図。

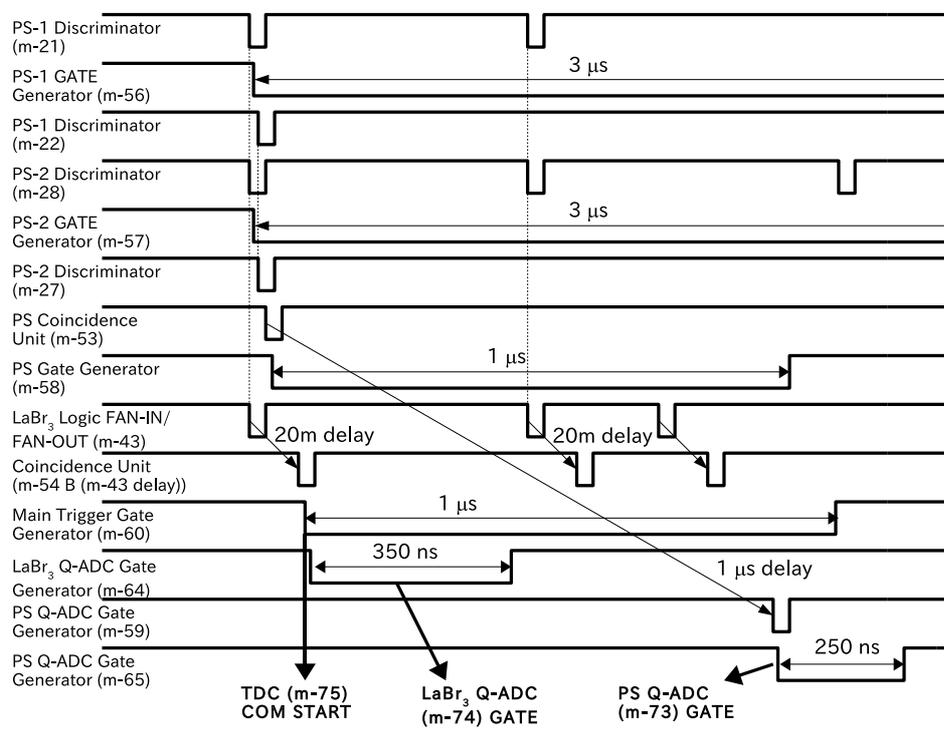


図 3.28: エレクトロニクス タイミングチャート。主要な信号の時間関係を示す。

3.8.2 β タグ系

β タグ系は、陽電子線源から陽電子が出て、かつキャビティー内部の、ポジトロニウム生成領域に向かったという信号を得るために用いる。この信号は、トリガーを作り、ポジトロニウム生成時刻 ($t = 0$) を与える役目を担う。なお、陽電子がプラスチックシンチレータに落としたエネルギーも測定した。以下で、(m-数字) と書いてあるのは、回路図でのモジュール番号 (括弧内に記載) と対応している。

HV 供給 (m-1) HV 供給は、PS-1, PS-2 とも、REPIC RPH-021 を用いた。+2500 V の電圧を供給した。なお、PMT での 5 m のケーブルに加えて、信号線、HV 線とも、5 m ずつケーブルを延長した。信号線には FUJIKURA RG-58C/U, HV 線には FUJIKURA RG-59B/U を用いた。

10 倍アンプ (m-12) ファインメッシュ PMT の出力は小さいため、10 倍アンプ (LeCroy 612A) を用いて、シグナルを 10 倍にした。この出力は、トリガー及び時間情報生成用のロジック回路と、電荷収集用のアナログ回路の 2 つに分かれる。まず、ロジック回路から述べる。

Discriminator (m-21, m-28) 10 倍アンプを通ったシグナルに対し、discriminator (LeCroy 623) によって、 -30 mV より大きいシグナルが検出されたとき、長さ 160 ns の矩形波が出力される (threshold を -30 mV に設定)。これをもって、ほぼ、PMT が、プラスチックシンチレータのシンチレーション光を検出したとみなす。一方の PS に大きな信号が入った場合、HV やアンプを通してクロストークが生じる。この影響は、片方の HV を切り、HV を切った PS で discriminator の出力がどの程度出るかを調べることで評価した。その結果、クロストークの頻度は、信号に対し 0.015% 以下に抑えられていることが分かった。

GATE Generator (m-56, m-57) 余計なアクシデンタルイベントによって、時間スペクトルが傾くのを除くため、GATE Generator (KAIZU KN1500) を用いて、discriminator の信号を、さらに $3 \mu\text{s}$ に伸ばす。なお、discriminator のレートは、典型的に 300 kHz 程度なので、次々とする信号によって、ゲート幅が引きのばされないよう、自分自身の出力で veto をかけている。

Discriminator (m-22, m-27) PS-1 と PS-2 のコインシデンスをとるが、そのコインシデンス幅を小さくするため、もう一度 discriminator (LeCroy 623) を通し、30 ns の信号に変換する。なお、今回の threshold は、既に NIM のロジック信号 (-600 mV) であるため、 -300 mV に設定した。ここでの信号は、3 つ、時間情報取得用回路と、レート測定回路、トリガー生成用回路に分けられる。初めは、トリガー生成用回路から述べる。

Coincidence Unit (m-53) 片方だけにのるノイズを除去するため、PS-1 と PS-2 の信号のコインシデンス (AND) を、Coincidence Unit (LeCroy 465) を用いてとる。こ

の出力は 30 ns で、コインシデンス幅は、60 ns である。出力は 3 つに分けられ、一つはトリガー生成に、残りはレート測定に使われる。

GATE Generator (m-58) LaBr₃(Ce) 側の信号とコインシデンスをとるため、Coincidence Unit の出力を、GATE Generator (KAIZU KN1500) を用いて、1 μ s の信号にする。この 1 μ s の間、LaBr₃(Ce) の信号を待ち、もし LaBr₃(Ce) から信号がくれば (ポジトロニウムを生成してから 1 μ s の間にガンマ線が崩壊したらしければ)、データをとるようにするためである。これについても、自分自身の信号を veto にしている。

CAMAC Q-ADC (m-73) 10 倍アンプを通ったシグナルのもう一方は、CAMAC の Charge ADC (Q-ADC) (CAEN C1205) で、電荷情報を取得するために使われる。GATE とのタイミングの関係上、220 m のケーブル (RG-58C/U) で信号を遅れさせてある。

Discriminator (m-13, m-14) Discriminator (m-22, m-23) から出力された信号のうち一つは、時間情報を取得するために使われる。START 信号とのタイミングの関係上、240 m のケーブル (RG-58C/U) で信号を遅れさせる必要がある。しかし、そのように長いケーブルを通すと、シグナルが小さくなってしまうため、再度 discriminator でデジタル信号を生成する。Threshold は -30 mV, 時間幅は 160 ns に設定した。

CAMAC 2 GHz TDC (m-75) Discriminator の出力は、CAMAC 2 GHz TDC (GNC-060) で、時間情報を取得するために使われる。

Visual Scaler (m-37) Discriminator (m-22,m-23) から出力された信号のうち二つは、レート取得のために使われる。うち一つは、NIM Visual Scaler (Technoland NOR425) で、デジタル表示される。測定中、1 時間に 1 回程度、100 s 間のカウントを記録し、レート測定を行う。

また、Coincidence Unit (m-53) からの出力も、ここに入れられ、レート取得が行われる。

CAMAC Scaler (m-71) Visual Scaler に入力したのと同じ信号は、CAMAC Scaler (Technoland N-TS112) にも送られ、オンラインでレート取得がなされた。

3.8.3 LaBr₃(Ce) 系

LaBr₃(Ce) 系は、生成したポジトロニウムが崩壊し、ガンマ線を検出したという信号を得るために用いる。この信号は、トリガーを作り、ポジトロニウム崩壊時刻を与える役目を担う。また、ガンマ線のエネルギーも測定される。このエネルギー情報は、 2γ 遷移確率を求める上で極めて重要である。

HV 供給 (m-2, m-3) HV 供給には、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1~ $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -6 いずれも、REPIC RPH-021 を用いた。 β タグ系と同様、ケーブルを 5 m 延長した。ゲインがほぼ同じになるよう、+2050~+2300 V の電圧をかけた。なお、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -4 については、納入したライトガイドのうち、1 つだけが UVT でなかったため、十分な光量が得られず、使用しなかった。そのため、HV は供給していない。ただし、クロストークなどのノイズを評価するため、後の回路は他と同様に組んである。

Linear FAN-IN/FAN-OUT (m-4~m-10) PMT からの信号を、Linear FAN-IN/FAN-OUT (LeCroy 428F) によって 2 つに分けた。一方は、トリガー及び時間情報生成用のロジック回路に用いられ、もう一方は、電荷収集用のアナログ回路に用いられる。

10 倍アンプ (m-12) $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のシグナルの time walk を少なくするため、Discriminator に入れる前に、ロジック側のシグナルは LeCroy 612A によって 10 倍された。

Discriminator (m-29~m-34) 10 倍アンプを通ったシグナルに対し、discriminator (LeCroy 623B) によって、-30 mV より大きいシグナルが検出されたとき、長さ 30 ns の矩形波が出力される (threshold を -30 mV に設定)。これをもって、ほぼ、PMT が、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のシンチレーション光を検出したとみなす。クロストークの頻度は、信号に対し、0.1%程度に抑えてある ($\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -4 を用いて測定)。この discriminator の信号は、4 つに分けられ、1 つは時間情報取得、1 つはトリガー生成、残りはレート取得に用いられる。

Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-43) 6 つの $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のうち、1 つでも、discriminator の信号が出力されれば、トリガーをかけられるようにしたい。そこで、Logic FAN-IN/FAN-OUT (LeCroy 429A) を用いて、6 つの信号の OR をとる。この出力のうち 1 つは、 β タグ系と合わせて、トリガー生成に使われ、残りはレート取得に使われた。

CAMAC Q-ADC (m-74) Linear FAN-IN/FAN-OUT の出力のもう一方は、CAMAC の Charge ADC (Q-ADC) (CAEN C1205) で、電荷情報を取得するために使われる。GATE とのタイミングの関係上、50 m のケーブル (RG-58C/U) で信号を遅れさせてある。

CAMAC 2 GHz TDC (m-75) Discriminator (m-29~m34) の出力は、CAMAC 2 GHz TDC (GNC-060) で、時間情報を取得するために使われる。START 信号とのタイミングの関係上、40 m のケーブル (RG-58C/U) で信号を遅れさせてある。

Visual Scaler (m-38) Discriminator (m-29~m-34) から出力された信号のうち二つは、レート取得のために使われる。うち一つは、NIM Visual Scaler (Technoland N-OR425) で、デジタル表示される。測定中、1 時間に 1 回程度、100 s 間のカウントを記録し、レート測定を行う。

また、Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-43) からの出力も、ここに入れられ、レート取得が行われる。

CAMAC Scaler (m-71) Visual Scaler に入力したのと同じ信号は、CAMAC Scaler (Technoland N-TS112) にも送られ、オンラインでレート取得がなされた。

3.8.4 トリガー

トリガー信号は、 β タグ系の信号と、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 系の信号を基に、生成する。また、トリガー信号を基に、CAMAC モジュール用の、ゲート信号、スタート信号を生成する。

Coincidence Unit (m-54) β がタグされたという、GATE Generator (m-58) からの信号と、 γ 線が検出されたという、Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-43) からの信号は、Coincidence Unit (LeCroy 465) にて、AND がとられる。出力の時間幅は 30 ns である。これがメインのトリガーとなり、後の回路で、データ取得を円滑にしたり、ゲート信号やスタート信号を生成する。なお、入力 C には、イベント取得とペDESTAL 取得を切り替えるための信号が、入力されている。C が真のときは、イベント取得が行われ、C が偽のときは、ペDESTAL 取得が行われる。

Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-47) イベント取得とペDESTAL 取得では、データ取得タイミングが異なるため、一度、Logic FAN-IN/FAN-OUT (LeCroy 429A) を通す。ここにある 2 つの入力が、それぞれイベント、ペDESTAL のタイミングを決めている。イベント取得のタイミングは、既に述べた通りであり、Coincidence Unit (m-54) の出力が入力されている。ペDESTAL 取得のタイミングについては、後述する。なお、この 2 つの入力のうち、どちらかのみが入力され、同時に入力されることはない。

GATE Generator (m-60) Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-47) の信号を受けて、 $1 \mu\text{s}$ の信号を生成する。そのうち 1 つは、CAMAC モジュールのゲートやスタート信号の基になる。もう 1 つは、データ取得中に次のイベントがくるのを防ぐため、ラッチ・システムに使われる。残りはレート取得に用いられる。

GATE Generator (m-61) この Gate Generator は、ラッチモードになっており、m-60 からの出力を受けたら、すぐに m-60 に veto 信号を入れる。この veto 信号は、m-61 にストップ信号がくるまで出つづける。また、Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-48, LeCroy 429A) を通して、上流に位置する m-53, m-54, m-55 の 3 つの NIM モジュールに対する veto 信号も生成する。さらに、CAMAC Scaler (m-71, Technoland N-TS112) に対する INHIBIT 信号にもなる。Veto ストップ信号は、CAMAC Output register (m-76, KAIZU KC3471) から、データ取得終了時に供給される。

Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-44) Gate Generator (m-60) の信号は、LeCroy 429A を通じて、各 CAMAC モジュールに入力される、あるいは入力信号の基になる。ま

ず、CAMAC 2 GHz TDC (GNC-060) の COM START 信号を生成する。さらに、Gate Generator (m-62, KAIZU KN1500) に入力される。この Gate generator は、 $1.5 \mu\text{s}$ だけ遅れさせられた、 100 ns の信号を、TDC に、COM STOP 信号として入力する。また、Gate Generator (m-64, KAIZU KN1500) に入力され、 350 ns の信号が、CAMAC Q-ADC (m-74) 用のゲート信号として生成される。

β タグ系のエネルギー取得ゲート β タグ系のエネルギー取得ゲートは、ゲート幅を短くして、スペクトルをきれいにするため、次のように生成される。

1. β タグ系の信号 (m-58) は、再び Gate generator (m-59, KAIZU KN1500) に入力され、 $1 \mu\text{s}$ 遅れさせた後、 300 ns 幅の信号を生成する。
2. この信号と、m-44 からの信号が、Coincidence Unit (m-50, Technoland N-TM103) によって、AND をとられ、 100 ns の信号が生成される。
3. その信号は、Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-46, LeCroy 429A) を通し、Gate Generator (m-65, KAIZU KN1500) によって、 250 ns のゲート信号となり、これが CAMAC Q-ADC (m-73) のゲートになる。

なお、ここで m-46 を通したのは、ペDESTAL 取得の際、m-50 のコインシデンスは、ある小さい確率でしか成立しないため、そのままではうまく取得できないからである。後述する、ペDESTAL 取得のタイミング用トリガーを、m-46 に入れることで、ペDESTAL 取得時でも、Q-ADC にゲート信号が入力されるようになっている。

ペDESTAL 取得用トリガー ペDESTAL の取得は、Clock Generator (m-66, Technoland N-TM203) で生成された 1 kHz のクロック信号のタイミングで行われる。Clock Generator の出力は、Coincidence Unit (m-55, LeCroy 465) にて、イベント/ペDESTAL 切り替え信号とコインシデンスがとられた後、出力は m-47 に入る。また、この出力は、先述した β タグ系のエネルギー取得ゲートにも用いられる。

Visual Scaler (m-37, m-38) Visual Scaler (Technoland N-OR425) は、各モジュールのレートを測定するのに用いられる。START 信号は、GATE Generator (m-39, KAIZU KN1500) を用いて、2 モジュール共通の信号が送られる。また、m-37 の ch-6 には、Clock Generator (m-41, Technoland N-TM203) で生成した 1 MHz のクロック信号が入力され、 100 s 後に桁溢れを起こす仕掛けになっている。その ch6 が桁溢れすれば、carry out 信号が出力され、これは Gate Generator (m-40, KAIZU KN1500) に入力される。ここから 100 ns の信号が出力され、m-37, m-38 共通の STOP 信号となり、ちょうど 100 s 間の測定を可能にする。

Visual Scaler では、m-47 (トリガーレート)、m-60 (DAQ レート)、m-66 (1 kHz クロック参照用) のレートが測定されている。

CAMAC Scaler (m-71) Visual Scaler で測定したのと同じレートは、クロックを除き、CAMAC Scaler (Technoland N-TS112) でもオンラインで取得された。

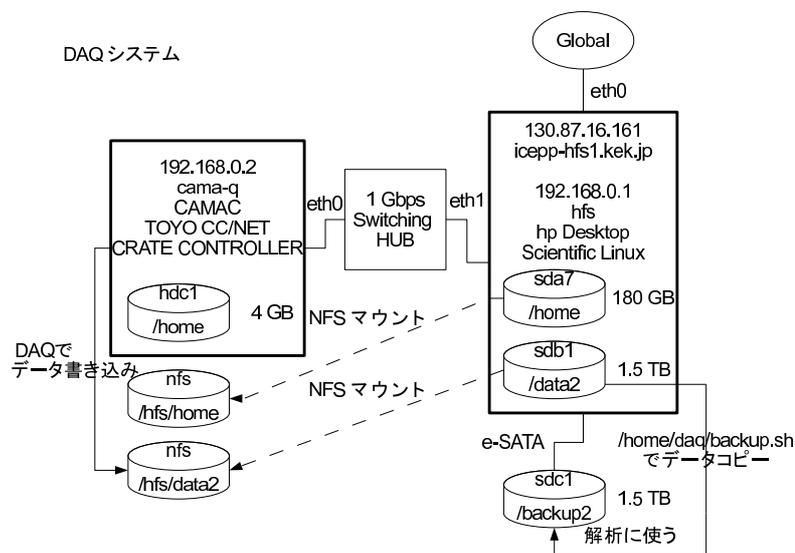


図 3.29: DAQ システム。

3.8.5 CAMAC

データ取得には、CAMAC システムが用いられた。CAMAC クレートには、TOYO PS-7500 が用いられた。CAMAC で取得した情報は、 β タグ系の時間とエネルギーの情報、LaBr₃(Ce) 系の時間とエネルギーの情報、及び各種レートである。

CRATE CONTROLLER CRATE CONTROLLER には、TOYO CC/NET が用いられた。図 3.29 に、今回用いた DAQ システムの概略図を示す。CRATE CONTROLLER は、内部に CPU と記憶領域をもち、Linux がインストールされている。さらに、Fast Ethernet 接続で、Linux コンピュータと接続されている。データは、Linux コンピュータから NFS でマウントした、ハードディスク (1.5 TB) に、バイナリ形式で書き込まれた。さらに、定期的にデータはバックアップされ、そこから ROOT [58] ファイルが作成され、解析に使われた。

2 GHz TDC 実験に用いた 2 GHz TDC (GNC-060) は、[59, 60] で用いられたものである。ダイレクト・クロックカウント式であり、NIM モジュール (m-49) から 2 GHz のクロック信号を供給し、時間情報を得る。各チャンネルは、COM START 信号からの時間を測定する。デジタル変換は、COM STOP 信号を受けて開始される。

Charge ADC 実験に用いた Charge ADC (CAEN C1205) は、逐次比較型の荷電集積 ADC である。この Q-ADC は、3 レンジでの測定を可能にしてある。測定では、全レンジのデータを取得した。

Scaler レートを取得するため、Scaler (Technoland N-TM203) を用いた。これには、各種レート及び、Clock Generator (m-68, Technoland N-TM203) で生成した、10 MHz

NIM クロック信号を入力してある。ラッチ・システムから INHIBIT 信号を受け取るまでのカウント数を記録する。

Output Register Output Register は、次の2つの目的で、2 モジュールを使用した。

- ラッチ解除用 (m-76, KAIZU KC3471)。データ取得終了時に信号を出力し、ラッチ・システムを解除し、次のイベント取得を可能にする。
- イベント/ペDESTAL 切り替え用 (m-72, Technoland 製)。ペDESTAL 取得時のみ信号を出力する。この出力は、NIM Logic FAN-IN/FAN-OUT (m-45, LeCroy 423A) に入れられ、OUT 信号はペDESTAL 用の Coincidence Unit (m-55) に入力され、ペDESTAL 測定を可能にする。また、 $\overline{\text{OUT}}$ 信号は、イベント用の Coincidence Unit (m-54) に入力され、イベント測定を可能にする。

3.9 温度

温度の情報は、白金測温抵抗体 (Pt100) を用いて取得した。メモリハイロガー (HIOKI 8420-50) を使用し、四端子法で測定した。測定データは、メモリハイロガー自身の記憶媒体に記録されると共に、RS-232 C で接続し、Linux コンピュータ上のハードディスクにも記録された。

以下の各温度情報が測定された。

- RF 用回路付近空気
- RF 用ケーブル (SF-104) 表面
- アンプ吸気
- アンプ排気
- KEK 低温センター実験棟内空気
- キャビティー表面
- 磁石ボア内空気

これらの温度情報は、RF 系のパラメータの補正に用いられた。また、第 3.5.4 節で既に述べたように、キャビティー温度は、インターロックの判定条件にも使われた。

実験棟内は、空調で温度がある程度調節された。また、DAQ のモジュールや、RF の回路、アンプなどがある測定室内は、別途空調によって温度管理された。ただし、真夏であったため、空調で制御しきれない日も見られた。

3.10 モンテカルロ・シミュレーション

遷移確率の導出には、 2γ 崩壊、 3γ 崩壊のエネルギースペクトルを用いる。実データはそれらがある割合で混ざったものである。その割合を求めるのに、モンテカルロ・シミュレーションで作成した、 2γ 崩壊、 3γ 崩壊のスペクトルが必要となる。ここではそのシミュレーションについて述べる。

シミュレーションには、Geant4 [56, 57] (Release 4.9.3) を使用した。Geant4 は、粒子の軌跡をシミュレートすることができるパッケージで、LHC 実験など高エネルギー実験を始め、様々な分野で広く使用されている。また、その結果の正しさも広く検証されている。なお、物体同士の引き算を行う、G4SubtractionSolid.cc にバグがあったため、修正して用いた。

低エネルギーの電磁相互作用に対する物理パッケージとしては、PENELOPE [61] を使用した。これは、低エネルギー実験で結果を正確に再現できるように作成されたパッケージで、光子、電子、陽電子のシミュレーションができる。

以下に、シミュレーションの流れを示す。

1. 使用した実験装置の情報 (配置、磁場) を詳細に入力する。実際に入力した情報について、図 3.30 に側面図を、図 3.31 に見取図を示す。
2. 陽電子線源が置かれた場所に、 ^{22}Na を置き、崩壊させる。
3. 解析に必要なのは、陽電子がキャビティー内のガス中に止まって、 2γ 崩壊または 3γ 崩壊した際、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ に落とすエネルギーの分布のみである。そこで、陽電子が出なかったイベントについては、即座に終了して次のイベントに移る。
4. 1275 keV の γ 線については、出てきた瞬間に軌跡追跡を終了する。
5. 陽電子が止まらずにガス分子の電子と対消滅したり、キャビティーなどの中に止まったりした場合は、シミュレーションを即座に終了して次のイベントに移る。
6. 陽電子がガス中に止まった場合、 2γ 崩壊または 3γ 崩壊をさせる。なお、シミュレーションは、 2γ 崩壊と 3γ 崩壊を別々に行う。
7. 陽電子がガス中に止まったイベント全てについて、止まった場所、プラスチックシンチレータで落としたエネルギー、 γ 線が $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ に落としたエネルギーを、ROOT [58] ファイルに記録する。
8. 記録後、次のイベントに移る。

シミュレーションは、 2γ 崩壊と 3γ 崩壊について、別々に行った。 2γ 崩壊のガンマ線は、両方ともエネルギーは電子質量で、back-to-back に、ランダムな方向に出した。

3γ 崩壊のガンマ線のスペクトルについては、Leading order の計算は、Öre と Powell によってなされ [62]、後になって確かめられた [63, 64]。さらに、 $O(\alpha)$ の補正が、Adkins

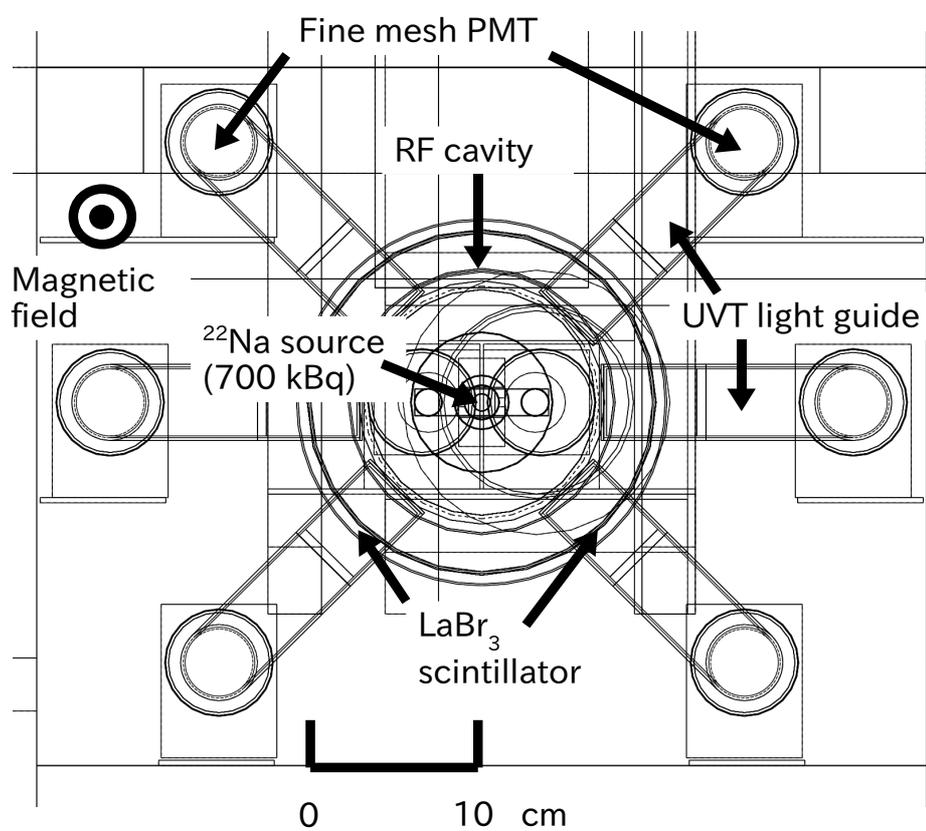


図 3.30: モンテカルロ・シミュレーションに入力したジオメトリ情報 (側面図)。

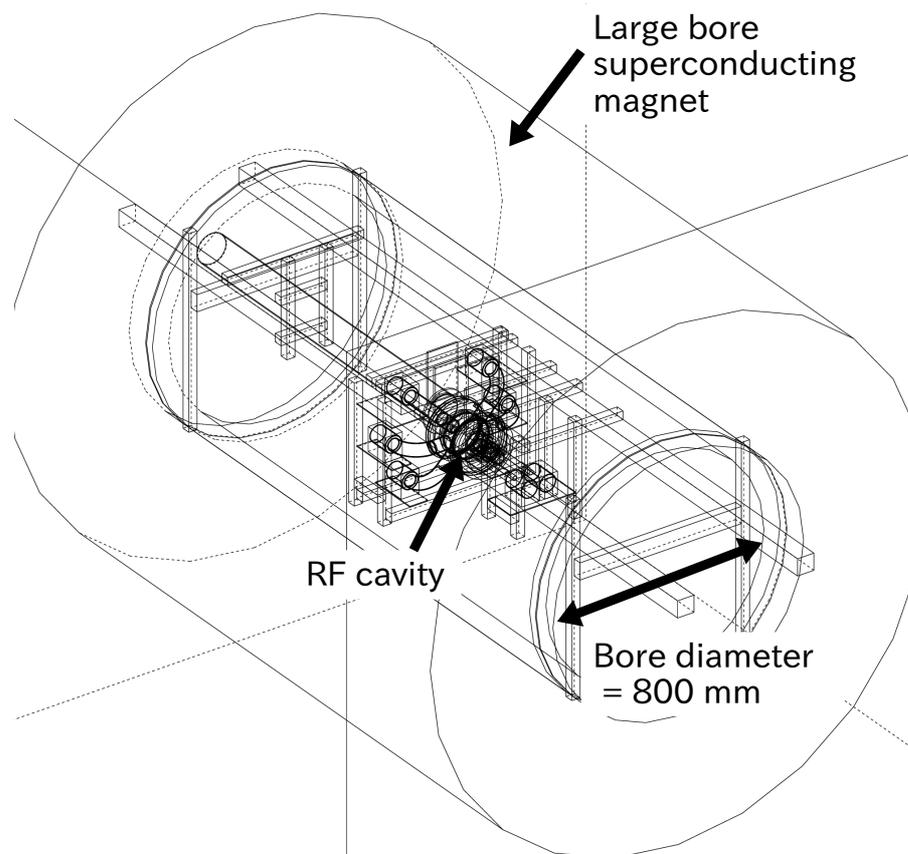


図 3.31: モンテカルロ・シミュレーションに入力したジオメトリ情報 (見取図)。

によって解析的に示された [65]。今回のシミュレーションでは、この $O(\alpha)$ の補正項まで含めたスペクトルを用いた。

シミュレーションは、実験が行われた、各ガス密度、磁場点について生成された。

第4章 測定

この章では、プロトタイプ測定について、期間、環境、データ量などの詳細を述べる。

4.1 期間

プロトタイプ測定で、解析に使用するデータを取得した期間は、平成 21 年 7 月 2 日～平成 21 年 9 月 24 日の 85 日間であった。実験は、KEK 低温センターで行われた。

4.2 環境

測定は、ガス密度、磁場を変えて行った。一つの磁場点について数日ずつ測定した。昼間、RF をかけて (RF-ON) 測定を行い、夜間、休日は RF をかけずに (RF-OFF) バックグラウンド測定を行った。RF-ON 時にキャビティ内に入力された RF パワーは 409 W であった。

ガス密度については、1.350 1(71) amagat (30.42(25) $^{\circ}$ C, 152.04(80) kPa), 0.891 6(23) amagat (30.46(13) $^{\circ}$ C, 100.41(25) kPa) の、2 点で測定した。それぞれのガス密度における、磁場点や周波数、期間は、表 4.1 の通りである。なお、過去の実験結果 [13, 14] から予想される遷移の中心磁場値は、1.350 1 amagat では 0.865 573 T, 0.891 6 amagat では 0.865 663 T である。

4.3 データ取得

データ取得は、ペDESTAL取得、イベント取得を交互に行った。切り替えは 10 分程度毎で、典型的なデータ取得時間は、1 ファイルあたりペDESTAL 1 分、イベント 10 分であった。典型的なトリガーレートは 3.6 kHz, DAQ レートは 650 Hz であった。

4.4 データの構成

実験で得られた生データは DAQ データ、RF 系データ、温度データに分かれている。全てのデータで時刻は同期している。

表 4.1: プロトタイプ測定的环境。ガス密度 1.350 1(71) amagat については、12 の磁場点で測定し、0.891 6(23) amagat については、6 の磁場点で測定した。

ガス密度 (amagat)	RF 周波数 (GHz)	磁場 (T)	期間 (yyyy/mm/dd–yyyy/mm/dd)
1.350 1(71)	2.853 182(14)	0.865 816 9(17)	2009/07/02–2009/07/06
		0.864 208 8(17)	2009/07/06–2009/07/08
		0.867 438 8(17)	2009/07/08–2009/07/13
		0.861 360 4(17)	2009/07/13–2009/07/15
		0.868 647 5(17)	2009/07/15–2009/07/20
		0.863 168 1(17)	2009/07/20–2009/07/22
		0.870 287 9(17)	2009/07/22–2009/07/27
		0.858 022 8(17)	2009/07/27–2009/07/29
		0.873 531 7(17)	2009/07/29–2009/08/03
		0.865 050 2(17)	2009/08/03–2009/08/12
		0.866 741 9(17)	2009/08/12–2009/08/14
		0.865 851 7(17)	2009/08/20–2009/08/24
0.891 6(23)	2.853 727(28)	0.865 851 1(17)	2009/08/26–2009/08/31
		0.864 623 0(17)	2009/08/31–2009/09/02
		0.866 852 5(17)	2009/09/02–2009/09/04
		0.863 145 7(17)	2009/09/08–2009/09/14
		0.869 121 9(17)	2009/09/14–2009/09/16
		0.861 428 6(17)	2009/09/16–2009/09/24

4.4.1 DAQ データ

DAQ データは、以下を含んでいる。

- ペDESTAL/イベントの別を示すフラグ
- ファイル内でのイベントの通し番号
- データ取得時刻の情報 (Realtime, μs 単位)
- 各種レート測定用のカウント数とクロックのカウント数 (14 ch)
- プラスチックシンチレータのエネルギー情報 (3 レンジ, 2 ch)
- $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のエネルギー情報 (3 レンジ, 6 ch)
- プラスチックシンチレータ、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の時間情報 (8 ch)

DAQ データは CAMAC を用いて取得され、Linux PC のハードディスクにバイナリ形式で保存された。ファイルサイズは、ペDESTALで 1.8 MB/ファイル、イベントでは 84 MB/ファイルであった。一日あたり 7~8 GB のデータが取得され、全測定期間で 650 GB となった。

4.4.2 RF 系データ

RF 系データは、以下を含んでいる。

- データ取得時刻 (日付、秒)
- SG 周波数 (設定値)
- SG 出力電力 (設定値)
- アンプ直後の電力 (パワーメーター)
- キャビティー透過電力 (パワーメーター)
- SG 出力電力 (クリスタルディテクター +DMM)
- キャビティー透過電力 (クリスタルディテクター +DMM)
- キャビティー反射電力 (クリスタルディテクター +DMM)
- ミキサー出力 (DMM)
- DMM グラウンド (入力無し)

RF系データは、約1秒間隔で GPIB インターフェースを用いて取得され、Linux PC のハードディスクにテキスト形式で保存された。データ量は、全測定期間で 316 MB となった。

RF系データ取得は、RF を入力しての測定中、及び測定前後に行われた。測定中は、パワーや周波数の変動をモニター・フィードバックするために取得され、測定前後には、キャビティの負荷 Q (Q_L) が測定された。

4.4.3 温度データ

温度データは、第 3.9 節で既に述べたように、7種類の温度と、測定時刻から構成された。データは約1秒間隔で RS-232 C を通して取得され、Linux PC のハードディスクにテキスト形式で保存された。全測定期間でのデータ量は、605 MB であった。

第5章 解析

この章では、実験で得られたデータについて、カット、データの較正、解析について述べる。解析は全て ROOT [58] を使用して行った。フィットには、ROOT に組み込まれた MINUIT [66] が用いられた。

5.1 カット及びデータの較正

この節では、イベントを選ぶためのカット、及びデータの較正について述べる。ここに記述した主なグラフや数字は、1.3501 amagat で 0.8658169 T で RF-OFF のデータから得られたものである。他のものについても、本質的には変わらない。なお、エネルギー情報について、Q-ADC は 3 レンジの情報を持っているが、解析には、中間レンジのみを用いた。

5.1.1 カット：プラスチックシンチレータの時間差

プラスチックシンチレータの時間差について、イベント取得ファイルに対し、カットをかけた。PS-1 と PS-2 は、オンラインで既にコインシデンスされているが、コインシデンス幅は 60 ns と広く、偶然コインシデンスされたイベントを多く含む。そのため、オフラインで、より厳しいカットをかけ、PS-1 と PS-2 で同時に検出したイベントを多く選択する。このカットは、次の手順で行われた。

1. プラスチックシンチレータの時間差 (PS-2 - PS-1) について、lifetime 10 s 毎にスペクトルを作成する。
2. 作成したスペクトルについて、中心 \pm HWTM (Half Width at Tenth Maximum) の範囲で、ガウシアンでフィットする。本来、プラスチックシンチレータの時間分解能は、エネルギーに依存するため、スペクトルの形はガウシアンではないが、カットの範囲を決めたり、中心値や幅の変動を見たりするのに用いるだけであるから、構わない。図 5.1 に、代表的なフィットの様子を示す。
3. フィット結果を基に、プラスチックシンチレータの時間差が、中心 $\pm 5\sigma$ (σ は標準偏差であり、中心、 σ はフィットしたガウシアンのもを用いる) にあることを要求する。

このカットによって残るイベントは、全イベントの 97.8% である。

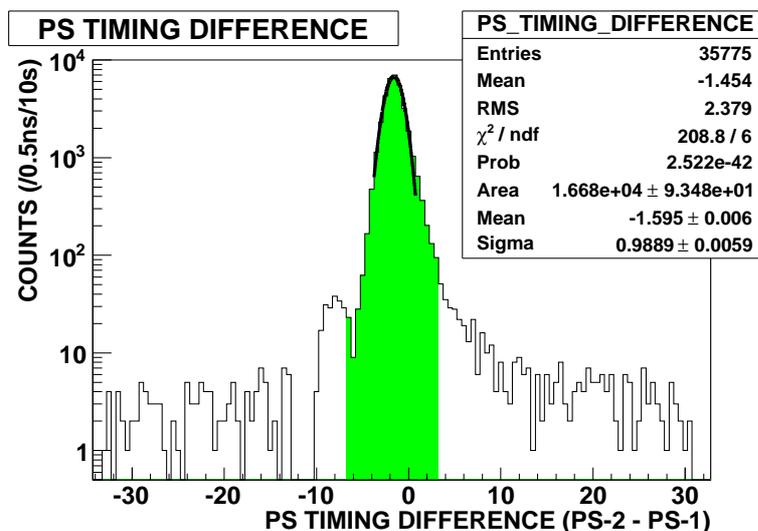


図 5.1: プラスチックシンチレータの時間差。ヒストグラムは、データであり、曲線が、ガウシアンによるフィット結果である。カット範囲を、緑色で示した。

5.1.2 較正：プラスチックシンチレータのペDESTAL

プラスチックシンチレータのペDESTALは、プラスチックシンチレータ毎、ペDESTAL取得1ファイル毎に、較正した。プラスチックシンチレータのエネルギー情報について、ペDESTAL1ファイル毎にヒストグラムを作成し、中心 \pm HWHM (Half Width at Half Maximum) の範囲で、ガウシアンでフィットした。ここで求められたペDESTALの値は、直後のイベント取得ファイルにおいて、差し引かれる。

5.1.3 較正：プラスチックシンチレータのゲイン

プラスチックシンチレータのエネルギースペクトルは、ガウシアン様のピークを作らない。そのため、較正は困難である。ここでは、近似的に、Q-ADCの平均値を使って、プラスチックシンチレータ毎に較正した。

イベントファイル毎に、プラスチックシンチレータのエネルギースペクトルについて、平均値を求め、先に求めたペDESTAL値を差し引き、それを較正に用いた。この平均値に対し、基準値を設け、平均値が基準値になるよう、較正係数を決定した。基準値として、PS-1は15.1353 p.e., PS-2は12.7111 p.e.を用いた。この値は、磁場無しのとくと、平均値を比較し、磁場によるゲインの減少を評価して、PMTで検出した光電子数に直したものである。

5.1.4 較正：LaBr₃(Ce) のペDESTAL

LaBr₃(Ce) のペDESTALは、イベント取得ファイルに対し、lifetime 10 s 毎に行った。LaBr₃(Ce) については、どれか1つが信号を出せば、全てのLaBr₃(Ce) のエネルギー情報が記録されるため、信号を出したLaBr₃(Ce) 以外は、ペDESTALを取得していることになる。そのため、イベント取得ファイルの情報を使って、ペDESTALの較正が行える。

Lifetime 10 s 毎に、LaBr₃(Ce) のエネルギー情報について、LaBr₃(Ce) 毎にヒストグラムを作成し、中心 \pm FWHM の範囲で、ガウシアンでフィットした。ここで求められたペDESTALの値は、次にゲインの較正をする際に、用いられる。

5.1.5 較正：プロンプトのタイミング

第3.8節で述べたように、TDCのCOM START信号は、 β タグ系とLaBr₃(Ce) 系の、コインシデンスによって、生成される。従って、ポジトロニウムの崩壊曲線 (LaBr₃(Ce) と β のタイミングの差) を見るには、TDCで記録されたデータについて、引き算を行ったあと、プロンプトを $t = 0$ に較正しなければならない。

プロンプトには、対消滅や、p-Ps の崩壊、1275 keV γ 線など、多くのイベントが含まれる。このタイミングで記録されるイベントは桁違いに多く、LaBr₃(Ce) と β の時間差スペクトルに、ピークを作る。そこで、このピークの位置を、 $t = 0$ と定義する。

ピークの位置は、ピークをガウシアンでフィットすることによって求めた。イベント取得のファイルについて、lifetime 10 s 毎に、LaBr₃(Ce)– β の時間差スペクトルを作成し、フィットを行った。ただし、 $t \geq 0$ の領域には、o-Ps や低速陽電子の崩壊による、指数関数的に減少する成分があるため、フィットは、中心 $-5\sigma \sim$ 中心 $+1\sigma$ の範囲で行った。なお、これについては、 β タグ系 2 個 \times LaBr₃(Ce) (6 – 1) 個で、10 通りについて別々に行った。

5.1.6 較正：LaBr₃(Ce) のゲイン

LaBr₃(Ce) のゲインの較正は、lifetime 100 s 毎に、LaBr₃(Ce) 毎に 511 keV のピークを使って行った。手順は以下の通りである。

1. LaBr₃(Ce) のペDESTALが、0 ch になるよう、Q-ADC のデータを較正したスペクトルを、lifetime 100 s 毎に作成する。ただし、ペDESTALを差し引く際、スペクトルについて、隣接する 3 ビンを一次関数でフィットし、その傾きを利用して差し引く。
2. 得られたスペクトルで、511 keV のピークを検出する。
3. ピークの中心 $\pm 1\sigma$ の範囲で、ガウシアンでフィットする。
4. 得られたピークの中心値が、511 keV になるよう、較正係数を決定する。

5.1.7 Time walk の補正

本来、同じタイミングで起こったイベントであっても、PMTからの信号が、Discriminatorのthresholdを超えるタイミングは、エネルギーによって異なる。これがTime walkであり、補正を行う必要がある。Time walkの効きかたは、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ と β で符号、大きさとも異なる。この補正も、 β タグ系2個 $\times \text{LaBr}_3(\text{Ce})(6-1)$ 個の10通りで別々に行った。Time walk補正には、プロンプトのピークを用いる。エネルギー領域をいくつかに分け、それぞれでプロンプトピークの位置を求め、その位置がどのエネルギーでも $t=0$ になるよう、補正する。ゲインが時間的に変動した場合、time walkの補正も変動するため、time walkの補正は、lifetime 200s 毎に行った。

なお、以下のtime walk補正において、フィット関数の“threshold”以下のエネルギーのイベントは除かれ、99.9%のイベントが残る。この補正後、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 毎に、プラスチックシンチレータの時間情報については平均をとった。

$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の time walk 補正

$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ は、タイミング差を取るときに引かれる側なので、エネルギーが低いほどタイミングが遅く、エネルギーが高いほどタイミングが速くなる。図5.2(a)に、タイミングとエネルギーの二次元分布を示す。既に、プロンプトのタイミング較正は終わっているため、プロンプトピークはほぼ $t=0$ 付近にある。しかし、明らかに、そのピークの位置はエネルギー依存性を持つ。

PMT信号が、立ち上がり付近で、時刻 t を中心とした、標準偏差 σ のガウシアンであると仮定する。Discriminatorのthresholdにあたるエネルギーを $E(>0)$ とすると、Thresholdをよこ切る時刻 f は、エネルギー x の関数 $f(x)$ として、

$$f(x) = t - \sigma \sqrt{2 \ln \left(\frac{x}{E} \right)} \quad (5.1)$$

と書ける。そこで、次のように、time walkを補正する。

1. 50–1300 keVのエネルギー領域について、50 keV毎に分けて、タイミングスペクトルを作る。
2. 450–500 keV及び500–550 keVの領域については、低速陽電子や $|+\rangle$ 成分の崩壊曲線の影響が大きい。この影響により、プロンプトピークの位置が、本来の $t=0$ よりも遅れたところにできてしまう。そのため、この2領域は、time walk補正に使わない。
3. それぞれのスペクトルについて、プロンプトピークを、中心 $-5\sigma \sim$ 中心 $+ \text{HWHM}$ の範囲で、ガウシアンでフィットする。
4. フィットによって求めた中心値を、エネルギーに対してプロットする。

5. 作成されたグラフを、式 (5.1) によってフィットする。ただし、 $E \geq 10^{-6}$ keV を要請する。
6. 得られた曲線 (図 5.2(a) に記載) が、エネルギーとプロンプト位置の関係を示すものとし、その曲線が $t = 0$ となるよう、補正を加える。

以上の time walk 補正後の、タイミングとエネルギーの二次元分布を、図 5.2(b) に示した。

プラスチックシンチレータ の time walk 補正

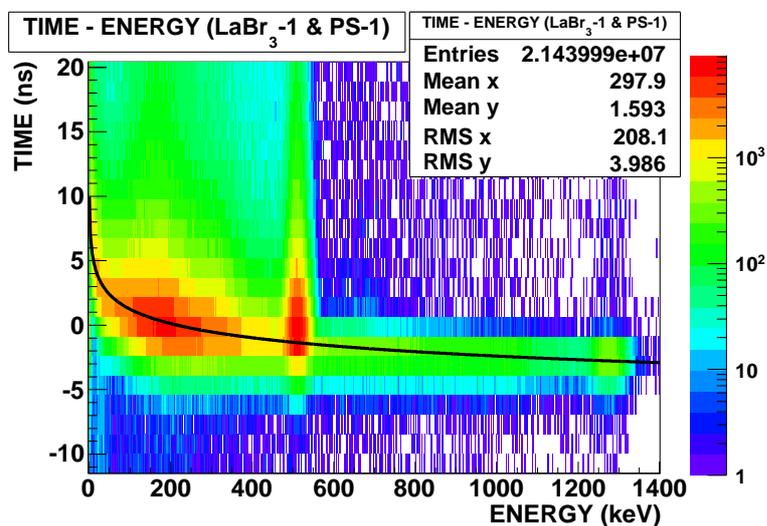
プラスチックシンチレータは、タイミング差を取るときに引く側なので、エネルギーが低いほどタイミングが速く、エネルギーが高いほどタイミングが遅くなる。図 5.3(a) に、タイミングとエネルギーの二次元分布を示す。既に、プロンプトのタイミング較正及び $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の time walk 補正は終わっているので、プロンプトピークはほぼ $t = 0$ 付近にある。プラスチックシンチレータは、立ち上がりが速いため、time walk は小さい。それでも、明らかに、エネルギー依存性が見えている。

$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ と逆の効果になることに注意すれば、threshold をよこ切る時刻 f は、エネルギー x の関数 $f(x)$ として、

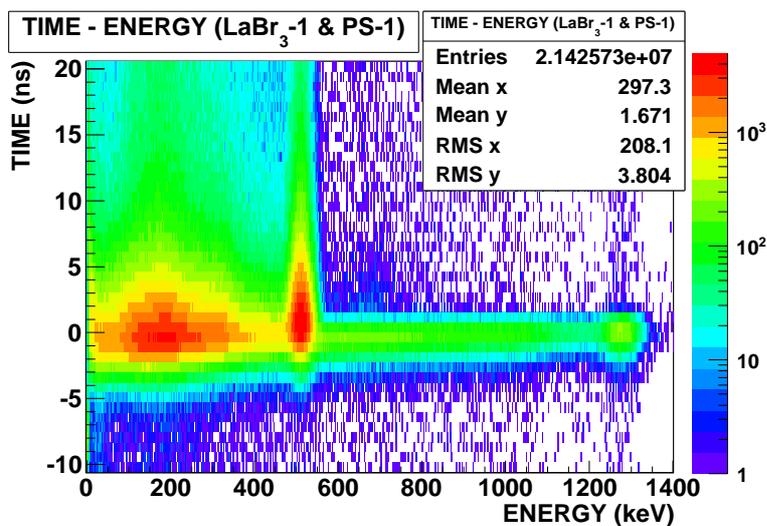
$$f(x) = -t + \sigma \sqrt{2 \ln \left(\frac{x}{E} \right)} \quad (5.2)$$

と書ける。そこで、次のように、time walk を補正する。

1. プラスチックシンチレータのエネルギースペクトルを、ビン幅 0.125 p.e. で作成する。
2. 最もイベント数の大きいビンと、その両隣のビンの、0.725 p.e. 分のイベント数を記録する。
3. 記録したイベント数と同じ統計が得られるよう、0~60 p.e. の領域をいくつかに分ける。
4. それぞれの領域について、タイミングスペクトルを作成する。
5. 作成したタイミングスペクトルについて、プロンプトピークを、中心 -5σ ~ 中心 $+ \text{HWHM}$ の範囲で、ガウシアンでフィットする。
6. フィットによって求めた中心値を、エネルギーに対してプロットする。
7. 作成されたグラフを、式 (5.2) によってフィットする。ただし、 $E = 10^{-12}$ p.e. とする。
8. 得られた曲線 (図 5.3(a) に記載) が、エネルギーとプロンプト位置の関係を示すものとし、その曲線が $t = 0$ となるよう、補正を加える。



(a) Time walk 補正前。実線は、フィットの結果を示す。



(b) Time walk 補正後。プロンプトピークのエネルギー依存性が解消されている。

図 5.2: LaBr₃(Ce) の time walk 補正。補正前のプロンプト位置は、エネルギーに対して、式 (5.1) によってフィットされ、補正が施される。

以上の time walk 補正後の、タイミングとエネルギーの二次元分布を、図 5.3(b) に示した。

5.1.8 カット：オフラインでのエネルギー threshold

ペDESTルやゲインの変動が激しいため、discriminator の threshold が変化しなくても、その値をエネルギーに変換した場合、変動が激しい可能性がある。これは、トリガーレートを変動させる要因になる。

そこで、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ について、それぞれが信号を出したという判断について、エネルギーが 150 keV 以上であることを要求する。これにより、イベント数は、さらに 74.3% 程度になる。

5.1.9 カット：プラスチックシンチレータのエネルギー差

PS-1 と PS-2 のエネルギーに、極端に差があるものは、陽電子がプラスチックシンチレータの中心付近を通らなかったものばかりでなく、ノイズの可能性も高い。特に、クロストークの場合、片方の信号が大きく、もう一方はほとんど零になることが多い。そのようなイベントは、プラスチックシンチレータのエネルギー差について、ある程度以内であることを要求すれば、落とすことができる。

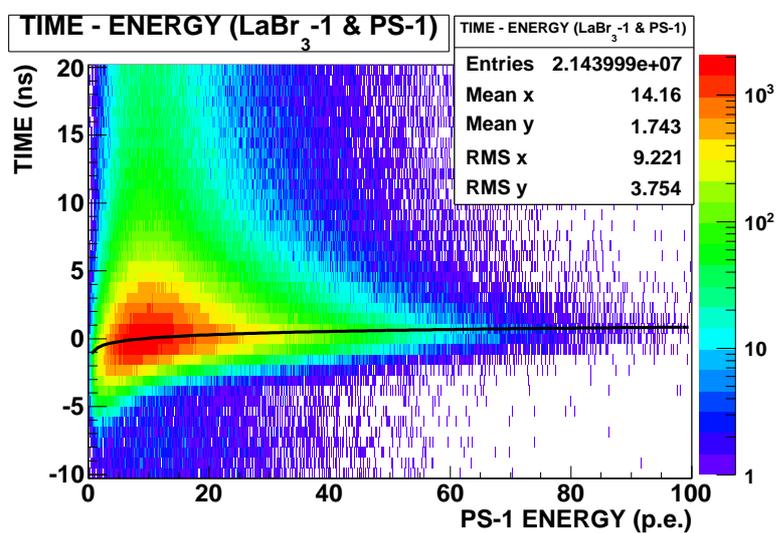
その際、エネルギーが大きいほど、統計的ゆらぎも大きくなることに留意して、エネルギーの平方根同士を比較する。また、ゲインやペDESTルが時間的に変動することから、lifetime 500 s 毎にこのカットをかけた。

具体的には、まず、第 5.1.8 節のカットを通ったイベントについて、 $\sqrt{\text{PS-1 のエネルギー} - \text{PS-2 のエネルギー}}$ のヒストグラムを、lifetime 500 s 毎に作成した。次に、そのグラフを、中心値 $\pm \text{HWTM}$ の範囲で、ガウシアンでフィットした。そして、そのフィット結果を用いて、中心値 $\pm 5\sigma$ 内にあるイベントのみを残し、それ以外を取り除いた。

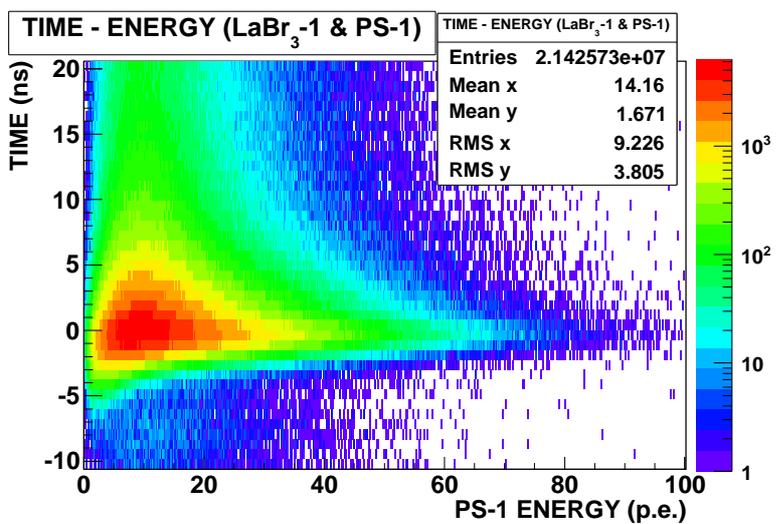
図 5.4(a) に、カット前の、プラスチックシンチレータのエネルギーの二次元分布を示した。また、フィットの様子を、5.4(b) に示した。ここで、ガウシアン標準偏差は、ほぼ 1 になっている。これは、エネルギーの分散が、2 つの PMT で得られた光電子数の、和の統計的揺らぎのみで決まっていることを示す。このカットは、ほぼ全てのイベントが通過し、ごく一部 ($\sim 10^{-6}$) のノイズのみが除かれる。

5.1.10 カット： $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の時間差

今回、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 用の Q-ADC のゲート幅は 350 ns である。 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ が 2 個以上信号を出したとする。Q-ADC のゲートは最初に信号を出した $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のタイミングで開くため、2 個目以降のうち、1 個目との時間差が大きいものについては、電荷が全て収集されない可能性がある。極端に遅い場合は、エネルギーカットによって取り除けるが、

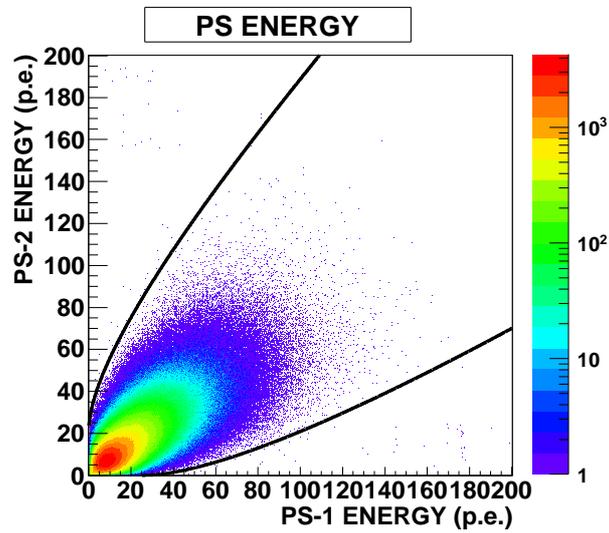


(a) Time walk 補正前。実線は、フィットの結果を示す。

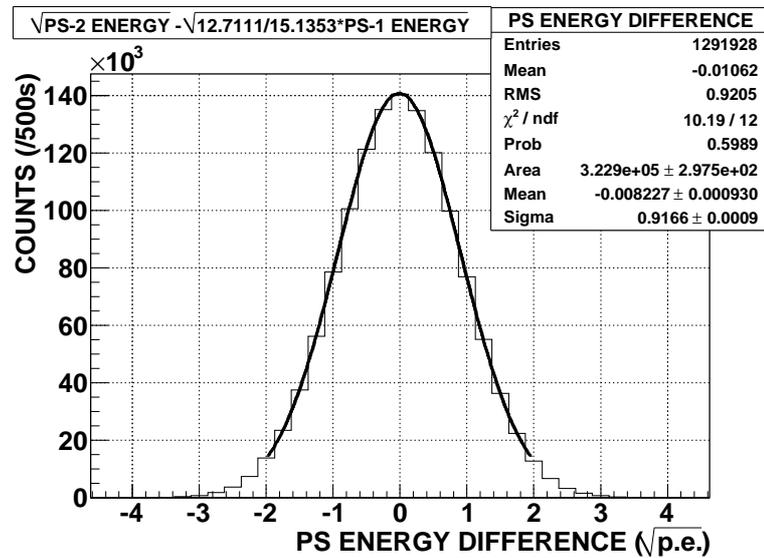


(b) Time walk 補正後。プロンプトピークのエネルギー依存性が解消されている。

図 5.3: プラスチックシンチレータの time walk 補正。補正前のプロンプト位置は、エネルギーに対して、式 (5.2) によってフィットされ、補正が施される。



(a) カット前の、プラスチックシンチレータのエネルギーの二次元分布。実線は、カット条件を示し、実線で囲まれた部分のイベントが選択される。



(b) 2つのプラスチックシンチレータでの、エネルギーの平方根の差。実線は、ガウシアンによるフィット結果を示す。標準偏差がほぼ1になる。

図 5.4: プラスチックシンチレータのエネルギー差によるカット。

表 5.1: カットのまとめ。

カットの種類	カット条件	残るイベントの割合 (%)
プラスチックシンチレータの 時間差	$\pm 5\sigma$	97.8
Time walk 補正	“Threshold”以上のエネルギー	97.7
オフライン threshold	LaBr ₃ (Ce) のエネルギーが 150 keV 以上	72.6
プラスチックシンチレータの エネルギー差	平方根差で $\pm 5\sigma$	72.6
LaBr ₃ (Ce) の時間差	信号を出した 全組み合わせで $\pm 5\sigma$	72.4

250–350 ns 程度であれば、本来のエネルギーより小さいエネルギーとしてカウントされてしまう。

そこで、LaBr₃(Ce) が 2 個以上信号を出したイベントに対してのみ、信号を出した全ての LaBr₃(Ce) の組み合わせについて、時間差が $\pm 5\sigma$ (約 3.0 ns) 以内であることを要求する。

具体的には、まず、第 5.1.9 節のカットを通り、かつ LaBr₃(Ce) 2 個以上の信号があるものについて、信号を出した全組み合わせでの時間差スペクトルを作成し、それを中心値 \pm HWTM の範囲で、ガウシアンでフィットする。そして、そのフィット結果を用いて、中心値 $\pm 5\sigma$ 内に全てが入っているイベントのみを残し、それ以外は取り除く。

このカットは、これまでのカットを通ったイベントのうち、99.7%が通過する。

5.1.11 カットのまとめ

表 5.1 に、カットと、そのカットまでで残るイベントの割合について、まとめた。全カットを通じ、約 70%のイベントが残る。これらのイベントについて、さらに解析を進める。

5.2 ポジトロニウムの崩壊率、生成率

データの質を確認するため、ポジトロニウムの崩壊率、生成率を求めた。ゼーマン遷移の影響はここでは見ないため、ここでの全ての解析は、RF-OFF のデータを用いて行った。解析は、各磁場毎で、各 LaBr₃(Ce) 毎に行われた。また、イベントとして、LaBr₃(Ce) の信号が 1 つしかなかったもののみを使用した。

表 5.2: 典型的な R_{stop} . この数字は、ガス密度や磁場の値によって変動するため、各条件毎に別の数字を用いた。

LaBr ₃ (Ce) の番号	R_{stop} (kHz)
1	3.44
2	3.54
3	4.14
5	3.85
6	4.05

ポジトロニウムの崩壊率、生成率は、タイミングスペクトルをフィットすることで求める。タイミングスペクトルは、プロンプトピークより後の領域については、低速陽電子、 $|+\rangle$ 成分、 $m_z = \pm 1$ 成分、およびアクシデンタル成分の 4 成分から成る。

5.2.1 ストップレートの補正

タイミングスペクトルで見られる、信頼できる時間領域は、 $-5 \sim 850$ ns である。実験で用いた TDC は、最初に来た信号までの時間のみを保持し、その後の信号は記録されない。したがって、遅い時間ほど、イベントが記録される確率が減ってしまう。この減り方は、LaBr₃(Ce) のシングルカウントレート (TDC ストップレート) を R_{stop} とすると、 $\exp(-R_{\text{stop}}t)$ に比例する。

例えば、本来時間的に一定であるはずの分布であれば、実際に TDC で観測されるタイミングスペクトルは、 $\exp(-R_{\text{stop}}t)$ になってしまう。これは、崩壊率のフィットに致命的な影響を及ぼすため、補正を加える必要がある。

具体的には、フィットする前の各 LaBr₃(Ce) のタイミングスペクトルに対し、 $\exp(+R_{\text{stop}}t)$ をかけておき、それからフィットするようにした。 R_{stop} については、1 時間に 1 回程度、Visual Scaler で測定し、それを用いた。表 5.2 に、典型的な R_{stop} を示す。

5.2.2 タイミングスペクトルのフィット

タイミングスペクトルは、崩壊率 3 成分 + アクシデンタルでフィットする。すなわち、

$$f(t) = C_{\text{pos}} \exp(-\Gamma_{\text{post}}t) + C_{\text{short}} \exp(-\Gamma_{\text{short}}t) + C_{\text{long}} \exp(-\Gamma_{\text{long}}t) + A_{\text{accidental}} \quad (5.3)$$

なる関数 $f(t)$ を用いる。崩壊率の 3 成分のうち、 Γ_{pos} は低速陽電子、 Γ_{slow} は $|+\rangle$ 成分、 Γ_{long} は $m_z = \pm 1$ 成分のものである。フィットは以下のように行った。

$m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率 まず、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率を求めた。 $C_{\text{pos}} = C_{\text{short}} = 0$ と固定してフィットすればよい。

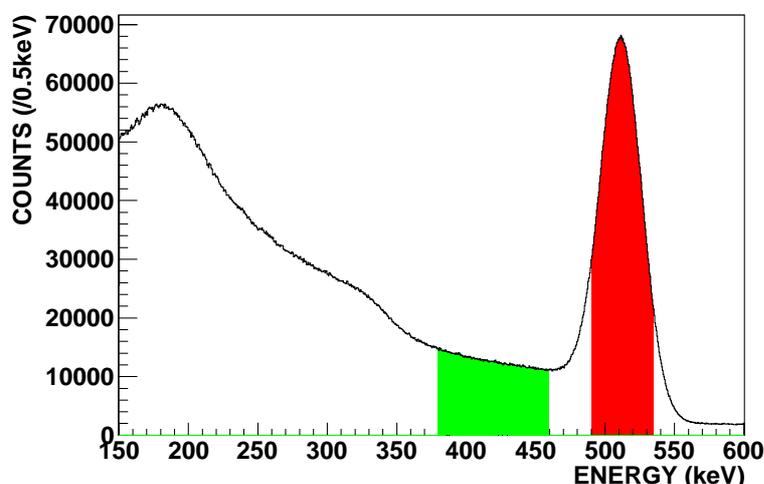


図 5.5: 崩壊率フィットのためのエネルギーカット。データは、LaBr₃(Ce)-1, 1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T, RF-OFF, LaBr₃(Ce)-1 のもの。緑で示した領域が、コンプトンフリー領域であり、赤で示したのは、ピーク領域である。

$m_z = \pm 1$ 成分は、pickoff による 2γ 崩壊を除けば、ほぼ 3γ 崩壊によるものである。そこで、他の成分 (2γ 崩壊) による影響を取り除くため、エネルギーカットをかけた上で、崩壊率フィットを行った。

具体的には、380~460 keV の、コンプトンフリーな領域を使用した。図 5.5 に、エネルギースペクトルと、使用した領域の関係を示す。

フィットの範囲について、終点は 850 ns に固定し、始点を 5 ~ 400 ns の範囲で動かして、フィット結果の変動を見た。図 5.6 に、フィットの一例を、図 5.7 に、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を示す。さらに、図 5.8 に、フィットの reduced chisquare の値を示した。この結果から、70 ns 以降のデータは、安定しており、reduced chisquare の値もほぼ 1 である。したがって、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率の値としては、始点 70 ns での値を用いる。

|+) の崩壊率 次に、|+) の崩壊率を求めた。今度は、(5.3) 式において、 Γ_{long} を、先に求めたもので固定し、 $C_{\text{pos}} = 0$ とし、その他のパラメータをフリーにしてフィットした。

また、エネルギーカットについては、図 5.5 に赤色で示した、490~535 keV の、ピーク領域を用いた。これは、|+) 成分が、ほぼ 2γ 崩壊をするからである。

フィットの範囲について、終点は 850 ns に固定し、始点を 1 ~ 35 ns の範囲で動かして、フィット結果の変動を見た。図 5.9 に、フィットの一例を、図 5.10 に、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を示す。さらに、図 5.11 に、フィットの reduced chisquare の値を示した。この結果から、20 ns 以降のデータは、安定しており、reduced chisquare

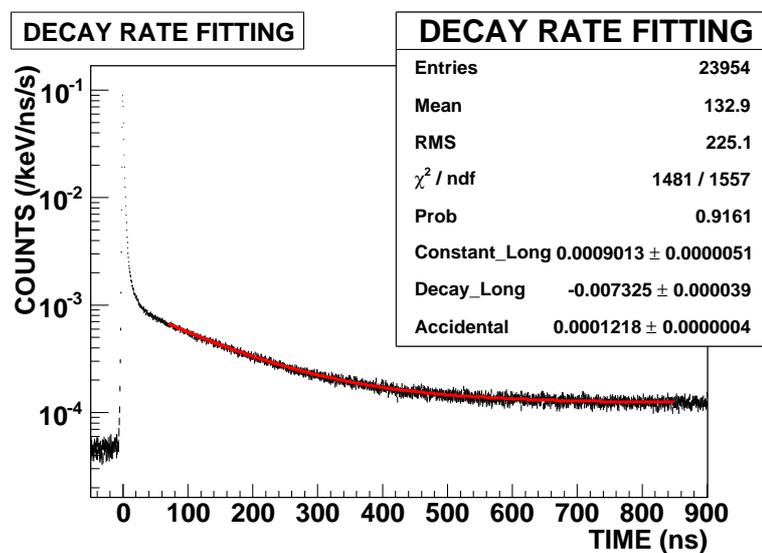


図 5.6: $m_z = \pm 1$ 成分のフィットの一例。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T, RF-OFF, LaBr₃(Ce)-1 のもの。ヒストグラムには、既に、 R_{stop} の補正が施されており、コンプトンフリー領域のエネルギーカットもかけてある。対消滅と p-Ps の崩壊によるプロンプトピークがあり、その後に o-Ps の崩壊曲線が続き、十分時間が経った領域では、アクシデンタルが支配的になる。(5.3) 式によるフィット結果を、同時にのせている。ここでは、フィット範囲の始点は 70 ns である。

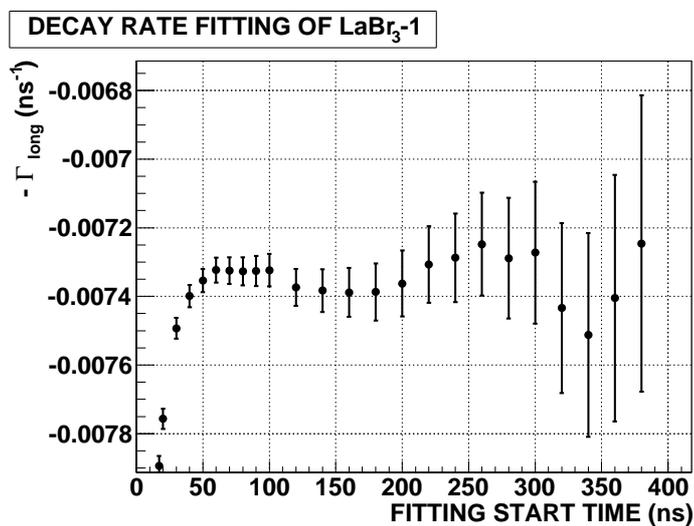


図 5.7: $m_z = \pm 1$ 成分のフィットについて、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を見たもの。70 ns 以降でフィット結果が安定している。

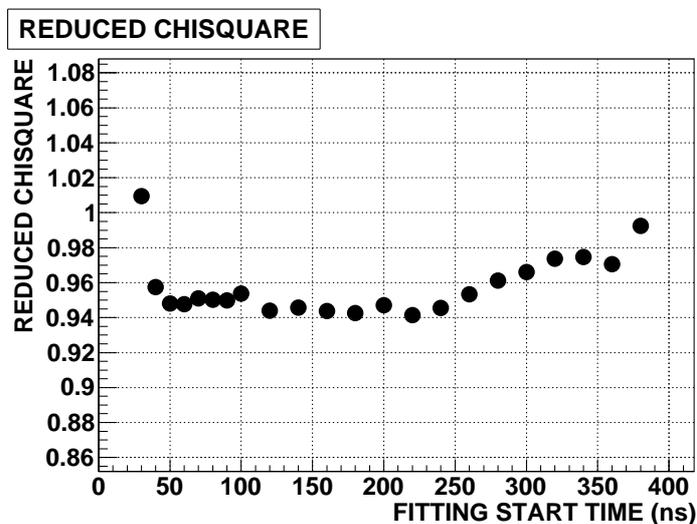


図 5.8: $m_z = \pm 1$ 成分のフィットについて、フィット範囲の始点に対する、reduced chisquare の変動を見たもの。1 より小さい。

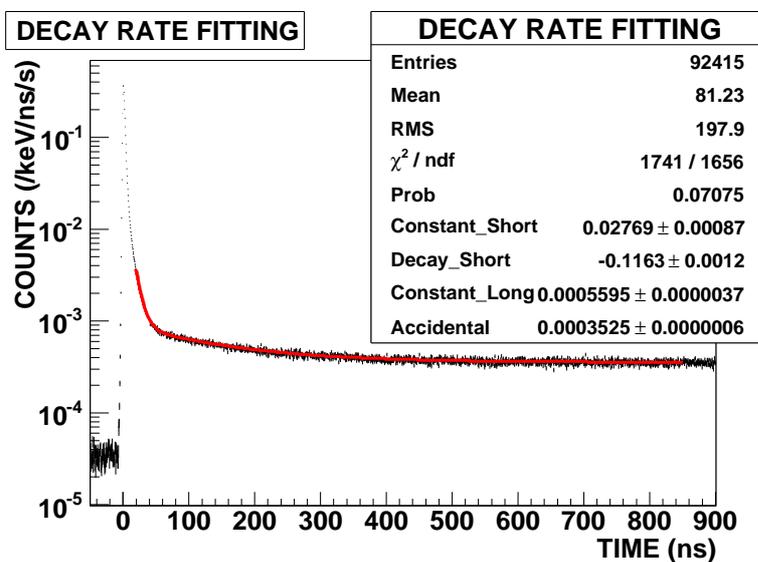


図 5.9: $|+\rangle$ 成分のフィットの一例。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T, RF-OFF, LaBr₃(Ce)-1 のもの。ヒストグラムには、既に、 R_{stop} の補正が施されており、ピーク領域のエネルギーカットもかけてある。(5.3) 式によるフィット結果を、同時にのせている。ここでは、フィット範囲の始点は 20 ns である。

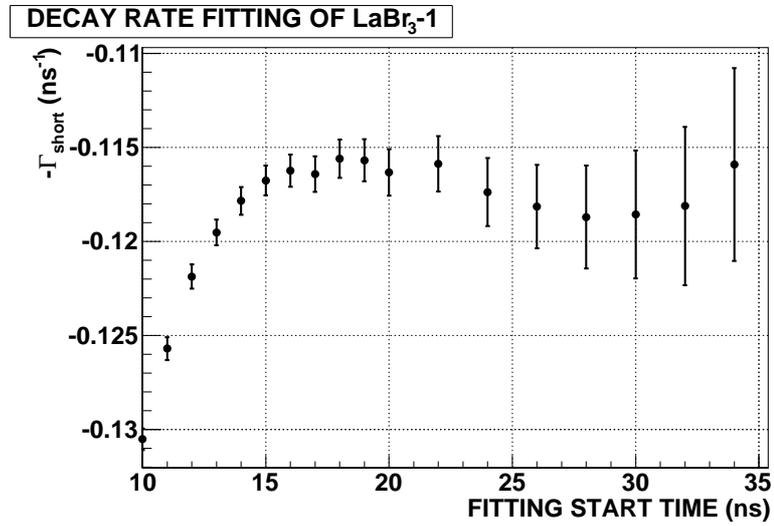


図 5.10: $|+\rangle$ 成分フィットについて、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を見たもの。20 ns 以降でフィット結果が安定している。

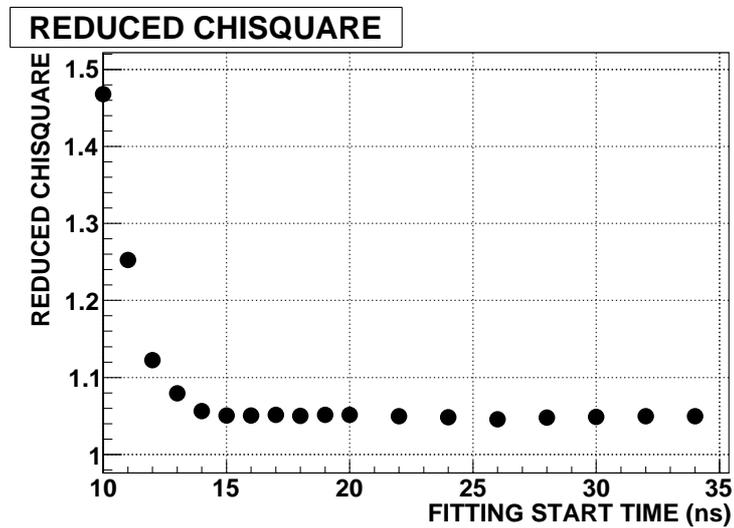


図 5.11: $|+\rangle$ 成分フィットについて、フィット範囲の始点に対する、reduced chi-square の変動を見たもの。20 ns 以降でほぼ 1 になる。

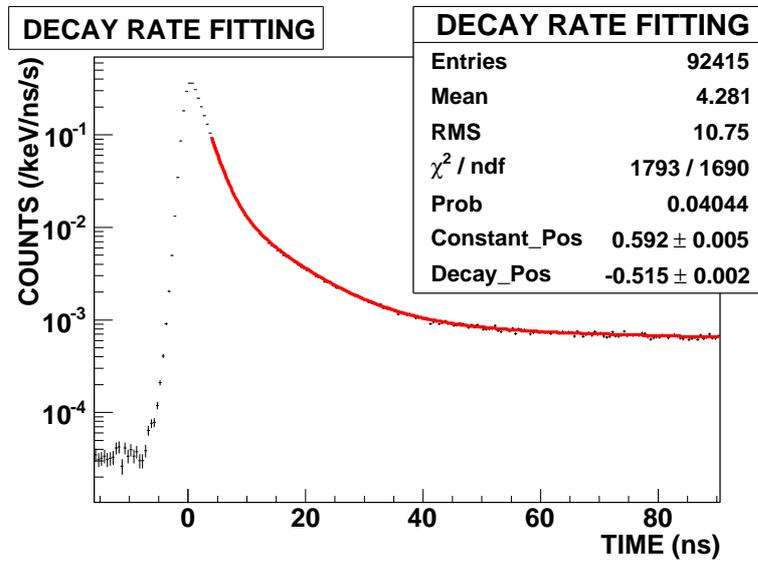


図 5.12: 低速陽電子のフィットの一例。データは、1.3501 amagat, 0.8658169 T, RF-OFF, LaBr₃(Ce)-1 のもの。ヒストグラムには、既に、 R_{stop} の補正が施されており、ピーク領域のエネルギーカットもかけてある。(5.3) 式によるフィット結果を、同時にのせている。ここでは、フィット範囲の始点は 4 ns である。

の値もほぼ 1 である。したがって、 $|+\rangle$ 成分の崩壊率の値としては、始点 20 ns での値を用いる。

低速陽電子の崩壊率 次に、低速陽電子の崩壊率を求めた。今度は、(5.3) 式において、 C_{short} , Γ_{short} , C_{long} , Γ_{long} , $A_{\text{accidental}}$ を、先に求めたもので固定し、 C_{pos} , Γ_{pos} をフリーにしてフィットした。エネルギーカットについては、ピーク領域を用いた。これは、低速陽電子が、 2γ 崩壊をするからである。

フィットの範囲について、終点は 850 ns に固定し、始点を 1 ~ 10 ns の範囲で動かして、フィット結果の変動を見た。図 5.12 に、フィットの一例を、図 5.13 に、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を示す。さらに、図 5.14 に、フィットの reduced chisquare の値を示した。この結果から、低速陽電子の崩壊率の値としては、始点 4 ns での値を用いる。

ポジトロニウムの生成率 ポジトロニウムの生成率は、 $|+\rangle$ 成分の面積と、低速陽電子の面積から求めた。 $|+\rangle$ 成分が生成されたポジトロニウムの 1/4 であり、 $|+\rangle$ 成分も低速陽電子もほぼ 2γ 崩壊とみなせることに気を付ければ、ポジトロニウムの生成率 F は、

$$F = \frac{4C_{\text{short}}\Gamma_{\text{short}}^{-1}}{4C_{\text{short}}\Gamma_{\text{short}}^{-1} + C_{\text{pos}}\Gamma_{\text{pos}}^{-1}} \quad (5.4)$$

として求められる。

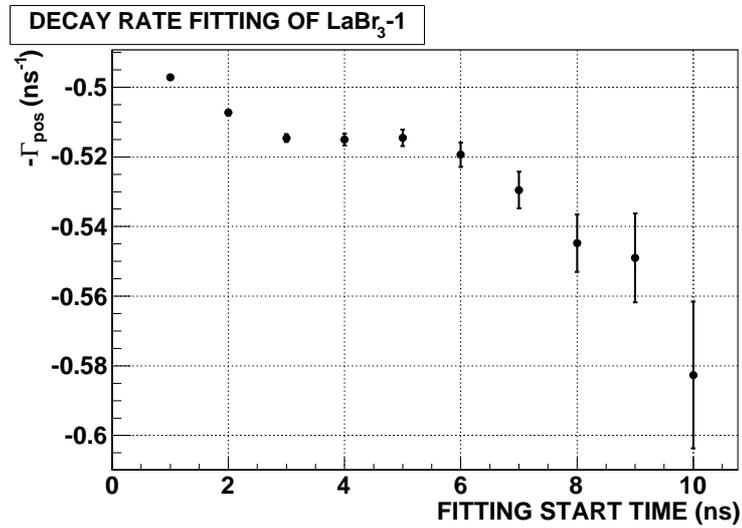


図 5.13: 低速陽電子フィットについて、フィット範囲の始点に対する崩壊率の変動を見たもの。4 ns 付近が比較的安定している。

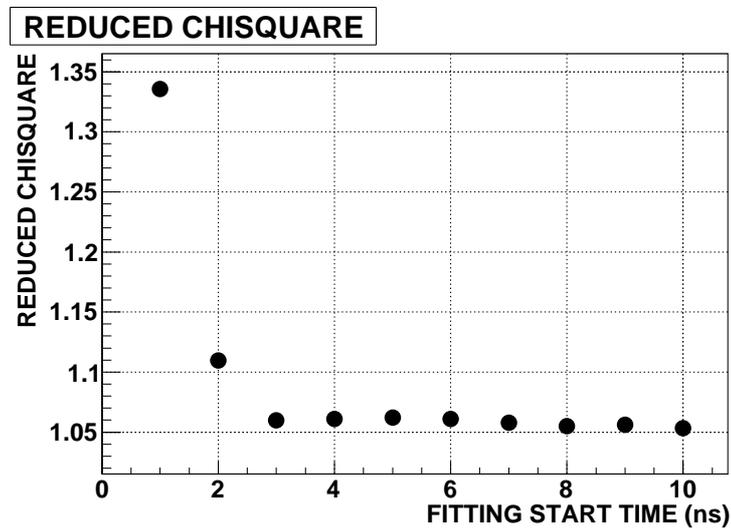


図 5.14: 低速陽電子フィットについて、フィット範囲の始点に対する、reduced chisquare の変動を見たもの。4 ns 付近でほぼ 1 だが若干悪い。

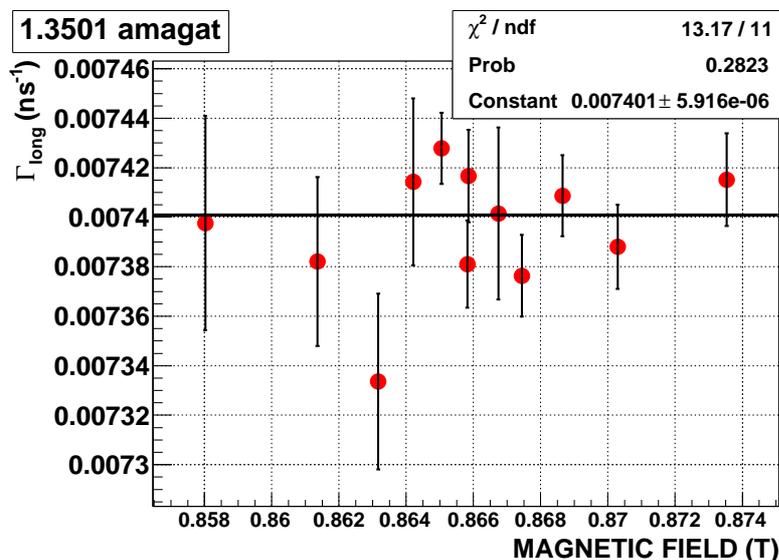


図 5.15: 磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (1.3501 amagat, $m_z = \pm 1$ 成分)。磁場に対する依存性は見られない。

5.2.3 ガス密度、磁場と崩壊率、生成率

ポジトロニウムの崩壊率、生成率は、各ガス密度、磁場点で求められた。各 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ で求めた値を平均した。その結果をまとめる。

1.3501 amagat での崩壊率、生成率 1.3501 amagat での崩壊率を、磁場に対し、 $m_z = \pm 1$ 成分は図 5.15 に、 $|+\rangle$ 成分は図 5.16 に、低速陽電子は図 5.17 に、それぞれ示す。 $m_z = \pm 1$ 成分については、本来、磁場依存性はない。実際、磁場依存性は見られていない。これらの平均をとると、崩壊率は $7.4005(59) \times 10^{-3} \text{ ns}^{-1}$ (寿命は 135.13(11)ns) となり、これは、文献値から計算した、混合ガス 1.3501(71) amagat での値 (崩壊率 $7.3758(60) \times 10^{-3} \text{ ns}^{-1}$, 寿命 135.58(11) ns) と一致している。

また、求めた崩壊率から、pickoff による崩壊率を求めると、 $\Gamma_{\text{pickoff}} = 3.604(60) \times 10^{-4} \text{ ns}^{-1}$ (5.119(85)%) となる。

一方、 $|+\rangle$ 成分の崩壊率は、磁場依存性をもつ。図 5.16 には、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率を基に (3.8) 式に従って計算した理論値を示したが、磁場依存性を含めてよく一致している。

低速陽電子の崩壊率については、磁場依存性はない。安定していないのは、フィットの困難さによるものと考えられる。求められた崩壊率は、 $0.52(1) \text{ ns}^{-1}$ であるが、これは混合ガス 1.3501 amagat について文献値から計算された値 ($0.3987(76) \text{ ns}^{-1}$) より大きい。これは、イソブタンの Z_{eff} が 1.311(35) 倍であれば説明できる。

ポジトロニウム生成率については、図 5.18 に示す。生成率に磁場依存性はなく、 $F =$

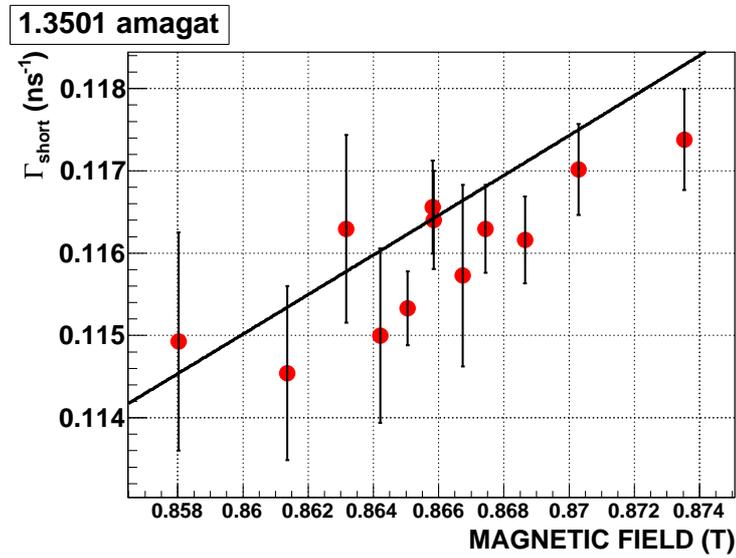


図 5.16: 磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (1.3501 amagat, $|+\rangle$ 成分)。黒実線は、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率を基に計算された、理論値を示す。

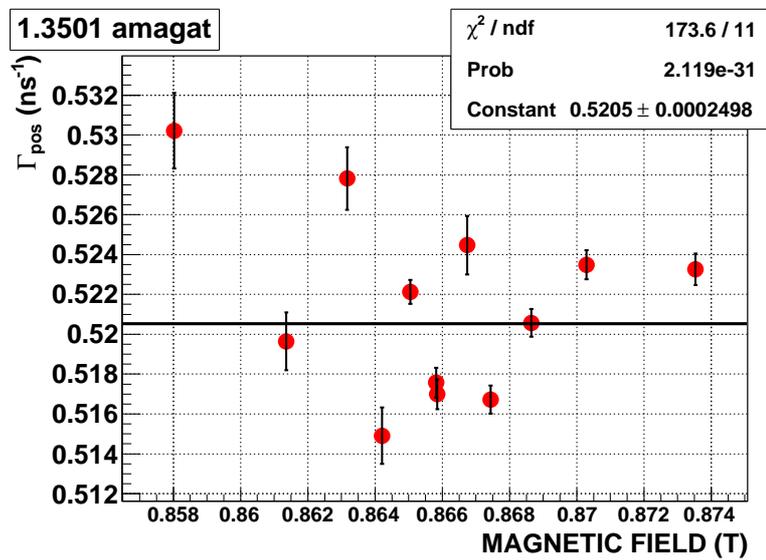


図 5.17: 磁場に対する低速陽電子崩壊率 (1.3501 amagat)。磁場に対する依存性は見られない。

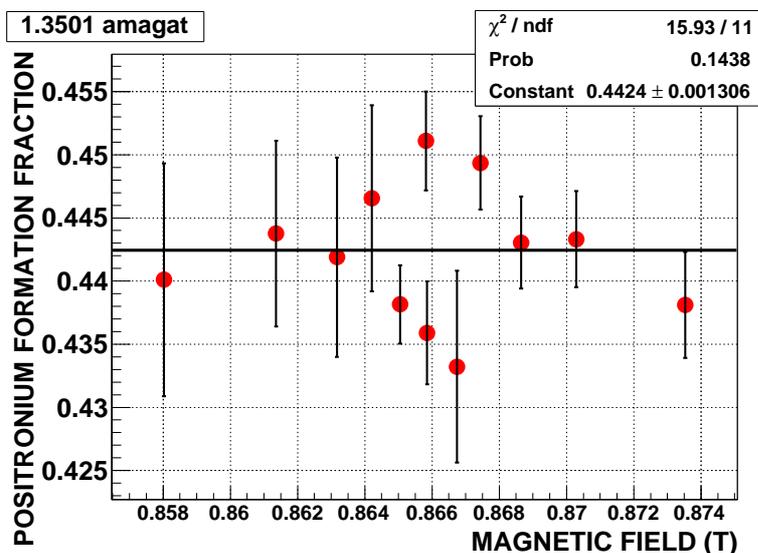


図 5.18: 磁場に対するポジトロニウム生成率 (1.3501 amagat)。磁場に対する依存性は見られない。

0.4424(13) と大きい。窒素では $F \sim 0.2$ であるから、ほぼイソブタンによって生成されていることになる。

0.8916 amagat での崩壊率、生成率 0.8916 amagat での崩壊率を、磁場に対し、 $m_z = \pm 1$ 成分は図 5.19 に、 $|+\rangle$ 成分は図 5.20 に、低速陽電子は図 5.21 に、それぞれ示す。 $m_z = \pm 1$ 成分については、本来、磁場依存性はない。実際、磁場依存性は見られていない。これらの平均をとると、崩壊率は $7.2609(91) \times 10^{-3} \text{ ns}^{-1}$ (寿命は $137.72(17) \text{ ns}$) となり、これは、文献値から計算した、混合ガス 0.8916(71) amagat での値 (崩壊率 $7.2618(39) \times 10^{-3} \text{ ns}^{-1}$, 寿命 $137.706(73) \text{ ns}$) と一致している。

また、求めた崩壊率から、pickoff による崩壊率を求めると、 $\Gamma_{\text{pickoff}} = 2.208(91) \times 10^{-4} \text{ ns}^{-1}$ (3.14(13)%) となる。

0.8916 amagat では、 $|+\rangle$ 成分の崩壊率を求める際、フィット開始点は 34 ns とした。これは、1.3501 amagat に比べガス密度が小さいため、遅い時間まで低速陽電子の影響が残ってしまうからである。 $|+\rangle$ 成分の崩壊率は、磁場依存性をもたずである。図 5.20 には、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率を基に (3.8) 式に従って計算した理論値を示したが、測定誤差の範囲で一致しているものの、磁場依存性が見られるほど精度が高くなかった。

上記と同様の理由により、低速陽電子の崩壊率を求める際のフィット開始点は、 10 ns であった。低速陽電子の崩壊率については、磁場依存性はない。安定していないのは、フィットの困難さによるものと考えられる。求められた崩壊率は、 $0.31(2) \text{ ns}^{-1}$ であるが、これは混合ガス 0.8916 amagat について文献値から計算された値 ($0.2633(50) \text{ ns}^{-1}$)

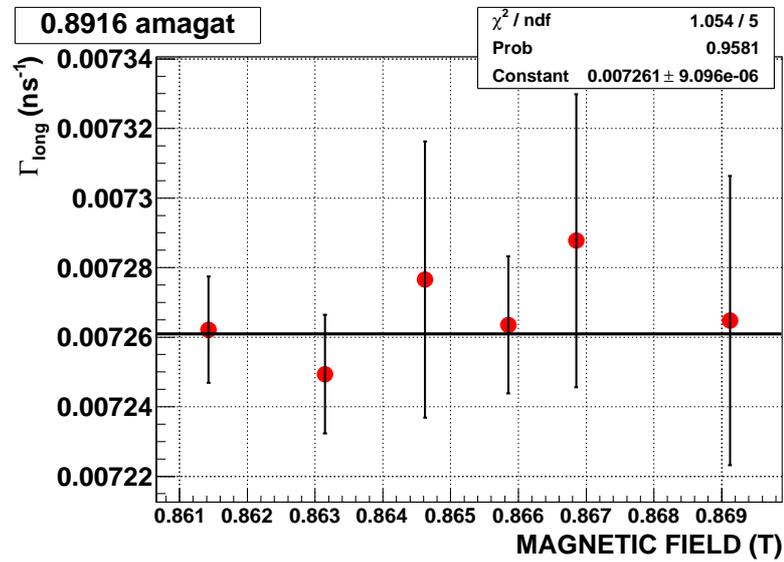


図 5.19: 磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (0.8916 amagat, $m_z = \pm 1$ 成分)。磁場に対する依存性は見られない。

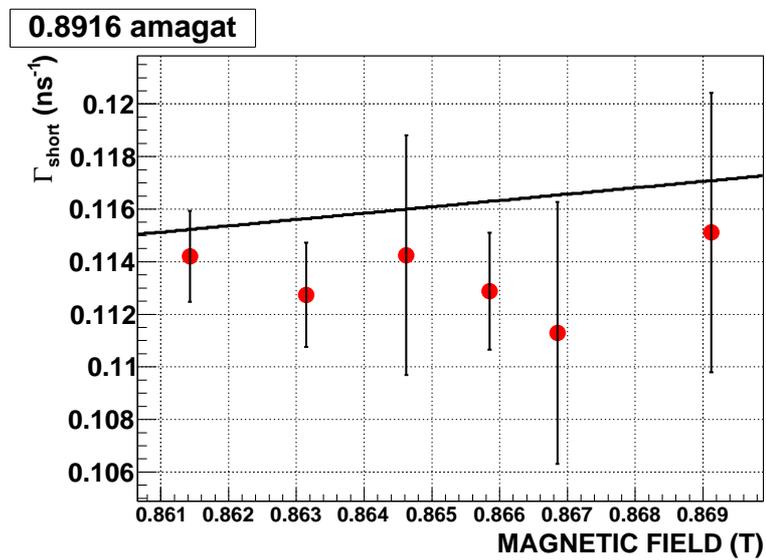


図 5.20: 磁場に対するポジトロニウム崩壊率 (0.8916 amagat, $|+\rangle$ 成分)。黒実線は、 $m_z = \pm 1$ 成分の崩壊率を基に計算された、理論値を示す。

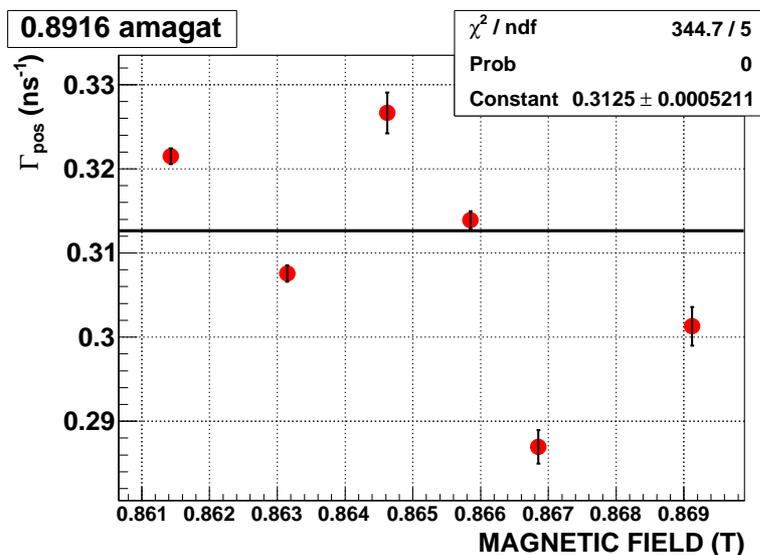


図 5.21: 磁場に対する低速陽電子崩壊率 (0.891 6 amagat)。磁場に対する依存性は見られない。

より大きい。これは、イソブタンの Z_{eff} が 1.191(73) 倍であれば説明できる。この値は 1.350 1 amagat のときと一致しており、平均すると、 $Z_{\text{eff}}(\text{iso})$ は 1.289(32) 倍あればいいことになる。

ポジトロニウム生成率については、図 5.22 に示す。生成率に磁場依存性はなく、 $F = 0.460(10)$ となり、1.350 1 amagat のときと一致する。平均すると、 $F = 0.4427(13)$ である。

5.3 タイミングウィンドウ

ゼーマン遷移確率を求めるにあたっては、第 2 章で述べたように、時間情報を有効に使う。プロンプトピークと、アクシデンタルの影響をできるだけ避けるため、35~155 ns のタイミングウィンドウをかけた。その中のイベントに対して、ゼーマン遷移確率導出の解析を行う。なお、これ以降も、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ の信号が 1 つしかなかったイベントのみに対して、解析を行う。

$\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1, 1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T のデータについて、RF-ON と RF-OFF でのタイミングスペクトルを比較したものを、図 5.23 に示す。タイミングウィンドウによって、ゼーマン遷移イベントを、効率的に選択できる。

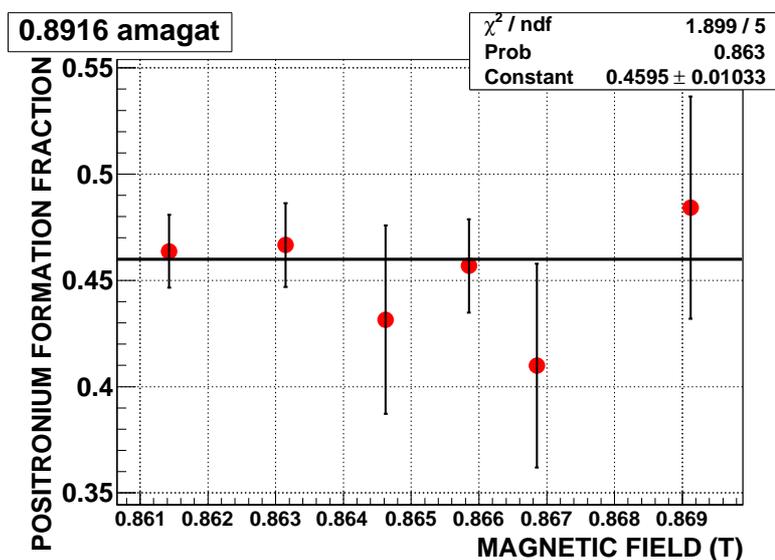


図 5.22: 磁場に対するポジトロニウム生成率 (0.891 6 amagat)。磁場に対する依存性は見られない。

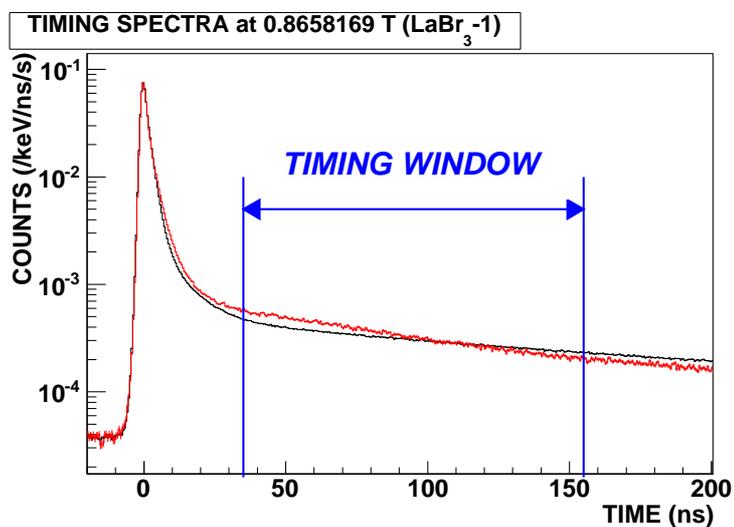


図 5.23: タイミングスペクトルの RF-ON, RF-OFF での比較。赤が RF-ON, 黒が RF-OFF を示す。赤と黒の差分が、ゼーマン遷移によるものである。タイミングウィンドウも、同時に示した。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T における、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1 のもの。150~1400 keV のエネルギー領域についてのイベントであり、lifetime 及びエネルギー幅 (1250 keV) でノーマライズされている。

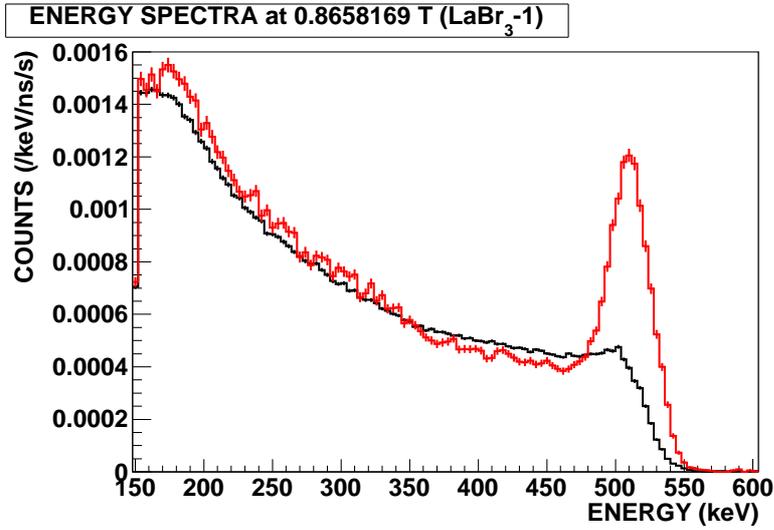


図 5.24: エネルギースペクトルの RF-ON, RF-OFF での比較。赤が RF-ON, 黒が RF-OFF を示す。赤と黒の差分が、ゼーマン遷移によるものである。35~155 ns のタイミングウィンドウを掛け、700~850 ns のアクシデンタル領域のイベントが引かれている。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T における、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})-1$ のもの。lifetime 及びウィンドウ幅 (120 ns) でノーマライズされている。

5.4 エネルギースペクトル

5.3 節で述べたタイミングウィンドウ中で、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 毎にエネルギースペクトルを作成し、ゼーマン遷移確率を求める。タイミングウィンドウ中のイベントは、アクシデンタルイベントも含んでいる。そのため、まず、アクシデンタルイベントによる寄与を取り除く。

アクシデンタルウィンドウとして、700~850 ns をとり、その領域でのエネルギースペクトルを、タイミングウィンドウ中でのエネルギースペクトルから差し引くことで、これは達成される。ただし、この際、第 5.2.1 節で述べた、 R_{stop} の補正を加えることに留意する。

具体的には、タイミングウィンドウ中での、lifetime でノーマライズされたスペクトルを S_{TW} 、アクシデンタルウィンドウ中での、lifetime でノーマライズされたスペクトルを S_{AW} とすると、求めるスペクトル S は、

$$S = S_{\text{TW}} - \frac{\int_{35 \text{ ns}}^{155 \text{ ns}} \exp(-R_{\text{stop}}t) dt}{\int_{700 \text{ ns}}^{850 \text{ ns}} \exp(-R_{\text{stop}}t) dt} S_{\text{AW}} \quad (5.5)$$

と表される。

このようにして求めたエネルギースペクトルについて、RF-ON と RF-OFF で比較したものを、図 5.24 に示す。ゼーマン遷移によって、 2γ 崩壊が増加し、 3γ 崩壊が減少している様子が見て取れる。

5.5 ゼーマン遷移確率の導出

ゼーマン遷移確率を求めるには、第5.4節で求めたエネルギースペクトルと、モンテカルロ・シミュレーションによって得られた、 2γ 崩壊及び 3γ 崩壊のエネルギースペクトルを用いた。モンテカルロ・シミュレーションを使わない方法も考えられるが、この方法が現段階ではもっとも系統誤差を小さくできると考えている。以下で、RF-ONのスペクトルを S_{ON} 、RF-OFFのスペクトルを S_{OFF} 、モンテカルロ・シミュレーションによる、 2γ 崩壊のスペクトルを $S_{2\gamma MC}$ 、 3γ 崩壊のスペクトルを $S_{3\gamma MC}$ とする。

5.5.1 RF-OFFの解析

RF-OFFのエネルギースペクトルは、o- Ps の 3γ 崩壊のスペクトルと、pickoffによる 2γ 崩壊のスペクトルから成る。したがって、RF-OFFのエネルギースペクトル S_{OFF} は、以下のように書ける。

$$S_{OFF} = A_{OFF} (S_{3\gamma MC} + \beta S_{2\gamma MC}) . \quad (5.6)$$

ここで、 A_{OFF} は定数、 β はpickoff及び $|+\rangle$ 成分の混合比を示す定数である。

この式(5.6)を用いて、データを $LaBr_3(Ce)$ 毎にモンテカルロ・シミュレーションでフィットする。しかし、そのためには、

1. データでのゲイン較正が正しく行われていること
2. エネルギー分解能を正しく評価して、モンテカルロ・シミュレーションに反映させていること

の2点が、保証されなければならない。また、線源レートの減少についても考慮する。

ゲインの補正

データのゲイン較正は、第5.1.6節に述べた通りの方法で行った。これで大体、正しく較正できているのだが、少し補正が必要である。

まず、較正に用いたスペクトルは、 2γ 崩壊のスペクトルだけでなく、1275 keVの γ 線や、 3γ 崩壊のスペクトルも含んでいる。そのため、511 keVのピークは、そういったバックグラウンドの上に乗っていることになる。しかし、較正の際には、そうしたバックグラウンドを考慮せず、ピークの上半分を用いて、ガウシアンでフィットした。そのため、バックグラウンドによって、ピーク位置が若干変わってしまう効果を、正しく評価できていない可能性が高い。

さらに、較正に用いたスペクトルは、線源付近から出た γ 線をかなり多く含んでいる。これらは、線源の周りにある、キャビティーなどの物質に当たり、コンプトン効果によって、いくらかエネルギーを失うことがある。そのため、実際には、ピークが511 keVよりも若干低めになってしまう可能性がある。

表 5.3: 典型的なゲイン補正係数。この数字は、ガス密度や磁場の値によって変動するため、各条件毎に別の数字を用いた。

LaBr ₃ (Ce) の番号	ゲイン補正係数
1	1.0012
2	1.0014
5	1.0012
6	1.0011

これら 2 つの影響を抑えるため、back-to-back のペアで γ 線を検出し、かつプロンプトピーク内であったイベントを使用する。この段階で、LaBr₃(Ce)-3 は、back-to-back の相手がいないため、解析から除外される。具体的には、次の手順で行った。

1. LaBr₃(Ce)-1 と LaBr₃(Ce)-6, LaBr₃(Ce)-2 と LaBr₃(Ce)-5 がそれぞれペアである。検出された γ 線の数 が 2 つで、かつこの back-to-back ペア で検出した イベントのみを選択する。
2. それぞれの LaBr₃(Ce) について、エネルギー スペクトルを作成する。
3. 作成されたスペクトルの、511 keV のピークを、中心 \pm HWHM の範囲で、ガウシアンでフィットする。
4. 得られた中心値と、511 keV の比を、補正係数とする。

こうして得られた補正係数について、典型的なものを、表 5.3 にまとめた。これは、ガス密度や磁場で変化する可能性があり、それぞれの条件で別々に求めて使用した。

エネルギー分解能の評価

エネルギー分解能の評価は、先ほどと同様、back-to-back でプロンプト内に入ったイベントを使って、評価する。これは、コンプトン効果や、 γ 線が結晶に当たる角度などによって、分解能が実際より悪く見積もられるのを防ぐためである。

既に、511 keV のピークをガウシアンでフィットしているので、511 keV での分解能としては、そこで得られた値を用いる。これを σ_{511} とする。

また、エレクトロニクスによるスペクトルの広がりについては、第 5.1.6 節直後で、0 keV のピーク (ペDESTAL) を、中心 \pm FWHM で、ガウシアンでフィットすることで、評価する。これを σ_{ele} とする。

以上から、エネルギー E keV における分解能 $\sigma(E)$ は、

$$\sigma(E) = \sqrt{\sigma_{\text{ele}}^2 + (\sigma_{511}^2 - \sigma_{\text{ele}}^2) \cdot \frac{E}{511}} \quad (5.7)$$

表 5.4: 典型的な分解能の評価。この数字は、ガス密度や磁場の値によって変動するため、各条件毎に別の数字を用いた。

LaBr ₃ (Ce) の番号	σ_{511} (keV)	σ_{ele} (keV)
1	14.88	1.3740
2	16.11	1.5604
5	15.05	1.4033
6	15.23	1.2772

で求められる。ただし、光電子数の統計と、エレクトロニクスによる広がりのみを考慮した。

表 5.4 に、典型的な σ_{511} , σ_{ele} をまとめた。これについても、ゲインの補正と同様、ガス密度や磁場で別のものを使用した。

線源レートの補正

データは、85 日という長い期間にわたって取得されたため、その間に線源レートが減少する。²²Na の半減期は 2.6027(10) yr である [49] ため、85 日間で、線源レートは 93.99% に減少する。

そこで、エネルギースペクトルについて、線源レートの影響を受けないよう、線源レート 700 kBq (2009/05/17) での値に統一した。

なお、アクシデンタルのレートは、線源強度の 2 乗に比例するが、今回は、アクシデンタルを既に取り除いているので、単純に指数関数的な補正をかければよい。

モンテカルロ・シミュレーションによるフィット

以上の補正を含めて、モンテカルロ・シミュレーションでフィットする。既に述べた通り、(5.6) 式において、 A_{OFF} 及び β をフリーパラメータとする。フィット範囲は、370~545 keV である。フィットでは、モンテカルロ・シミュレーションの統計誤差も考慮してある。

図 5.25 に、LaBr₃(Ce)-1 について、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T におけるデータをフィットした結果を示す。モンテカルロ・シミュレーションのスペクトルの縦軸は、シミュレートした ²²Na の崩壊数によってノーマライズした後、線源強度 (700 kBq), ポジトロニウム生成率 (0.4427) をかけている。このスペクトルを使って、lifetime のみでノーマライズされたデータをフィットすることで、ポジトロニウム 1 個あたり崩壊する確率を、求めることができる。

フィットによって得られた β を、磁場に対してプロットしたものを、1.350 1 amagat, LaBr₃(Ce)-1 について図 5.26 に示す。磁場に関して安定している。なお、 β は、 2γ 崩壊

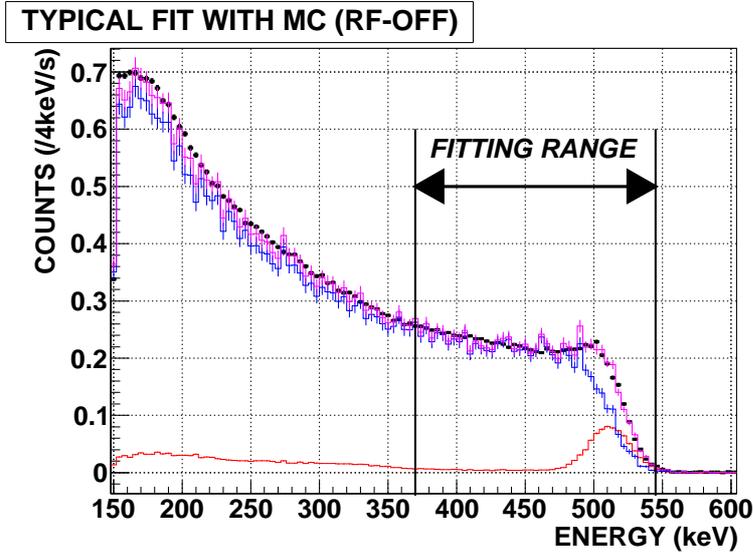


図 5.25: モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-OFF)。黒がデータ、赤が $S_{2\gamma MC}$ 、青が $S_{3\gamma MC}$ 、ピンクが赤と青の合計を示す。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T における、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1 のもの。lifetime でノーマライズされている。

と 3γ 崩壊の比なので、線源強度、ポジトロニウム生成率の不定性に影響されない。また、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 間で、検出効率の違いに影響されないため値が一致する。

5.5.2 RF-ON の解析

RF-ON のエネルギースペクトルは、 $o\text{-Ps}$ の 3γ 崩壊のスペクトルと、(元からの) $|+\rangle$ 及び pickoff による 2γ 崩壊のスペクトル、ゼーマン遷移による 2γ 崩壊のスペクトルから成る。 3γ 崩壊のスペクトルと、 $|+\rangle$ 及び pickoff による 2γ 崩壊のスペクトルについては、RF-OFF と同じ部分と、異なる部分に分けられる。すなわち、RF のパワーが供給されない領域においては、RF-OFF と同じであるが、RF のパワーが供給される領域においては、ゼーマン遷移によって、 3γ 崩壊の確率は、RF-OFF に比べて低くなる。

したがって、モンテカルロ・シミュレーションのスペクトルを、さらに 2 つの成分に分ける必要がある。RF のパワーが供給されない領域について、 2γ 崩壊のスペクトルを $S_{2\gamma MC, out}$ 、 3γ 崩壊のスペクトルを $S_{3\gamma MC, out}$ とし、RF のパワーが供給される領域については、 2γ 崩壊のスペクトルを $S_{2\gamma MC, in}$ 、 3γ 崩壊のスペクトルを $S_{3\gamma MC, in}$ とする。そうすれば、RF-ON のエネルギースペクトル S_{ON} は、以下のように書ける。

$$S_{ON} = A_{OFF} (S_{3\gamma MC, out} + \beta S_{2\gamma MC, out}) + A_{ON} (S_{3\gamma MC, in} + \Gamma S_{2\gamma MC, in}) . \quad (5.8)$$

ここで、 A_{ON} 、 Γ は定数、 A_{OFF} 、 β は RF-OFF と共通である。

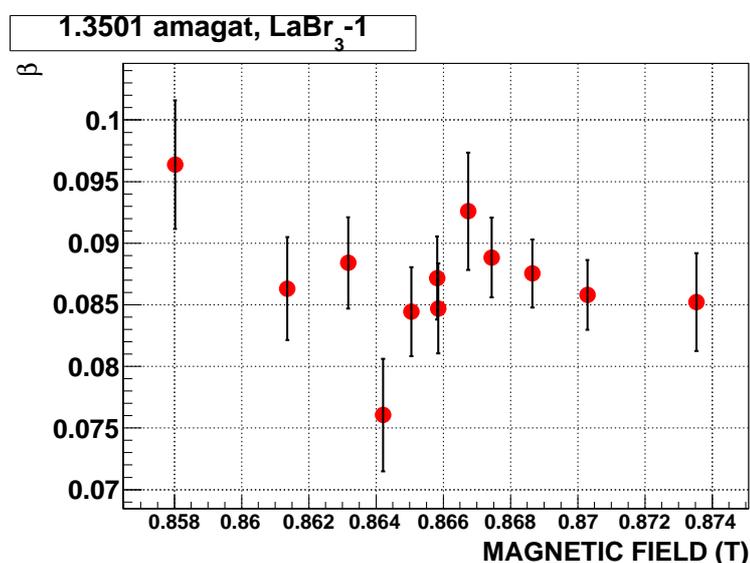


図 5.26: RF-OFF におけるフィットの結果 (β , 1.3501 amagat)。

RF-OFF のときと同様、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ のゲインの補正、分解能の評価、線源レートの補正を行い、 A_{OFF} , β については、RF-OFF の値を用いて、RF-ON のスペクトルをフィットした。図 5.27, 5.28 に、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1 について、1.3501 amagat, 0.8658169 T におけるデータをフィットした結果を示す。

フィットによって得られた Γ を、磁場に対してプロットしたものを、1.3501 amagat, $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1 について図 5.29 に示す。RF-OFF のときと同様、 Γ は 2γ 崩壊と 3γ 崩壊の比なので、線源強度、ポジトロニウム生成率の不定性に影響されない。また、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ 間で、検出効率の違いに影響されないため値が一致する。

5.5.3 遷移曲線

RF-OFF, RF-ON の解析結果から、1.3501 amagat, 0.8916 amagat それぞれ遷移曲線を作成した。解析の対象とする遷移曲線として、ここでは、 $\Gamma - \beta$ を使用した。すなわち、図 5.29 における、赤点から青点を引いたものを、遷移量として定義した。ただし、遷移量は $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ によって変わらないため、ここで $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ について平均した。

ここで、RF パワー P とキャビティー Q_L による補正をかけなければならない。今回選んだ遷移量は、時間情報まで含めると、ほぼ $\sqrt{PQ_L}$ に比例する。そこで、RF 系でモニター、測定した P , Q_L によって補正をかけた。その際、 P や Q_L による不定性は考慮され、エラーバーに含めた。

その上で、これを第 2 章で述べた理論曲線によってフィットし、超微細構造 Δ_{HFS} を求めた。その際、35 ~ 155 ns という時間情報を用いるが、実際にはデータは有限の時間分解能を持っている。そこで、各 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ について 150 ~ 1400 keV の時間スペクトルを作

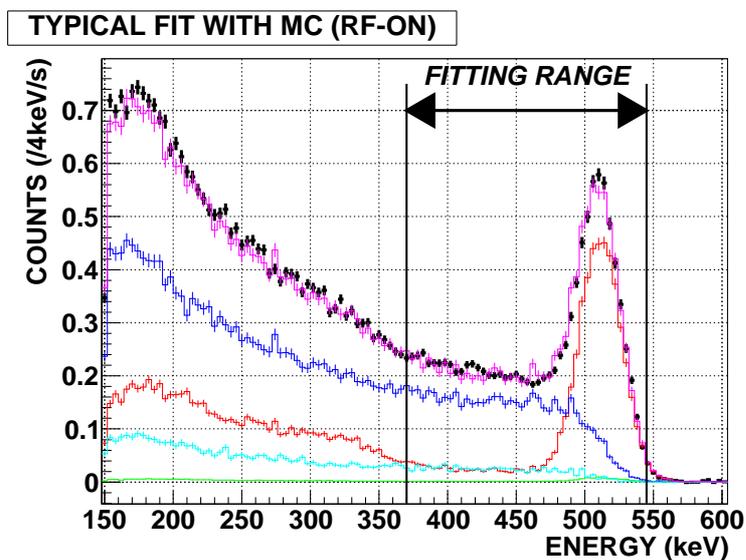


図 5.27: モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-ON)。黒がデータ、赤が $S_{27MC,in}$, 青が $S_{37MC,in}$, 緑が $S_{27MC,out}$, 水色が $S_{37MC,out}$, ピンクが全 MC の合計を示す。データは、1.350 1 amagat, 0.865 816 9 T における、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ -1 のもの。lifetime でノーマライズされている。

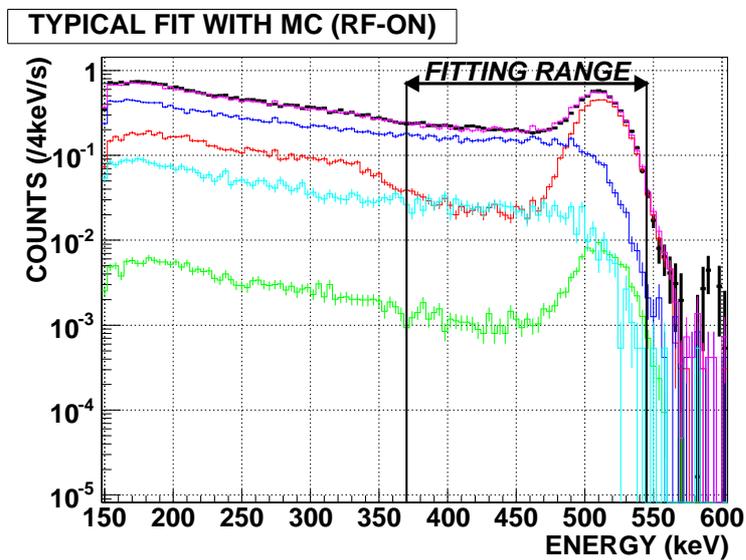


図 5.28: モンテカルロ・シミュレーションによるエネルギースペクトルのフィット (RF-ON, ログスケール)。図 5.27 の縦軸をログスケールにしたもの。

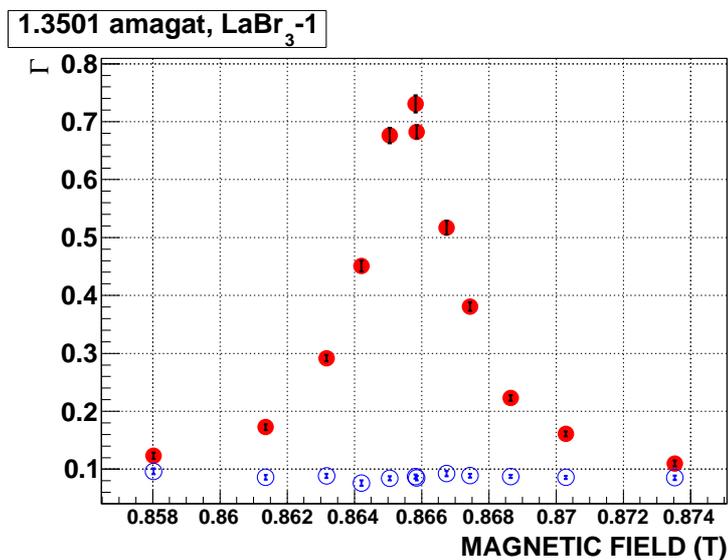


図 5.29: RF-ON におけるフィットの結果 (赤, Γ , 1.3501 amagat)。RF-OFF における $2\gamma/3\gamma$ 比 (β) を、青色で示した。

表 5.5: 典型的な時間分解能。

LaBr ₃ (Ce) の番号	時間分解能 (σ) (ns)
1	1.041
2	1.063
5	1.046
6	1.059

成し、プロンプト部分を、中心 -5σ ~ 中心 $+HWHM$ の範囲でガウシアンでフィットし、時間分解能を評価した。その上で、理論曲線にガウシアンで畳み込み、フィットに用いた。密度行列の微分方程式 (2.17) は、陽電子が無偏極であるとして、RKF45 公式を使って数値的に解いた。

表 5.5 に、典型的な時間分解能をまとめた。ガス密度や磁場, LaBr₃(Ce) で別に用意し、磁場と LaBr₃(Ce) については平均したものをフィットに用いた。平均値は、1.3501 amagat で 1.061 ns, 0.8916 amagat で 1.030 ns であった。

第6章 結果

この章では、プロトタイプ測定で求められた、超微細構造についての、結果を述べる。まず、1.350 1 amagat, 0.891 6 amagat での結果を、それぞれ述べる。次に、ガス密度依存性について述べ、真空中での値を求める。最後に、系統誤差について詳述する。

6.1 1.350 1 amagat, 0.891 6 amagat の結果

第5.5.3節で作成した共鳴曲線を、理論曲線によってフィットしたものを、1.350 1 amagat について図 6.1 に、0.891 6 amagat について図 6.2 に、それぞれ示す。ここで、 C_y に含まれる a (0.958 061 at 1.350 1 amagat, 0.941 560 at 0.891 6 amagat) は、モンテカルロ・シミュレーションによって、ポジトロニウム生成位置から求めたもの。本来、 $C_y = a/\sqrt{2}$ となるべきだが、 $C_y = a$ となっている。このことについては現在理由を研究しているが、今のところ分かっていない。

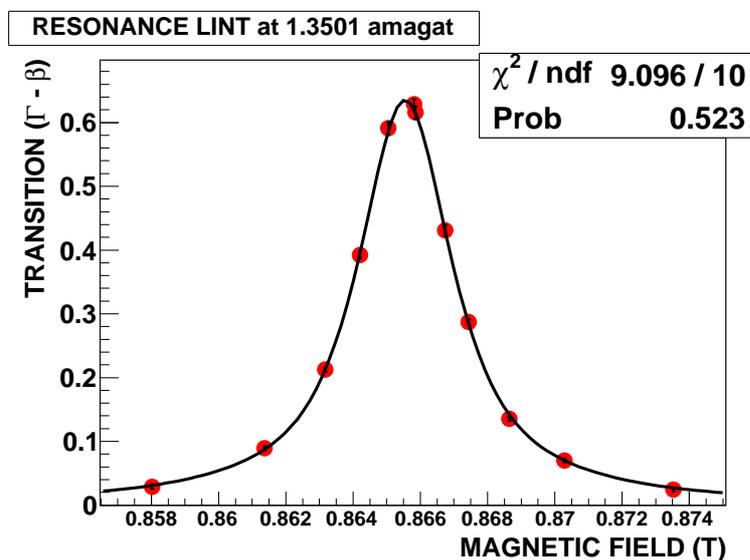


図 6.1: 遷移曲線のフィット (1.350 1 amagat)。ここでのエラーバーには、モンテカルロ・シミュレーションの統計エラー、 P , Q_L のエラーも含まれる。フィット結果は、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3683(55)$ GHz, $C_y = 0.9947(37) \times 0.958061$, $\chi^2/\text{ndf} = 0.910$ ($p = 0.523$)。

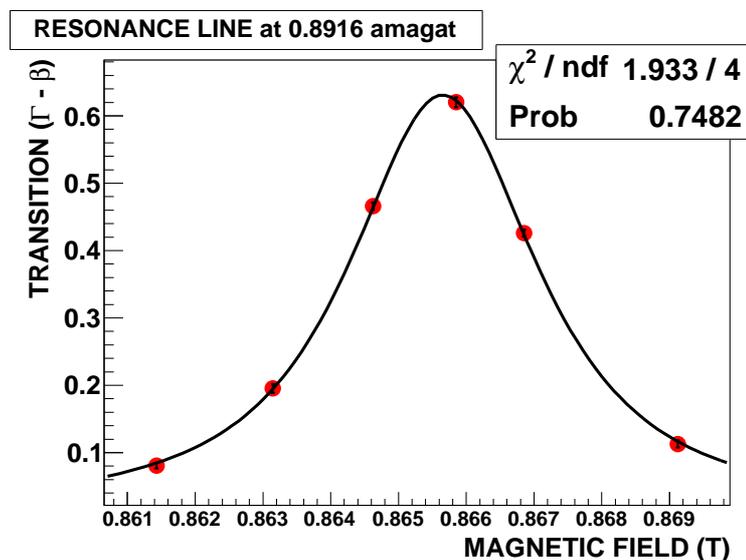


図 6.2: 遷移曲線のフィット (0.8916 amagat)。ここでのエラーバーには、モンテカルロ・シミュレーションの統計エラー、 P , Q_L のエラーも含まれる。フィット結果は、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.2793(70)$ GHz, $C_y = 1.0053(48) \times 0.941560$, $\chi^2/\text{ndf} = 0.483$ ($p = 0.748$)。

表 6.1: 超微細構造の密度依存性。

ガス密度 (amagat)	Δ_{HFS} (GHz)	相対誤差 (ppm)
1.3501(71)	203.3683(55)	27
0.8916(23)	203.3793(70)	34

6.2 密度依存性

第 6.1 節でのフィット結果を、ガス密度に関して整理したものを、表 6.1 に示す。これを [13] と比較して、図 6.3 に示す。今回のプロトタイプ測定からだけでは、密度依存性を見ることはできなかった。しかし、図 6.3 に示したように、過去の実験と一致した結果が得られた。そこで、今回、密度依存性として、[13] と同様の補正をかけ、真空中の超微細構造を求めることにする。

[13] において、窒素中での超微細構造は、 -33 ± 4 ppm/amagat の変化をする。その補正をかけた後の、各密度での超微細構造をまとめると、表 6.2 のようになる。これら 2 つの結果は一致している。平均して、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3804(44)$ GHz (22 ppm) を得た。

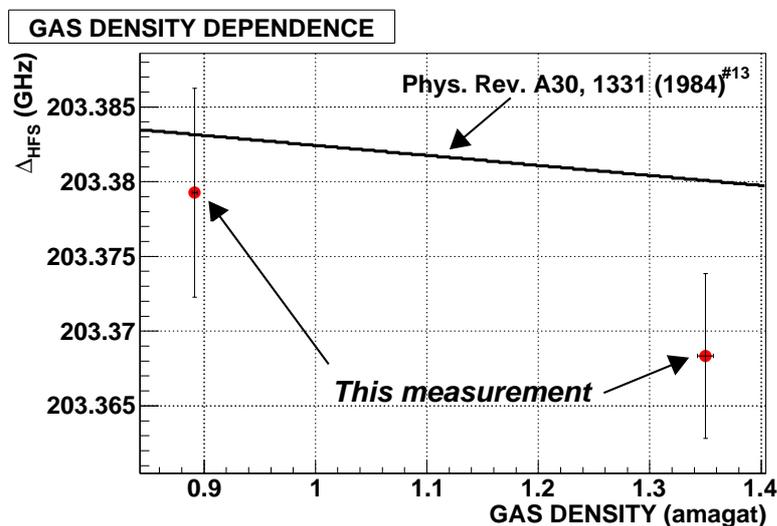


図 6.3: 超微細構造のガス密度依存性。エラーバー付きの赤点が、今回のプロトタイプ測定結果を示し、黒実線は、[13]によるものを示す。今回のプロトタイプ測定には、密度依存性が見られないが、過去の実験と一致した結果が得られている。

表 6.2: 各密度での超微細構造の値 (密度依存性補正後)。誤差の中には、[13]における密度依存性の誤差も含まれる。

ガス密度 (amagat)	Δ_{HFS} (GHz)	相対誤差 (ppm)
1.350 1(71)	203.377 4(56)	28
0.891 6(23)	203.385 2(70)	35

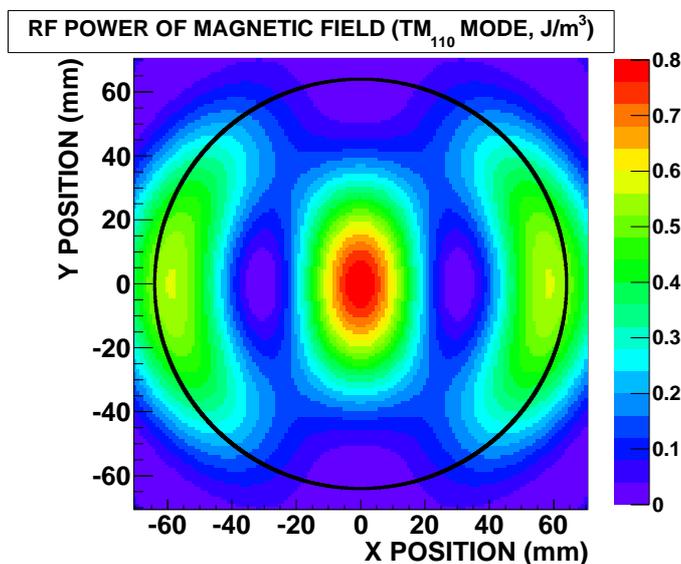


図 6.4: RF による磁場のエネルギー分布 (TM₁₁₀ モード)。色は、エネルギー密度 (J/m³) を表す。キャビティの底面 (x - y 平面) で見たもの。 z 軸に対する依存性はない。黒線がキャビティの境界を示す。409 W 入力、 $Q_L = 14700$ のときのものである。

6.3 系統誤差

この節では、プロトタイプ測定での系統誤差について述べる。

6.3.1 磁場の非一様性

プロトタイプ測定で最も大きな系統誤差となったのは、磁場の非一様性である。第 3.2 節で述べたように、現段階で、キャビティ内での磁場の一様性は、23.1 ppm (RMS) である。ただし、ポジトロニウムの超微細構造への影響を評価するには、これに、RF 磁場の強度分布、陽電子の止まる位置の分布による、重みを付けなければならない。

RF 磁場の強度分布

キャビティの電磁場のモードは、TM₁₁₀ モードである。電磁場の詳細な分布については、付録 A で述べている。この TM₁₁₀ モードの RF 磁場エネルギー分布は、図 6.4 のようになる。これによる重みをかけると、重みつき磁場分布は、図 6.5 のようになる。磁場の一様性は、14.2 ppm (RMS) に改善する。

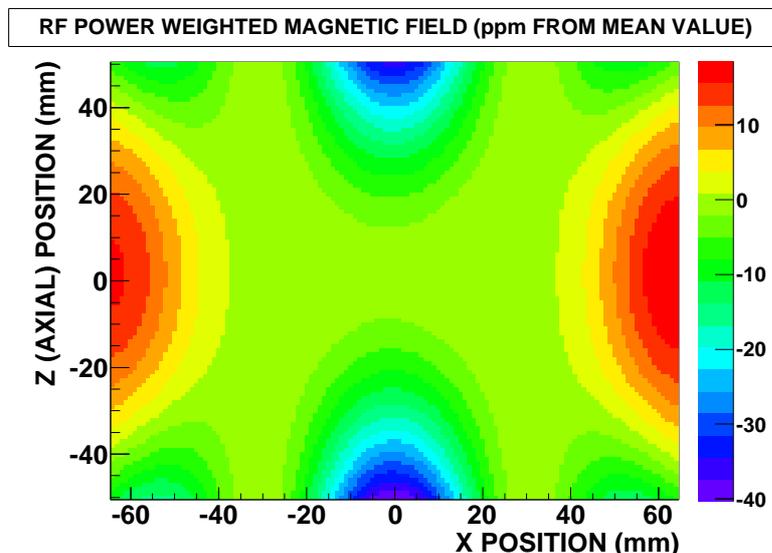


図 6.5: RF 磁場のエネルギーの重みをかけた、キャビティ内磁場分布。色は、平均値からのずれ (ppm) を表す。RF キャビティ内の一様性は、14.2 ppm (RMS) である。

陽電子の止まる位置の分布

ポジトロニウムの生成位置は、陽電子がガス内で止まった位置である。また、ポジトロニウム生成後の拡散は、1 mm 以下であるため、崩壊場所は、生成位置と同じとみなしてよい。陽電子がガス内で止まった位置の情報は、実験データからは得られないため、モンテカルロ・シミュレーションによって求めた。

モンテカルロ・シミュレーションによって求められた、陽電子の止まる位置の分布は、図 6.6 のようになる。これによる重みをかけると、重みつき磁場分布は、図 6.7 のようになる。磁場の一様性は、10.4 ppm (RMS) に改善する。

磁場の非一様性による、超微細構造の系統誤差

最終的に、磁場の非一様性自体は、10.4 ppm (RMS) となった。しかし、超微細構造は、磁場の 2 乗に比例するため、超微細構造の系統誤差としては、21 ppm となる。

6.3.2 モンテカルロ・シミュレーション

モンテカルロ・シミュレーションの統計による誤差

モンテカルロ・シミュレーションの統計による誤差は、既に第 6.2 節での結果に含まれているが、測定の統計誤差と区別するため、評価する。評価法として、モンテカルロ・シ

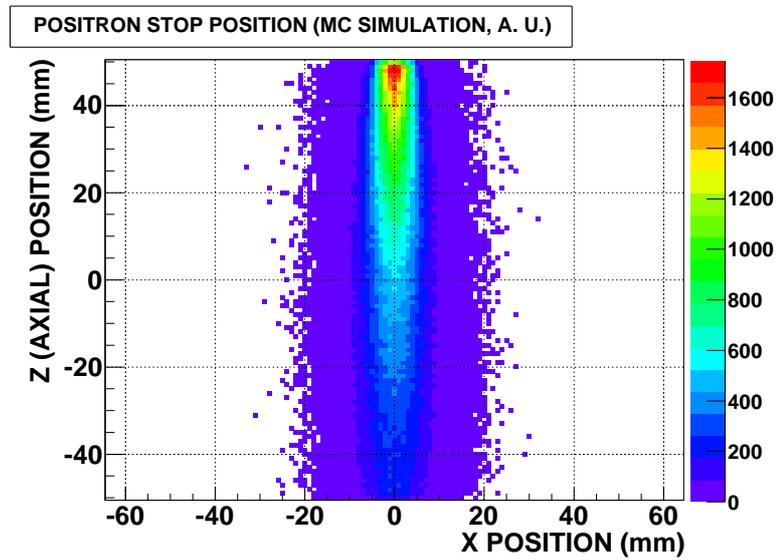


図 6.6: 陽電子の止まる位置の分布。分布は、モンテカルロ・シミュレーションによって求められたもの。 ^{22}Na 線源は、 $x = 0$, $z = 96$ にある。

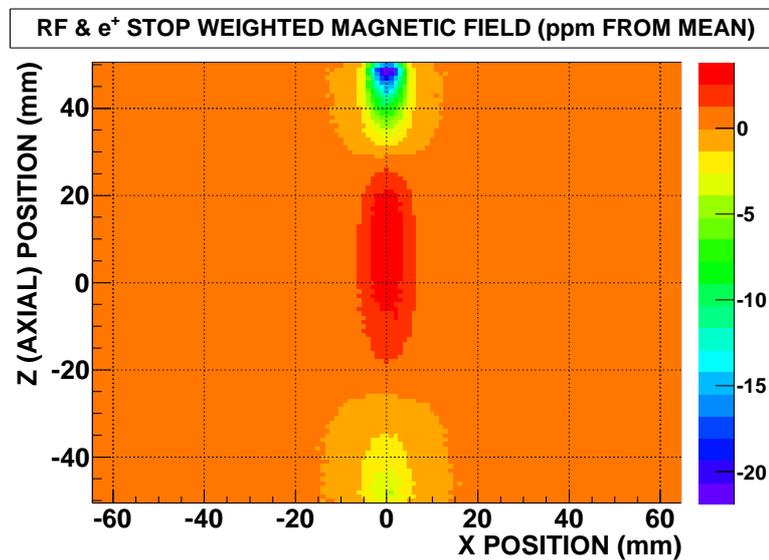


図 6.7: 陽電子の止まる位置の重みをかけた、キャビティー内磁場分布。色は、平均値からのずれ (ppm) を表す。RF キャビティー内の一様性は、10.4 ppm (RMS) である。

ミュレーションの統計誤差を 0 として得られた結果及び誤差と、モンテカルロ・シミュレーションの統計誤差を含めて得られた結果及び誤差を使用する。

モンテカルロ・シミュレーションの統計誤差を 0 として得られた結果は、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3795(28)$ GHz (14 ppm) であった。モンテカルロ・シミュレーションの統計誤差を入れて計算した結果と比較すると、中心値は -4 ppm, モンテカルロ・シミュレーションの統計からくる誤差は 17 ppm となり、確かに中心値のずれは誤差の範囲である。そこで、モンテカルロ・シミュレーションの統計から、17 ppm の系統誤差を計上する。なお、この誤差はモンテカルロ・シミュレーションの統計を更に溜めることで、減らすことができる。

磁場依存性

モンテカルロ・シミュレーションの統計以外からくる誤差について考える。モンテカルロ・シミュレーションが実データと合わないことが $2\gamma/3\gamma$ 崩壊比に与える影響は、 $2\gamma/3\gamma$ 比に比例すると考えられるが、それは遷移の中心値を変える効果を及ぼさない。

遷移の中心値を変えるとすれば、遷移の中心に対し、遷移確率を非対称にする効果である。そのような効果として、磁場依存性による不定性が考えられる。陽電子が磁場に巻き付きながらキャビティの中に入っていくため、その広がり方や、ポジトロニウム生成位置は、若干ながら磁場に依存する。その磁場依存性によって、検出効率が磁場に依存するため、 $2\gamma/3\gamma$ 比が磁場依存性を持つ。それは遷移の中心に対し非対称であるから、超微細構造の誤差となり得る。

この誤差の評価のため、RF-OFF での $2\gamma/3\gamma$ 崩壊比 (β) を $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ に関して平均し、磁場に対してプロットして理論値と比較すると、図 6.8 (1.3501 amagat のとき) のようになる。 β が一様にずれるのは、超微細構造に影響しないが、傾きが異なると超微細構造に影響する。図 6.8 では、データの傾きは $0.21(11)/\text{T}$ であるのに対し、理論値の傾きは $-0.15/\text{T}$ である。この差は、統計的なゆらぎの可能性も否定できないが、半分程度は何らかのモンテカルロ・シミュレーションによる誤差の可能性はある。

そこで、この傾きが理論に合うように補正をかけ、その上で超微細構造を求めた。その結果、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3731(44)$ GHz となり、中心値が -36 ppm 動いた。しかし、フィットの χ^2/ndf は、1.3501 amagat で 1.23, 0.8916 amagat で 0.50 と、悪くなかった。中心の動きの半分程度として、18 ppm を、モンテカルロ・シミュレーションの磁場依存性による誤差として計上する。なお、この誤差はモンテカルロ・シミュレーションの統計を溜めることで減少する可能性がある。また、理論値と一様にずれ、傾きも異なるのが、モンテカルロ・シミュレーション以外の原因によらないか、現在研究中である。

6.3.3 RF パワー P

この誤差は、既に第 6.2 節での結果に含まれているが、測定の統計誤差と区別するため、評価する。評価法として、RF パワー P による誤差を 0 として得られた結果及び誤差と、

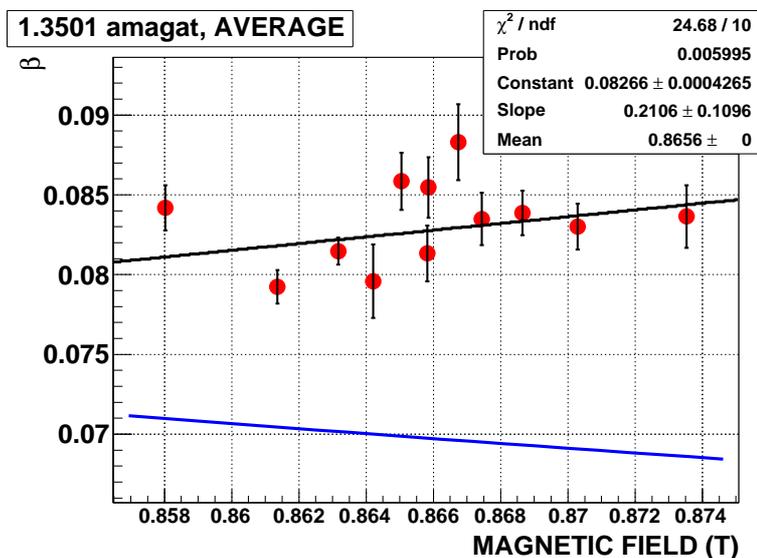


図 6.8: β の磁場依存性と理論値。データは 1.3501 amagat のもの。エラーバー付きの赤点が測定データ、黒実線は一次関数でのフィット、青実線は理論値を示す。

RF パワー P による誤差を含めて得られた結果及び誤差を使用する。

P の誤差を 0 にしたとき、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3802(43)$ GHz となる。中心値は -1.3 ppm ずれ、 P による誤差は 5 ppm と見積もられる。確かに中心値のずれは誤差の範囲であり、今回、 P からの系統誤差として 5 ppm を計上する。

なお、パワー P の誤差の要因は、パワーメーターのふらつき (0.05%)、パワーメーターの温度補正の不定性 (0.03%/K)、途中まで RF 回路中に mixer がなかったため、モニター側に定在波が立っていたことによる不定性 (0.5%)、RF 回路、導波管の付け外しによる不定性 ($\sim 2\%$ 、磁場によってまちまち) である。これらの数字は、ゼーマン遷移確率に対してのものであり、遷移曲線の時点で誤差として評価されていた。

6.3.4 RF キャビティの Q_L

この誤差は、既に第 6.2 節での結果に含まれているが、測定の統計誤差と区別するため、評価する。評価法として、RF キャビティの Q_L による誤差を 0 として得られた結果及び誤差と、RF キャビティの Q_L による誤差を含めて得られた結果及び誤差を使用する。

Q_L の誤差を 0 にしたとき、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3805(42)$ GHz となる。中心値は $+0.02$ ppm ずれ、 Q_L による誤差は 6 ppm と見積もられる。確かに中心値のずれは誤差の範囲であり、今回、 Q_L からの系統誤差として 6 ppm を計上する。

なお、キャビティ Q_L の誤差の要因は、測定のばらつき (0.6%)、RF 回路や導波管の付け外しによる不定性 ($\sim 5\%$ 、磁場によって異なる) である。これらの数字は、ゼーマン遷移確率に対してのものであり、遷移曲線の時点で誤差として評価されていた。

6.3.5 密度依存性

今回、ガス密度依存性は、過去の実験の値を使用して、補正した。しかし、その値は、 N_2 100%での値であり、プロトタイプ測定では、混合ガスを用いたため、異なる可能性がある。

もともと、密度依存性の係数は、 -33 ± 4 ppm/amagat であったので、最終結果には、3.6 ppm 程度の系統誤差がつく。この誤差については、既に第 6.2 節での結果に含まれている。

混合ガスである効果を、補正の 2 割程度とすれば、7.7 ppm/amagat の系統誤差になる。これを基に計算し、今回は 7 ppm の系統誤差を、密度依存性として計上する。

6.3.6 ポジトロニウムの熱化

第 2 章で述べたように、ポジトロニウムの熱化によって、最終結果が 20 ppm 程度ずれる可能性がある。今回、その効果を測定していないので、現時点ではこれをそのまま計上した。将来的には、実際に熱化関数を測定することで、 $O(\text{ppm})$ に抑えることができる。

6.3.7 RF 周波数

今回、測定中の RF 周波数は、 ± 5 ppm 程度変動した。これは、遷移曲線の左右非対称性を生むため、そのまま最終結果に影響する。よって、これから 5 ppm の系統誤差を計上した。

6.3.8 磁場測定点とポジトロニウム生成領域での磁場補正

遷移曲線測定中は、NMR プローブをキャビティー内に入れることはできない。そのため、キャビティー外のある一点で、磁場をモニターし、ポジトロニウム生成領域での磁場を求めるための補正をかけている。実験装置の出し入れ等による再現性が、現在は 2 ppm である。超微細構造は磁場の 2 乗に比例するため、これより、4 ppm の系統誤差を計上した。

6.3.9 磁場の測定値

NMR 磁場精密測定器では、磁場の絶対値として、 ± 1 ppm が保証されている。そこで、磁場測定の誤差として、2 ppm を計上した。

6.3.10 まとめ

今回、プロトタイプ測定に計上された系統誤差について、表 6.3 にまとめた。また、測定の統計誤差のみでは、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3804(22)$ GHz (11 ppm) となる。

表 6.3: 系統誤差。モンテカルロ・シミュレーションの統計からくる誤差は、今後時間をかければ $O(\text{ppm})$ に抑えられる。また、ポジトロニウムの熱化に関しては、将来的に、熱化関数の測定によって、 $O(\text{ppm})$ に抑えることができる。

要因	大きさ (ppm)
磁場の非一様性	21
モンテカルロ・シミュレーションの統計	17
モンテカルロ・シミュレーションの磁場依存性	18
RF パワー P	5
RF キャビティの Q_L	6
密度依存性	7
ポジトロニウムの熱化	20
RF 周波数	5
磁場補正	4
磁場測定値	2
自乗和	40

第7章 考察

この章では、前章で得られた結果を基に、過去の実験値・最新の理論値との比較を行い、最終目的を達するために必要なことについて議論する。

7.1 過去の実験値・最新の理論値との比較

プロトタイプ測定の結果、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3804 \pm 0.0022$ (stat., 11 ppm) ± 0.0081 (sys. 40 ppm) を得た。図 7.1 に、今回の測定と、最近の実験値、理論値を比較して示した。過去の実験値・理論値と無矛盾な結果が得られた。

7.2 精度向上が課題

プロトタイプ測定の精度では、最終目的である $O(\text{ppm})$ の測定を通じた検証はできない。一方で、このセットアップで基本的には測定が可能なが示されたので、今後は精度を向上して測定することが課題となる。

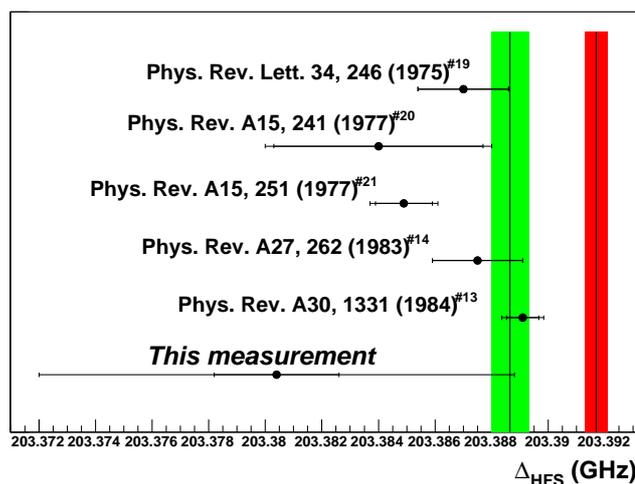


図 7.1: ポジトロニウムの超微細構造測定結果。一番下のものが、今回のプロトタイプ測定で得られた結果である。緑帯は過去の実験値の平均、赤帯は最新の理論値を示す。

第8章 今後の展望

この章では、プロトタイプ測定の結果を踏まえた、今後の展望について述べる。まず、 $O(\text{ppm})$ の精度を十分目指せることを示した後、そこで鍵になる、補償磁石の設計について述べる。最後に、今後の計画を見通す。

8.1 $O(\text{ppm})$ は達成可能

最終目的である $O(\text{ppm})$ での測定を通した検証は、可能である。それは次の理由による。

まず、統計精度であるが、85日間の測定で11 ppmを得ており、2年間で4 ppmに達する。今回の測定では間はかなり休みがあったが、今後、24時間測定や、休日測定を行えるようにシステムを改良すれば、目標精度は2年以内に十分達成できる。また、DAQレートも2倍弱高める。

現在、系統誤差として最も大きいのは、磁場の非一様性である。これについては、補償磁石を用いて、 $O(\text{ppm})$ の磁場一様性を得る計画であり、既に設計が進んでいる。次節でその設計について詳しく述べる。

次に大きいのは、ポジトロニウムの熱化である。これについては、Ge半導体検出器を用いて、熱化関数を測定する計画である。しかし、Ge半導体検出器は、そのままでは磁場中で用いることができない。そのため、熱化関数は、超微細構造測定とは別に、独立で行う予定である。本来、この関数は磁場に依存せず、ガス密度のみで決まるので、問題ない。既に、熱化関数測定に向けた準備が着々と進んでいる。また、測定時に、 $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ を用いて、熱化関数も同時に測定できる可能性がある。これについての研究も、現在進行中である。

また、モンテカルロ・シミュレーションによる誤差も大きい。解析法として、モンテカルロ・シミュレーションを使わない方法や、系統誤差を減らす方法を考える必要がある。モンテカルロ・シミュレーションの統計については、今回約10日間のシミュレーションで17 ppmであったので、23日間のシミュレーションによって11 ppmに達する。これは、測定の統計誤差より十分小さくできることを示す。

密度依存性については、様々なガス密度で測定することで、系統誤差は減らせる。

RF系については、研究が進んでおり、測定期間中、各種温度を一定に保つことで、変動を抑え、系統誤差を $O(\text{ppm})$ にすることができると考えられる。

最後に、磁場測定、特に再現性については、治具を製作することで対応できるので、問題ない。

8.2 補償磁石の設計

系統誤差を減らす上で、最も重要なのが、磁場の一様性の確保である。現在、磁場の非一様性が、最大の系統誤差となっている。

磁場の一様性を、 $O(\text{ppm})$ で得るため、現在、補償磁石を設計している。

具体的には、常伝導の円形コイルを2つ用意し、キャビティー内部の磁場勾配を打ち消す。導線には、断面積 1 mm^2 程度の銅を用い、キャビティーのフランジ部分に巻きつける。 $1\text{ A} \times 15$ ターン程度で、電流を1%程度で制御すれば、 3 ppm の磁場一様性が得られる。

8.3 計画

最後に、今後の計画について述べる。まず、2010年3月までに、補償磁石のテストを行う。補償磁石で、磁場の一様性が得られれば、2010年4月以降、本測定を開始する。様々なガス圧での測定を経て、2011年内をメドに、測定が終了する予定である。同時に、ポジトロニウムの熱化関数の測定も行い、合わせて、 $O(\text{ppm})$ の最終結果を得る。

第9章 まとめ

ポジトロニウムは、束縛系 QED の精密検証や、未知の物理現象の探索に適している。そのポジトロニウムの超微細構造 Δ_{HFS} に、実験値と理論値で 15 ppm (3.9σ) のずれが存在する。このずれが本当なら、標準理論を超えた新しい物理現象の存在を示唆する。

このずれについて、過去の測定で考えられる系統誤差を2つ指摘し、それらを小さくできる新しい実験を計画している。最終的には、 $O(\text{ppm})$ での測定を行う予定である。そのためのプロトタイプ実験を行い、 $\Delta_{\text{HFS}} = 203.3804 \pm 0.0022$ (stat., 11 ppm) ± 0.0081 (sys. 40 ppm) を得た。この値は、過去の実験値、理論値と無矛盾である。

ずれの検証のためには、 $O(\text{ppm})$ の測定が必要である。そのため、まず補償磁石を設計し、磁場の非一様性による系統誤差を減らす。さらに、ポジトロニウムの熱化関数を直接測定し、物質の効果による系統誤差を減らす。その上で、2年間程度の測定を行い、 $O(\text{ppm})$ の精度を達成する予定である。

付録A TM₁₁₀モードの磁場

A.1 TM₁₁₀モードの電磁場

TM₁₁₀モードのRF電磁場は、以下のように計算される。

[67]によると、半径 a 、長さ l の円筒空洞共振器における、TM _{mnp} モードの磁場は、円柱座標を用いて、

$$E_z = E_{mnp} \cdot J_m(k_c r) \cdot \cos m\phi \cdot \cos k_z z \quad (\text{A.1})$$

$$E_r = -\left(\frac{p\pi}{k_c l}\right) E_{mnp} \cdot J'_m(k_c r) \cdot \cos m\phi \cdot \sin k_z z \quad (\text{A.2})$$

$$E_\phi = \left(\frac{mp\pi}{k_c^2 r l}\right) E_{mnp} \cdot J_m(k_c r) \cdot \sin m\phi \cdot \sin k_z z \quad (\text{A.3})$$

$$H_z = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$H_r = -\left(\frac{j\omega\epsilon m}{k_c^2 r}\right) E_{mnp} \cdot J_m(k_c r) \cdot \sin m\phi \cdot \cos k_z z \quad (\text{A.5})$$

$$H_\phi = -\left(\frac{j\omega\epsilon}{k_c}\right) E_{mnp} \cdot J'_m(k_c r) \cdot \cos m\phi \cdot \cos k_z z \quad (\text{A.6})$$

のように表される。ここに

$$k_c = \rho_{mn}/a \quad (\text{A.7})$$

$$k_z = p\pi/l \quad (\text{A.8})$$

$$(\text{A.9})$$

である。ただし、 E_{mnp} は定数、 $J_m(\rho)$ は m 次のベッセル関数、 j は虚数単位、 ω はRFの角振動数、 ϵ は誘電率、 ρ_{mn} は $J_m(\rho)$ の n 番目の零点。

従って、TM₁₁₀モードの電磁場は、

$$E_z = E_{110} J_1(k_c r) \cos \phi \quad (\text{A.10})$$

$$H_r = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2 r} E_{110} J_1(k_c r) \sin \phi \quad (\text{A.11})$$

$$H_\phi = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c} E_{110} J'_1(k_c r) \cos \phi \quad (\text{A.12})$$

$$E_r = E_\phi = H_z = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$k_c = \frac{\rho_{11}}{a} \quad (\text{A.14})$$

となる。

A.2 磁場のエネルギーから最大磁場を求める

A.1 節に示した、TM₁₁₀ モードの、電磁場のエネルギーを計算する。磁場を用いると、エネルギー W は、透磁率 μ として、

$$W = \frac{1}{2}\mu \int \int \int (|H_r|^2 + |H_\phi|^2) r dr d\phi dz \quad (\text{A.15})$$

$$= \frac{1}{2}\mu \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr \left(\frac{\omega^2 \epsilon^2}{k_c^4 r^2} E_{110}^2 (J_1(k_c r))^2 \sin^2 \phi + \frac{\omega^2 \epsilon^2}{k_c^2} E_{110}^2 (J_1'(k_c r))^2 \cos^2 \phi \right) \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{\mu l \omega^2 \epsilon^2 E_{110}^2}{2k_c^4} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr \left(\frac{1}{r^2} (J_1(k_c r))^2 \sin^2 \phi + k_c^2 (J_1'(k_c r))^2 \cos^2 \phi \right) \quad (\text{A.17})$$

$$= \frac{\pi \mu l \omega^2 \epsilon^2 E_{110}^2}{2k_c^4} \int_0^a dr \left\{ \frac{(J_1(k_c r))^2}{r} + k_c^2 (J_1'(k_c r))^2 r \right\} \quad (\text{A.18})$$

と計算される。

$$2J_m'(\rho) = J_{m-1}(\rho) - J_{m+1}(\rho) \quad (\text{A.19})$$

より、

$$k_c^2 (J_1'(k_c r))^2 r = \frac{k_c^2 r}{4} \left((J_0(k_c r))^2 - 2J_0(k_c r) J_2(k_c r) + (J_2(k_c r))^2 \right). \quad (\text{A.20})$$

また、

$$\frac{2m}{\rho} J_m(\rho) = J_{m-1}(\rho) + J_{m+1}(\rho) \quad (\text{A.21})$$

より、

$$\frac{(J_1(k_c r))^2}{r} = r \cdot \left(\frac{J_1(k_c r)}{r} \right)^2 \quad (\text{A.22})$$

$$= \frac{k_c^2 r}{4} \left(\frac{2J_1(k_c r)}{k_c r} \right)^2 \quad (\text{A.23})$$

$$= \frac{k_c^2 r}{4} (J_0(k_c r) + J_2(k_c r))^2 \quad (\text{A.24})$$

$$= \frac{k_c^2 r}{4} \left((J_0(k_c r))^2 + 2J_0(k_c r) J_2(k_c r) + (J_2(k_c r))^2 \right). \quad (\text{A.25})$$

(A.20), (A.25) より、

$$\int_0^a dr \left\{ \frac{(J_1(k_c r))^2}{r} + k_c^2 (J_1'(k_c r))^2 r \right\} = \int_0^a dr \frac{k_c^2 r}{2} \left((J_0(k_c r))^2 + (J_2(k_c r))^2 \right) \quad (\text{A.26})$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\rho_{11}} dx x \left((J_0(x))^2 + (J_2(x))^2 \right). \quad (\text{A.27})$$

ただし、ここで $k_c r = x$ とおいた。積分については、公式 [68]

$$\int_0^x [J_\nu(\alpha x)]^2 x dx = \frac{x^2}{2} \{ [J_\nu(\alpha x)]^2 - J_{\nu-1}(\alpha x) J_{\nu+1}(\alpha x) \} \quad (\text{A.28})$$

および、

$$\int_0^x [J_0(\alpha x)]^2 x dx = \frac{x^2}{2} \{ [J_0(\alpha x)]^2 + [J_1(\alpha x)]^2 \} \quad (\text{A.29})$$

を用いて、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^{\rho_{11}} dx x \left((J_0(x))^2 + (J_2(x))^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\rho_{11}^2}{2} \left\{ (J_0(\rho_{11}))^2 + (J_1(\rho_{11}))^2 \right\} + \frac{\rho_{11}^2}{2} \left\{ (J_2(x))^2 - J_1(\rho_{11}) J_3(\rho_{11}) \right\} \right] \\ &= \frac{\rho_{11}^2}{4} \left((J_0(\rho_{11}))^2 + (J_2(\rho_{11}))^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

ただし、 $J_1(\rho_{11}) = 0$ を用いた。(A.21) より、

$$J_2(\rho_{11}) = \frac{2}{\rho_{11}} J_1(\rho_{11}) - J_0(\rho_{11}) = -J_0(\rho_{11}) \quad (\text{A.31})$$

となるので、結局、

$$W = \frac{\pi \mu l \omega^2 \epsilon^2 E_{110}^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}{4k_c^4}. \quad (\text{A.32})$$

一方、キャビティの負荷 Q を Q_L 、キャビティに入力するパワーを P とすると、

$$W = \frac{Q_L P}{\omega_0} \left(\omega_0 = \frac{c \rho_{11}}{a} \text{ は、cavity の固有周波数} \right) \quad (\text{A.33})$$

と表される [67] ので、

$$E_{110} = \sqrt{\frac{4k_c^4 Q_L P}{\pi \mu l \omega_0 \omega^2 \epsilon^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}} \quad (\text{A.34})$$

となる。従って、RF 磁場の最大値 B_0 は、(A.12) 式で $r = \phi = 0$ とおいたときの絶対値より、 $J_0(\rho_{11}) < 0$ に注意して、

$$B_0 = \frac{\omega \epsilon \mu}{2k_c} E_{110} \quad (\text{A.35})$$

$$= -\frac{\omega \epsilon \mu}{2k_c} \cdot \frac{2k_c^2}{\epsilon \omega \rho_{11} J_0(\rho_{11})} \sqrt{\frac{Q_L P}{\omega_0 \pi \mu l}} \quad (\text{A.36})$$

$$= -\frac{k_c}{\rho_{11} J_0(\rho_{11})} \sqrt{\frac{\mu Q_L P}{\omega_0 \pi l}}. \quad (\text{A.37})$$

$k_c = \rho_{11}/a$, $\mu \simeq \mu_0$, $\omega_0 = c\rho_{11}/a$ を用いれば、

$$B_0 \simeq -\frac{1}{\rho_{11}J_0(\rho_{11})} \cdot \frac{\rho_{11}}{a} \sqrt{\frac{a}{c\rho_{11}} \cdot \frac{\mu_0 Q_L P}{\pi l}} \quad (\text{A.38})$$

$$= -\frac{1}{J_0(\rho_{11})} \sqrt{\frac{\mu_0 Q_L P}{\pi \rho_{11} c a l}}. \quad (\text{A.39})$$

実験値に合わせて、 $a = 64 \text{ mm}$, $Q_L = 14700$, $P = 409 \text{ W}$, $l = 100 \text{ mm}$ を代入すると、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$, $\rho_{11} \simeq 3.832$, $J_0(\rho_{11}) \simeq -0.4028$ を用いて、

$$B_0 = 14.2 \text{ G} \quad (\text{A.40})$$

と求まる。

A.3 電場のエネルギーから最大磁場を求める

電場と磁場は位相が $\pi/2$ だけずれているので、電場のエネルギーも、磁場のエネルギーも、最大値は、キャビティ内部の全エネルギーとなり、変わらないはずである。電場のエネルギーを求めると、

$$W = \frac{1}{2}\epsilon \int \int \int |E_z|^2 r dr d\phi dz \quad (\text{A.41})$$

$$= \frac{1}{2}\epsilon \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr E_{110}^2 (J_1(k_c r))^2 \cos^2 \phi \quad (\text{A.42})$$

$$= \frac{\epsilon l \pi E_{110}^2}{2} \int_0^a r dr (J_1(k_c r))^2 \quad (\text{A.43})$$

$$= \frac{\epsilon l \pi E_{110}^2}{2k_c^2} \int_0^{\rho_{11}} dx x (J_1(x))^2 \quad (\text{A.44})$$

$$= \frac{\epsilon l \pi E_{110}^2}{2k_c^2} \cdot \frac{\rho_{11}^2}{2} [(J_1(\rho_{11}))^2 - J_0(\rho_{11}) J_2(\rho_{11})] \quad (\text{A.45})$$

$$= -\frac{\epsilon l \pi E_{110}^2 \rho_{11}^2}{4k_c^2} J_0(\rho_{11}) J_2(\rho_{11}) \quad (\text{A.46})$$

$$= \frac{\epsilon l \pi E_{110}^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}{4k_c^2}. \quad (\text{A.47})$$

これは一見、(A.32) と異なるようだが、 $\omega = \omega_0 = c\rho_{11}/a$ のとき、

$$W_{\text{磁場}} \simeq \frac{\pi \mu_0 l \epsilon_0^2 E_{110}^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}{4k_c^4} \cdot \left(\frac{c\rho_{11}}{a}\right)^2 \quad (\text{A.48})$$

$$= \frac{\epsilon_0 l \pi E_{110}^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}{4k_c^2} \quad (\text{A.49})$$

となる。ここで、 $k_c = \rho_{11}/a$, $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ を用いた。したがって、理想的な場合、電場から求めても、磁場から求めても、エネルギー W は等しい。ゆえに、最大磁場 B_0 も、磁場のエネルギーから求めた場合と等しく、 $B_0 \simeq 14.2 \text{ G}$ である。

なお、実際に (A.47) から計算を進めると、

$$W = \frac{QLP}{\omega_0} = \frac{\epsilon l \pi E_{110}^2 \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}{4k_c^2} \quad (\text{A.50})$$

であるから、

$$E_{110} = \sqrt{\frac{QLP 4k_c^2}{\omega_0 \epsilon l \pi \rho_{11}^2 (J_0(\rho_{11}))^2}} \quad (\text{A.51})$$

$$= -\frac{2k_c}{\rho_{11} J_0(\rho_{11})} \sqrt{\frac{QLP}{\omega_0 \epsilon l \pi}}. \quad (\text{A.52})$$

したがって、

$$B_0 = \frac{\omega \epsilon \mu}{2k_c} \left(-\frac{2k_c}{\rho_{11} J_0(\rho_{11})} \right) \sqrt{\frac{QLP}{\omega_0 \epsilon l \pi}} \quad (\text{A.53})$$

$$= -\frac{\omega \mu}{\rho_{11} J_0(\rho_{11})} \sqrt{\frac{QLP \epsilon}{\omega_0 l \pi}}. \quad (\text{A.54})$$

これからも、 $\omega = \omega_0$ のとき、磁場から求めた B_0 と等しくなることが分かる。

参考文献

- [1] A. H. Al-Ramadhan and D. W. Gidley, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1632 (1994).
- [2] Y. Kataoka, S. Asai, and T. Kobayashi, *Phys. Lett. B* **671**, 219 (2009).
- [3] S. Adachi, M. Chiba, T. Hirose, S. Nagayama, Y. Nakamitsu, T. Sato, and T. Yamada, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2634 (1990).
- [4] H. von Busch, P. Thirolf, Ch. Ender, D. Habs, F. Köck, Th. Schulze, and D. Schwalm, *Phys. Lett. B* **325**, 300 (1994).
- [5] S. Adachi, M. Chiba, T. Hirose, S. Nagayama, Y. Nakamitsu, T. Sato, and T. Yamada, *Phys. Rev. A* **49**, 3201 (1994).
- [6] J. Yang, M. Chiba, R. Hamatsu, T. Hirose, T. Matsumoto, and J. Yu, *Phys. Rev. A* **54**, 1952 (1996).
- [7] P. A. Vetter and S. J. Freedman, *Phys. Rev. A* **66**, 052505 (2002).
- [8] T. Matsumoto, M. Chiba, R. Hamatsu, T. Hirose, J. Yang, and J. Yu, *Phys. Rev. A* **54**, 1947 (1996), Erratum *A* **56**, 1060 (1997).
- [9] G. Atoyán, S. Gninenko, V. Razin, and Y. Ryabov, *Phys. Lett. B* **220**, 317 (1989).
- [10] T. Mitsui, R. Fujimoto, Y. Ishidsaki, Y. Ueda, Y. Yamazaki, S. Asai, and S. Orito, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2265 (1993).
- [11] S. G. Karshenboim, *Phys. Rep.* **422**, 1 (2005).
- [12] M. Deutsch and S. C. Brown, *Phys. Rev.* **85**, 1047 (1952).
- [13] M. W. Ritter, P. O. Egan, V. W. Hughes, and K. A. Woodle, *Phys. Rev. A* **30**, 1331 (1984).
- [14] A. P. Mills, Jr., *Phys. Rev. A* **27**, 262 (1983).
- [15] R. Weinstein, M. Deutsch, and S. Brown, *Phys. Rev.* **94**, 758 (1954), **98**, 223 (1955).

-
- [16] V. W. Hughes, S. Marder, and C. S. Wu, *Phys. Rev.* **106**, 934 (1957).
- [17] E. D. Theriot, Jr., R. H. Beers, V. W. Hughes, and K. O. H. Ziock, *Phys. Rev. A* **2**, 707 (1970).
- [18] E. R. Carlson, V. W. Hughes, M. L. Lewis, and I. Lindgren, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1059 (1972).
- [19] A. P. Mills, Jr. and G. H. Bearman, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 246 (1975).
- [20] E. R. Carlson, V. W. Hughes, and I. Lindgren, *Phys. Rev. A* **15**, 241 (1977).
- [21] P. O. Egan, V. W. Hughes, and M. H. Yam, *Phys. Rev. A* **15**, 251 (1977).
- [22] B. A. Kniehl and A. A. Penin, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5094 (2000).
- [23] J. Pirenne, *Arch. Sci. Phys. Nat.* **29**, 265 (1947).
- [24] V. B. Berestetski and L. D. Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **19**, 673 (1949).
- [25] R. A. Ferrell, *Phys. Rev.* **84**, 858 (1951).
- [26] R. Karplus and A. Klein, *Phys. Rev.* **87**, 848 (1952).
- [27] G. T. Bodwin and D. R. Yennie, *Phys. Rep.* **43**, 267 (1978).
- [28] W. E. Caswell and G. P. Lepage, *Phys. Rev. A* **20**, 36 (1979).
- [29] S. J. Brodsky and G. W. Erickson, *Phys. Rev.* **148**, 26 (1966).
- [30] R. Barbieri, J. A. Mignaco, and E. Remiddi, *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis.* **11A**, 824 (1972).
- [31] G. S. Adkins, M. H. T. Bui, and D. Zhu, *Phys. Rev. A* **37**, 4071 (1988).
- [32] G. S. Adkins, Y. M. Aksu, and M. H. T. Bui, *Phys. Rev. A* **47**, 2640 (1993).
- [33] G. S. Adkins, R. N. Fell, and P. M. Mitrikov, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3383 (1997).
- [34] A. H. Hoang, P. Labelle, and S. M. Zebarjad, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3387 (1997).
- [35] J. R. Sapirstein, E. A. Terray, and D. R. Yennie, *Phys. Rev. D* **29**, 2290 (1984).
- [36] K. Pachucki and S. G. Karshenboim, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2101 (1998).
- [37] K. Pachucki, *Phys. Rev. A* **56**, 297 (1997).
- [38] G. S. Adkins and J. Sapirstein, *Phys. Rev. A* **58**, 3552 (1998), **61**, 069902(E) (2000).

-
- [39] A. P. Burichenko, hep-ph/0004063 (2000).
- [40] A. Czarnecki, K. Melnikov, and A. Yelkhovsky, Phys. Rev. Lett. **82**, 311 (1999), Phys. Rev. A **59**, 4316 (1999).
- [41] S. G. Karshenboim, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **103**, 1105 (1993), [Sov. Phys. JETP **76**, 541 (1993)].
- [42] K. Melnikov and A. Yelkhovsky, Phys. Rev. Lett. **86**, 1498 (2001).
- [43] R. J. Hill, Phys. Rev. Lett. **86**, 3280 (2001).
- [44] H. Grotch and R. A. Hegstorm, Phys. Rev. A **4**, 59 (1971).
- [45] Y. Nagashima, M. Kakimoto, T. Hyodo, and K. Fujiwara, Phys. Rev. **A52**, 258 (1995).
- [46] F. Saito, Y. Nagashima, and T. Hyodo, J. Phys. **B36**, 4191 (2003).
- [47] M. Skalsey, J. J. Engbrecht, R. K. Bithell, R. S. Vallery, and D. W. Gidley, Phys. Rev. Lett. **80**, 3727 (1998).
- [48] M. Skalsey, J. J. Engbrecht, C. M. Nakamura, R. S. Vallery, and D. W. Gidley, Phys. Rev. **A67**, 022504 (2003).
- [49] R. B. Firestone, Nucl. Data Sheets **106**, 1 (2005), Data extracted from the ENSDF database, version Dec. 11, 2009, from the NNDC WorldWideWeb site.
- [50] K. Iwata, R. G. Greaves, T. J. Murphy, M. D. Tinkle, and C. M. Surko, Phys. Rev. A **51**, 473 (1995).
- [51] D. A. L. Paul and L. Saint-Pierre, Phys. Rev. Lett. **11**, 493 (1963).
- [52] M. Charlton, Rep. Prog. Phys. **48**, 737 (1985).
- [53] T. C. Griffith and G. R. Heyland, Phys. Rep. **39**, 169 (1978).
- [54] SAINT-GOBAIN CRYSTALS, Scintillation Products Technical Note: BrillanCeTM Scintillators Performance Summary (Revision: January, 2009).
- [55] A. A. Sonzogni, Nucl. Data Sheets **98**, 515 (2003), Data extracted from the ENSDF database, version Dec. 11, 2009, from the NNDC WorldWideWeb site.
- [56] S. Agostinelli et al., Nucl. Instr. and Meth. A **506**, 250 (2003).
- [57] J. Allison et al., IEEE Trans. Nucl. Sci. **53**, 270 (2006).

-
- [58] Bene Brun and Fons Rademakers, ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework, Proceedings AIHENP'96 Workshop, Lausanne, Sep. 1996, Nucl. Inst. & Meth. in Phys. Res. A **389**, 81 (1997), See also <http://root.cern.ch/>.
- [59] O. Jinnouchi, *Study of Bound State QED : Precision Measurement of the Orthopositronium Decay Rate*, Ph. D. thesis (2001), the University of Tokyo.
- [60] Y. Kataoka, *Test of Bound State QED Higher Order Correction : Precision Measurement of Orthopositronium Decay Rate*, Ph. D. thesis (2007), the University of Tokyo.
- [61] J. Baró et al., Nucl. Instr. and Meth. B **100**, 31 (1995).
- [62] A. Öre and J. L. Powell, Phys. Rev. **75**, 1696 (1949).
- [63] W. E. Caswell, G. P. Lepage, and J. Sapirstein, Phys. Rev. Lett. **38**, 488 (1977).
- [64] G. S. Adkins, Ann. Phys. (NY) **146**, 78 (1983).
- [65] G. S. Adkins, Phys. Rev. Lett. **76**, 4903 (1996).
- [66] IT/ASD CERN, *MINUIT Function Minimization and Error Analysis, version 94.1* (1998), D506 CERN Program Library.
- [67] 中島将光, 『マイクロ波工学 -基礎と原理-』 森北電気工学シリーズ **3**, 森北出版 (1975).
- [68] 寺沢寛一, 『自然科学者のための数学概論 (増訂版)』, 岩波書店 (1983).